

3.1

否	否	是	是	否
否	否	是	是	否
否	否	否	否	否
是	是	否	否	否
是	否	是	否	是
是	否	是	否	是

3.2

a)

1. $2^{2^{n+1}}$

2. 2^{2^n}

3. $(n+1)!$

4. $n!$

5. e^n

6. $n * 2^n$

7. 2^n

8. $(\frac{3}{2})^n$

9. $n^{\lg \lg n}$

10. $(\lg n)!$

11. n^3

12. n^2

13. $n \lg n \lg(n!)$

14. n

15. $(\sqrt{2})^{\lg n}$

16. $2^{\sqrt{2 \lg n}}$

17. $(\lg n)^2$

18. $\ln n$

19. $\sqrt{\lg n}$

20. $\ln \ln n$

$$21. 2^{(\lg n)^*}$$

$$22. (\lg n)^* \lg (\lg n)^*$$

$$23. \lg (\lg n)^*$$

$$24. 1$$

b)

只要函数会变动, 有时大于 $g_i(n)$, 有时小于 $g_i(n)$ 。

所以

$$f(n) = \begin{cases} 2^{2^{n+2}}, & \text{if } n \text{ is even} \\ 0, & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

3.3

a. 错误, 例如 $n = O(n^2)$, 但是 $n^2 \neq O(n)$.

b. 错误, 例如 $n + n^2 \neq \Theta(\min(n, n^2)) = \Theta(n)$.

c. 正确,

\therefore 题目说对于足够大的 n , 有 $\lg g(n) \geq 1$ 且 $f(n) \geq 1$.

$\therefore \exists c, n_0 : \forall n > n_0, 0 \leq f(n) \leq cg(n) \rightarrow 0 \leq \lg f(n) \leq \lg cg(n) = \lg c + \lg g(n)$

要证 $\lg f(n) \leq d \lg g(n)$

$\therefore \lg g(n) \geq 1$

\therefore 可以令 $d = \frac{\lg c + \lg g(n)}{\lg g(n)} = \frac{\lg c}{\lg g(n)} \leq \lg c + 1$

d. 错误

例如 $2^{2n} = 4^n \neq O^{2n}$

e. 错误

例如 $f(n) = 1/n$

f. 正确

有 $n > n_0, 0 \leq f(n) \leq cg(n), \therefore g(n) \geq \frac{f(n)}{c}, \therefore g(n) = \Omega(f(n))$

g. 错误

令 $f(n) = 2^n$, 要证 $\exists c_1, c_2, n_0 : \forall n \geq n_0, 0 \leq c_1 * 2^{n/2} \leq 2^n \leq c_2 * 2^{n/2}$, 显然不成立

h. 正确

令 $g(n) = o(f(n))$, 则 $\exists c, n_0 : \forall n > n_0, 0 \leq g(n) \leq cf(n)$

要证 $\exists c_1, c_2, n_0 : \forall n \geq n_0, 0 \leq c_1 f(n) \leq f(n) + g(n) \leq c_2 f(n)$

只要令 $c_1 = 1, c_2 = c + 1$