姓名：____________

学号：____________

部(院)：__________

______级______班

任课教师：________

装

订

大 连 理 工 大 学

课程名称：工科数学分析基础 2　试卷：A　考试形式：闭卷

授课部（院）：数学科学学院　考试日期：2022 年 6 月 13 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	总分
标准分	48	12	12	8	10	10	100
得　分							

得分	

一、单项选择题（共 48 分，每小题 4 分）

1. 微分方程组 $\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}x} = 2y_1 + 3y_2 \\ \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}x} = 3y_1 + 2y_2 \end{cases}$ 的通解为（　　）

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5x}$.　**(B)** $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{5x}$.

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-5x}$.　**(D)** $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-5x}$.

2. 曲面 $x^2 + y^3 + z^4 - xy = 2$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切平面方程为（　　）

(A) $2x + 3y + 4z = 9$.　**(B)** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{4}$.

(C) $x + 2y + 4z = 7$.　**(D)** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{4}$.

3. 设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$z = f(xy, x-y)$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$（　　）

(A) $xyf''_{11} + (x-y) f''_{12} - f''_{22}$.　**(B)** $f'_1 + xyf''_{11} + (x-y) f''_{12} - f''_{22}$.

(C) $f'_1 + xf''_{11} + (x-1) f''_{12} - f''_{22}$.　**(D)** $f'_1 + xyf''_{11} - (x+y) f''_{12} - f''_{22}$.

4. 设函数 $f(x,y)$ 可微，向量 $\boldsymbol{l}_1 = (1,0)$，$\boldsymbol{l}_2 = (0,-1)$，$\boldsymbol{l} = (3,4)$，且 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{l}_1}\right|_P = 3$，

$\left.\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{l}_2}\right|_P = 4$，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{l}}\right|_P =$（　　）

(A) 7.　　**(B)** -7.

(C) $\dfrac{7}{5}$.　　**(D)** $-\dfrac{7}{5}$.

5. $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_y^{\sqrt{2-y^2}} \left(x^2+y^2\right)\mathrm{d}x =$（　　）

(A) $\dfrac{\pi}{16}$.　　**(B)** $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{6}$.

(C) $\dfrac{\pi}{8}$.　　**(D)** $\dfrac{\pi}{4}$.

6. 设质量均匀分布的球体 $V=\left\{(x,y,z)\middle| x^2+y^2+z^2\le 1\right\}$，质量密度

$\rho(x,y,z)\equiv 1$，则该球体对 **z** 轴的转动惯量 $I_z =$（　　）

(A) $\dfrac{4\pi}{5}$.　　**(B)** $\dfrac{8\pi}{5}$.

(C) $\dfrac{8\pi}{15}$.　　**(D)** $\dfrac{4\pi}{15}$.

7. 设 $S=\left\{(x,y,z)\middle| x^2+y^2+z^2=a^2, z\ge 0\right\}$ $(a>0)$，则 $\iint\limits_S (x+y+z)^2\mathrm{d}S =$（　　）

(A) $2\pi a^2$.　　**(B)** $2\pi a^4$.

(C) $4\pi a^2$.　　**(D)** $4\pi a^4$.

8. 设曲线 $L: x=t, y=\dfrac{t^2}{2}, z=\dfrac{t^3}{3}$ $(0\le t\le 1)$ 上分布着质量，其质量线密度为

$\rho(x,y,z)=\sqrt{2y}$，则其质量 $m=$（　　）

(A) $\int_0^1 t\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$.　　**(B)** $\int_0^1 t^2\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$.

(C) $\int_0^1 \sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$.　　**(D)** $\int_0^1 \sqrt{t}\cdot\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$.

9. 设 $\boldsymbol{A}(x,y,z)=\dfrac{(x,y,z)}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$ $\left(x^2+y^2+z^2\ne 0\right)$，则 $\operatorname{div}\boldsymbol{A}(x,y,z)=$（　　）

(A) 1.　　**(B)** 0.

(C) $\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2}$.　　**(D)** $\dfrac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^2}$.

10. 函数 $\dfrac{2}{2-x}$ 的麦克劳林（**Maclaurin**）级数为（　　）

(A) $\dfrac{2}{2-x}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{2^n}, x\in(-2,2)$. 　　**(B)** $\dfrac{2}{2-x}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^n}x^n, x\in(-2,2)$.

(C) $\dfrac{2}{2-x}=2\sum\limits_{n=0}^{\infty}(x-1)^n, x\in(0,2)$. 　　**(D)** $\dfrac{2}{2-x}=2\sum\limits_{n=0}^{\infty}(1-x)^n, x\in(0,2)$.

11. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n+1}}{n}$ 在收敛域 $[-1,1)$ 上的和函数 $S(x)=$（　　）

(A) $\ln(1-x)$. 　　**(B)** $-\ln(1-x)$.

(C) $-x\ln(1-x)$. 　　**(D)** $x\ln(1-x)$.

12. 以下四个级数之中，发散的是（　　）

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n}-\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\right)$. 　　**(B)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+1}{2^n+1}$.

(C) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{n^{1.1}\cdot\sqrt{\ln n}}$. 　　**(D)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot\sqrt[n]{n}}$.

得分	

二、（**12** 分）求微分方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的通解.

得分	

三、（**12** 分）设函数 $f(x)$ 以 2π 为周期，且 $f(x)=|x|\ (-\pi<x\le\pi)$．求 $f(x)$ 的傅里叶（**Fourier**）级数，并由此计算数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ 之和.

得分	

四、（**8** 分）设函数 $f(x,y)$ 在圆域 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 1\right\}$ 上可微，且当 $x^2+y^2<1$ 时， $f(x,y)=f_x'(x,y)+f_y'(x,y)$．当 $x^2+y^2=1$ 时，$f(x,y)\equiv 0$．求 $f(x,y)$ 在 D 上的最大值.

得分	

五、（10 分）计算曲线积分$\int_L \frac{x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x}{x^2+y^2}$，其中$L$是曲线$(x-1)^2+y^2=4\ (y\ge 0)$上由点$A(-1,0)$到点$B(3,0)$的有向弧段.

得分	

六、（10 分）计算曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma}(xz+\sin y)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(xy+\sin z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(\sin x+y)(z+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

其中，有向曲面$\Sigma: x^2+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1\,(z\ge 0)$**，取上侧.**