振动或扰动在空间以一定速度的传播称为波动,简称为波(wave)。机械振动或扰动在介质中的传播称为机械波，如声波、水波和地震波等。变化电场和变化磁场在空间的传播称为电磁波，例如无线电波、光波和X射线等。

机械波只能在介质中传播，例如声波的传播要有空气作介质，水波的传播要有水作介质。但是，电磁波（光）的传播不需要介质，它可以在真空中传播。

机械波和电磁波统称为经典波，它们代表的是某种实在的物理量的波动。

虽然各类波的具体物理机制不同，但它们都具有叠加性，都能发生干涉和衍射现象，也就是说它们所具有的波动的普遍性质。

除了机械波和电磁波都能发生干涉和衍射现象外，实验中发现，电子、质子和中子这些微观粒子也能发生干涉和衍射。因此，微观粒子也具有波动性。

简谐振动在空间的传播，称为简谐波，它是最简单的波。我们以机械波中的简谐波为例来介绍波动的普遍性质。

波动学基础

§ **1** 波动的基本概念
§ **2** 简谐波
§ **3** 波动方程与波速
§ **4** 波的能量

§1 波动的基本概念

一. 机械波的形成

脉冲横波的产生

当手猛然向上抖动一次时，

就会看到一个突起状的扰动沿绳向另一端传去。

这是因为各段绳之间都有相互作用的弹力联系着。

当用手向上抖动绳的这一端的第一个质点时，

带动第二个质点向上运动，第二个又带动第三个，依次下去。

当手向下拉动第一个质点回到原来位置时，

它也要带动第二个质点回来，

而后第三个质点、第四个质点等

也将被依次带动回到各自原来的位置。

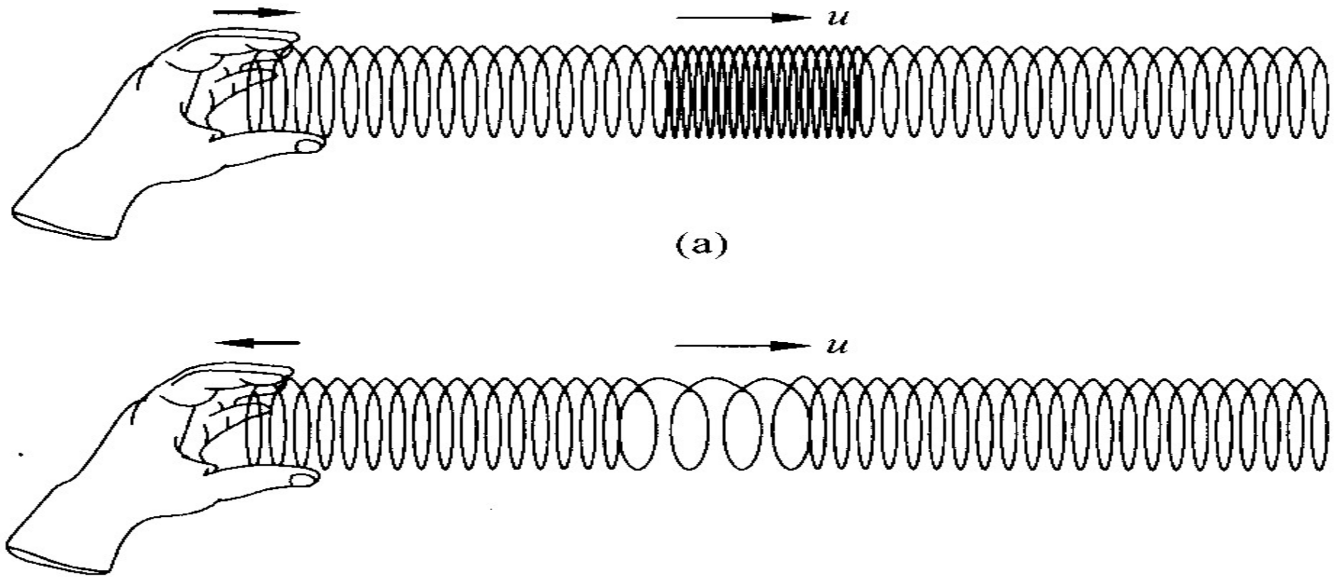
结果，由手抖动引起的扰动就不限在绳的这一端

而是要向另一端传开了。

扰动中质元的运动方向和扰动的传播方向垂直，

这种波叫横波。(脉冲横波)

脉冲纵波
的产生



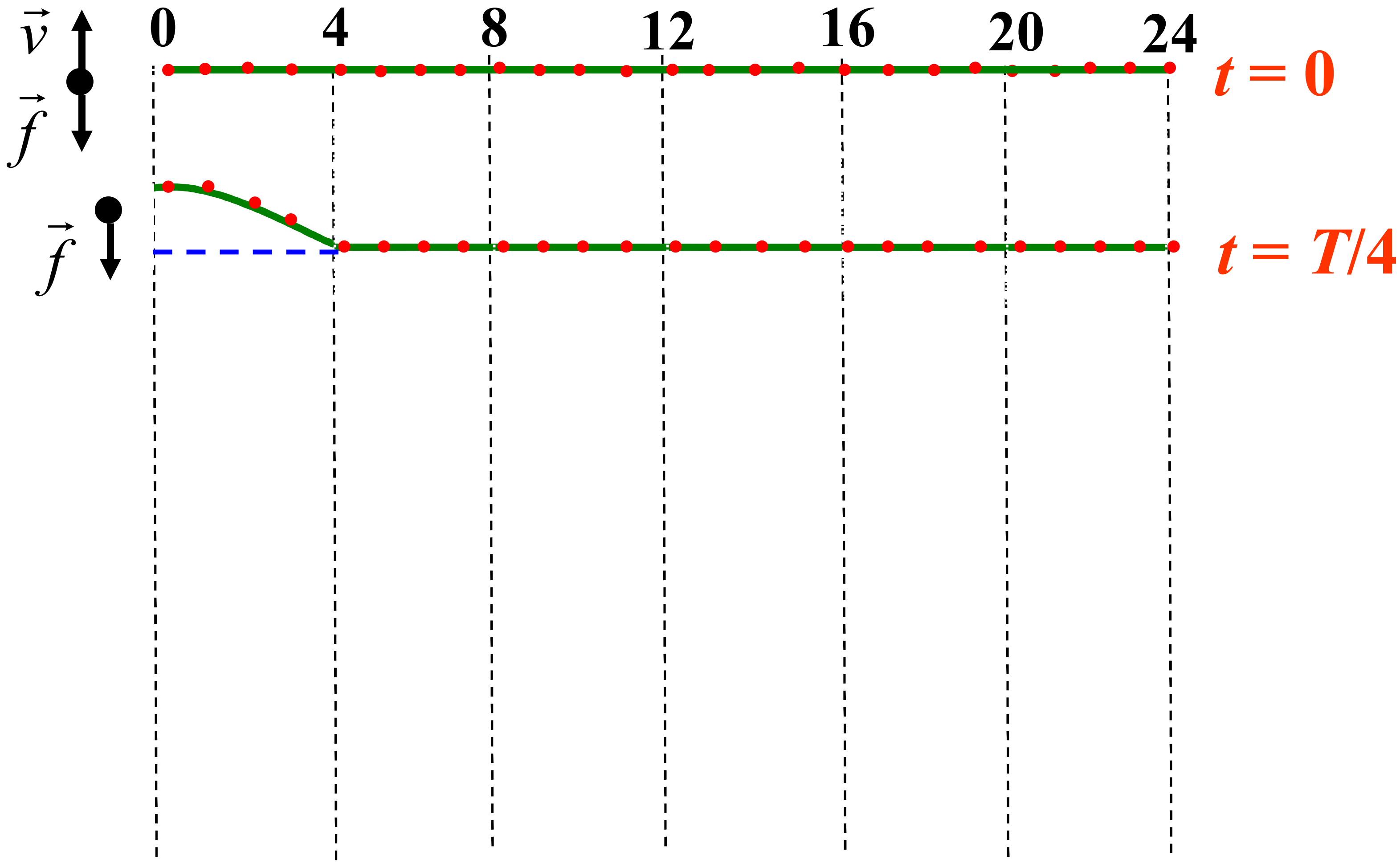
(a)

(b)

用手在长弹簧一端沿水平方向猛然向前推一下，
则靠近手的一小段弹簧就突然被压缩。
由于各段弹簧之间的弹力作用，
这一压缩的扰动也会沿弹簧向
另一端传播而形成一个脉冲波。
在这种情况下，
扰动中质元的运动方向和扰动的传播方向在一条直线上，
这种波叫纵波。（脉冲纵波）

简谐横波在介质中的形成与传播

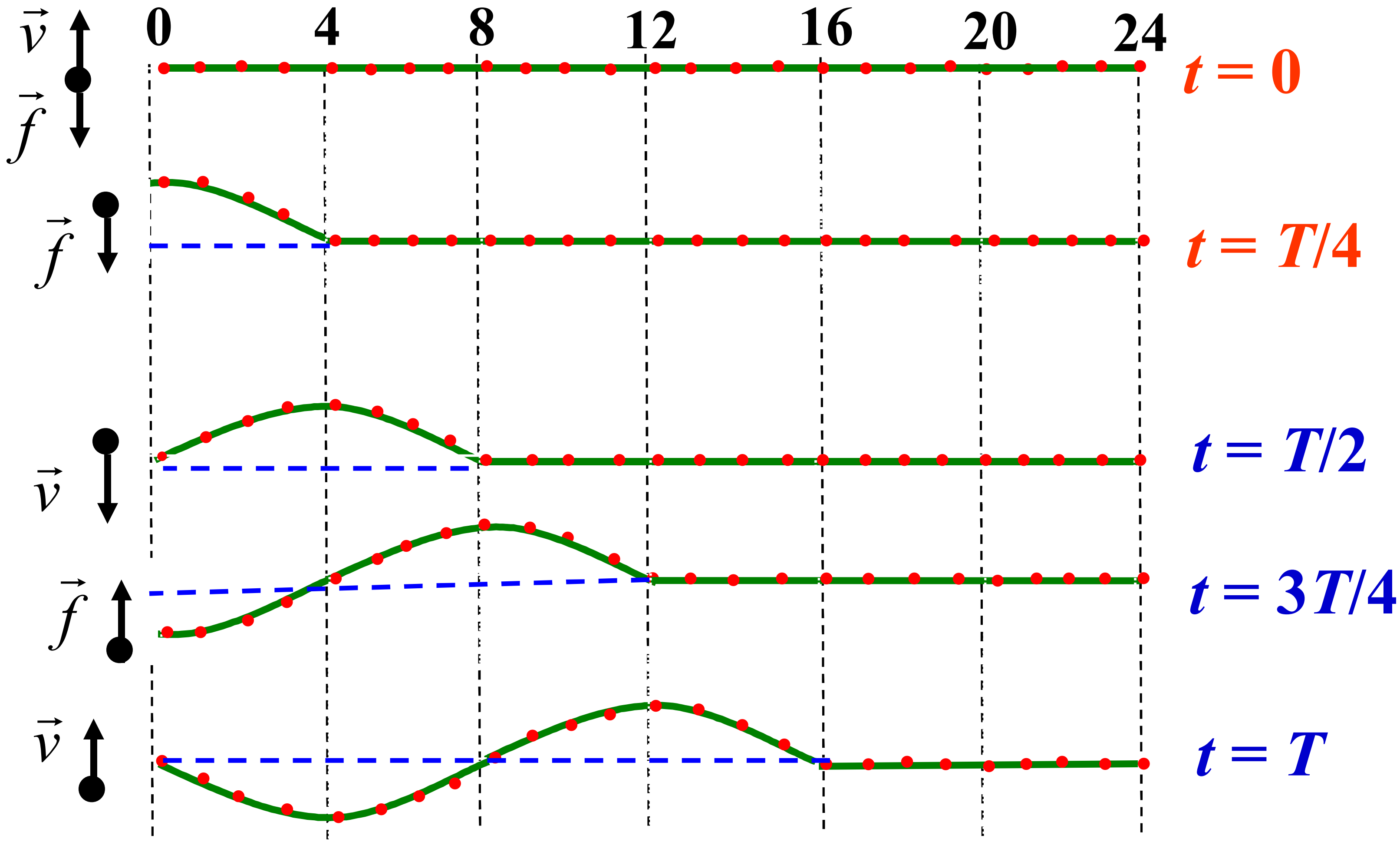
如果介质中某一质点在外界作用下离开了它的平衡位置，
它就受到邻近质点给它的指向平衡位置的弹性回复力作用，
迫使它回到平衡位置。



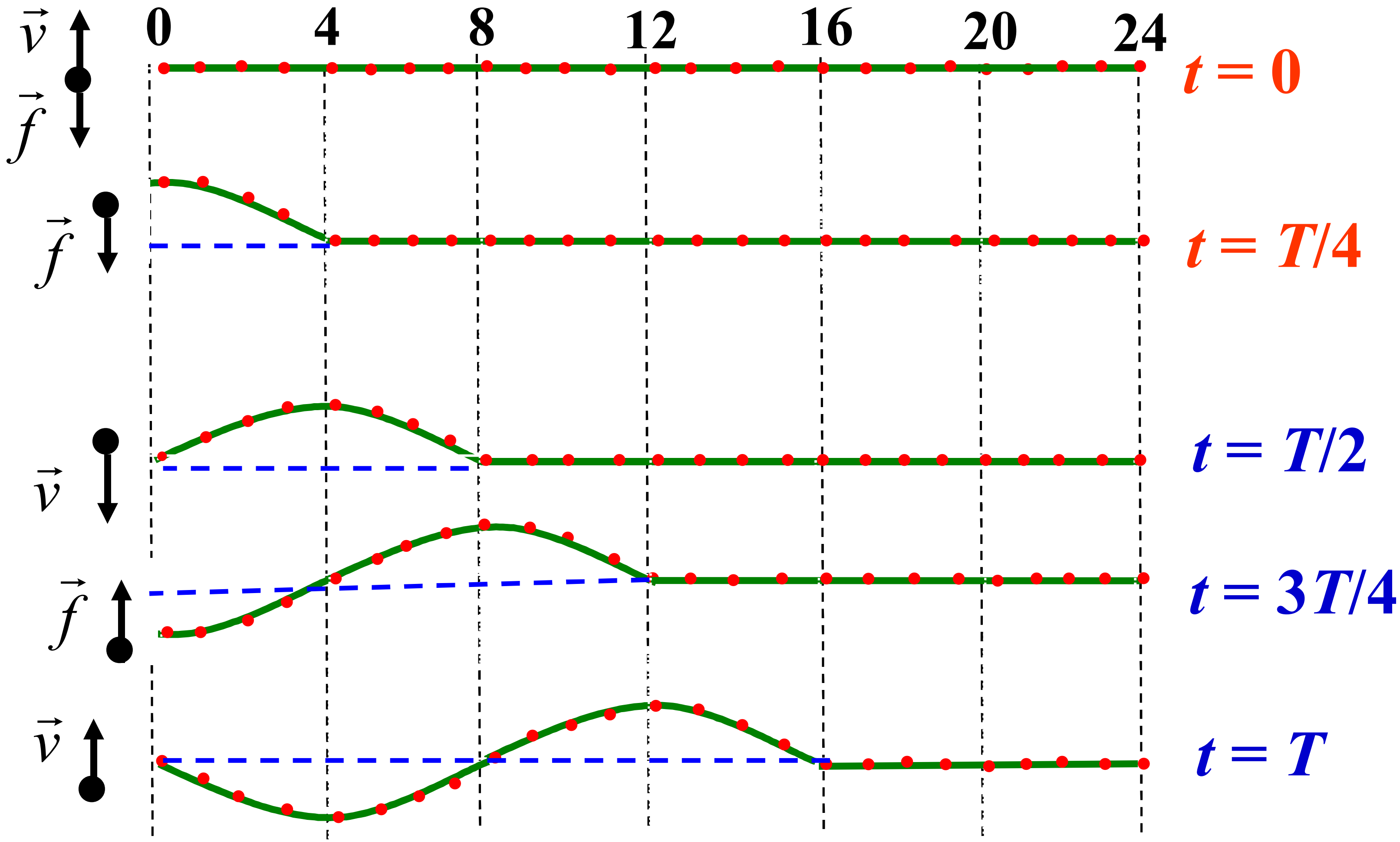
到达平衡位置时，弹性回复力消失，

但由于有惯性，不会停留在平衡位置上不动，

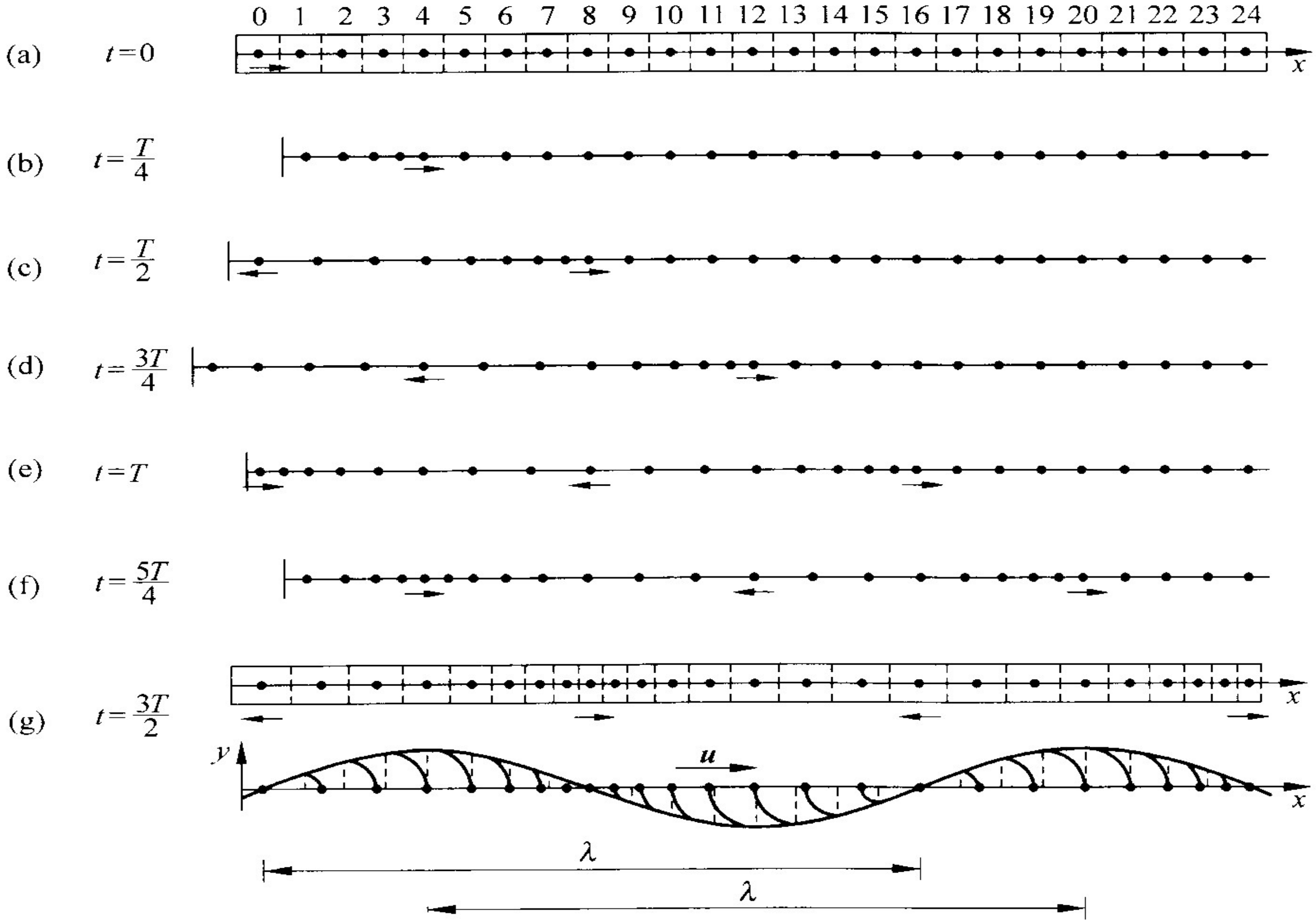
而是在其附近振动起来。

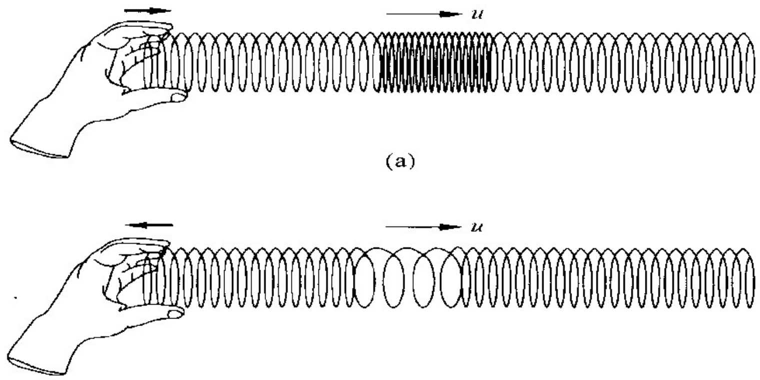


同时邻近质点也受到该质点的弹性力而产生位移，迫使它也在自己的平衡位置附近振动。



简谐纵波在介质中的形成与传播





(a)

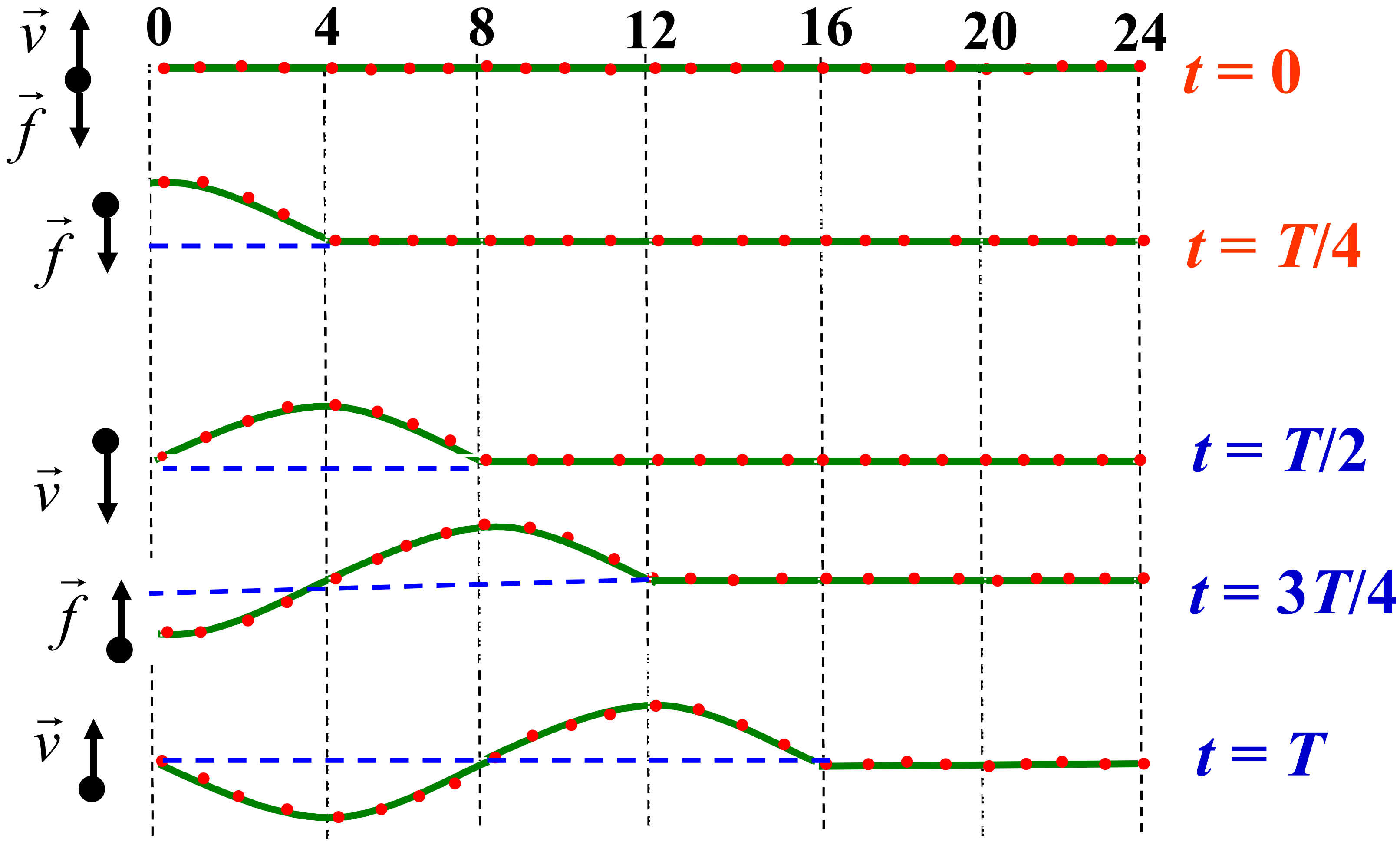
(b)

横波和纵波是弹性介质内波的两种基本形式。

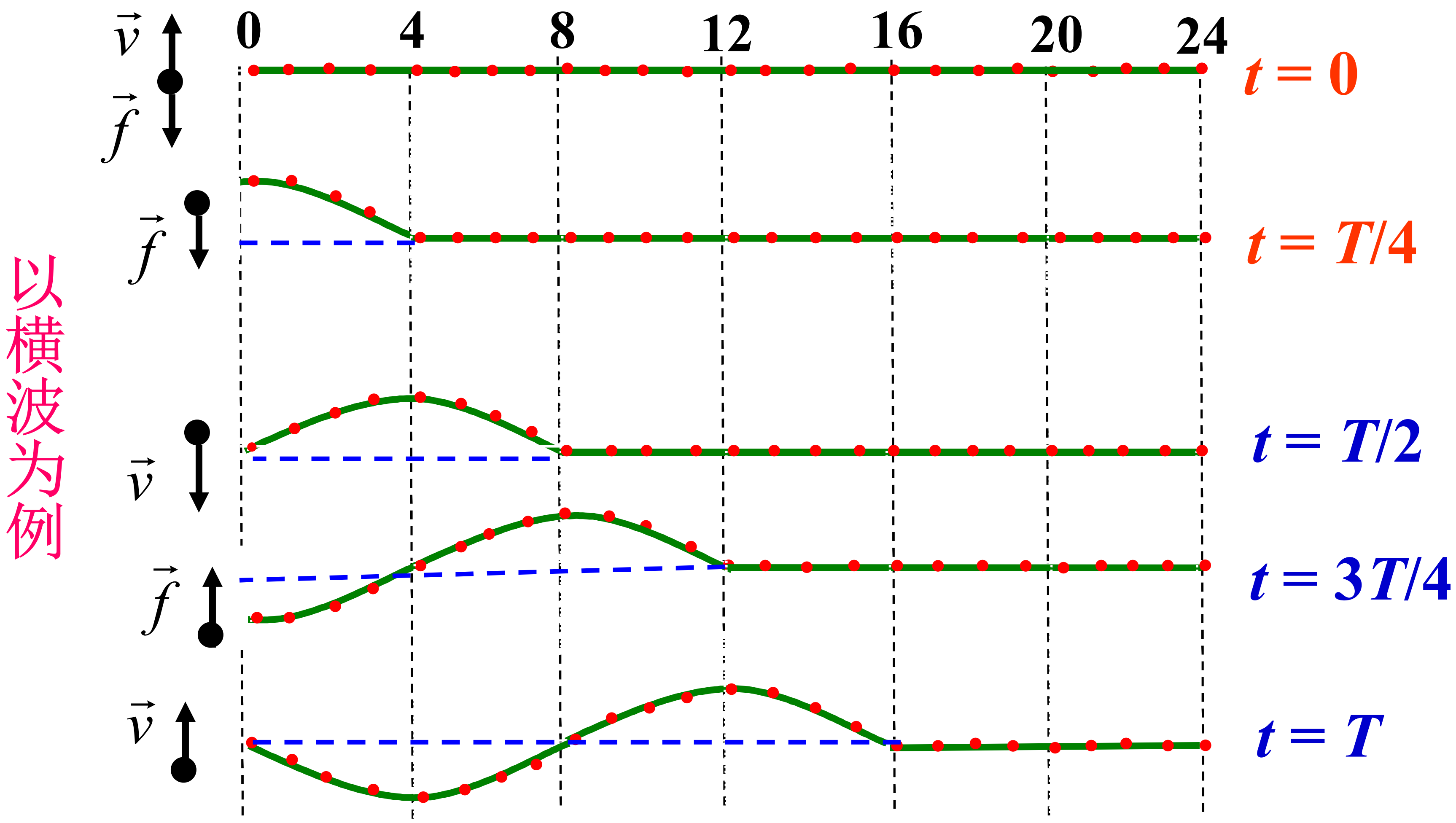
要特别注意的是，
不管是横波还是纵波，
都只是扰动(即一定的运动形态)的传播，
介质本身并没有发生沿波的传播方向的迁移，
媒质中各质元并未“随波逐流”。
另外，沿着波传播方向，各质元振动存在相位差。
波动伴随着能量的传播。

弹性媒质的质元受外界扰动而发生振动时，
因媒质各部分间的弹性联系，会使振动传播开去，
这就形成了波动 — 机械波。

以横波为例

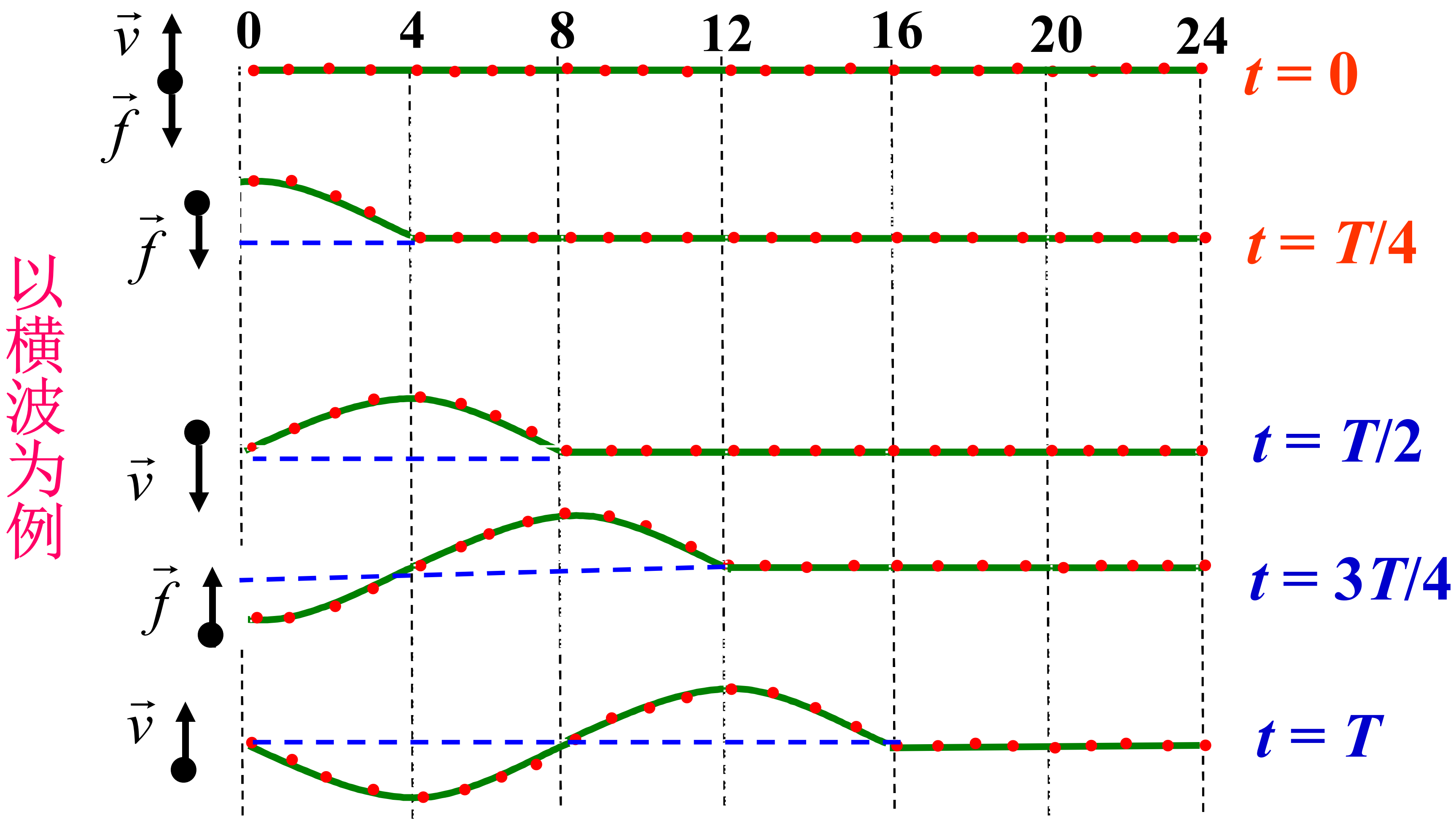


“上游”的质元依次带动“下游”的质元振动。
某时刻某质元的振动状态将在较晚的时刻于“下游”某处出现。



波动是振动状态的传播，不是媒质的传播。

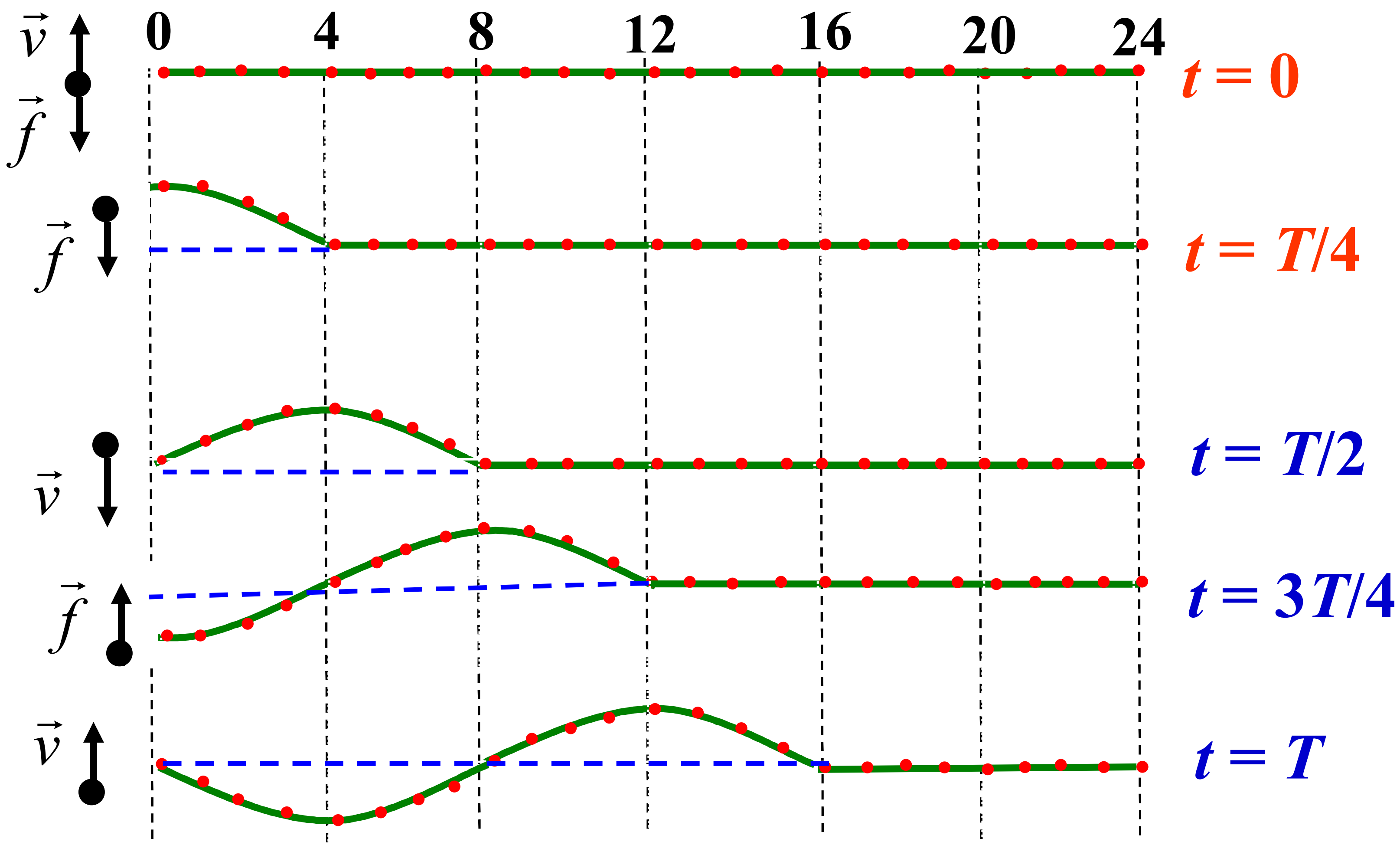
媒质中各质元并未“随波逐流”。



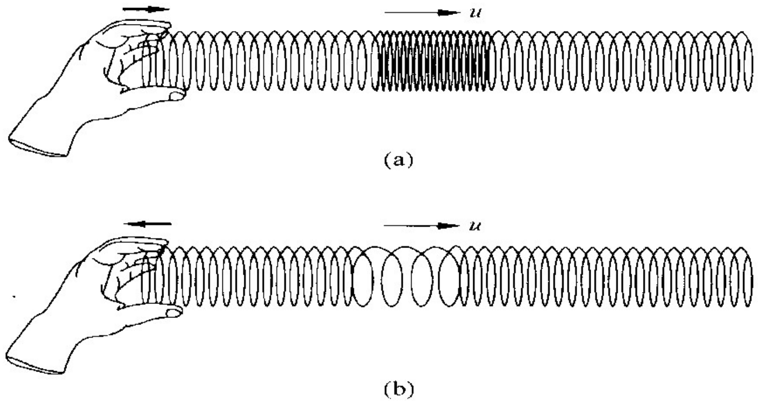
沿着波的传播方向，各质元振动存在相位差。

波动伴随着能量的传播。

以横波为例



机械波的产生的条件



机械波的产生

首先要有作机械振动的物体作为波源，

其次要有能够传播机械振动的介质，

通过介质各部分之间的弹性相互作用才能

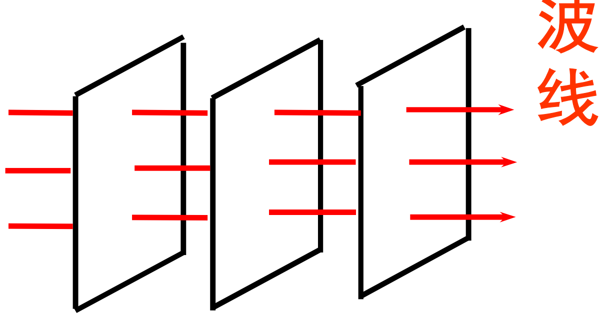
把振动传播出去，即要有弹性介质，

所以机械波也叫弹性波。

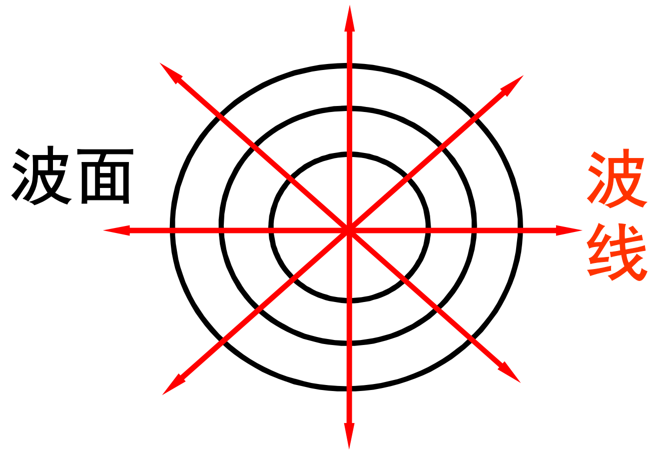
弹性介质可以是固体、液体或气体。

横波和纵波是弹性介质内机械波的两种基本形式。

二、波的几何描述



平面波



球面波

波线： 表示波的传播方向的射线（波射线）

波面： 介质振动相位相同的点组成的面（同相面）

波阵面： 某一时刻处在最前面的波面（波前）

波线与波面始终垂直

三、波函数与波形曲线

把介质中各质点位移随时间与空间坐标的变化规律用数学形式表示出来，就是波函数。

只要知道其中一个质点是怎样振动的，就可以知道其它质点的振动情况。

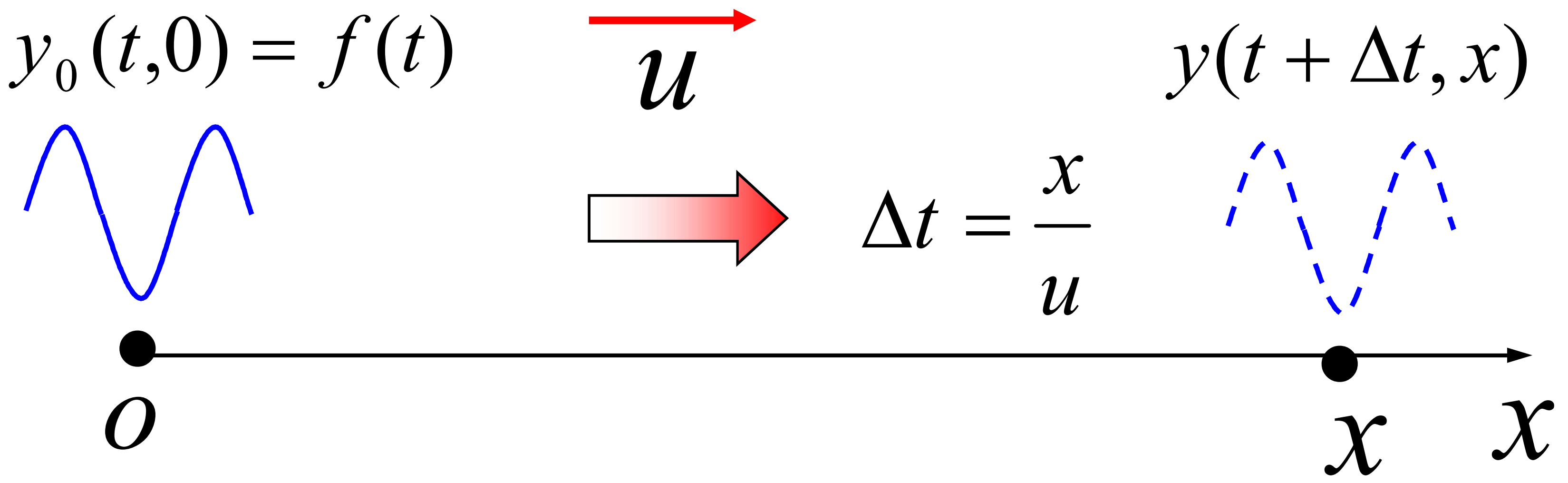
设平衡位置在原点的质点的位移 y_0 与时间 t 的关系为

$$y_0(t,0) = f(t)$$

其中，$f(t)$ 是时间的已知函数

这实际上就是处在坐标原点处的质点的振动函数

波速为 u 的沿 x 正向传播的波　　　　$y_0(t,0)=f(t)$



平衡位置在 x 处的质点也将做同样的振动，

但因原点的振动状态传到 x 处要经过 x/u 的时间，

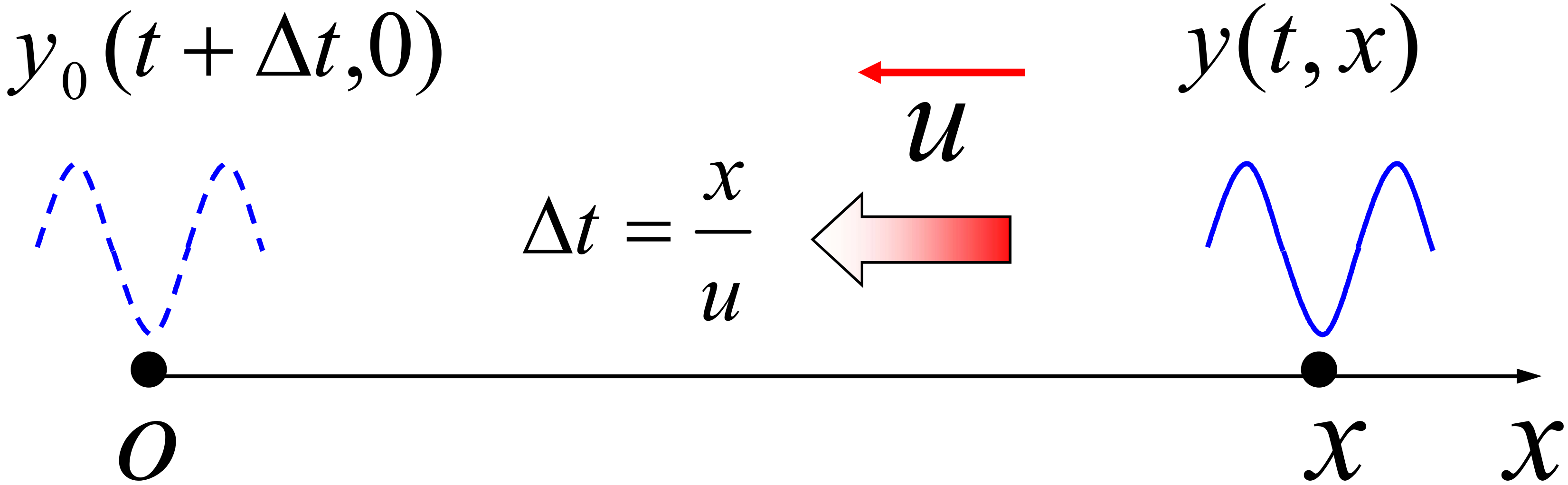
所以平衡位置在 x 处的质点在 t 时刻的位移等于

平衡位置在原点的质点在 $(t-x/u)$ 时刻的位移

$$y(t,x)=y_0(t-\frac{x}{u},0)=f(t-\frac{x}{u})$$

波速为 u 的沿 x 负向传播的波

$$y_0(t,0)=f(t)$$



由于平衡位置在 x 处的质点其振动状态传播到原点要历时 x/u ，

所以它在 t 时刻的位移就与平衡位置在原点的质点在 $(t+x/u)$ 时刻的位移相同

$$y(t,x)=y_0(t+\frac{x}{u},0)=f(t+\frac{x}{u})$$

波形曲线

$y(t,x)$

对于某一特定时刻 $t=t_0$， y 只是 x 的函数，

它表示各质点的位移与其在空间的位置的关系

（在 $t=t_0$时刻，各质点相对于自己的平衡位置的位移），

表示这一关系的曲线叫做波形曲线。

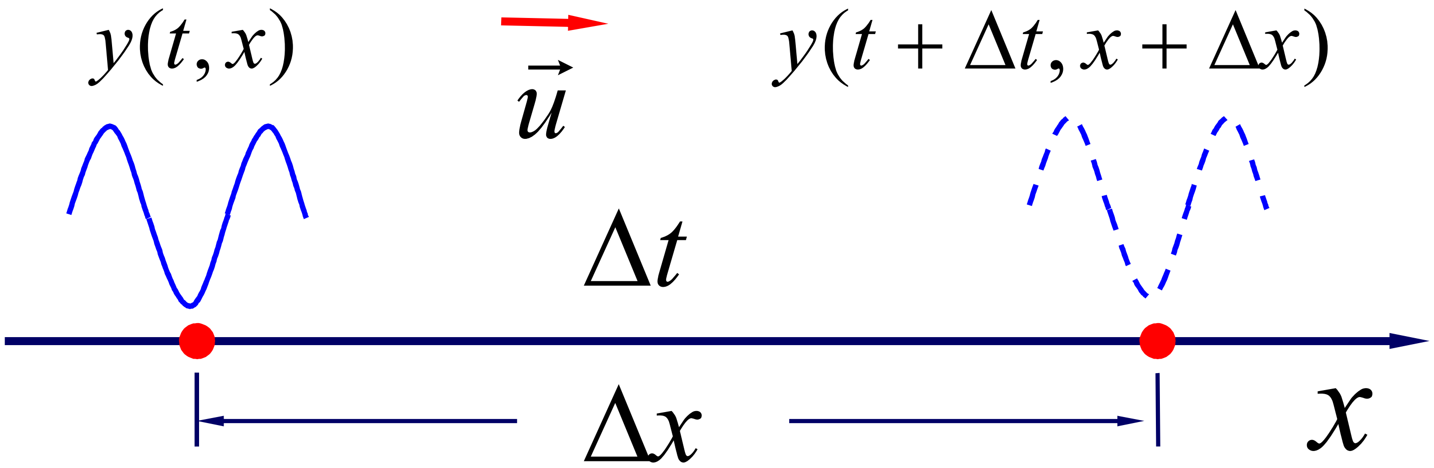
随着时间的推移，

这一曲线将保持原状以速度 u 沿波的传播方向平移。

波函数和波形曲线，是波的数学描述。

四．描述波动的特征量

1．波速： 单位时间里振动状态向前传播的距离

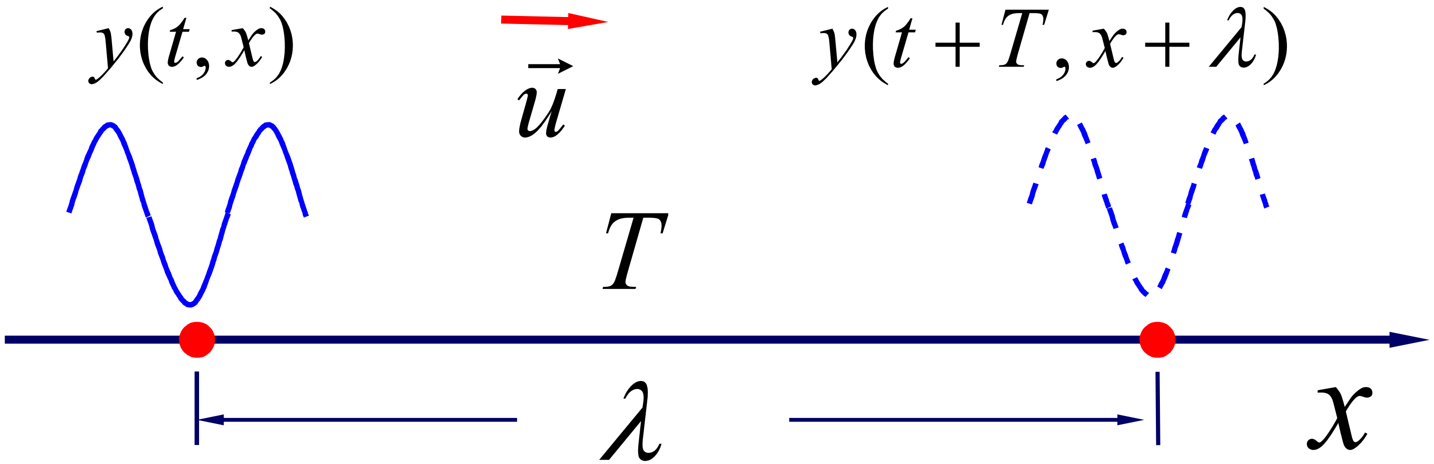


$$\boxed{u = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

它由介质的性质决定，与波源情况无关。

注意不是质元的振动速度！

2．波长： 波在传播的过程中，各个质元都在作周期性振动



在质元一个全振动周期内，
振动状态沿波线向前传播的距离，称为波长。

$$\boxed{\lambda = uT}$$

T 是质元振动周期

由于波速与介质的性质有关，所以波长与介质的性质有关。

3. 波的周期与频率

振动状态沿波线向前传播一个波长所需的时间，称为波的周期；

单位时间，波沿波线传播的距离相当于波长的个数，称为波的频率。

$$\boxed{T = \frac{\lambda}{u}} \qquad \boxed{\nu = \frac{u}{\lambda}}$$

波的周期和频率即波源（或质元）振动的周期和频率

由于波源振动的周期和频率与介质无关，所以波的周期和频率与介质无关。

波的周期反映了波动时间上的周期性，

而波长则反映了波动空间上的周期性。

波的周期和频率与媒质无关，

而波速和波长与媒质有关。

波速、波长和频率（周期）间的关系：

$$\boxed{\lambda = uT = \frac{u}{\nu}}$$

五. 波的分类

按波的性质　　**机械波**/电磁波/ ...

按波线与振动方向关系　**横波**/纵波

按波面形状　　**平面波**/球面波/柱面波

按复杂程度　**简谐波**/复波

按持续时间　**连续波**/脉冲波

按是否传播　**行波**/驻波

…　　　　　　…

1. 横波与纵波

横波：质元的振动方向与波的传播方向垂直

纵波：质元的振动方向与波的传播方向平行

横波只能在固体中传播，

而纵波可以在固体、液体和气体中传播

水表面的波既非横波又非纵波，

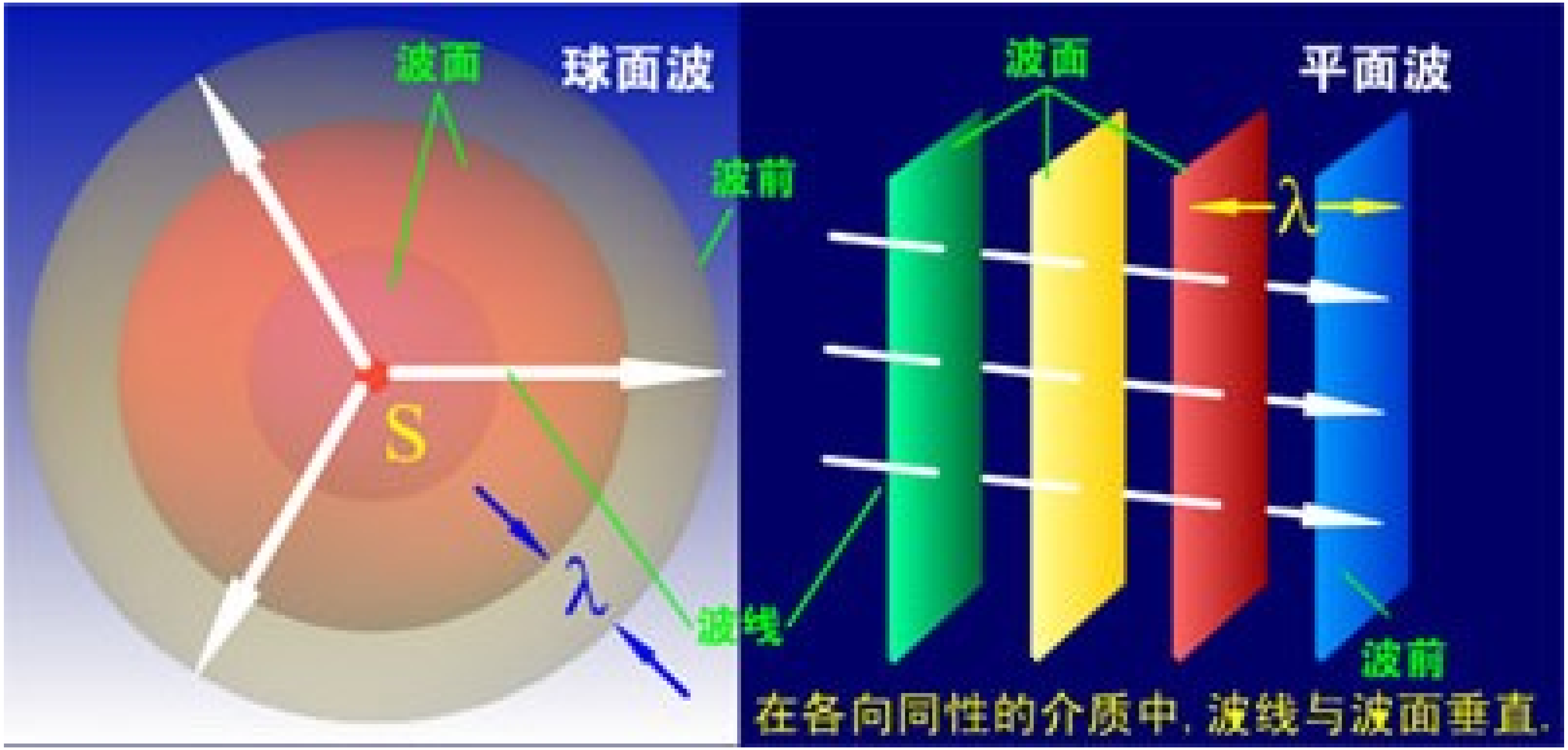
水波中水质元作纵向、横向二维运动，

即作圆运动。

2. 平面波与球面波

波面为平面的波称为平面波；

波面为球面的波称为球平面波



3. 简谐波和复波

简谐波： 媒质中各质元作简谐振动

复波： 媒质中各质元作非简谐振动

4. 机械波、电磁波与物质波

机械波： 机械振动在弹性媒质中的传播；

电磁波： 电磁振荡在空间中的传播；

物质波： 实物粒子的一种波动形式。

光是电磁波

§2 简谐波

波源的振动在介质中由近及远地传播开去形成波。

实际的波动过程都是比较复杂的，
其中最简单、最基本的波动过程，
是波源和介质中的各个质点都作简谐振动的
简谐波(也叫正弦波或余弦波)。

而其它任何复杂的波动，
无论是连续波还是脉冲波，
都可以看成是若干个简谐波的叠加。

一、平面简谐波的波函数

简谐波在介质中传播时，

各质元都在做简谐运动，

它们的位移随时间不断改变。

由于各质元开始振动的时刻不同，

各质元的简谐运动并不同步，

在同一时刻各质元的位移随它们位置的不同而不同

$$y(t, x)$$

各质元的位移 y 随其平衡位置 x 和时间 t 变化的

数学表达式叫做波的波函数。

$$y_0(t,0)=f(t) \quad \Rightarrow \quad y(t,x)=y_0\left(t-\frac{x}{u},0\right)=f\left(t-\frac{x}{u}\right)$$

设该简谐波以波速 u 沿 x 轴正方向传播。

各质点依次在作振幅为 A 、圆频率为 ω 的谐振动

原点 $x=0$ 的振动规律为 $y_0=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

相应的波函数为 $$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

如果此平面简谐波沿 x 轴反向传播，波函数为

$$y=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

φ_0 为 $x=0$ 点质元振动的初相位

二、平面简谐波的特征量

1.相速度

以波速 u 沿 x 轴正方向传播的平面简谐波波函数

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

在 x 处的质点在 t 时刻的相位

$$\varphi(t,x)=\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

它完全决定了质元的振动状态。

设 t 时刻 x 处质点的振动状态（相位），

在 $t+\Delta t$ 时刻传播到 $x+\Delta x$ 处，

则相位传播的速度为 $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 。

根据波的含义，这两个状态的相位应该相等

$$\varphi(t,x)=\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]=\varphi(t+\Delta t,x+\Delta x)=\left[\omega(t+\Delta t)-\omega\left(\frac{x+\Delta x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

$$\boxed{\frac{\Delta x}{\Delta t}=u}$$

简谐波的传播速度 u 就是振动的相位的传播速度，

因此这一速度也称为相速度。

2.周期和频率

简谐波中任一质元都在做简谐运动，
因而简谐波具有时间上的周期性。
简谐运动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

这也就是波的周期。

波的频率为

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

3.波长

余弦函数表明，波还有空间上的周期性。

表示简谐波的空间周期性的特征量叫做波长 λ ，

在同一时刻，空间上相距一个波长的两个质元的振动状态是相同的。

由于余弦函数的周期为 2π ，

所以在空间上相距一个波长的两个质元的振动相位差

$$\left[\omega(t+T)-\omega\left(\frac{x+\lambda}{u}\right)+\phi_0\right]-\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\phi_0\right]=2\pi$$

$$\boxed{\lambda=\frac{2\pi}{\omega}u=uT}$$

波长就等于一周期内简谐扰动传播的距离，

更准确地说，波长等于一周期内任一给定的相所传播的距离。

4.波数

对简谐波，还常用波数 k 来描述，其定义为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

即在2π 的长度内波形曲线含有的“完整波”的数目。

实际上，波数 k 是波的空间频率。

三、平面简谐波的其他表示形式

利用平面简谐波特征量之间的关系，
可以将平面简谐波用多种形式表示

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[\omega t-kx+\varphi_0\right]$$

四、平面简谐波的复数表示

为了分析和运算的方便，

常常将简谐波的波函数表示成复数形式

$$y = A\exp\left[i\left(\omega t \mp kx + \varphi_0\right)\right]$$

注意：

平面简谐波的复数表示

只是为了分析和运算的方便，

没有引入新的物理含义。

复数表示的实部才有实际意义，

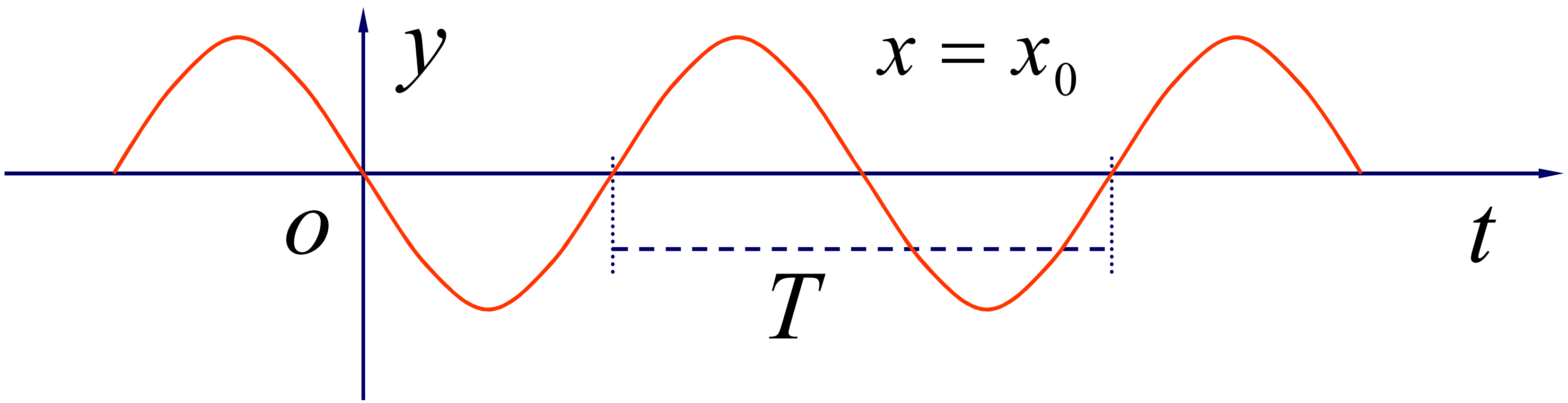
即实部代表平面简谐波。

五．波函数的物理意义

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

在某一给定的质元处 $x = x_0$

$$y(x = x_0) = A\cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_0 + \varphi_0\right] = y(t)$$



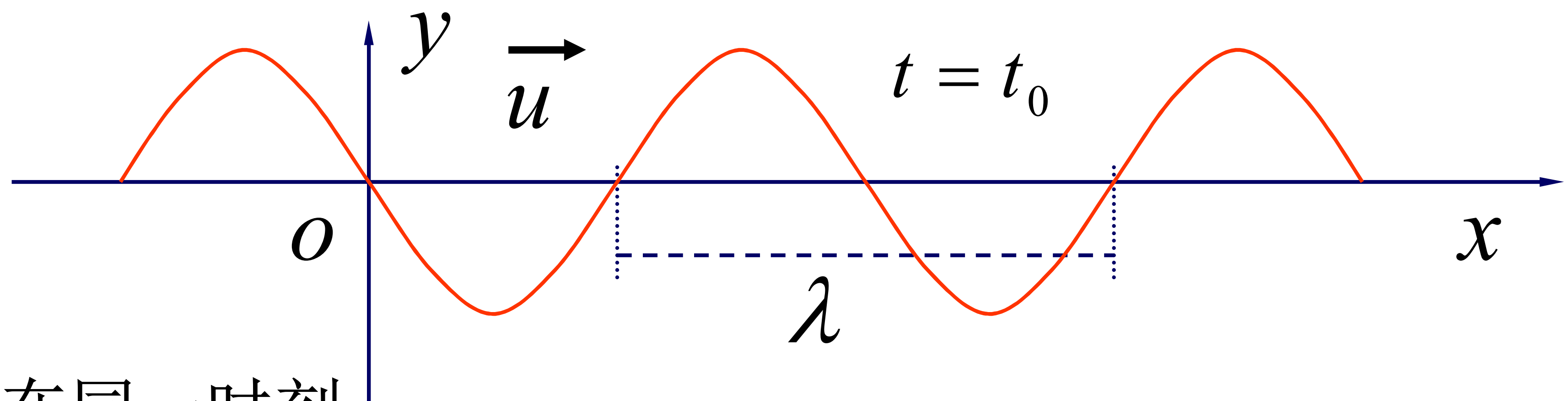
这表示的是 $x = x_0$ 处质元的振动方程。

在某一给定的时刻

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

$$t = t_0$$

$$y(t = t_0) = A\cos\left[\omega t_0 - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right]$$



在同一时刻，

各质元的位移随它们平衡位置的坐标做余弦式变化，

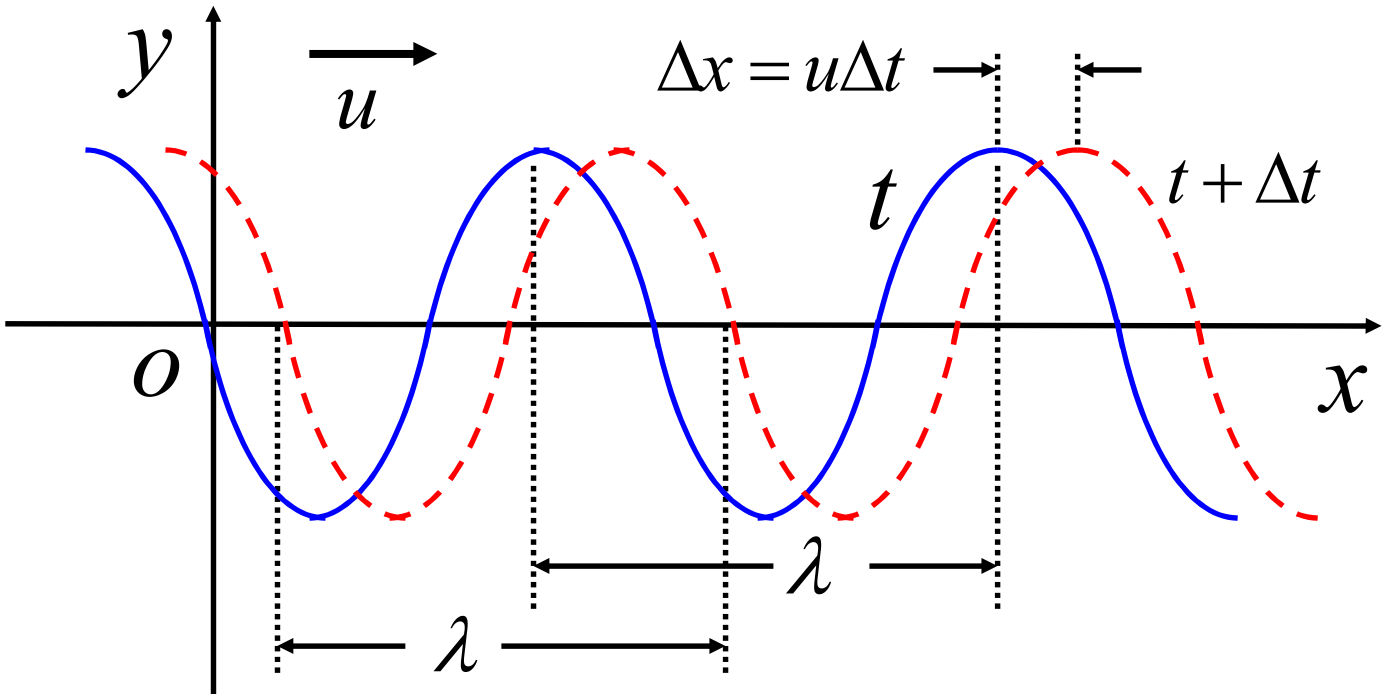
它给出 $t = t_0$ 时刻波形的“照相”，

对应的 $y - x$ 曲线就叫波形曲线。

由于波传播时任一给定的相都以速度 u 向前移动，

所以波的传播在空间内就表现为

整个波形曲线以速度 u 向前平移。



§3 波动方程与波速

$$y(t,x)=f\left(t-\frac{x}{u}\right) \qquad y(t,x)=f\left(t+\frac{x}{u}\right)$$

一、波动方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=f''\left(t\pm\frac{x}{u}\right) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}f''\left(t\pm\frac{x}{u}\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0}$$

亥姆霍兹方程

是物理学中最重要的方程之一，具有普遍意义。

在一维空间中，随时间变化的任何物理量$y(t,x)$

（可以是位移、温度、压强、电磁场等），

如果满足亥姆霍兹方程，

那么该物理量就按波的形式传播，

u 就是这种波的传播速度。

三维空间中的波动方程的形式为

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}-\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}=0$$

$\xi(t,x,y,z)$ 代表三维空间中随时间变化的物理量

（如空气中的声压分布或密度分布）

§4 波的能量 ☆

波在弹性介质中传播时，
介质的质元由于振动而具有动能，
因发生形变还具有弹性势能。

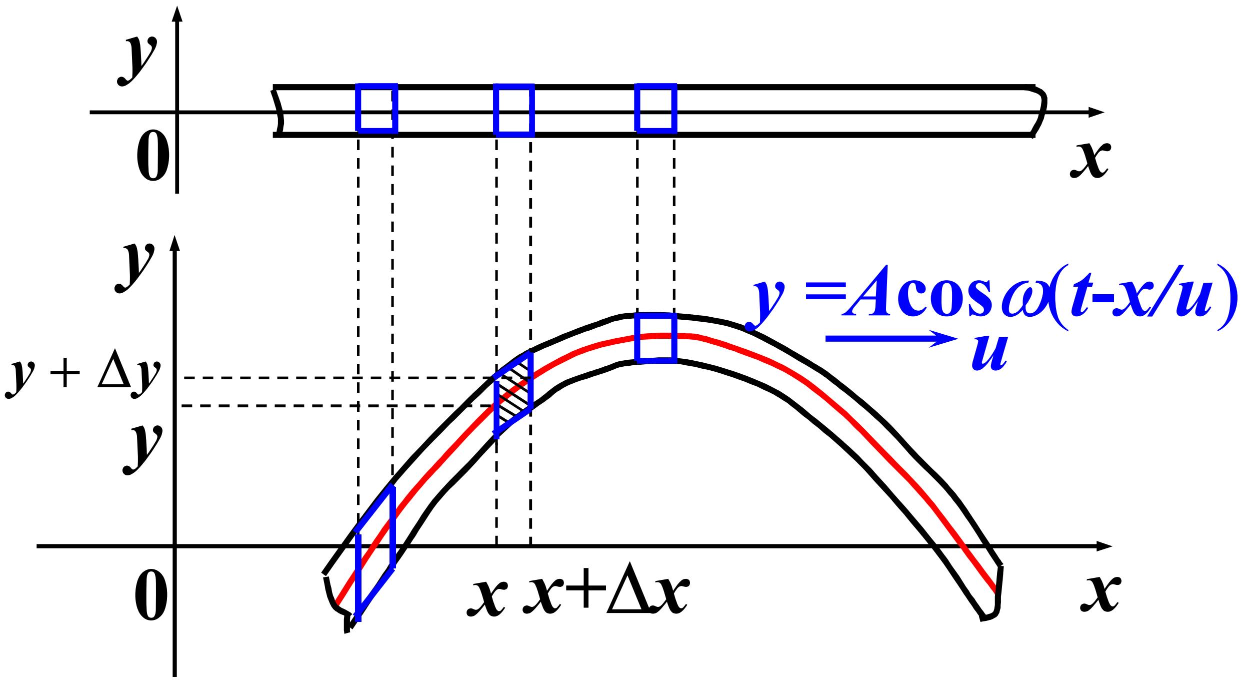
随着扰动的传播，质元的能量也向前传播。
对于机械波来说，我们把波动引起的介质的能量，
称为波的能量。

介质质元能量是如何变化的？
能量传播的规律如何？

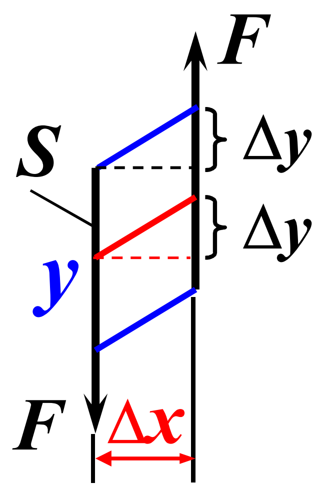
以弹性棒中的简谐横波为例来分析

一、能量在介质中的传播

☆



介质的密度为ρ



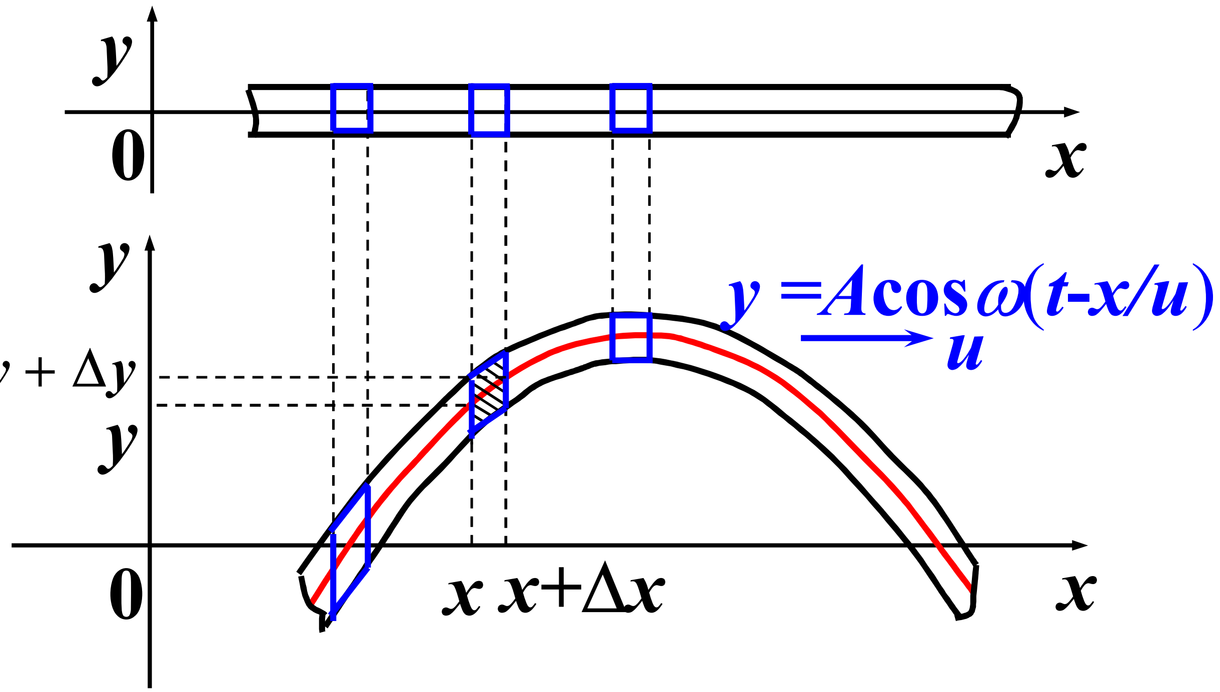
任取一质元$\Delta m=\rho\Delta V$，其中心的平衡位置坐标为x，

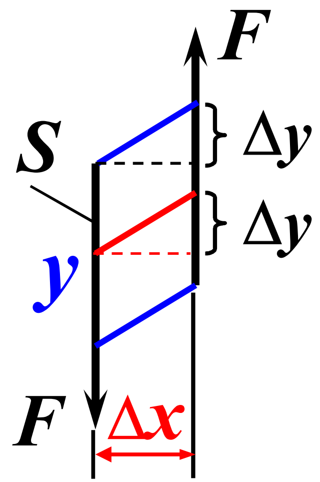
t时刻该质元的振动速度为 $v=\dfrac{\partial y}{\partial x}=-\omega A\sin\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right)$

质元具有振动动能

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}v^2\Delta m=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\Delta V$$

介质的密度为 ρ





根据切变模量的定义，质元所受弹性力为

$$F = fS = GS\frac{\Delta y}{\Delta x} = k\Delta y \qquad k = \frac{GS}{\Delta x}\text{就是劲度系数}$$

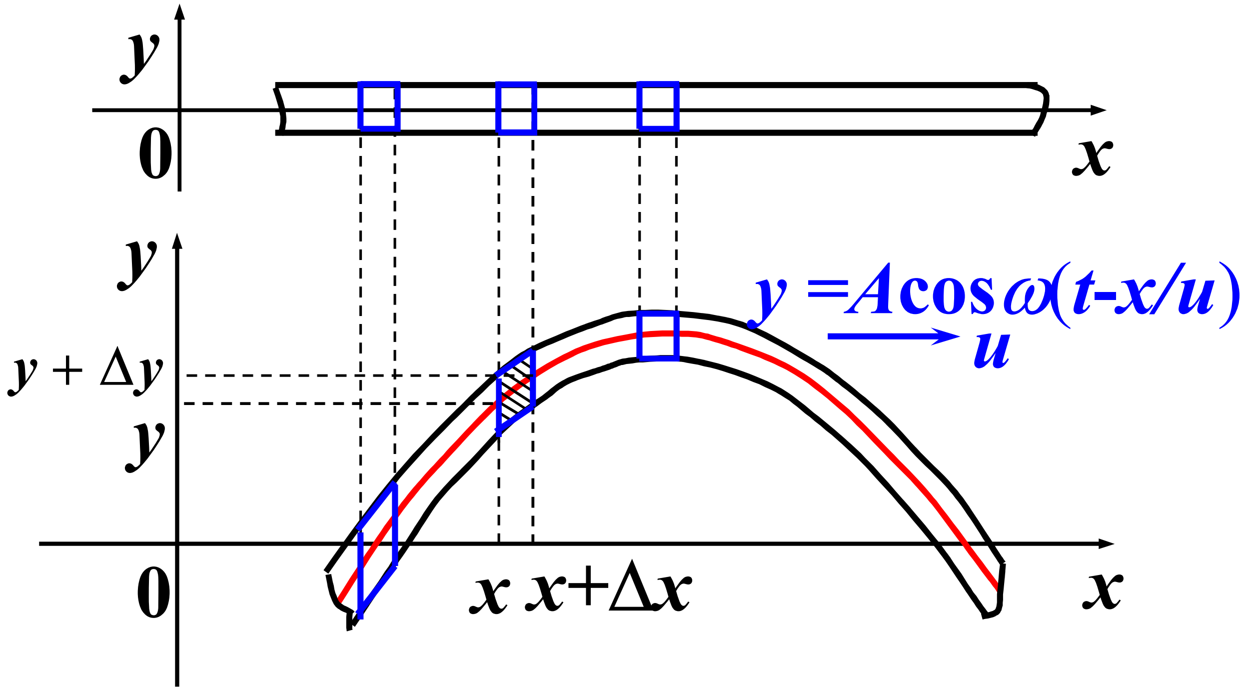
因质元的长度变化为 Δy，质元具有弹性势能

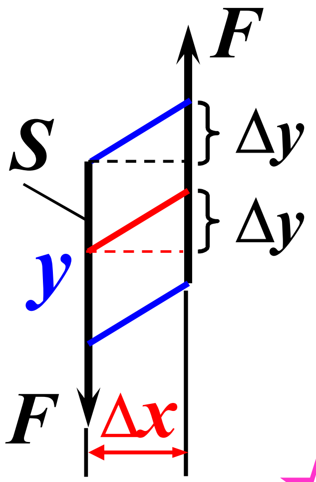
$$\Delta E_p = \frac{1}{2}k(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}\frac{GS}{\Delta x}(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}GS\Delta x(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2 = \frac{1}{2}G(\frac{\partial y}{\partial x})^2\Delta V$$

$$= \frac{1}{2}\frac{G}{u^2}\omega^2 A^2 \sin^2\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

☆

介质的密度为 ρ





$$\Delta E_p = \frac{1}{2}\frac{G}{u^2}\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

$$u^2 = G / \rho$$

$$\Delta E_p = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

$$\Delta E_p = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

☆

$$\boxed{\Delta E_k = \Delta E_p}$$

传播介质中任一质元的振动动能和弹性势能

随时间作周期性变化的规律是相同的，

两者不但相位相同，而且大小总是相等。

质元通过平衡位置时，具有最大的振动速度，动能最大，

同时形变也最大，因而其弹性势能也最大；

而在最大位移时其动能为零，

其形变也为零，因而弹性势能也为零。

所以传播介质中质元的振动不同于谐振子的振动。

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

$$\Delta E_p = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

☆

$$\boxed{\Delta E_k = \Delta E_p}$$

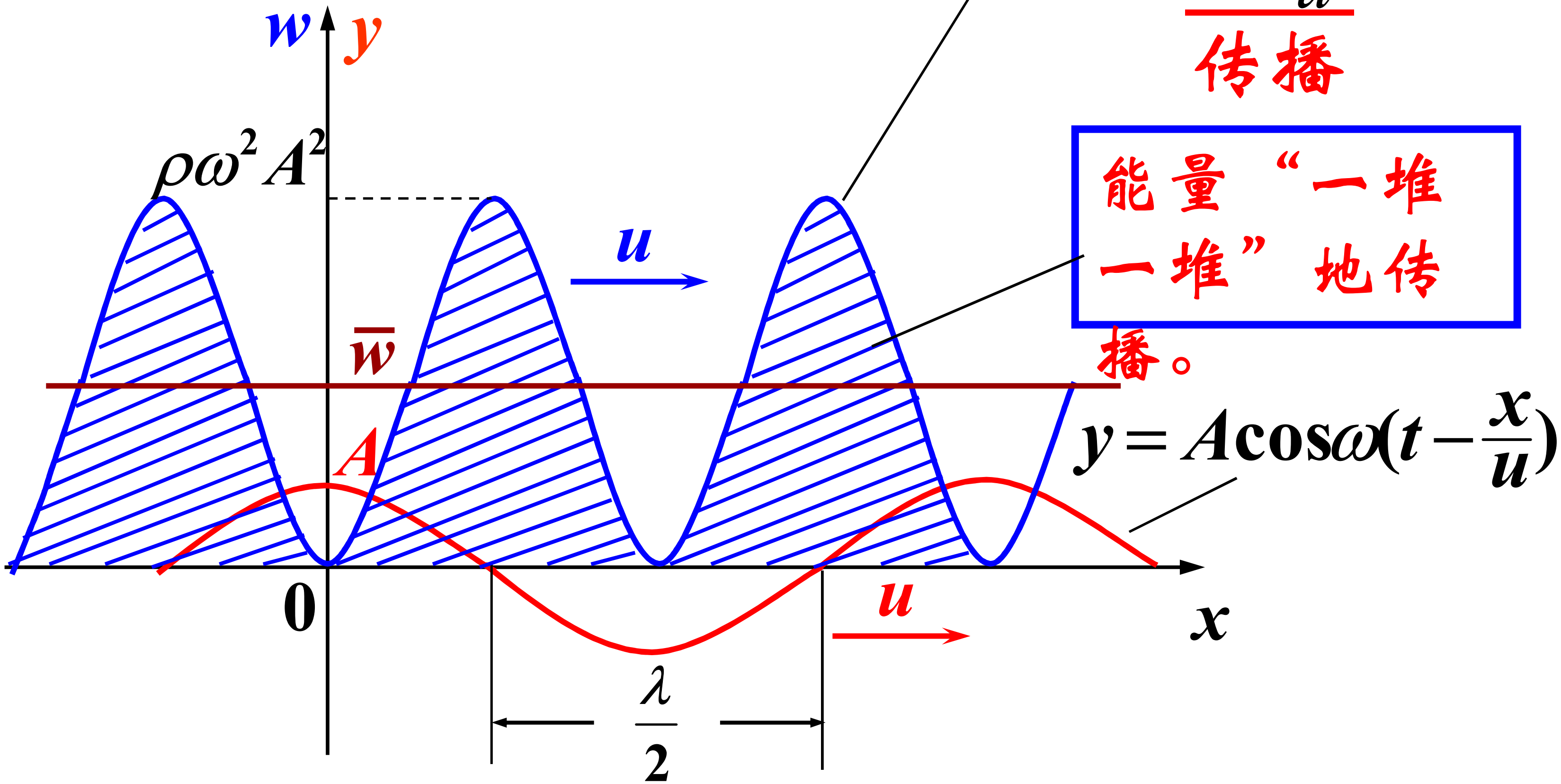
波传播时质元的机械能为

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V$$

☆

$$\Delta E = \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})\Delta V$$

传播



在波的传播过程中，任一质元总的机械能并不守恒，

而是在零与最大值之间变化，它的能量从零增加到最大，

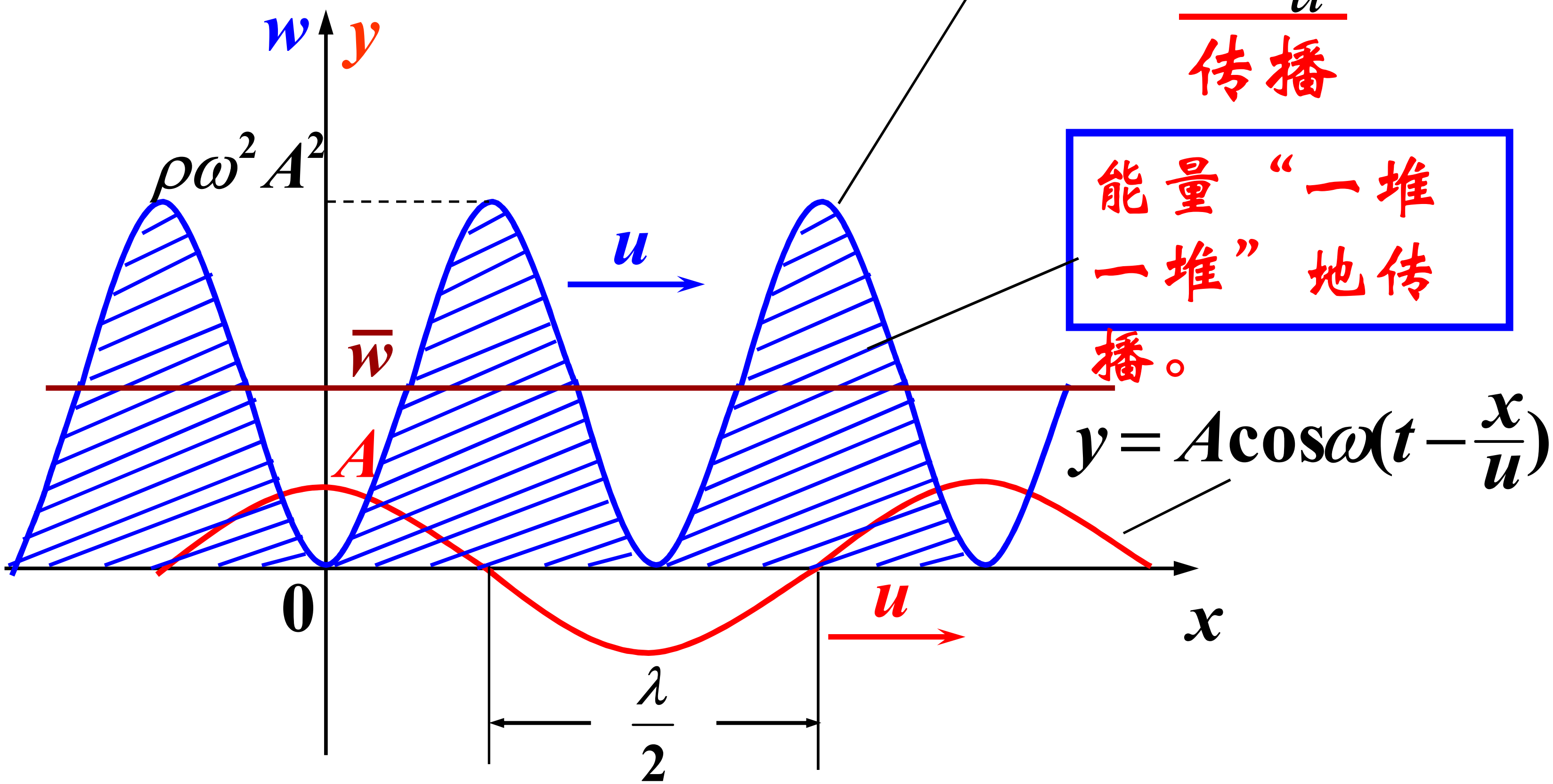
也就是它从前面的质元接受来自波源的能量的过程；

然后它的能量又从最大减小到零，

这是通过弹性力作功把输入的能量传递给后面的质元的过程

$$\Delta E=\rho\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\Delta V$$

☆



随着波形以速度u作“整体”移动，

能量的分布曲线也与之一起以速度u作“整体”移动。

振动在介质中的传播过程也就是能量的传播过程，波是能量传播的一种形式。

二、能量密度 ☆

波传播时，单位体积介质中的波动能量叫做波的能量密度

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho \omega^2 A^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

能量密度随时间作周期性变化

一个周期内能量密度的平均值叫平均能量密度

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

机械波的平均能量密度与频率的平方、振幅的平方以及介质的密度成正比。

这一公式虽然是从平面简谐波的特殊情况导出的，但它适用于任何弹性波。

三、能流密度 ☆

单位时间内通过某一面积的能量称为能流，通过垂直于传播方向的单位面积的能流称作该处的能流密度。

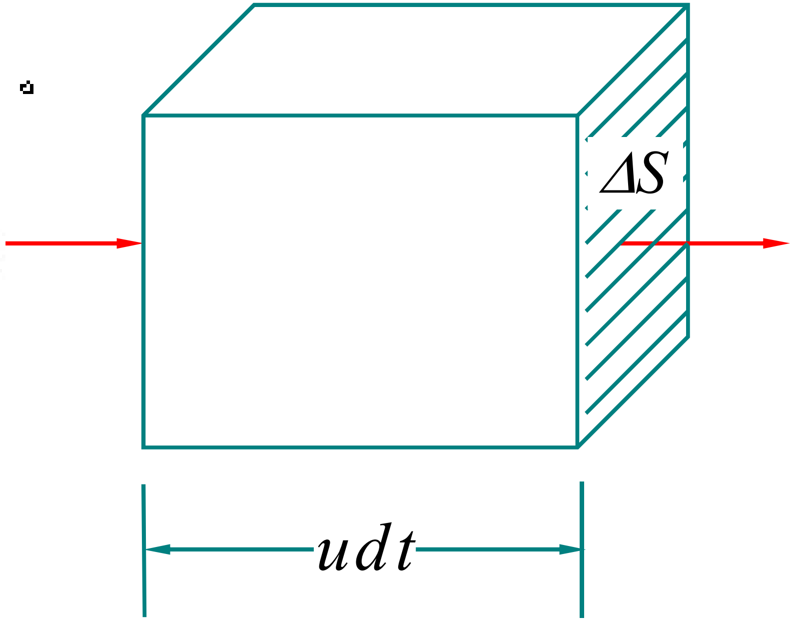
在介质中垂直于波的传播方向取一面积 ΔS。

以 ΔS 为底，

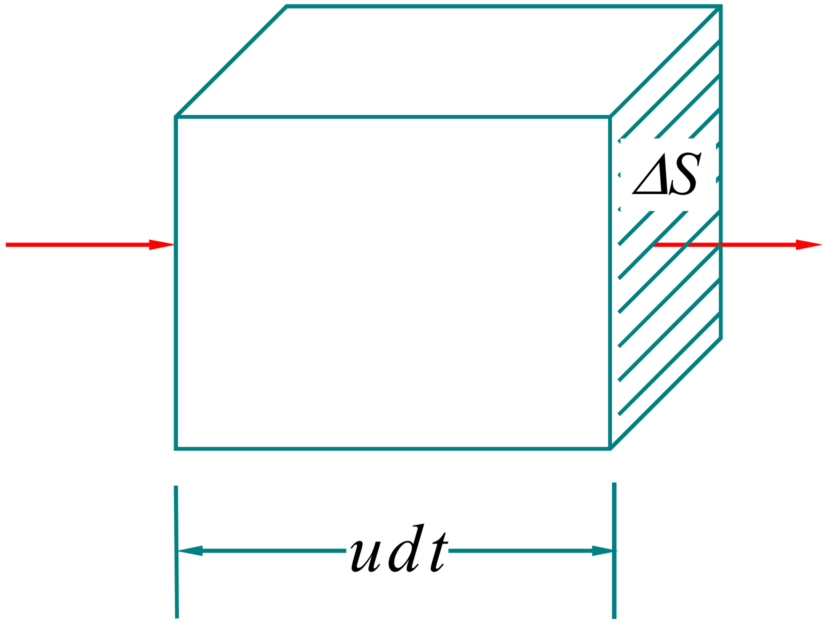
以 udt 为长度的柱体内的能量 $wudt\Delta S$

在 dt 时间内刚好全部通过 ΔS，

则 ΔS 面上的能流密度为



$$S=\frac{wudt\Delta S}{\Delta S dt}=uw=u\rho\omega^2A^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$$



$$S=\frac{wudt\Delta S}{\Delta Sdt}=uw$$

$$=u\rho\omega^2A^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$$

对时间取平均，则平均能流密度(又称波强)为

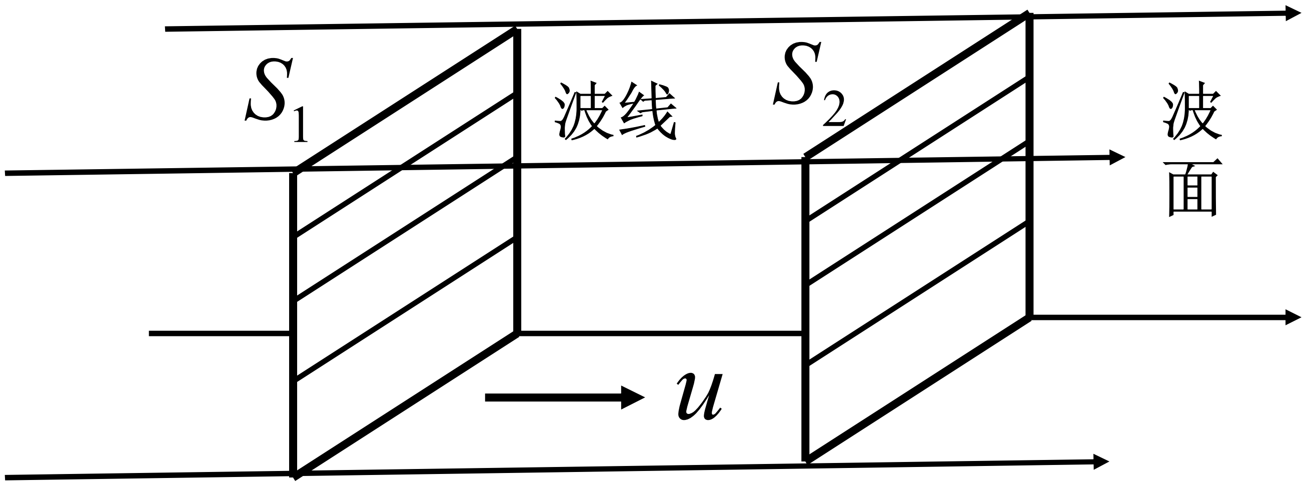
$$I=u\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T uwdt=\frac{1}{2}\rho u\omega^2A^2\propto A^2$$ ☆

波强与振幅的平方成正比，与频率的平方成正比，

对均匀介质中传播的确定的行波来说，ρu 和 ω 均不变，

于是波强 I 与振幅的平方成正比。

对平面波，
若不计介质对能量的吸收，
则根据能量守恒，
　　由一束波线所限定的两个相同面积的波面上的
　　平均能流必然相等，说明波强各处相同，
波在传播过程中振幅不变。

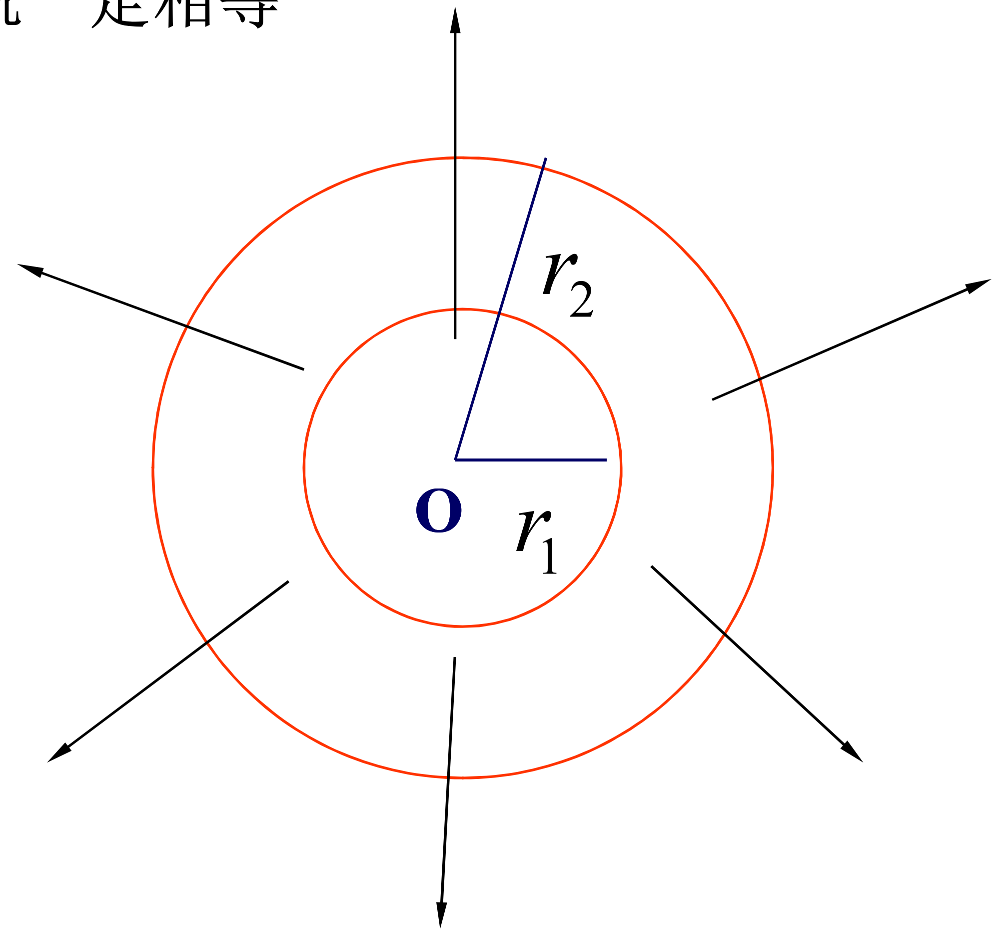


☆

对各向同性的不吸收能量的均匀介质中的球面波 ☆

考虑半径为 r_1 和 r_2 的两个波面，

通过这两个球面的平均能流一定相等



$$I_1 S_1 = I_2 S_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^{\ 2}}{r_1^{\ 2}} \qquad \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

球面波的振幅 A 反比于到点波源的距离

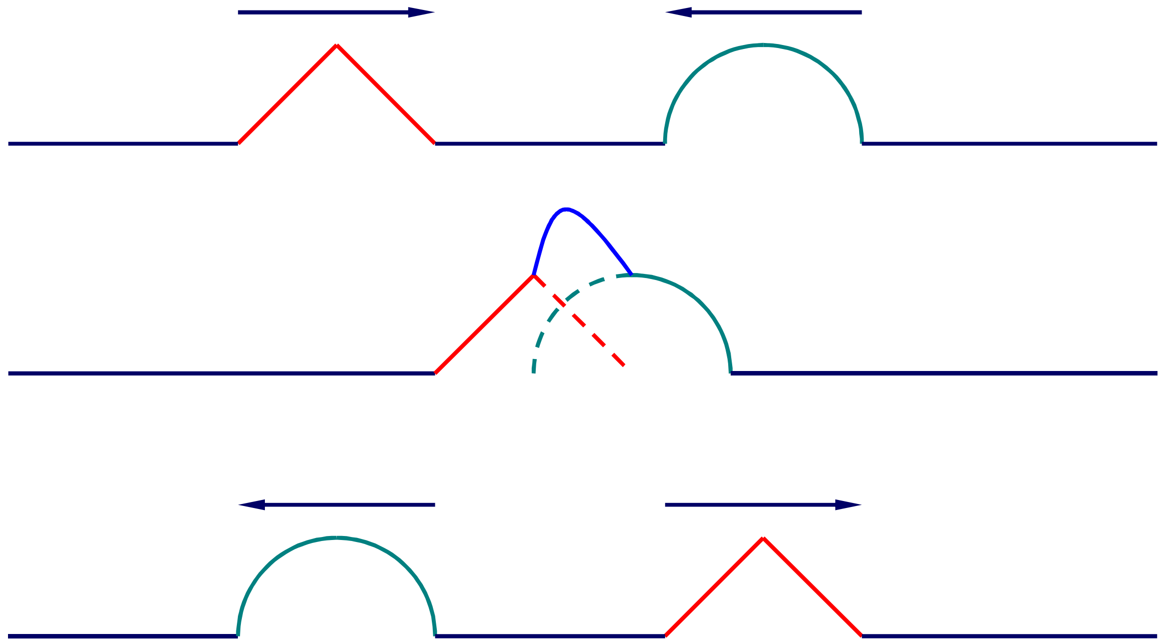
§6 波的叠加

一、波的叠加原理

若几列波同时在介质中传播，
它们各以原有的振幅、波长和频率沿原方向
独立地传播，彼此互不影响
（独立传播原理）；

在几列波相遇处，
质元的位移等于各列波单独传播时
在该处引起的位移的矢量和
（波的叠加原理）。

波的叠加原理是干涉、衍射的基本依据。



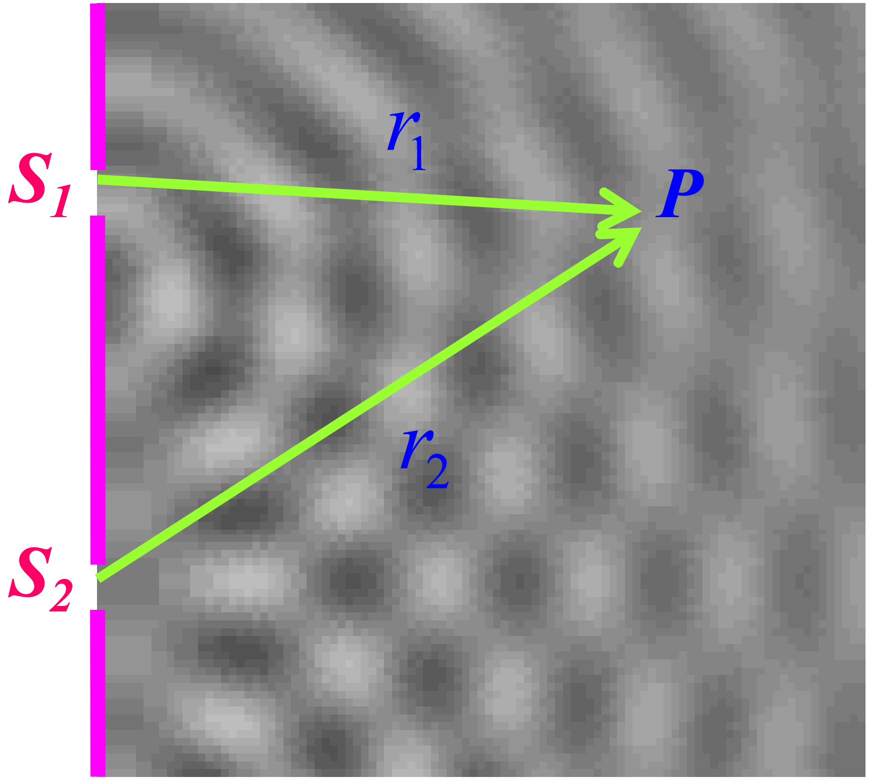
二、波的干涉 ☆

当两列波(或几列波)满足频率相同、
振动方向相同以及相位差恒定的条件，
在波相遇的区域内任何一点，
分振动都有恒定的相位差，
但是对于不同的点，相位差不同，
因此有些地方振动始终加强，
有些地方振动始终减弱或完全抵消，
这种现象称为波的干涉，

能产生干涉现象的波称为相干波，
相应的波源称为相干波源。

设两相干波源 S_1、S_2 的振动表达式分别为

$$\begin{cases} y_{10} = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_{20} = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$



由它们发出的相干波经过

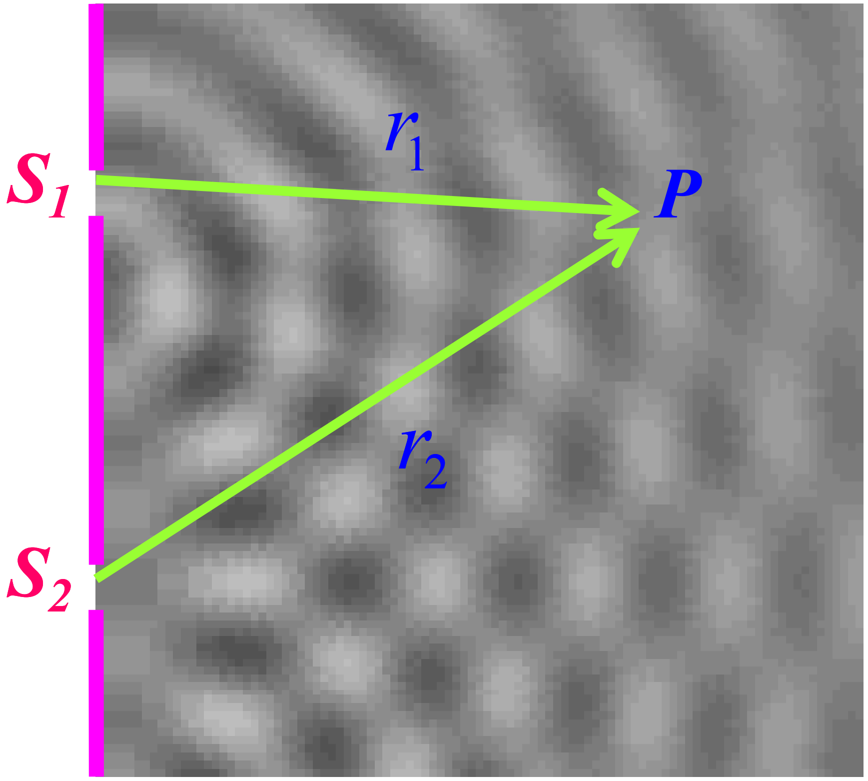
距离 r_1、r_2于P点相遇，

两波在 P点引起的分振动为

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda}) \end{cases}$$

☆

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda}) \end{cases}$$



P 点的合振动为

$$y = y_2 + y_1 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

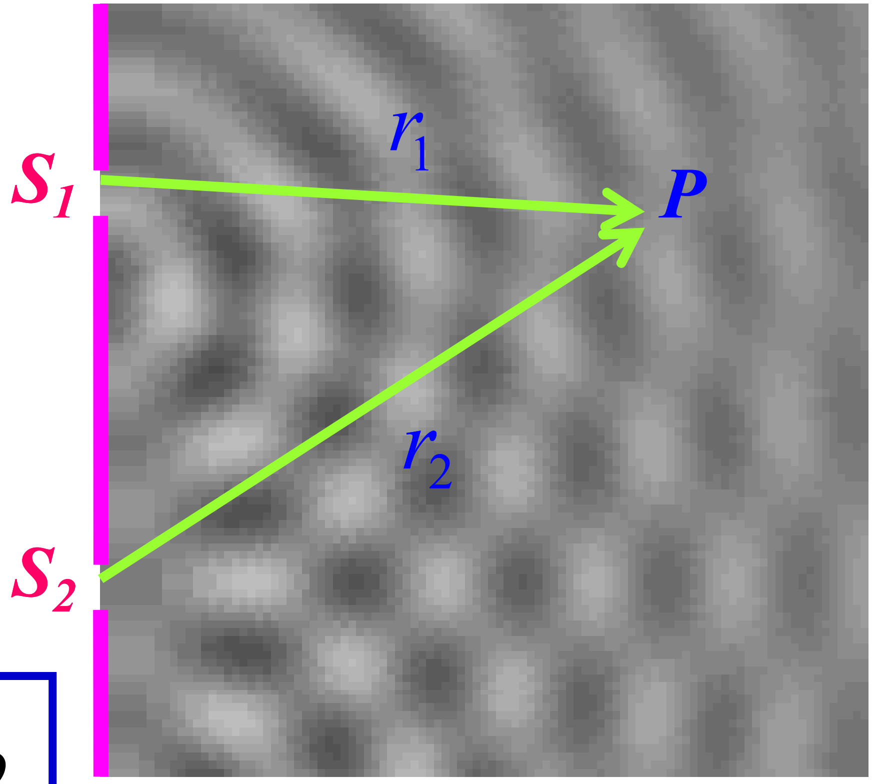
P 点两振动的相位差

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

合振动的振幅 $A^2 = A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$ ☆

合振动的相位 $\tan\varphi = \dfrac{A_1\sin\left(\varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}\right) + A_2\sin\left(\varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda}\right)}{A_1\cos\left(\varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}\right) + A_2\cos\left(\varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda}\right)}$

$$A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$



由于波强正比于振幅的平方

合振动在 P 点的强度 I

与两相干波的强度

I_1 和 I_2 有如下关系

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi}$$

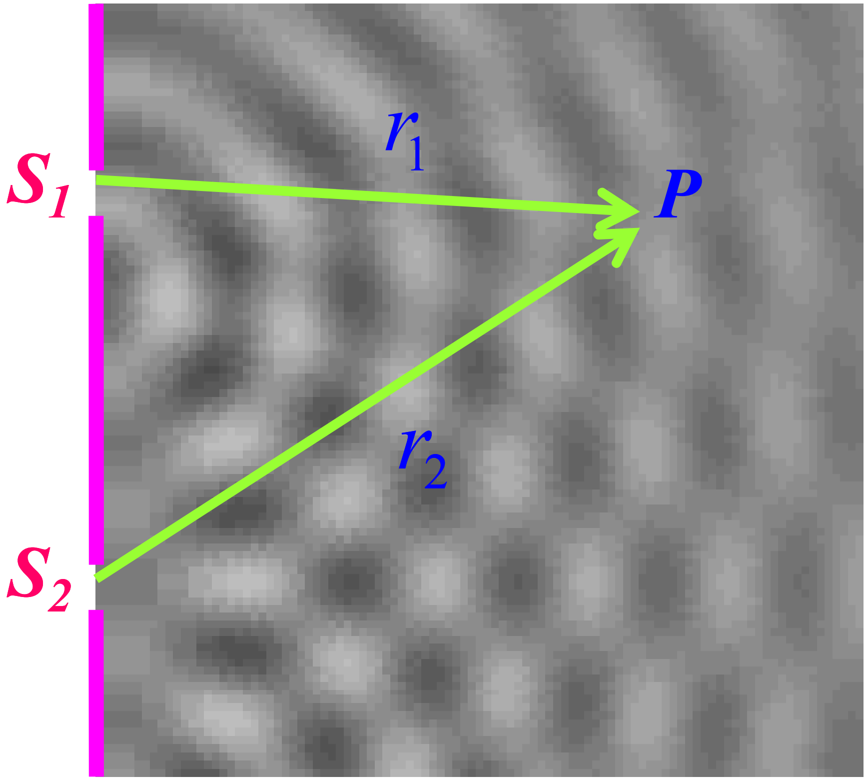
☆

一般说来，I 不等于 $I_1 + I_2$ ；

还有一干涉项 $2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$ ，

它可正可负，取决于 $\Delta\varphi$ 。

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$



$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$

P点的合振幅为 $A = A_1 + A_2$

波强为 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

该处合振幅最大，
有最大的强度
称为干涉相长

☆

$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$

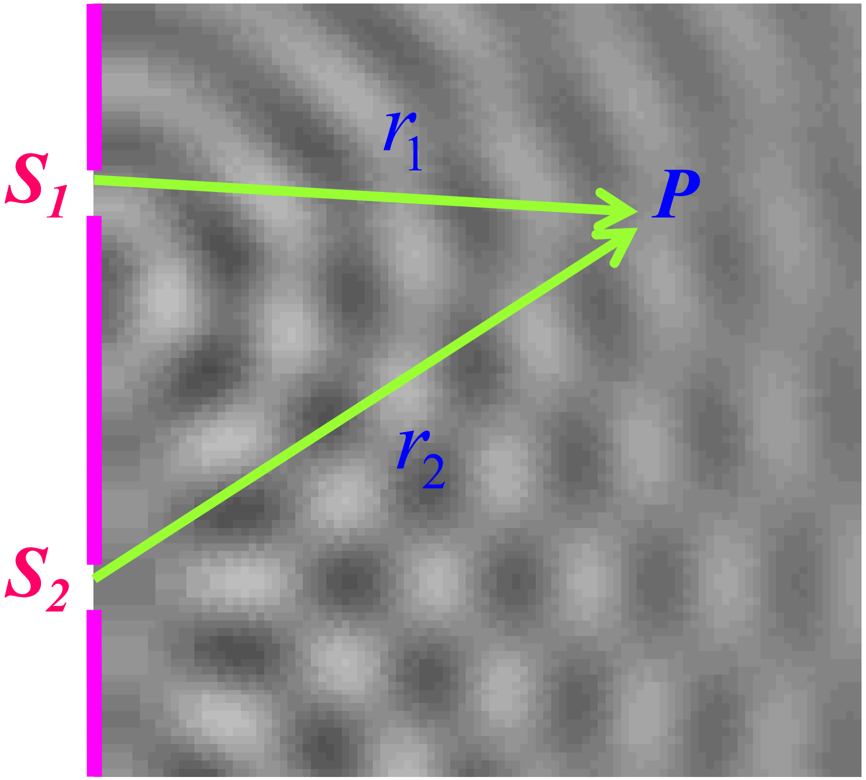
P点的合振幅为 $A = |A_1 - A_2|$

波强为 $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

该处合振幅最小
并有最小的强度，
称为干涉相消

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$



如果波源的振动是同相的，

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

则 $\Delta\varphi$ 取决于波程差 $\delta = r_2 - r_1$

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

☆

$$\Rightarrow \quad \delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

干涉相长

$$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$\Rightarrow \quad \delta = \pm(2k+1)\lambda / 2 \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

干涉相消