ベクトル空間

まずは，ベクトル空間の定義について学びます。$f(x)=g(x)$

空でない集合 V に，和 $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}$ およびスカラー倍 $c\boldsymbol{x}$ という演算が定義されていて，次の①〜⑧が成り立つとき，V はベクトル空間であるという。

① 和に関する交換法則：$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}$
② 和に関する結合法則：$(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})+\boldsymbol{z}=\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})$
③ 零ベクトル：$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$
④ 逆ベクトル：$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}'=\boldsymbol{x}'+\boldsymbol{x}$
⑤ スカラー倍に関する結合法則：$(ab)\boldsymbol{x}=a(b\boldsymbol{x})$
⑥ 単位元：$1\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}$
⑦ スカラーに関する分配法則：$(a+b)\boldsymbol{x}=a\boldsymbol{x}+b\boldsymbol{x}$
⑧ ベクトルに関する分配法則：$a(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})=a\boldsymbol{x}+a\boldsymbol{y}$

例 1

n 次の列ベクトルの集合

$$\mathbf{R}^n=\left\{\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}\middle|\, a_i\in\mathbf{R}, 1\le i\le n\right\}$$

は，ふつうの行列の和とスカラー倍の定義によってベクトル空間となる。

とくに $\mathbf{R}^2\equiv\left\{(x,y)\,\middle|\,x,y\in\mathbf{R}\right\}$ は，よく知っている xy 平面と同じものであると考えることができる。

れいだい

$\mathbf{R}^3=\left\{\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}\middle|\, x,y,z\in\mathbf{R}\right\}$ について，以下の各問いに答えよ。

(1) 和とスカラー倍の定義を記せ。

(2) (1) の定義によって，$\mathbf{R}^3$ がベクトル空間となっていることを確めよ（性質①～⑧を満たすことを示せ）。

れんしゅう

実数を係数とする高々 n 次の多項式全体を $R[x]_n$ と書くことにする。いま，$n=2$ として $R[x]_2$ について考える。

(1) $R[x]_2$ の和とスカラー倍の定義を記せ。

(2) (1) の定義によって，$R[x]_2$ がベクトル空間となっていることを確かめよ。

ここに定理が入ります。テストです。まえのやつ