

# 抗齿槽效应：转矩脉动抑制，建模和参数选择

美国宾夕法尼亚大学 机械工程与应用力学系

Matthew Piccoli and Mark Yim

[piccoli@seas.upenn.edu](mailto:piccoli@seas.upenn.edu)

翻译：上官致远

原文链接：[anticogging\\_torque\\_ripple\\_suppression\\_modeling\\_and\\_parameter\\_selection.pdf](#)

## 引言：

平稳运动对于一些机器人应用至关重要，比如触觉或需要高精度力矩控制的应用场合。这些系统通常是由电机直接驱动的，因此必须把电机输出中的任何转矩波动降低到最小。但是通常情况下，低转矩脉动的电机价格往往很贵，因此，一些低成本的直流无刷电机应用越来越多，特别是在 RC 爱好者社区，低成本的无刷直流电机越来越流行。这些电机通常具有很高的转矩密度，但是他们也具有明显的转矩波动。本文提出一种低成本的抗齿槽效应的方法-齿槽转矩补偿。虽然也存在其它基于电流的转矩（磁阻转矩或互转矩）脉动补偿方法，除了增加昂贵的传感器之外，还没有真正的解决齿槽转矩的波动问题。本文提出两种方法，使用安装在伺服电机上的位置传感器将齿槽转矩映射到转子位置上。根据传感器输出的位置触发映射关系，以抵消齿槽转矩。使用抗齿槽效应的低成本触觉臂的设计和测试显示了它的有效性；然而，该方法适用范围更广，可以应用到其它任何精密力控的场合。转矩脉动模型源包含于 PWM 频率的函数以便于帮助选择最佳的 PWM 频率以最小化转矩脉动。在 11 种不同电机上的测试结果表明，在不增加机器人伺服应用成本的情况下，可降低高达 88% 的转矩纹波，在某些情况下甚至比那些贵 9 倍的电机性能更好。

## 关键词：

电机控制，运动控制，转矩脉动，齿槽转矩，校正和识别，力和触觉传感器，力控，智能执行器

## 介绍

很多机器人公司的目标是远离高成本工业市场，而转向低成本消费者市场。当需要降低系统成本时，电机往往是最昂贵的元素。完成一个订单，成本降低的幅度

对于新的机器人应用市场是有潜力的。电机的力矩、速度和精密性能是影响机器人运行的关键因素，因此设计师通常使用永磁同步电机 PMSM 例如无刷直流电机 BLDCM 或者无刷交流电机 BLACM 来完成机器人的设计。对于重量和惯性比而言，PMSM 通常表现出较高的转矩。相比于交流感应同类产品，PMSM 更加高效且易于控制。和有刷电机不同，PMSM 不需要电刷换向，制造更可靠，且更便宜。而如今，换向成本和复杂度已经扩展到外部控制器上。计算机的进步以及电力电子器件的小型化已经超越了电机的发展，因此 PMSM 在机器人产品的成本节约方面更具吸引力。

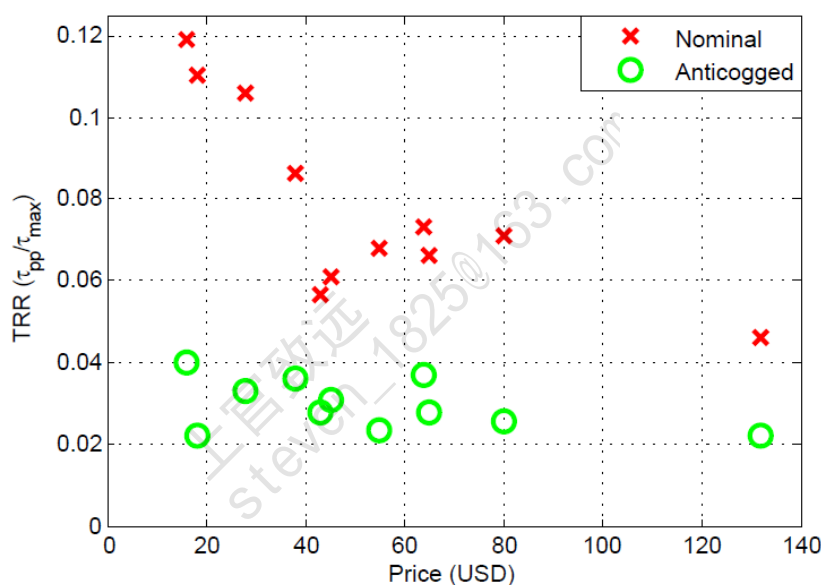
转矩纹波是一种不希望有的在输出轴旋转时电机力矩的周期性波动。并且被认为是各种机器人应用中的常见问题 Liu 和 Goldenberg (1993) Newman 和 Patel (1991) Wallace 和 Taylor (1991)。在触觉渲染中尤其麻烦的是，直接驱动的高扭矩电机通常是必须的，Hayward 和 MacLean (2007)。变速箱例如齿轮箱会增加力矩非线性的变化，并且难以建模和补偿，因此直接驱动变得更加有利。PMSM 的高扭矩特性允许他们被用于直接驱动，如果不考虑转矩脉动，直接驱动将是理想的选择。

电子爱好 RC 市场的最新增长，特别是飞行器的增长，提供了大量的高扭密度、低成本的电机。比如，Exceed RC Rocket 86MA10 电机的价格只有 Maxon EC45 261501 价格的 1/8，而体积更小，最大扭矩更大，但是它的峰峰值转矩纹波高达 16Nmm，超过 Maxon 电机的 440%。当电机高速旋转时，转矩纹波会造成高频的速度波动，从而产生震动和噪音。在触觉渲染中，人类对周期性的高频运动是敏感的，特别是 40HZ~100HZ。有了很好的纹波补偿，这些不希望有的有害波动可以一定程度的降低，四旋翼的电机发出的噪音更小，机器人的手臂运动更平滑，触觉的渲染将更加精确。

在极低速度下，转矩纹波会导致相对较大的速度波动，甚至引起电机停止或进入离散增量区。在伺服控制中，由于纹波的非线性，使用传统的比例积分控制是不可能实现精确定位的。

图 1 显示了由作者测量的 RC 爱好者社区的一些无刷电机以及一些高端产品(例如 Maxon EC45)的采样。图中也显示了转矩纹波的测量作为转矩纹波比(TRR 接下来会在等式 13 详细描述)也就是峰值转矩纹波,已通过电机最大转矩标准化。从图中可以看到,较低价格的电机和较高转矩纹波比 TRR 之间的相关性。

本文提出一种抗齿槽效应的齿槽转矩纹波补偿方法,从而产生较高的性能,而其成本仅仅是低转矩纹波电机的一小部分。通过实现低成本和高性能的电机,这项工作有可能改变工业机器人技术,打开消费者市场,使用实用且价格低廉、适用范围广的机器人在家庭中执行有用的任务。



**Figure 1.** Nominal and compensated torque ripple ratio vs. price for a set of motors of nominally same size.

## 转矩纹波的类型

转矩纹波主要有四种类型：互转矩，磁阻转矩，齿槽转矩和摩擦转矩。

**互转矩**是由转子永磁体和定子电流之间的相互感应引起的 Hung 和 Ding (1993) Park et al. (2000). 在 PMSM 中, 这是电机转矩产生的主要来源, 具有最大的直流分量。转子磁场和定子电流波形之间的不匹配会引起力矩的凹陷从而产生转

矩纹波。有些互转矩纹波来源于使用梯形波驱动一个 BLAC 或者使用正弦波驱动一个 BLDC，波形的相移或延迟、较低的 PWM 分辨率以及较低的 PWM 频率等都会引起互转矩纹波。

**磁阻转矩**是由于转子凸极性的存在，定子本身自感变化的结果。磁阻转矩是电流的函数 Petrovic et al. (2000). 理想的 BLACM(完美的正弦反电动势和电流)，磁阻转矩是不存在的或者仅包含直流分量。BLDCM 和非理想的 BLACM 包含磁阻转矩纹波。

**齿槽转矩**，也称为制动转矩，来自于转子永磁体和定子凸极之间的影响 Qian et al. (2004). 它不依赖于电流，且不能被电流传感器检测到。没有直流分量，因此仅对转矩脉动有影响，进一步的解释在扩展部分 1 的视频介绍中。

**摩擦力矩**并不总是轴向对称的，因为电机内部的轴承可能存在偏心。通过它们每个机械频率一次的变化和随方向而改变的正负变化，可以将这些转矩纹波从齿槽转矩中区分出来，

BLACM 由交流电源驱动，产生正弦电流波形。而 BLDCM 由一个恒压源通过一个  $120^\circ$  换向的逆变器驱动，产生梯形波电流。虽然 BLACM 和 BLDCM 之间的波形足够相似，但是不建议变换它们之间的驱动波形，因为这个会增加转矩纹波，并且会损失效率。另一方面，使用  $180^\circ$  换向和 PWM 技术，逆变器可以模拟正弦或者梯形波的产生。使用这些方法，在电源极限内的任何虚拟波形都可以产生，尤其是可以抵消各种类型的转矩纹波 Le-Huy et al. (1986).

## 抗齿槽效应背景

转矩脉动最小化，一直是过去 25 年研究的主题。许多研究人员提出了使用各种方法离线优化电流波形，使用电流控制的逆变器复现波形。Hung 和 Ding (1993) Park et al. (2000) Le-Huy et al. (1986) Favre et al. (1993) Hanselman (1994). 但是 Aghili (2008) 使用电流反馈，而 Kim 和 Ha (1999) 使用低速速度

反馈进行在线估计，Holtz 和 Springob (1996) 两种方法都使用。

实际应用中，高速时由于测量延迟的存在，速度环路控制和估计，最小化转矩脉动的成功有一定的限制，但是 Holtz and Springob (1996) 显示，该方法可以在低速时使用。Petrovic et al. (2000) 指出，虽然齿槽转矩不能通过测量电流而被直接检测到，但是所有形式的转矩纹波都可以通过附加的机械传感器而表现出来。尽管之前的一些作品确实提到通过基于电流的算法来提高抑制齿槽转矩的可能性 Hung 和 Ding (1993) Favre et al. (1993), 还没有人对找出相关的波形的细节，进行必要的探索。电机设计人员，常常通过倾斜定子齿槽来降低大部分的齿槽转矩。在速度环路控制中，Qian et al. (2004) 使用外部的力传感器作为反馈，用于补偿高频时的转矩脉动。这种方法可以抑制各种形式的转矩脉动，但是所需的外部传感器成本可能比电机本身都高。

尽管上述解决方案取得了一定的进展，但是最小化转矩脉动尚未在机器人技术中广泛应用。转矩脉动最小化要么基于电流的感测方法不完善，要么使用过于昂贵的外部力矩传感器。然而，Armstrong (1988) 指出，在变速箱后面的机械臂上，使用电流爬升直到编码器位置改变的方法测量转矩脉动是可行的，使用加速度反馈对转矩脉动进行建模也是可行的。不幸的是，在高速时，加速度有可能不能被正常观测到，但是，在低速时，通过位置编码器进行速度以及速度波动的监测是比较简单的。低速收集的数据可以应用在高速开环中，并且效果显著 Armstrong (1988) Holtz 和 Springob (1996). 监测速度波动的一个替代方法是在位置控制时监测位置误差。电机空载时的位置控制，齿槽转矩和摩擦力矩是主要的转矩扰动。因此，位置控制下的位置误差可用于生成齿槽转矩图和摩擦转矩图。

在之前的作品中，Piccoli 和 Yim (2014) 给我们展示了齿槽转矩波形既可以通过相对于位置的速度波动映射也可以通过相对于位置命令的位置误差映射。两种方法都不需要对伺服电机增加额外的位置传感器，而且两种方法可以捕获各种形式的转矩纹波。该方法通过很小的位置变动，可以使用电压控制也可以使用电流控制。如果将电机限制在特定位置，类似关节伺服控制那样，其中一种方法可被



应用于减少旋转间隙。可以将结果添加到其它算法中实现完全的转矩纹波抑制 Hung 和 Ding(1993) Favre et al. (1993).

本文主要的工作如下：第一部分介绍假设情况，数据收集，数据分析以及波形回放。中间部分展示了实验方法和实验结果。紧接着审查这些结果，并在最后部分进行总结。

## 提出的抗齿槽效应的方法

如果已知电机给定状态下的转矩纹波，控制器只需通过命令从所需转矩中减去纹波转矩实现抑制转矩脉动的目的。齿槽转矩是位置的函数，因此，应该首先生成齿槽与位置的映射关系。大量的转矩来源，夹杂着它们的非线性，使得转矩脉动映射关系的生成变得极具挑战性。生成这些波形图是转矩脉动抑制的关键，波形图可以从大量的包含给定位置的偏差以及加速度的信号源中估计出来。这些值必须被测量或转换成对电机驱动有用的单元，通常是电压与位置，或者电流与位置。

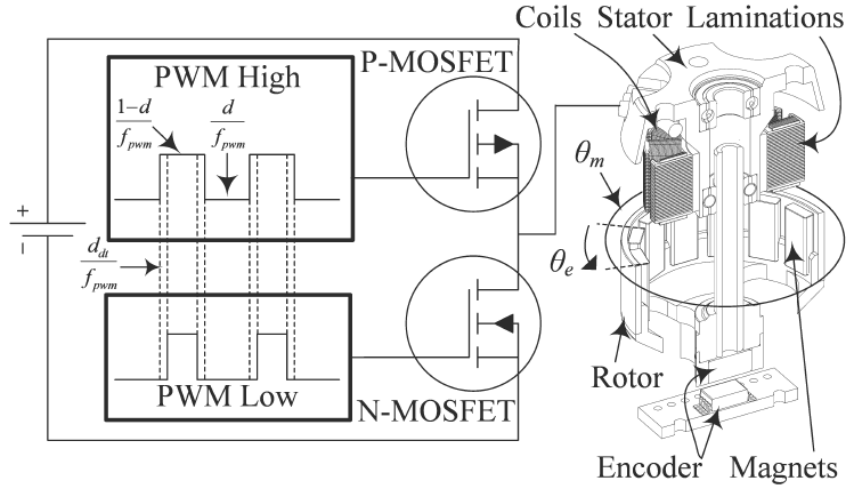
整篇文章使用了很多变量，它们所表示的意义在如下的介绍中。 $\theta$  表示角度， $V$  表示电压， $I$  表示电流， $T$  表示力矩， $d$  表示占空比， $f$  表示频率。这些变量可以有一个或多个下标。 $m$  表示机械量， $e$  表示电气量， $i$  和  $j$  是编码器索引。 $clk$  是微控制器时钟， $sup$  是给定值， $des$  是期望值， $app$  是应用值， $cmd$  是指令值， $est$  是估计值， $act$  是实际值也就是测量值， $pwm$  是脉冲宽度调制。 $RMS$  是均方根值， $min$  是最小值， $max$  是最大值， $pp$  是峰值， $anti$  是抗齿槽， $nom$  是标称值(没有抗齿槽作用)， $fw$  是向前， $bw$  是向后，转矩来源也加入了下标， $cog$  代表齿槽效应， $st$  是静摩擦， $frq$  表示频率， $enc$  表示编码器， $fr$  表示摩擦， $mtl$  表示相互的。

### 假设条件

本文做出以下假设，对于普通爱好者级别的电机以及 ESCs 均适用，通常情况下：

- 1 每个电机绕组具有相同的电阻和电感。
- 2 每个半 H 桥逆变器用于控制其中一相。

- 3 电源电压和逆变器额定电流足够高，电机电感不会阻止期望波形的建立。
- 4 齿槽效应和摩擦转矩脉动是随时间变化的。



**Figure 2.** Diagram of a single half H-bridge inverter connected to one of three phases of a sectioned motor.  $d$  is the high time duty cycle,  $d_{dt}$  is the time it takes for the FETs to switch, and  $f_{pwm}$  is the PWM frequency.

所有关于电压和电流的运算都以带符号的标量完成，就好像电机有无刷与有刷之分，电源有正负极和地一样。负值视为正值加上  $180^\circ$  的电气位置  $\theta_e$ 。电气位置和机械位置的转换关系如下：

$$\theta_e = (p\theta_m) \bmod (2\pi)$$

$p$  为磁极对数，如图 2 所示。控制量需要使用 clark 变换以及 park 变换从所需要的正交电流转换成相电流，所有的反馈量需要使用相关的逆变换从相电流转换成正交电流。使用这些转换，电机模型可以用公式 1 表示：

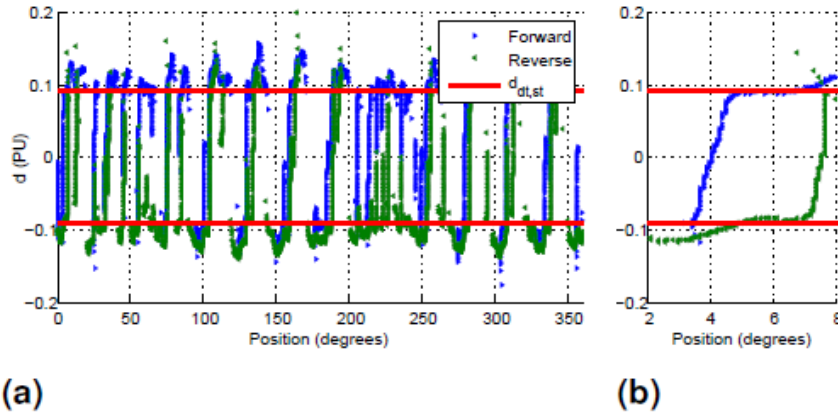
$$V_{app} = \dot{\theta}_m K_e + IR + L \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

$V_{app}$  是电机的供电电压， $K_e$  是反电动势常数， $I$  是电流， $R$  是电机电阻， $L$  是电机电感。

### 波形采集

本文探讨两种波形采集的方法。两种方法都利用了齿槽转矩基于转子位置或速度

可见的事实。



**Figure 3.** Position method collected data showing duty cycle required to hold position from motor M4 in Table 1. This process is described in Section . (a) A full 360° dataset with forward and backward trials and (b) a magnified section showing difference between forward and reverse.

两种方法都可以在扩展部分的视频链接中看到。

### 基于位置

基于位置的电流或电压波形的采集映射了维持一个给定的转子位置所需要的电流或电压量。这种方式通过下面的算法 1 实现。假定 BLDCM 为理想的梯形波，BLACM 为理想的正弦波。一个具有高增益的比例位置控制器根据公式 2 控制转子定位，编码器的位置以及编码器索引  $i$  以单调递增的顺序变化。

$$\theta_{m,cmd,i} \forall i \in N | \theta_{m,min} \leq \theta_{m,cmd,i} \leq \theta_{m,max} \quad (2)$$

对于持续旋转的电机，编码器位置是重叠的，因此最小的编码器位置  $\theta_{m,min}$  等于最大的编码器位置  $\theta_{m,max}$  并且编码器索引  $i$  跨越整个编码器计数范围。在每一个指令位置  $i$  记录的测量值包括：实际位置  $\theta_{m,act,i}$ ，应用的每个单位下的 PWM 占空比 (PU 或 %/100)  $d_i$ ，提供的电压  $V_{sup,i}$  以及电流  $I_i$ 。

每次执行新命令时，电机必须达到一个完全稳定的状态，且在采样数据之前，



$di/dt = 0$ ，因此公式 1 可以简化为  $V_{app} = IR$ 。由于电机不是总是达到给定的指令位置，当： $\theta_{m,act,i} = \theta_{m,act,j} \quad \forall i \neq j$  时可能发生不一致性。在这些情况下，较低的幅值将会被丢弃。

给定指令  $\theta_{m,cmd,i}$  以  $i$  单调递减的方式重复上述过程，找到电机反向旋转时的波形映射关系。图 3 显示了这些实验波形。值得注意的是，反向旋转将导致不同的映射。

---

#### Algorithm 1 Position Based Waveform Collection

---

```

for all  $i$  such that  $\theta_{m,min} \leq \theta_{m,cmd,i} \leq \theta_{m,max}$  do
  Command  $\theta_{m,cmd,i}$ 
  while  $\dot{\theta}_m \neq 0$  do
    Wait
  end while
   $\theta_{m,act,i} \leftarrow \theta_{m,act}$ 
   $d_i \leftarrow d$ 
   $V_{sup,i} \leftarrow V_{sup}$ 
   $I_i \leftarrow I$ 
end for

```

---

#### 基于加速度

算法 2 用于映射在恒定 PWM 占空比下转子速度与转子位置的关系。然后，我们可以通过转子加速度，也就是速度的微分，来确定电流或电压波形。与基于位置的方法一样，假定初始波形为理想波形，电机从静止状态下开始。PWM 占空比随着时间步长而递增，在每次递增时保证电机是静止状态。启动电机且能维持电机持续旋转的最低占空比  $d_{max}$ ，注意这里的最大不要与最大值  $d = 1$  混淆。是克服最大齿槽效应、静摩擦以及死区时间（没有电流时的开关周期时间）的最小占空比。占空比递减，直到电机停止，然后增加一次以找到可以使电机以最小开环速度运行的占空比  $d_{min}$ 。通过给定指令  $d_{max}$  重新启动电机，直到电机达到一个稳定的

匀速状态，之后给定指令 $d_{min}$ 。测试周期足够长，以便于捕获多数的编码器位置 $m$ ，存储位置 $\theta_m$ ，以及它对时间的导数 $\dot{\theta}_m$ 。通过在特定的时间周期内计算编码器计数或者计算特定编码器个数的时间来得到 $\dot{\theta}_m$ 。在相反的方向上重复以上过程，产生齿槽波形(与基于位置的方法不同)。

## 波形分析

对于齿槽效应补偿，算法1和2中采集的数据必须转换成电流或电压波形， $I_{cog,i}$ 或者 $V_{cog,i}$ 。不能保证在基于位置的算法中，所有的 $i$ 都存在一个对应的 $V_{sup,i}$ ；也不能保证在基于加速度的算法中，所有的 $j$ 都存在一个对应的 $\dot{\theta}_{m,j}$ 。快速傅里叶变换(FFT)和双三次样条曲线已经用于拟合电压、电流或速度波形以便于填补采样数据的空白，并使数据可区分Moreira(1992)。快速傅里叶变换越来越受到关注，因为大多数转矩纹波来源相对于机械角度是周期性的Le-Huy et al. (1986)。不幸的是，原始数据无法直接适用。二值性，死区时间以及静摩擦使事情复杂化。

用于产生波形的逆变器，在任意给定的时间，可以有以下四种状态之一：高端晶体管导通、低端晶体管导通、两者都导通或者两者都不导通。两者都导通是不希望发生的，因为此时逆变器会发生短路，损毁电路。仅在高端导通或低端导通的情况下，逆变器才会产生电源电平，并且利用两者之间的PWM信号近似的得到中间电压。当两者都不导通时，电压浮动或者电流通过反向二极管续流。这种状态可用于任意时间的单相120°换向。死区时间 $d_{dt}$ 用于保证上下晶体管不会出现同时导通的现象。对于精确的开环电压控制(通过PWM)，控制器必须考虑死区时间以便于晶体管获得所需要的导通时间脉宽比。这可以在指令PWM脉冲导通时间 $d$ 中通过添加死区时间 $d_{dt}$ 来实现。由于死区时间的存在，施加的有效电压可以表示为：

$$V_{app} = \begin{cases} V_{sup}(d - dt) & \text{if}(d - dt \geq 0) \\ 0 & \text{if}(d - dt < 0) \end{cases} \quad (3)$$

其中 $V_{sup}$ 为直流母线电压。

**Table 1.** Motors and Results of Anticogging with 300 count PWM at 5 volt. M1 is a Maxon EC 45 251601. M2 is an E-flite Park 400 EFLM1300. M3 is an E-flite Park 300 EFLM1150. M4 is an Exceed RC Rocket 86MA10. M5 is a Turnigy Sk3542. M6 is an ElectriFly Rimfire GPMG4555.

Value	Unit	M1	M2	M3	M4	M5	M6
R	$m\Omega$	1030	260	330	220	48	400
$K_v$	rpm/V	285	740	1380	710	1000	750
$I_0$	mA	183	550	400	600	1700	600
$V_0$	V	24	10	8	10	8.4	10
P	Poles	16	14	14	14	14	14
Mass	g	110	56	24	60	142	54
$\tau_{max}$	Nmm	77.7	90.3	48.4	134	363	127
Cost	USD	132	45	38	14	28	55
Dia	mm	42.8	28	28	28	38	28
Length	mm	21.3	29	22	30	44	30
$\tau_{pp}$ nom	Nmm	3.6	5.5	4.2	16.0	38.4	8.7
$\tau_{pp}$ pos	Nmm	1.7	2.8	2.4	9.2	19.7	4.2
$\tau_{pp}$ acc	Nmm	1.7	3.9	1.7	5.4	12.0	3.0
Reduction	%	53	49	60	66	69	65
$\tau_{res}$	Nmm	0.54	0.83	.31	1.02	3.3	0.53
$\bar{d}_{dt}$	PU	.072	.082	.083	.082	.080	.090
$V_{st}$	mV	0	26.6	16.7	42.1	89.6	117
$\tau_{RMS}$ nom	Nmm	0.57	1.26	0.44	2.30	-	-
$\tau_{RMS}$ anti	Nmm	0.10	0.13	0.07	0.60	-	-
Reduction	%	78	81	88	73	-	-
TRR nom	PU	0.035	0.090	0.051	0.110	-	-
TRR anti	PU	0.008	0.011	0.010	0.029	-	-
$f_{pwm}$ meas	hz	11000	6100	14000	4600	-	-
$f_{pwm}$ est	hz	8100	4600	8100	6100	-	-

如果死区时间未知且未被驱动器补偿，使用基于位置的算法1进行数据采集，并使用算法3足够确定 $\bar{d}_{dt}$ 。通过存储最大和最小指令占空比以及最大和最小电流 $\bar{d}_{max,i}$ ,  $\bar{d}_{min,i}$ ,  $I_{max,i}$  以及  $I_{min,i}$ ，所有  $\theta_{m,act}$  的重复测量被合并。它们的平均值即是齿槽效应波形， $\bar{d}_{cog,i}$  和  $I_{cog,i}$ 。电机位置范围内占空比最大差异的一半用于克服最大死区时间以及静摩擦，表示为  $\bar{d}_{dt,st,max}$ 。所有幅度小于 $\bar{d}_{dt,st,max}$  的占空比指令对应于克服静摩擦和死区时间，求它们的均值 $\bar{d}_{dt,st}$ 。所有幅度大于 $\bar{d}_{dt,st}$  的指令占空比仅用于克服静摩擦。从 $\bar{d}_{dt,st}$ 中减去这些占空比的均值 $\bar{d}_{st,k}$ ，从而获得死区时间占空比 $\bar{d}_{dt}$ 。同样的，从每一个位置点的电流均值得到静态摩擦电流 $I_{st}$ 。

静摩擦表现为扭矩，开环情况下，可以使用一个电压 $V_{st}$ 进行补偿。因为在稳定的电流作用下，没有速度的变化，电压和电流成线性关系 $I_{st}$ ，因此电流与力矩也是

线性关系。然而，由于死区是一个时间，在电压和电流控制中，通常使用 $d_{dt}$ 来更新PWM占空比导通时间作为死区补偿。

死区时间和静态摩擦的影响显示在图3b中。平均值 $\pm d_{dt,st}$ 以水平线表示。值得注意的是，在这些线之间的占空比不产生动力。

一旦确定了死区和静态摩擦，可以提取出电压和电流波形。当使用位置方法时，由算法3可以得到 $I_{cog,i}$ ，基于公式3，使用 $d_{cog,i}$ 可以得出 $V_{cog,i}$ 。

当使用基于加速度的方法时，对速度进行快速傅里叶变换后再对时间求导，即可

得到加速度： $\ddot{\theta}_{m,i} = \frac{d\mathcal{F}\dot{\theta}_{m,i}}{dt_j}$

转子惯量 $J$ 是恒定的，因此齿槽转矩可以表示为：

$$T_{cog,i} = J\ddot{\theta}_{m,i} \quad (4)$$

电机参数可用于获取齿槽转矩与电流和电压的映射关系。如果转动惯量未知，通过公式3，由 $d_{min}$ 可缩放加速度波形，求得 $V_{cog,i}$ 进而求得 $T_{cog,i}$ 和 $I_{cog,i}$

### 波形抑制

对于电流或电压控制，快速傅里叶变换均适用于如上所述的对于机械位置的数据处理。可以使用控制器进行一些低阶的滤波计算，也可以如公式2描述的那样，使用基于编码器位置的查找表，保存预先计算的值， $V_{cog,i}$ 或者 $I_{cog,i}$ 。静摩擦也可能取决于位置，但是需要使用算法3进行更多的计算。这些值将被添加到所需的电压或电流值上，如下公式所示：

$$V_{out} = V_{des} + \text{sgn}(V_{des})V_{st,i} + V_{cog,i} \quad (5)$$

$$d = \frac{V_{out}}{V_{sup}} + \text{sgn}(V_{out})d_{dt} \quad (6)$$

$$I = I_{des} + \text{sgn}(I_{des})I_{st,i} + I_{cog,i} \quad (7)$$

齿槽转矩的抑制涉及到变化的电流，而且电流上耦合了互转矩和磁阻转矩纹波。假设互转矩和磁阻转矩和电流呈线性关系，则整个过程没有任何反馈， $\theta_m$ 是一个机械量，从而可以捕获所有的转矩纹波源，这些附加的转矩纹波已经在算法中得到补偿。

### 纹波建模

在Piccoli和Yim (2014)之前的工作中，我们发现抗齿槽效应的性能随着PWM的分辨率变化而变化。为了进一步理解这个现象，我们对齿槽转矩源进行了建模以便于确定抗齿槽效应波形拟合的优劣，进一步评估设计参数，主要是PWM分辨率。

下面概述了六个标识源组合形成我们的模型：PWM分辨率 $T_{res}$  PWM频率 $T_{frq}$  死区时间 $T_{dt}$  编码器相位偏移量 $T_{enc}$  齿槽转矩  $T_{cog}$  摩擦转矩 $T_{fr}$  以及相互转矩脉动 $T_{mtl}$ 。

所有的转矩脉动源以他们的均方根值来建模，假定它们都没有协方差，因此总的RMS转矩纹波值可以计算为：

$$T_{RMS} = \sqrt{T_{res}^2 + T_{frq}^2 + T_{dt}^2 + T_{enc}^2 + T_{cog}^2 + T_{fr}^2 + T_{mtl}^2} \quad (8)$$

### PWM 分辨率

PWM分辨率转矩脉动 $T_{res}$ 源于期望波形的离散化，这里期望的波形可以是标准正弦信号或者梯形信号也可以是根据抗齿槽波形而变化的幅度改变的正弦信号或梯形信号。因此无论是普通电机还是抗齿槽效应电机都是有效的。偏差近似锯齿波，因此RMS纹波是幅值除以根号三。

$$T_{res} = V_{sup} f_{pwm} K_T / (R f_{clk} \sqrt{3}) \quad (9)$$

$f_{pwm}$  是PWM频率， $K_T = 60 / (2\pi K_v)$ 是力矩常数， $f_{clk}$ 是时钟频率。实际上，这是一个下限，因为该偏差不是一个精确的锯齿。

**Algorithm 3** Position Based Waveform Analysis

---

```

for all  $i$  such that  $\theta_{m,min} \leq \theta_{m,cmd,i} \leq \theta_{m,max}$  do
  for all  $j$  in range of  $\theta_{m,act,j}$  do
    if  $\theta_{m,cmd,i} = \theta_{m,act,j}$  then
      if  $d_j > d_{max,i}$  then
         $d_{max,i} \leftarrow d_j$ 
         $I_{max,i} \leftarrow I_j$ 
      end if
      if  $d_j < d_{min,i}$  then
         $d_{min,i} \leftarrow d_j$ 
         $I_{min,i} \leftarrow I_j$ 
      end if
    end if
  end for
   $d_{dt,st,i} \leftarrow \frac{d_{max,i} - d_{min,i}}{2}$ 
   $d_{cog,i} \leftarrow \frac{d_{max,i} + d_{min,i}}{2}$ 
   $I_{st,i} \leftarrow \frac{I_{max,i} - I_{min,i}}{2}$ 
   $I_{cog,i} \leftarrow \frac{I_{max,i} + I_{min,i}}{2}$ 
end for
 $d_{dt,st,max} = \max_i d_{dt,st,i}$ 
 $k \leftarrow 0$ 
for all  $i$  such that  $d_{dt,st,max} > d_{max,i} \mid -d_{dt,st,max} <$ 
 $d_{min,i}$  do
   $d_{dt,st,k_{temp}} \leftarrow d_{dt,st,i}$ 
   $k \leftarrow k + 1$ 
end for
 $d_{dt,st} = \bar{d}_{dt,st,k_{temp}}$ 
 $k \leftarrow 0$ 
for all  $i$  such that  $d_{dt,st,max} < d_{min,i} \mid -d_{dt,st,max} >$ 
 $d_{max,i}$  do
   $d_{st,k} \leftarrow d_{dt,st,i}$ 
   $V_{st,k} \leftarrow d_{dt,st,i} V_{sup,i}$ 
   $k \leftarrow k + 1$ 
end for
 $V_{st} \leftarrow \bar{d}_{st,i} V_{sup,i}$ 
 $I_{st} \leftarrow \bar{I}_{st,i}$ 
 $d_{dt} \leftarrow d_{dt,st} - \bar{d}_{st,i}$ 

```

---



---

**Algorithm 4 Acceleration Based Waveform Analysis**


---

```

 $\ddot{\theta}_{m,i} = \frac{d\mathcal{F}\dot{\theta}_{m,i}}{dt_j}$ 
for all  $i$  such that  $0 \leq \theta_{m,i} \leq 2\pi$  do
     $d_{cog,i} \leftarrow d_{min} \ddot{\theta}_{m,i} / \max_i \ddot{\theta}_{m,i}$ 
end for

```

---

### PWM频率

PWM频率是一个设计参数，因此我们应该建模测试它对转矩脉动的影响。当PWM脉冲开启时，驱动器驱动电机线圈中的电流从而产生力矩，当PWM关闭是，转矩消失。比较不错的是，PWM频率比电机的时间常数快， $T_{pwm} = L/R$ ，因此如果PWM频率太慢将会产生明显的转矩纹波。有效频率是占空比打开的时间， $\omega_{pwm} = 2\pi f_{pwm}/d$  因此不能保证高的频率，一个低通信号的交流RMS值，类似 $T_{frq}$ 由公式10表示：

$$T_{frq} = \frac{V_{sup} K_T \sqrt{d} \sqrt{1-d}}{R \sqrt{1 + T_{pwm}^2 \omega_{pwm}^2}} \quad (10)$$

### 死区转矩纹波

在晶体管切换时流经电机的电流停滞引起的转矩纹波称为死区转矩纹波。随着PWM频率的增加，开关死区时间 $d_{dt}$ 在PWM整个周期内所占的比例将会越来越大。假设PWM频率大于 $1/(2\pi T)$ ，因此PWM电压可以被低通滤波为 $V_{sup}d$ 。如果 $d_{dt}$ 在低于 $1/(2\pi T)$ 的频率处较大，对于电机而言，逆变器的使用太慢，基于这些假设，死区转矩脉动可以表示为：

$$T_{dt} = \frac{V_{sup} d K_T \sqrt{d_{dt}} \sqrt{1-d_{dt}}}{R} \quad (11)$$

### 编码器相位偏移

编码器相移是转矩纹波的另一个来源，它是由于传感器和计算的延迟引起。如果控制器以PWM频率更新PWM，而且PWM频率低于编码器位置的变化率，那么控制器将会丢步。事实上，这种情况经常发生，即使PWM频率很高，除非更新是由中断驱动。编码器相移既影响抗齿槽效应也影响正常换向，因此，必须知道两个波形。该值取决于速度，而且应该以电机的预期速度来计算。蒙特卡洛模拟器模拟计算起始时间和各种采样时间，以找到编码器相移的分布。由于编码器是离散的，模拟器返回一个矢量 $\overrightarrow{t_{enc}}$  长度为 $1 + [f_{enc}/f_{pwm}]$  包含从0相位偏移到 $[f_{enc}/f_{pwm}]$  偏移的编码器计数。每一个相位偏移的RMS值计算并保存为 $\overrightarrow{V_{\Delta l}}$ 。通过它们和的均方根计算得到

$$V_{enc} = \sqrt{\sum (\overrightarrow{V_{\Delta l}} \odot \overrightarrow{t_{\Delta l}}) \odot (\overrightarrow{V_{\Delta l}} \odot \overrightarrow{t_{\Delta l}})}$$

转换为力矩则为：

$$\tau_{enc} = V_{enc} K_t / R$$

### 齿槽转矩

齿槽转矩是本文主要的关注点。我们定义 $T_{cog} = RMS(T_{cog,i})$ ，也就是使用算法3去分析由算法1采样获得的数据而得出。

### 摩擦转矩

摩擦转矩纹波来自于位置的摩擦，也可能来自于电机轴承的偏心引起。为了找到摩擦的影响，我们使用算法1，在前后两个旋转方向上得出 $T_{cog,i,fw}$ 和 $T_{cog,i,bw}$ ，摩擦转矩纹波可以表示为：

$$T_{fr} = RMS((T_{cog,i,fw} - T_{cog,i,bw})/2)$$

### 互转矩纹波

互转矩纹波是由于逆变器和反电动势波形不匹配引起的。应用任何一种互转矩纹波校正的算法都是可能的，简单起见，我们假定并未完成这部分工作。当在一个具有非理想反电动势波形的电机上使用一个理想的波形驱动时，这些纹波将产生。

如果反电动势形状与驱动电压形状不匹配,波形之间的偏差将会随着电压幅度的增加而线性增加,并且在没有电压幅度时该偏差变为0,互转矩纹波可以在电机转动时,通过采样反电动势并比较采样波形与驱动波形来建模。由于测试中,我们未添加和电流成比例的任何负载,除齿槽效应和摩擦之外,任何互转矩纹波将会最小,因此,在模型中我们忽略互转矩纹波。

## 设计和实验结果

为了证明上述技术对于机械臂的适用性,我们创建了一个两自由度机械臂,用于触觉渲染,测试运动的平滑性。有一个当前流行的机械臂商业产品,叫做PHANTOM Omni,现在叫做Geomagic Touch, Geomagic (2015). 该机械臂包含一个2自由度的Geomatic触摸空间。它的工作区为160x120mm的矩形空间,但是,它可以测量半径大于100mm小于270mm的 $90^\circ$  范围内区域,最大持续输出力矩880mN。

图4显示了两个连接臂,用于上述方法的验证。第一个连接臂连接两个电机,它的长度为220mm,第二个连接臂在末端与第二个电机之间,它的长度为163mm。它的有效半径大于57mm小于383mm,  $360^\circ$  范围,涵盖了所需的160x120mm的工作区域。板载无线射频并装有电池,用于给第二个关节供电,由于没有线缆的穿过,从而能减少外部摩擦。当连接臂平移时,12位(4096)编码器有效位置分辨率为0.087mm,当垂直运动时,分辨率为0.59mm。大于Geomagic Touch 0.06mm的分辨率,但是这是以低成本而获取更大工作区所做的牺牲。

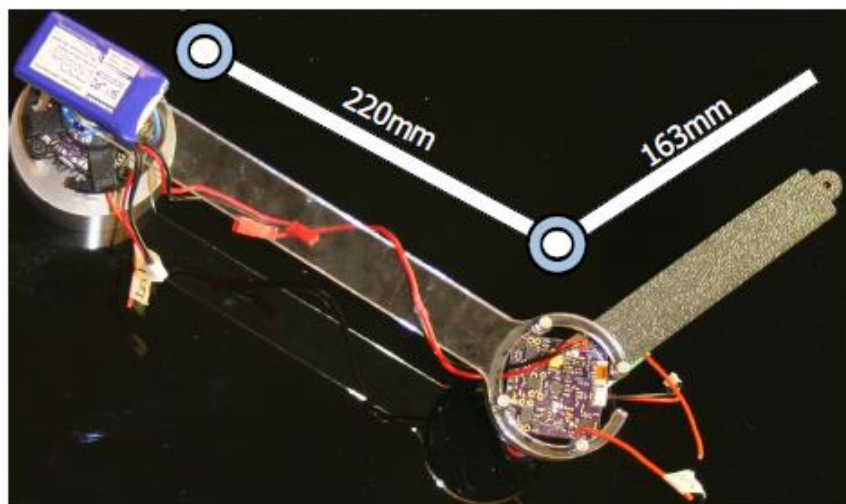


Figure 4. Top view of the robotic arm.

当机械臂长度选定后，电机所期望产生的最大扭矩可以被确定。末端执行器可施加的平移力取决于关节角度。标称位置用于标识与第二个关节 $90^\circ$ 连接的Geomagic Touch。最大作用力出现在较短的杠杆上，用于产生较大的静态力矩。这里给出一个目标最大电机转矩 $0.88\text{N} \times 163\text{mm} = 143\text{N} \cdot \text{mm}$ 。

### 实验装置

在抗齿槽效应应用前后评估合适的电机尺寸，确定最合适的电机，为了确保唯一感测到的转矩来源于齿槽转矩，不在电机上附加机械臂的连接。实验使用了一个定制的电机控制器和驱动器。使用德州仪器生产的TMS320F28035芯片提供100KHZ的间接磁场定向控制。一个600W三相逆变器，使用对称的50KHZ调制PWM脉冲(上下计数模式)，更新频率100KHZ 300个计数分辨率。一个径向充磁的圆形磁铁固定在转子轴上，在定子中心位置安装AS145B(12位分辨率4096计数)磁编码器，并在圆形感应磁体上方1-2mm的距离。该编码器与圆形磁铁在数量为1000个时，价格为6.69美金，也可以使用相同分辨率但更廉价的AS5601磁编码器。同样1000个数量，价格低至1.91美金。编码器磁铁对是唯一需要在标准ESC电机上添加的东西。

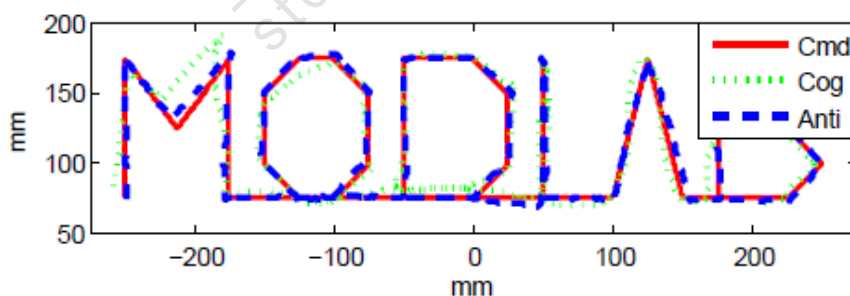
使用上述设置的机械臂最终版本使用相同的硬件，但使用STM32F373作为电机驱动，以10KHZ PWM频率1000个计数分辨率控制相电压，触觉反馈很难以视觉形式显示，因此使用轨迹跟随来展示平滑度。一个例子由36条线段组成的2.035m轨迹，

图5所示，扩展1代表一个简单的路径例子。以150HZ的同步频率发送命令和接收反馈。编码器位置用于计算末端执行器位置。我们进一步探索使用该电机驱动器，在高PWM频率与高PWM分辨率(低PWM频率)之间的优劣和权衡。频率和分辨率的关系如下：

$$V_{res} = \lfloor 72000000/f_{pwm} \rfloor V_{sup}$$

为了验证上述提出的基于加速度以及基于位置的波形产生方法，并且测量频率和分辨率之间的权衡，这里使用第三种方法确定转矩纹波。使用外部的力矩传感器，一个ATI工业自动化六轴力和力矩传感器Nano17，分辨率为1/64Nmm。使用基于加速度的方法，在MATLAB中以20KHZ的频率采样5秒。我们使用一个陷波滤波器在电机和力矩传感器的固有频率上，以便于消除测试装置所产生的噪声。这些频率的范围从300HZ到500HZ, 由于它的频率太低，从而不会干扰由PWM分辨率、PWM频率或者编码器偏移产生的脉动纹波，在低速1HZ测试时，不影响齿槽效应和相互转矩的产生，因为300HZ到500HZ频率太高了。

电机手册提供电机反电动势常数，使用第三种方法可将力矩转换成电压和电流。以1KHZ的频率从控制器读取 $\theta$ ， $\dot{\theta}$ ， $V_{sup}$ 和 $d$ 的值。



**Figure 5.** Trajectory of robotic arm with and without anticogging. Cmd is the commanded trajectory, Cog is the actual trajectory without compensation, and Anti is the actual trajectory with anticogging enabled.

使用原始控制器和驱动器测试了11个电机，在众多领域展示了抗齿槽效应的功效。本文使用了6个电机用于测试，如表1所示。在以上工作基础上，我们也做了附加测试，使用M1,M2,M3,M4四个电机，用于寻找频率与分辨率之间的最佳权衡。我们使用测量得到的来自力矩传感的RMS值验证来自每一个PWM频率测试的转矩纹

波源估算值。

## 结果

衡量转矩纹波的一个通用指标是转矩纹波系数 (TRF) Le-Huy et al. (1986) Qian et al. (2004). TRF的计算公式如下:

$$TRF = \frac{T_{pp}}{\bar{T}} \quad (12)$$

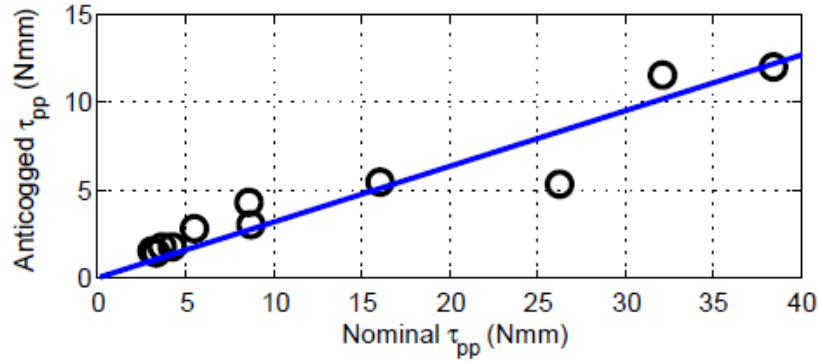
$T_{pp}$ 是转矩纹波变化的峰峰值,  $\bar{T}$ 是所施加转矩的平均值。使用这种测量方式, 对于不同的转矩指令, 互转矩和磁阻转矩是一个常数。并且这两种转矩纹波和期望的转矩都和电流以及 $\bar{T}$ 成线性关系。因此, 齿槽转矩与电流以及 $\bar{T}$ 无关。转矩纹波系数 $TRF$ 不是固定的, 且没什么用。对于所有零施加力矩的电机, 转矩纹波系数 $TRF$ 是无限的, 因为仍然存在齿槽效应引起的转矩脉动。对于每个电机, 转矩脉动率 $TRR$ 保持不变, 定义如下:

$$TRR = \frac{T_{pp}}{T_{max}} \quad (13)$$

$T_{max}$ 是可以持续施加在电机上的最大转矩。可以在电机手册中通过最大持续电流和转矩常数的乘积计算出来。使用该指标, 图1显示了11种BLDCM转矩脉动与价格之间的关系。使用抗齿槽效应之前, 该指标反相关性非常明显, 但是使用抗齿槽效应之后, 该指标变得相对稳定。

图6描述了在11个被测电机上使用抗齿槽效应算法前后的情况, 使用的PWM为300个计数分辨率。直线拟合显示可平均降低69%的转矩纹波。表1展示了图6中电机的详细内容,  $T_{ppnom}$ 是电机齿槽转矩的标称峰峰值。 $T_{pppos}$ 和 $T_{ppacc}$ 分别是使用基于位置法以及基于加速度法后的齿槽转矩峰峰值。





**Figure 6.** Torque ripple after anticogging versus torque ripple before anticogging for eleven tested motors. Fit line is  $y = 0.3139x$  with an  $R^2 = 0.8922$ .

来自PWM频率与分辨率的测试数据也显示在表格1中。 $T_{RMSnom}$ 表示没有抗齿槽效应的转矩脉动RMS值,  $T_{RMSanti}$ 表示抗齿槽效应之后的转矩脉动RMS值。*Reduction*表示电机转矩纹波减少的百分比。所有电机都有超过70%的RMS减少值, 当使用适当的PWM频率时RMS减少峰值可达88%。它们的比较值在图7和图8中由 $T_{nom,act}$ 和 $T_{anti,act}$ 表示。与固定分辨率降低相反的是, 选用合适的PWM分辨率会移除 $3\frac{1}{3}$ 倍的纹波峰峰值。

$f_{pwm\ meas}$ 和 $f_{pwm\ est}$ 是PWM频率的测量值和估计的理想值。在曲线 $1100 \times 1.33^x$ 上分别在 $x=0 \sim 17$ 处进行频率测量, 从1100hz到140khz之间给出了18个测量点。在同一个频率点, 我们计算出估算的转矩纹波RMS值, 取一个最小的RMS力矩值作为最佳估计值。估计的最佳频率都是在两个最佳频率测量值之内, 有3/4在一个最佳频率测量值内。图7和图8显示了电机M4在抗齿槽效应前后的RMS力矩的相关组成值。图9显示了4个电机的RMS力矩值与PWM频率值。极小值附近的数据平稳期, 尤其是电机M1和M3, 解释了频率的细微差异。

评价电机价值的一个指标是 $T_{pp} \times cost$ 。从表1的结果可以看到, 在补偿之前, M2具有最好的价值, 但是对于M4, 同样的尺寸、力矩和功率, 补偿之后整体性能胜出。值得一提的是, M4也是被测电机中最便宜的一款。

因为M4具有最佳性价比，因此在触觉臂上使用了M4电机，在被测电机中，它具有最高的TRR值。末端位置的齿槽效应影响在图5和扩展部分1中清晰的显示出来。带有齿槽效应补偿的笛卡尔均方根位置偏差(RMSE)在7.38mm处关闭，而带有加速度类型的齿槽效应补偿的RMSE在3.53mm处开启。

## 讨论

图1中的数据表明，相对于那些具有同样性能、且将近贵一个数量级的电机而言，使用抗齿槽效应之后，那些低成本的电机具有更低的 $TRR$ 。在5V电压下，即使只有低至300个PWM计数分辨率， $T_{pp}$ 的平均值降低率高达69%。较高分辨率下，也曾发现降低率高达88.2%。使用抗齿槽效应算法，直接驱动臂末端效应器的笛卡尔RMS位置偏差可降低到一半以下。

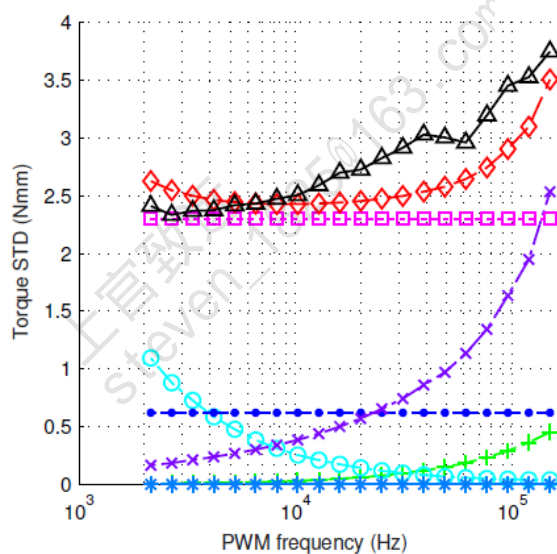
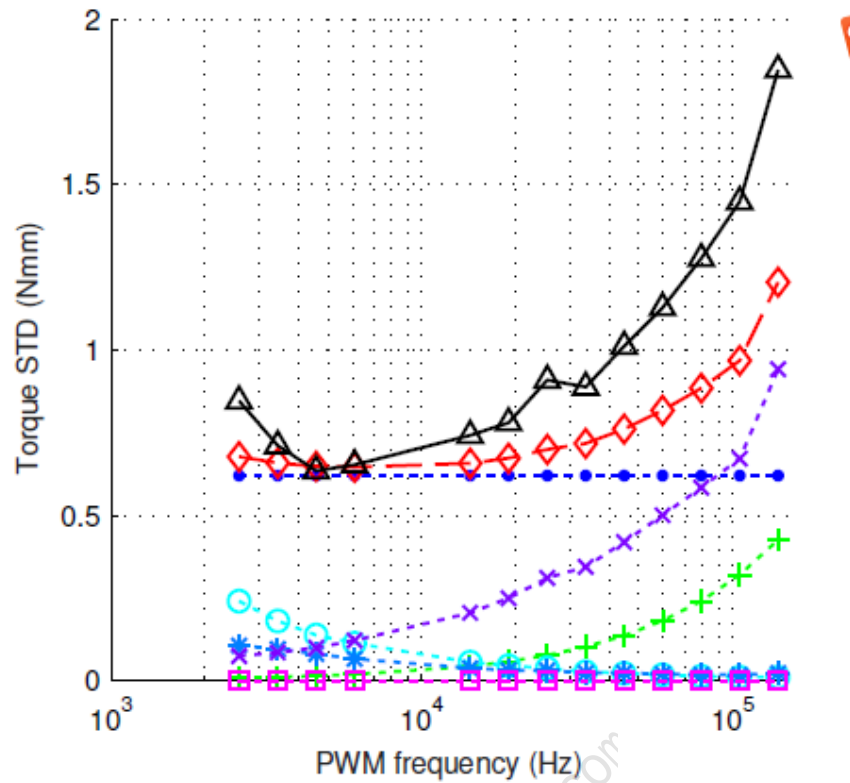
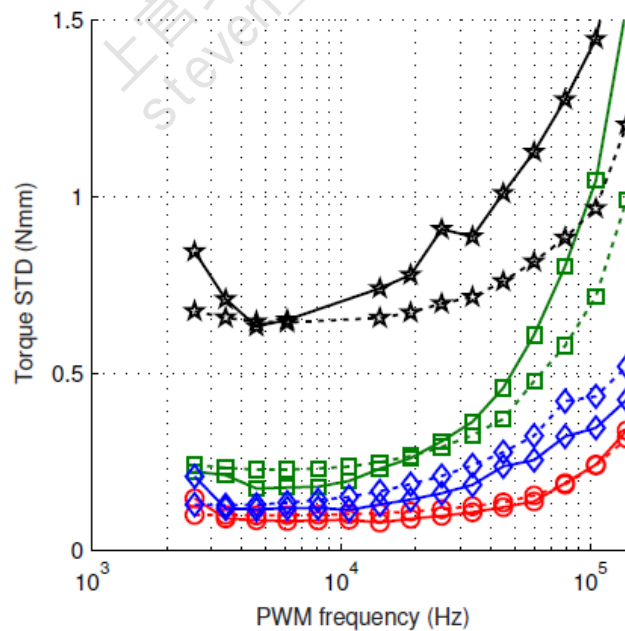


Figure 7. Motor M4 RMS torque versus PWM frequency with anticogging disabled. (+) is  $T_{res}$ , (o) is  $T_{frq}$ , (\*) is  $T_{cog}$ , (.) is  $T_{fr}$ , (x) is  $T_{dt}$ , (□) is  $T_{cog}$ , (◇) is  $T_{nom,est}$ , (△) is  $T_{nom,act}$



**Figure 8.** Motor M4 RMS torque versus PWM frequency with anticogging enabled. (+) is  $\tau_{res}$ , (o) is  $\tau_{frq}$ , (\*) is  $\tau_{cog}$ , (.) is  $\tau_{fr}$ , (x) is  $\tau_{dt}$ , (□) is  $\tau_{cog}$ , (◇) is  $\tau_{anti,est}$ , (△) is  $\tau_{anti,act}$



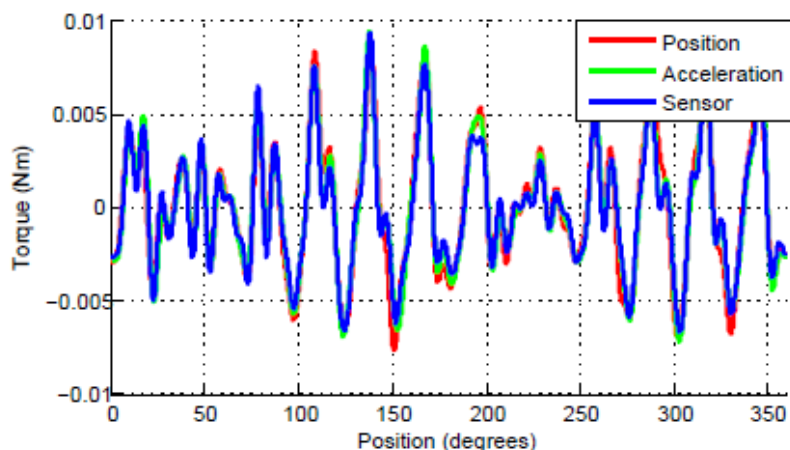
**Figure 9.** Motors M1, M2, M3, and M4 anticogged RMS torque versus PWM frequency predicted and measured. Solid lines are measured and dashed lines are predicted. (o) is M1, (□) is M2, (◇) is M3, and (\*) is M4.

## 方法比较

验证两种抗齿槽效应方法的特性，准确的确定转矩脉动至关重要。图10显示了两种方法以及外部传感器的相关细节。从波形图中可以看到，三种方法在形状上是一致的，而位置法略有不同。这并不是说，位置法或多或少更精确。因为速度法以及外部力矩传感器在同一时刻的读数相同，它们同时检测到来自轴承摩擦的互扭矩的增加，但是位置法却没有。所有成功的特性都是RMS转矩偏差小于1Nmm。

本节中提到速度控制环路对于转矩脉动的抑制作用有限。但是使用速度反馈的加速度方式，映射齿槽转矩效果却非常好。原因之一是齿槽效应的映射是在尽可能的低速开环下离线完成，因此传感器延时对于位置的影响很小。此外，在控制回路中，只有有了偏差才能纠正，这种反应会导致进一步的延迟。另外一个可能的因素是，所有被测电机都是较小功率（18W到670W）的机器人电机或者来自爱好者社区的电机。小尺寸产生较小的惯量，公式4所示，相同转矩下可测量的加速度更大。该结果可能不适应于高惯量的电机，或者那些具有较高的最低转速以及那些具有较低速度感应频率的电机。

尽管基于不同的原理，位置法也能够很好的跟踪齿槽转矩。不像加速度方法那样，在获取导数时会丢失直流信号值，位置法克服了震荡齿槽转矩以及直流信号摩擦转矩。虽然常数值易于表征和补偿，特征值确实引入了故障模式。表1中的电机具有一致的死区时间的提取值。在M4电机上使用电流传感器和力矩传感器所做的补充测试发现，在 $d = 0.071$ 时电流产生，而外部的力矩并未随之产生，直到 $d =$



**Figure 10.** Fitted cogging torque ripple data sampled via the position method, acceleration method, and torque sensor versus position on an Exceed RC 86MA10 motor. Voltages are converted to torques using motor datasheet parameters where required.

0.083时才产生。这表明死区时间 $d_{dt} = 0.071$ 对于电机驱动来说,是死区占空比,而静态摩擦是 $d_{st} = 0.012$ 或者在测试位置, $V_{st} = 60mV$ 。这些值与表1中的值之间的差异可能是因为整个运动范围的静摩擦不一致,但是补偿算法假设这些静摩擦是一个常数。昂贵的M1电机没有可检测到的静摩擦,可能这更有助于它精确的 $d_{dt} = 0.072$ 的估计值。

测试过程中发现,当给定位置控制器较低的增益时,死区则消失在数据中。和通常一样,比例增益太高会引起控制器不稳定。因此,必须选择合适的增益。有时在使用位置方法时,过度的增益会阻止抗齿槽效应的迭代。

将足够数量的齿槽映射表加载到驱动器的板载内存中,输出波形的保真度取决于控制器速度和分辨率。测试电机的最大速度(100rpm),编码器递增速度大约7khz,但是控制器速度环路在100khz,速度控制环路的频率明显更高,这表明,速度控制环路不是一个因素。测试中,在5V电压下,PWM分辨率是300个计数,产生0.017v的电压增量。使用手册中的参数,将每个电机的电压增量转换成力矩增量, $T = K_T I, V = IR$ 结果 $T_{res}$ 显示在表1中。可以看出,在1到5个计数之间,分辨率与 $T_{pp}$ 的量纲在同一阶次,这表明,PWM分辨率是转矩脉动减少的限制因素。这也促使

在M1,M2,M3和M4电机上，对PWM分辨率与频率进行建模和测试。图7表明，在高频下，死区是周期的重要部分， $T_{dt}$ 是除 $T_{cog}$ 之外的转矩纹波源。图8表明，较低的PWM分辨率(较高的PWM频率)RMS的值来自分辨率偏差 $T_{res}$ ，也遵循抗齿槽效应均值的总和 $T_{RMS}$ 。然而，这些并不是全部。从图8可以看出，在大多数频率下，摩擦转矩是转矩脉动的主要贡献者，因此在Holtz and Springob (1996)的文章中，摩擦转矩被提出是转矩纹波的一种来源。低频率的PWM产生的转矩脉动表明，在最低频率下转矩脉动RMS纹波急剧增加。尤其是在小惯量的电机上，电机的震动使得使用位置法产生齿槽映射关系时变得困难，因此必须使用较低的比例增益来保持电机的稳定。在以上低速测试中，编码器延迟对转矩的影响可以忽略不计，但是在实际应用中，最大电机期望速度下，必须计算该值。

通过对频率搜索计算的实验验证，我们可以计算出适用于新电机的最佳频率。根据手册中的值，可以直接计算出 $T_{pwm}$ 和 $T_{frq}$ 。 $T_{dt}$ 可以根据手册数据和从位置控制方式收集的电机驱动器相关知识中计算得到。知道所需的电机速度，电机驱动器的时钟和编码器的分辨率，可以很容易的计算出来，来自正弦或者梯形线电压的 $T_{enc}$ ，只有在齿槽映射表产生之后才能知道抗齿槽效应对 $T_{enc}$ 的影响。互转矩的贡献需要高质量的模拟器和模型或者将电机放在手里。虽然可以使用力矩传感器或电流传感器测量互转矩的影响，但使用本文提到的互转矩脉动补偿多种方法中的一种效果更好。由于 $T_{cog}$ 和 $T_{fr}$ 被假定为常数，它们不会对PWM频率的选取产生影响。

如表1所示，在四台被测电机中，所有最小的RMS转矩频率在4khz到14khz之间。它们之间的差异在于对于每个电机在每个频率点的纹波源占主导地位。对于更宽范围的PWM频率，模型可以很好的跟踪实际的RMS。该模型往往会低估频率极限。可能存在与频率，PWM占空比或速度相关的未建模的转矩纹波源，因为这些在测试过程中都成比例的变化。也许库伦摩擦的作用比预想的要大，正如Holtz and Springob (1996)建议的那样。尽管有这些偏差，该模型不仅允许设计者选择合适的电机驱动频率，还可以预测预期的RMS转矩脉动量在一定范围内的电机和频



率之间。

现在已经表明，抗齿槽效应过程可以将转矩脉动抑制到预期量，并且可以找到合适的PWM频率，我们可以比较一下机器人手臂电机的潜力。如果转矩脉动是主要的关注点，电机M3得益于它的较小的力矩分辨率步进宽度， $T_{RMS}$ 被降低到最小，而排在它后面的是M1，质量是它的4.58倍，价格是它的3.47倍，但仅有1.61倍的持续输出扭矩。如果价值是我们主要的关注点，那么电机M4胜出。因为M1的重量是它的1.83倍，体积是它的1.60倍，价格是它的9.43倍，持续输出扭矩是M4的0.58倍。当使用抗齿槽效应后具有1.22倍的 $TRR$ 。这就是我们选择M4的原因。

### 机械臂测试结果

上一节的测试结果指导我们对于机械臂中使用的电机驱动的设计，本节末尾也有所描述。尽管机械臂有较大的惯性负载，增加了所需的输出扭矩，与齿槽测试电机相比降低了TRF，当使用抗齿槽效应后RMSE降低了52%，结果可以在图5中看到。为满足机械臂的需求，通过对电机性能的比较，最大的持续输出力接近Geomagic Touch。相对于我们的目标力矩143Nmm，M4电机具有134Nmm的持续力矩输出。虽然大多数商业触觉设备并没有列出转矩纹波，他们通常会指定一个反向驱动摩擦力，这个就是与所需的输出力的偏差。Geomagic Touch列出了反向驱动摩擦力为0.26N。求解电机M4的 $V_{st}$ ，第二个关节末端的静态摩擦力是0.016N。进一步比较，我们可以用最大力归一化反向驱动摩擦，这为Geomagic Touch带来了 $TRR = 0.30$ 的效果，对于上述设备的0.04的TRR值相比，显然0.30太大了，但是TRR是周期性的，而反向驱动却不是。人体触摸灵敏度的频率明显大于5hz Johansson and Flanagan(2009). 通常人体移动手臂大概一秒钟移动120°，大约相当于图10中跨越120°的主导频率5hz。更快的运动导致更高的频率，人的感觉也会更灵敏。

### 结论与未来工作

具有低成本直接驱动电机的两自由度机械臂，已显示与主流的商业设备性能相当。对比的商用设备具有六个自由度的机械臂，这显然是不公平的。但是来自运动范围反向驱动偏差的说明以及力矩性能显示，在触觉渲染应用中，机械臂可以提供有用的力，并完成相关的动作。

而且，使用抗齿槽效应的机械臂，表现出更高的性能。这项工作的影响不只是触觉机器人手臂，因为这些方法与电机相关，所以可以将该方法应用到任何机械臂上。

文章提出了两种齿槽转矩映射的方法。两种方法仅仅需要一个位置传感器，并且与外部力传感器相比，这两种方法具有更高的精确度。从以上11个电机的测试中可以看到，使用抗齿槽效应方法后，转矩纹波降低了49%到88%。

基于PWM频率函数建立的转矩纹波模型可以预测最佳PWM频率(产生最低的 $T_{RMS}$ )，并且准确的反映大多数频率下的转矩纹波。

大多数情况下，具有更好的或者相当峰值转矩的低成本电机，以及小尺寸的高端电机可以使用上面提到的抗齿槽效应方法，可以在一定程度将转矩纹波降低至多数价格更高的电机的转矩纹波以下。比如，表1中列出的M4电机，具有较轻的质量，最大力矩，但是未补偿时，转矩纹波增加了1倍，价格是M6电机的30%。与最贵的电机M1相比，M4最便宜，使用抗齿槽效应方法后，M1的 $T_{RMS}$ 为0.57，M4为0.60，而M4的 $TRR$ 为0.029，M1为0.035，显然不如M4性能好。并且，M1的价格是M4价格的9.43倍。

由于摩擦转矩是大多数电机使用抗齿槽效应后的转矩纹波来源的最大部分，未来将会集中研究摩擦转矩的补偿方法。此外，由于电机性能会随时间而变化，因此在任意任务执行时的在线波形映射和调整也是接下来将要研究的工作，尽管它的变化类似齿槽转矩纹波和静态摩擦那样很慢。通过转矩纹波最小化的成功，Hanselman (1994)指出，在电机设计中，下一步应尽量创建具有高性能反电动势波形的电机，由于电力电子设备以及微处理器计算能力的提高，换向的简单性不再是主要问题。

随着制造结构和装配的低成本化，执行器将主导机器人系统的成本。这在低成本

机器人系统中已经是不争的事实。寻找高性能机器人中使用低成本电机的方法将会开辟新的机器人市场。

## 致谢

感谢Matt Lisle, Kris Li, Patrik Roeller, Rui Zhang, Haofang Yuan, James Paulos, 和 Chris Thorne 在硬件开发和性能测试中的努力和贡献。

## 基金

感谢国家自然科学基金会[赠款编号1138847]以及Willow Garage。

## 参考

[1]Farhad Aghili. Adaptive Reshaping of Excitation Currents for Accurate Torque Control of Brushless Motors. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 16(2):356–364, March 2008. ISSN 1063-6536. doi: 10.1109/TCST.2007.908213.

[2]B. Armstrong. Friction: experimental determination, modeling and compensation. In Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on, pages 1422–1427 vol.3, Philadelphia, April 1988. doi: 10.1109/ROBOT.1988.12266.

[3]E. Favre, L. Cardoletti, and M. Jufer. Permanent-magnet synchronous motors: a comprehensive approach to cogging torque suppression. Industry Applications, IEEE Transactions on, 29(6):1141–1149, nov/dec 1993. ISSN 0093-9994. doi: 10.1109/28.259725.

[4]Geomagic. Geomagic Touch (formerly Geomagic Phantom Omni) Specifications, August 2015. [Online; accessed 14-August-2015].

[5]D.C. Hanselman. Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 41(3):292–300, jun 1994. ISSN 0278-0046. doi:10.1109/41.293899.

[6]V. Hayward and K.E. MacLean. Do it yourself haptics: part i. Robotics Automation Magazine, IEEE, 14(4):88–104, December 2007. ISSN 1070-9932. doi: 10.1109/M-RA.2007.907921.

[7]J. Holtz and L. Springob. Identification and compensation of torque ripple in high-precision permanent magnet motor drives. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 43(2):309–320, apr 1996. ISSN 0278-0046. doi:10.1109/41.491355.

[8]J.Y. Hung and Z. Ding. Design of currents to reduce torque ripple in brushless permanent magnet motors. Electric Power Applications, IEE Proceedings B, 140(4):260–266, Jul 1993. ISSN 0143-7038.

- [9]Roland S. Johansson and J. Randall Flanagan. Coding and use of tactile signals from the fingertips in object manipulation tasks. *Nature Reviews Neuroscience*, 10:345–359, May 2009.
- [10]Young-Hoon Kim and In-Joong Ha. A learning approach to precision speed control of servomotors and its application to a VCR. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 7(4):466–477, July 1999. ISSN 1063-6536. doi: 10.1109/87.772162.
- [11]H. Le-Huy, R. Perret, and R. Feuillet. Minimization of Torque Ripple in Brushless DC Motor Drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-22(4):748 –755,july 1986. ISSN 0093-9994. doi: 10.1109/TIA.1986.4504787.
- [12]G.J. Liu and A.A. Goldenberg. Robust control of robot manipulators incorporating motor dynamics. In *Intelligent Robots and Systems*, 1993. *Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 1,pages 68–75, Tokyo, 1993. IEEE.
- [13]J.C. Moreira. Torque ripple minimization in switched reluctance motors via bi-cubic spline interpolation. In *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE*, pages 851 –856 vol.2, Toledo, jun-3 jul 1992. doi: 10.1109/PESC.1992.254794.
- [14]W.S. Newman and J.J. Patel. Experiments in torque control of the adeptone robot. In *Robotics and Automation*, 1991. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on*, pages 1867–1872 vol.2, Sacramento, April 1991. IEEE. doi: 10.1109/ROBOT.1991.131897.
- [15]S.J. Park, H.W. Park, M.H. Lee, and F. Harashima. A new approach for minimum-torque-ripple maximum efficiency control of BLDC motor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 47(1):109 –114, feb 2000. ISSN 0278-0046. doi: 10.1109/41.824132.
- [16]V. Petrovic, R. Ortega, A.M. Stankovic, and G. Tadmor. Design and implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 15(5):871 – 880, sep 2000. ISSN 0885-8993. doi: 10.1109/63.867676.
- [17]Matthew Piccoli and Mark Yim. Cogging Torque Ripple Minimization via Position Based Characterization. In *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, Berkeley, July 2014.
- [18]W. Qian, S.K. Panda, and J.X. Xu. Torque ripple minimization in PM synchronous motors using iterative learning control. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 19(2):272 – 279, march 2004. ISSN 0885-8993. doi:10.1109/TPEL.2003.820537.
- [19]R.S. Wallace and D.G. Taylor. Low-torque-ripple switched reluctance motors for direct-drive robotics. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 7(6):733–742, 1991.

## 附录：多媒体扩展索引

<http://www.youtube.com/user/ijrrmultimedia>



上官致远

微信扫描二维码，关注我的公众号

上官致远  
steven\_1825@163.com