正交采样的理论和技术实现*

杨 平　　　耿富录

（航天部804所）（西安电子科技大学　　西安　710071）

【摘要】在雷达等数字信号处理中，常常先需要将接收信号分解为正交的 I、Q 两路数字信号。I、Q 信号的幅相不平衡会使得信号处理系统的性能降低，而传统的双通道正交检波方法又会使得这种不平衡性较大。本文通过对获得 I、Q 信号的几种典型采样方法进行的理论分析表明，对中频信号直接进行正交采样的单通道处理方法最优，它不仅只需要一个 A/D 转换器，而且还可以消除 I、Q 信号的幅度误差，有效地降低 I、Q 信号的相位误差。通过选取工程较易实现的中点 Bessd 内插函数，中频直接正交采样的硬件实现得以完成。对实验结果进行的大量测试表明，I、Q 信号的相位误差小于1°，无幅度误差，由此说明这一方法不仅在理论上可行，而且具有极大的实用价值。

1　传统的正交检波器

在雷达等信号处理系统中，常需要将接收的信号转换为基带的同相分量和正交分量（分别表示为 I 和 Q）。

窄带信号可以表示为如下形式：

$$S(t)=a(t)\cdot\cos[2\pi f_0 t+\varphi(t)]$$
$$=I(t)\cos 2\pi f_0 t-Q(t)\sin 2\pi f_0 t \tag{1}$$

式中 $I(t)$ 和 $Q(t)$ 分别表示 $S(t)$ 的同相和正交分量，f_0 为 $s(t)$ 的载频，$a(t)$ 和 $\varphi(t)$ 分别为 $s(t)$ 的包络和初相位。且有关系：

$$I(t)=a(t)\cdot\cos\varphi(t) \tag{2a}$$
$$Q(t)=a(t)\cdot\sin\varphi(t) \tag{2b}$$

传统的正交检波数字采样电路如图1所示，它是通过对模拟正交检波器的输出进行 A/D 转换来实现，模拟检波器的误差是数字输出的主要误差源。

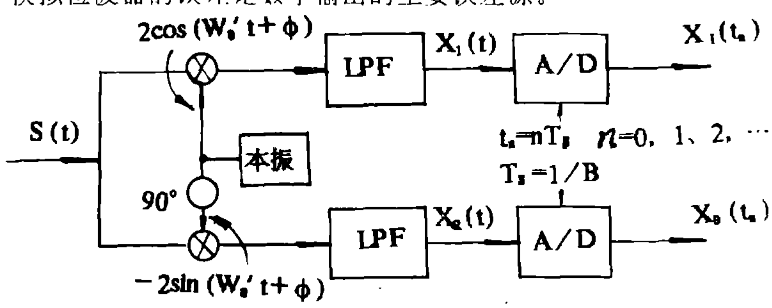

图1　传统数字正交检波器

---

* 本文于1991年11月21日收到

当 $w_o' = w_o = 2\pi f_o$ 时，检波器输出为

$$X_n(t_n) = X_I(t_n) + jX_Q(t_n)$$
$$= [I(t_n)\cos\varphi + Q(t_n)\sin\varphi] + j[Q(t_n)\cos\varphi - I(t_n)\sin\varphi] \quad (3)$$

式中 $t_n = n/B$，$n=0，1，2\cdots$

图2(c)示出式(3)的频谱，它是通过对图2(b)以速率 B 采样得到的，图2(a)为 $s(t)$ 的频谱，下变频后得到图2(b)。

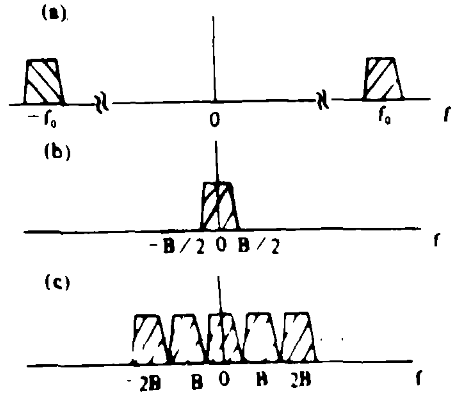

图2　传统数字正交采样的频谱

为了提高输出数字信号的精度，也可以采用如图3所示的方法。它是将带通信号 $s(t)$ 直接采样或是先将 $s(t)$ 混频到一个较低的中频信号再采样，把采样样本通过两个数字 *Hilbert* 变换滤波器就可以实现正交检波的输出结果。其频谱变化过程如图4所示，(a)为信号 $s(t)$ 的频谱，$s(t)$ 瑕变频到一个较低中频(这里取 B)得 $s_o(t)$ 的频谱(b)，对(b)以速率 $4B$ 采样后得 $s(t_n)$ 的频谱(c)，通过两个数字滤波器得单边带谱(d)，再对(d)以速率 B 抽样(或者说对样本进行4∶1分选)得到所需频谱如图4(e)。

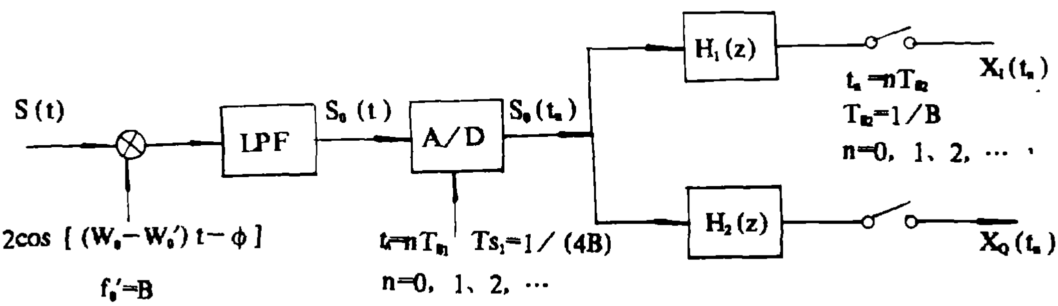

图3　传统的中频数字采样技术

但这一方法对采样速率要求很高(与前一方法相比提高到4倍)，同时受数字滤波器阶数限制，也难以得到高精度的 I、Q 数字信号。

2　中频直接正交采样

这种正交采样技术不仅速度高，失真小，而且结构简单。实现框图如图5所示。从图5可知，它仅有一个混频器、一个低通滤波器及一个 A/D 转换器。其实现正交采样的过程如下：

(1) 把中心频率为 f_o 的窄带信号 $s(t)$ 下变频为一个低中频信号，此时中心频率为 f_o'，但仍假定信号带宽较大程度地小于 f_o'。即：

$$s_o(t) = LPF\{s(t)\cdot 2cos[(w_o - w_o')t - \varphi]\}$$
$$= I(t)cos(w_o't + \varphi) + Q(t)sin(w_o't + \varphi) \quad (4)$$

式中 φ 为一固定相移，*LPF* 为理想低通滤波器。

(2) 将 $s_o(t)$ 按速率 $f_s = 4f_o'/(2M-1)$ 进行 A/D 转换，输出结果还要分别乘以系数2cos

$(2\pi f_0' t_n)$和$(-1)^M \cdot 2\sin(2\pi f_0' t_n)$以进行符号变换，其中 M 为正整数，同时 f_s 必须满足条件 $f_s \geq 2B$。对于 I 通道，有结果（以 $M=1$ 为例讨论）

$$X_I(t_n)=S_o(t_n)\cdot 2\cos(2\pi f'_0 t_n) \tag{5}$$

将式(4)代入(5)有

$$X_I(t_n)=\begin{cases}0 & n\text{ 为奇数}\\ [I(t_n)\cos\varphi+Q(t_n)\sin\varphi] & n\text{ 为偶数}\end{cases} \tag{6}$$

同理有 Q 通道的输出

$$X_I(t_n)=\begin{cases}[I(t_n)\cos\varphi+Q(t_n)\sin\varphi] & n\text{ 为偶数}\\ 0 & n\text{ 为奇数}\end{cases} \tag{7}$$

对于其他 M 取值，(6)和(7)式亦成立，在此不再作推导。

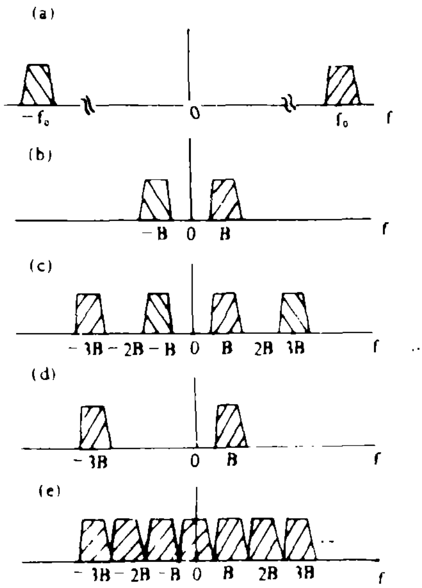

图4 传统中频采样的频谱变化过程

中频直接正交采样的信号频谱变化过程如图6所示。(a)为窄带信号 $s(t)$ 的频谱，(b)为低中频信号 $s_o(t)$ 的频谱；(c)为按速率 $f_{s1}=4f_0'$（即取 $M=1$）对(b)采样所得结果，对(c)进行频移便得到频谱(d)，即为所需的最后输出结果。当对 $s_o(t)$ 采样时把速率改为 $f_{s2}=\frac{4}{3}f_0'$（即取 $M=2$），则得频谱(e)，经频移后得(f)所示频谱。如果中频直接正交采样信号频谱变化过程速率改为 $f_{s3}=\frac{4}{5}f_0'$，则得如(g)所示的频谱，经频移后得(h)，即为按速率 f_{s3} 对 $s_o(t)$ 采样处理后得到的基带复信号频谱。这里列举了 $M=1,2,3$ 时信号频谱变化过程，对于其他 M 值，其对应的 f_s' 只要同时满足基本条件 $f_s\geq 2B$ 以避免频谱混迭，就可以保证正交采样的正确进行。

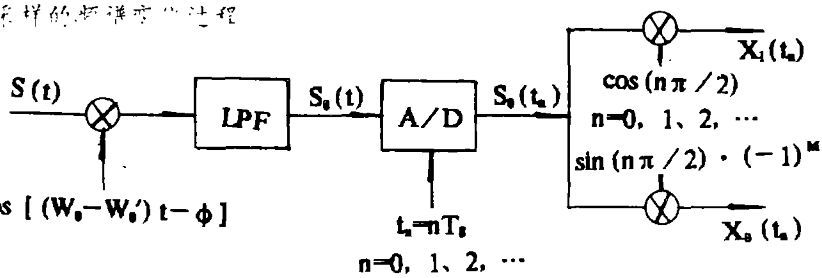

图5 中频直接正交采样

实质上，图6中(d)、(f)和(h)是基本相同的，都能使得基带信号被正确地恢复，只不过它们的采样速率不同罢了。

从(6)和(7)式可以看出，这种方法是交叉采样得到 I 和 Q 值。下面将继续讨论同时获得 I、Q 值的问题。

3 内插法实现窄带信号的正交采样

对于带通信号将(1)式重写如下：

$$
\begin{aligned}
S(t) &= A(t)\cdot\cos[2\pi f_o t+\varphi(t)]\\
&= A(t)\cos\varphi(t)\cos 2\pi f_o t - A(t)\sin\varphi(t)\sin 2\pi f_o t\\
&= I(t)\cos 2\pi f_o t - Q(t)\sin 2\pi f_o t
\end{aligned} \tag{8}
$$

令取样间隔为$\triangle t$，且满足 Nyguist 准则，以 $t=n\triangle t$ 代入式(8)有

$$
S(n\triangle t) = I(n\triangle t)\cos 2\pi n f_o\triangle t - Q(n\triangle t)\sin 2\pi n f_o\triangle t \tag{9}
$$

设$\triangle t$还满足条件

$$
f_o\triangle t = \frac{M}{2}-\frac{1}{4},\qquad M\text{ 为正整数} \tag{10}
$$

将式(10)代入(9)，得

$$
s(n\triangle t) = \begin{cases} (1)^{n/2}I(n\triangle t) & n\text{ 为偶数}\\ (-1)^M\cdot(-1)^{(n-1)/2}Q(n\triangle t) & n\text{ 为奇数}\end{cases} \tag{11}
$$

当 $f_o\gg w$，w 为最大信号带宽，还可以写出

$$
s(n\triangle t)+\frac{1}{4f_o} = \begin{cases} -(1)^{n/2}\hat{Q}(n\triangle t+\frac{1}{4f_o}) & \\ \approx -(-1)^{n/2}\hat{Q}(n\triangle t) & n\text{ 为偶数}\\ (-1)^M\cdot(-1)^{(n-1)/2}\hat{I}(n\triangle t+\frac{1}{4f_o}) & \\ \approx(-1)^M\cdot(-1)^{(n-1)/2}\hat{I}(n\triangle t) & n\text{ 为奇数}\end{cases} \tag{12}
$$

然而为了降低 A/D 转换时的窗口误差，总希望 f_o 较小，而这样又会影响到 $\hat{S}(n\triangle t+\frac{1}{4f_o})$ 接近于相应的 I 和 Q 的程度。鉴于此，可重新选择载频 $f_o^1=[(2M^1-1)/2]W$，其中 M^1 为一整数，满足 $f_o^1\gg f_o$，则

$$
\lim_{f_o^1\to\infty} S(n\triangle t+\frac{1}{4f_o^1}) = \begin{cases} -(-1)^{n/2}\hat{Q}(n\triangle t) & n\text{ 为偶数}\\ (-1)^M\cdot(-)^{(n-1)/2}\hat{I}(n\triangle t) & n\text{ 为奇数}\end{cases} \tag{13}
$$

只要 $\hat{S}$ 是 S 的正确估计值，$\hat{S}(n\triangle t+\frac{1}{f_o^1})$ 就可以任意小误差地接近于相应的 I 和 Q 值。

而 $\hat{S}(n\triangle t+\frac{1}{f_o^1})$ 可以通过由采样得到的一系列样本值 $\hat{S}(n\triangle t)$ 来内插得到，内插公式为

$$
s(t) = \sum_n s(n\triangle t)\cdot T(t-n\triangle t) \tag{14}
$$

式中 $T(t)$ 为内插函数。在此不作进一步讨论。

4 正交采样电路内插滤波器的选择

前面讨论了用内插法实现正交采样的理论基础，其中需要内插的 I、Q 值是通过对中频信号 $S(t)$ 的内插来实现的。为了保证 I、Q 值的精度，完成(14)式运算的内插滤波器阶数不能太低，加之采样速率又较高，要实时完成这一内插运算是很困难的。

由于 A/D 转换得到的样本经过简单的符号变换就可以交叉得到所需的 I、Q 值，因而本文试图采用已取得的 I(或 Q)样本来内插另一半的 I(或 Q)值。在数学上，这样的内插公式是

很多的，通过对比，本文决定采用工程上较易实现的中点 *Bessel* 内插公式，此内插公式如（15）式所示。

$$P\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right)=\frac{1}{2}(y_0+y_1)+\frac{1}{16}(-y_{-1}+y_0+y_1-y_2)+\frac{3}{256}(y_{-2}-3y_{-1}+2y_0+2y_1-3y_2+y_3)+\frac{5}{2048}(-y_{-3}+5y_{-2}-9y_{-1}+5y_0+5y_1-9y_2+5y_3-y_4)+\cdots \tag{15}$$

式中 y_i 为内插节点值，P 为内插值。

通过对（15）式余项（内插误差）的计算，当取6阶内插时，由内插误差引起的 I、Q 相位误差在0.2°以下；而采用4阶内插时，上述相位误差达1°。因而本文选取滤波器阶数为6。6阶中点 *Bessel* 内插公式为

$$P\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right)=(3y_{-2}-25y_{-1}+150y_0+150y_1-25y_2+3y_3)/256 \tag{16}$$

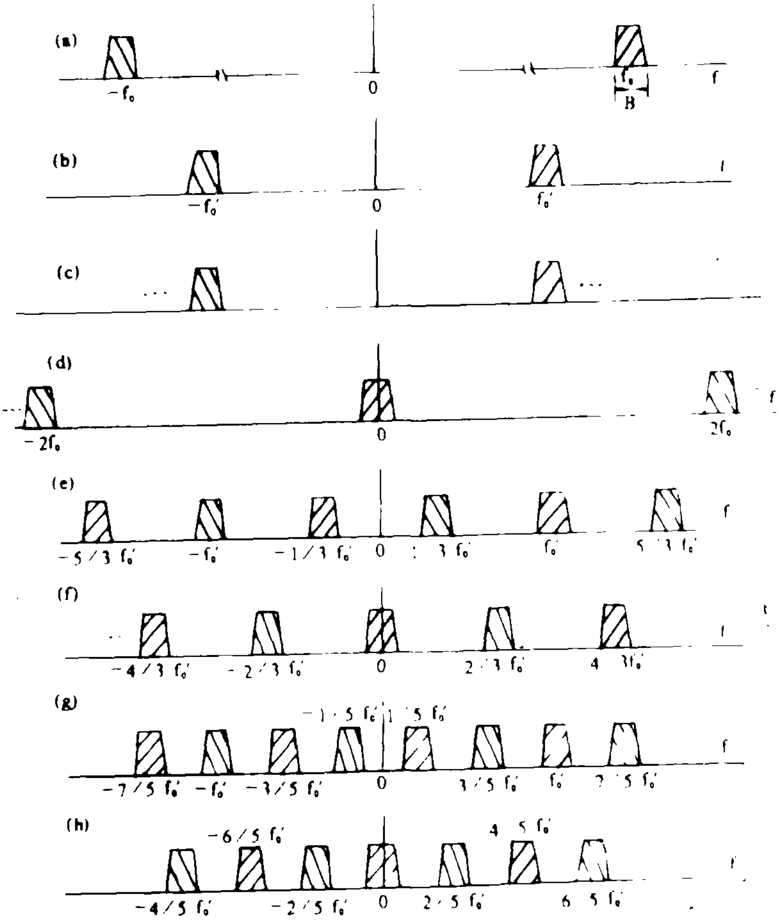

图6 中频直接正交采样信号频谱变化过程

5 正交采样的硬件实现

前面论证中中频直接正交采样得到 I、Q 数字信号的理论基础和技术实现方法，由此可以得出如图7所示的实现正交采样的总体框图。它的关键部分是模拟信号的数字化和数字滤波器两部分，另外还有一些附加电路如时序产生电路和为了便于观察而设计的 D/A 转换电路。

中频信号由输入电路加到 A/D 转换器量化为数字信号，此信号经过符号变换后便得到 I、Q 两路信号的内插运算样本值，I、Q 信号在内插运算电路中进行内插，最后进入 I、Q 分离电路同时输出 I、Q 两路正交数字信号。整个电路的时序都是靠采样脉冲来同步。

本电路选用的 A/D 器件为 C3318，它不仅功耗低，而且采样速率很高，可达15MHz，还具有锁存式三态输出。A/D 电路部分的设计要求很高，因为直接影响到信号量化误差的大小。

符号变换电路可以采用异或门器件74LS86和加法器74LS283来完成，输出信号可为补码和原码两种方式，这里采用补码方式。

将前面确定的滤波器应用于本文涉及的实际情况，则内插运算公式为

$$I(2n+1)=[3I(2n-4)-25I(2n-2)+150I(2n)+150I(2n+2)-25I(2n+4)+3I(2n+6)]/256 \tag{17a}$$

$$Q(2n)=[3Q(2n-5)-25Q(2n-3)+150Q(2n-1)+150Q(2n+1)-25Q(2n+3)+3Q(2n+5)]/256 \tag{17b}$$

由于 I 是通过偶数点上的数据内插奇数点上的数据，而 Q 是由奇数点上的数据内插偶数点上的数据，因而 I、Q 内插运算可由一套内插电路来完成。

根据上面内插公式的系数形式，可以采用移位相加技术完成内插运算。实际使用移位寄存器74LS164，加法器74LS283。最后用74LS157进行 I、Q 分离并同时输出 I、Q 两路正交数字信号。

为了便于观察，还可以把 I、Q 数字信号输入到一个附加的双路 D/A 转换器上，得到模拟的 I、Q 信号。同时，为了测试电路性能，得到 I、Q 正交数字信号的幅相特性，可把 I、Q 数字信号输入计算机进行分析处理

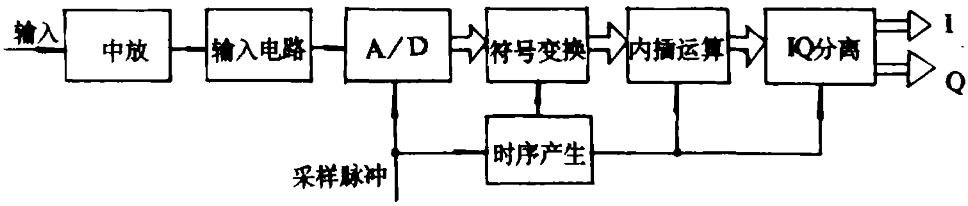

图7　中频直接正交采样原理框图

6　结论

输入一典型的中频信号，经过正交采样电路后，得到的 I、Q 正交数字信号通过附加的双路 D/A 转换器，便可以在示波器上看到如图8所示的相应的 I、Q 模拟信号波形；图9为此正交模拟信号的 Lissajous 图形。

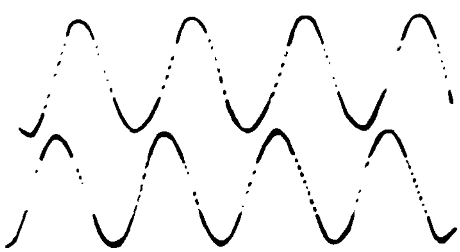

图8　模拟 I、Q 信号波形

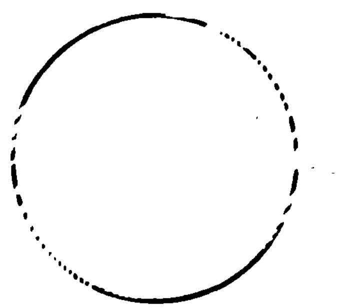

图9　I、Q 信号的 *Lissajous* 图形

同时，还可以把 I、Q 数字信号输入计算机，经软件分析，测得 I、Q 两路正交信号的相位误差小于1°（理论值0.4°），无幅度误差（与理论值相符）。 （下转第43页）

$$\vec{g} = \{0, 465, 1166.861\}$$

$$\cos m = \frac{\vec{k} \cdot \vec{g}}{|\vec{k}||\vec{g}|} = 0.92896$$

$$m = 21.73°$$

$$\beta = 90° - 21.73° = 68.27°$$

计算两根馈源支架的夹角：如上所述，一根馈源支架对应的矢量为：

$$\overline{DU} = \{-113.551, -465, -1166.861\}$$

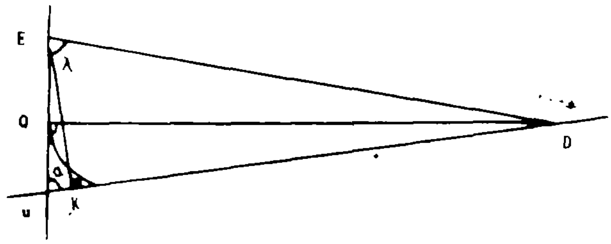

图6 馈源支架尺寸计算示意图

由于对称性，另一根馈源支架的对应矢量为：

$$(\overline{DU})' = \{-113.551, 465, -1166.861\}$$

则：设两支架夹角为 A，则：

$$\cos A = \frac{\overline{DU} \cdot (\overline{DU})'}{|\overline{DU}||(\overline{DU})'|} = 0.72814, \quad A = 43.27°$$

4 结束语

通过以上的计算分析，我们得到了进行结构出图所需的全部几何尺寸，为天线的设计成功打下了很好的基础。此天线连同小站全系统已经通过部级鉴定，各项技术指标高于国外同类产品，取得了满意的结果，本文中使用的空间解几及矢量方法，大大方便了复杂的空间尺寸和角度的计算，值得进一步的研究和推广。

（上接第 30 页）

在 I、Q 精度要求不是很高的情况下，也可以取 4 价中点 Bessel 内插公式来完成内插运算，实验结果表明其效果也很好。

【致谢】本文是在丁鹭飞教授的悉心指导和热情鼓励下完成的，不论是理论，还是在硬件的实现过程中，赵树杰副教授给予了很大的支持和帮助，作者在此表示诚挚的感谢。

参 考 文 献

[1]Hulin Liu, Arif Ghafoor, Peter H. Stockmann. A New Quadrature Sampling and Processing Approach. IEEE Trans, 1989; Vol. 25, No. 5;

[2]W. M. Waters, B. R. Jarrett. Bandpass Signal Sampling and Coherent Detection. IEEE Trans. 1982; Vol. 18, No. r;

[3]曹立凡，史万朋编著：数值分析

[4]丁鹭飞主编：雷达原理，西北电讯工程学院出版社