姓名：__________

学号：__________

学院（系）：_______

_____ 级_____ 班

教师：__________

大 连 理 工 大 学

课程名称：工科数学分析基础 2　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2014 年 6 月 20 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、曲面 $z = x^2 + y^2$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切平面方程是____________________，

法线方程是__________________________。

2、向量场 $\vec{A} = \left(xyz, xy^2, y^2z\right)$ 在点 $P_0(1,2,1)$ 处的散度 $div\,\vec{A}(P_0) =$ ______，

旋度 $\boldsymbol{rot}\,\vec{\boldsymbol{A}}(P_0) =$ ________。

3、曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 在点 $P_0(1,1,1)$ 处指向外侧的单位法向量 $\vec{n} =$ _______，

函数 $u(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + z^2$ 在点 P_0 沿方向 $\vec{n}$ 的方向导数 $\left.\frac{\partial u}{\partial \vec{n}}\right|_{P_0} =$ __________。

4、设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，$f(x)$ 在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为

$f(x) = \begin{cases} x, -\pi \le x < 0 \\ 0,\ 0 \le x < \pi \end{cases}$，$f(x)$ 的 Fourier（傅里叶）级数 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

的和函数是 $S(x)$，则 $S(3\pi) =$ __________，$a_3 =$ __________。

5、设锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ $(0 \le z \le 1)$ 的面密度 $f(x,y,z) = x^2 + y^2$，则此锥面的质量为______。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、微分方程组$\begin{cases} y_1' = y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 2y_1 + 2y_2 \end{cases}$的通解为（　　）

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$；　(B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$；

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$；(D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$

2、设函数$z = f(x,y)$的全微分$\mathrm{d}z = (x-1)\mathrm{d}x + (y+2)\mathrm{d}y$，则点$(1,-2)$处（　　）

（A）不是$f(x,y)$的连续点；　　　（B）不是$f(x,y)$的极值点；

(C)是$f(x,y)$的极小值点；　　　　(D)是$f(x,y)$的极大值点.

3、均匀半球体$\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \le 1, z \ge 0$的质心坐标是$(0,0,\bar{z})$，则$\bar{z} =$（　　）

（A）$\frac{1}{8}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{3}{8}$　　(D)$\frac{7}{16}$

4、设可微函数$f(x,\ y)$在点$(x_0,\ y_0)$取得极小值，则下列结论正确的是（　　）

（A）一元函数$f(x,\ y_0)$在$x = x_0$处的导数等于零；

（B）一元函数$f(x,\ y_0)$在$x = x_0$处的导数大于零；

（C）一元函数$f(x,\ y_0)$在$x = x_0$处的导数小于零；

（D）一元函数$f(x,\ y_0)$在$x = x_0$处的导数不存在。

5、已知$\alpha > 0$，$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \sin \frac{1}{n^{\alpha}}$绝对收敛，$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{2-\alpha}}$条件收敛，则$\alpha$范围为（　　）

（A）$0 < \alpha \le \frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{2} < \alpha \le 1$　　（C）$1 < \alpha \le \frac{3}{2}$　（D）$\frac{3}{2} < \alpha < 2$

得分	

三、**(10 分)** 函数$z = f(x+y, x-y, xy)$, 其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$。

得分	

四、（10 分）设曲线积分$\int_l \left(-2f'(x)-f(x)+xe^x\right)ydx+f'(x)dy$在整个$xOy$平面内与路径无关，其中函数$f(x)$二阶连续可导，求函数$f(x)$的通解。

得分	

五、（10 分）已知 L 是<u>**第一象限**</u>中从点 $O(0,0)$ 沿圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 到点 $A(2,0)$，再沿圆周 $y=\sqrt{4-x^2}$ 到点 $B(0,2)$ 的有向曲线。计算曲线积分 $I=\int_L 3x^2 y dx+(x^3+x+2y)dy$ 。

得分	

六、（10 分）（1）写出函数 $f(x)=\sin x$ 在 $x=0$ 处的幂级数及收敛域；

（2）求 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{(2n+1)!}x^{2n+1}$ 的和函数及收敛域。

得分	

七、（10 分）求曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{xdydz}{x^2+y^2+z^2}$，其中$\Sigma$是由曲面$x^2+y^2=R^2$及两平面$z=R$和$z=-R(R>0)$所围立体<u>全表面</u>的外侧。