

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

教师: _____

大 连 理 工 大 学

课程名称: 工科数学分析基础(二) 试卷: B 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学科学学院 考试日期: 2017 年 6 月 23 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

装

得 分	
-----	--

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 设 $z = f(e^x \sin y, y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____,

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____。

2. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 在点 $(1, 2, 1)$ 处的切平面方程是 _____,
法线方程是 _____。

3. 函数 $u(x, y, z) = xy + 2yz + 3zx$ 在点 $P_0(1, -1, 1)$ 处的梯度 $\text{grad} u|_{P_0} =$ _____,
设向量 $\vec{L} = (1, -2, 2)$, 则方向导数 $\frac{\partial u}{\partial \vec{L}}|_{P_0} =$ _____。

4. 曲线 L 为上半圆周 $y = \sqrt{1 - x^2}$, 则曲线积分 $\int_L \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} ds =$ _____;

曲面 $\Sigma: z^2 = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x + y + z) dS =$ _____。

5. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数, 函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1]$ 上的表达式为

$f(x) = \begin{cases} 2, & -1 < x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, $f(x)$ 的 Fourier (傅里叶) 级数的和函数是 $S(x)$,

则 $S(1) =$ _____, $S(100) =$ _____。

得 分	
--------	--

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1. 向量场 $\vec{A}(x, y, z) = (2ax - y^2, x^2 - 2yz, z^2 - 2z)$ 是无源场, 则常数 $a =$ ()

- (A) -1; (B) 0; (C) 1; (D) 2。

2. 微分方程组 $\begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 \\ y_2' = -y_1 + 3y_2 \end{cases}$ 的通解为 ()

- (A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$; (B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{4x}$;
(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$; (D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{4x}$ 。

3. 已知函数 $f(x, y) = \frac{e^x}{x-y}$, 则 ()

- (A) $f'_x - f'_y = 0$; (B) $f'_x + f'_y = 0$; (C) $f'_x - f'_y = f$; (D) $f'_x + f'_y = f$ 。

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}) \sin(n+k)$ (k 为常数) ()

- (A) 绝对收敛; (B) 条件收敛; (C) 发散; (D) 收敛性与 k 有关。

5. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2x, x^2 + y^2 \leq 2y\}$, 则 $\iint_D f(x, y) dx dy =$ ()

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$;

(B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$;

(C) $2 \int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^x f(x, y) dy$; (D) $2 \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ 。

得 分	
--------	--

三、(10 分) 求微分方程 $y'' + y' - 2y = (2x+1)e^{-x}$ 的通解。

得 分	
--------	--

四、(10 分) 用拉格朗日 (Lagrange) 乘子法求函数 $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2$ 在单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的最大值和最小值。

得 分	
--------	--

五、（10 分）将函数 $f(x) = \arctan \frac{1+x}{1-x}$ 展为 x 的幂级数，并求收敛域。

得分	
----	--

六、(10 分) 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} xz \, dydz + (x^3 + y^2) \, dxdy$, 其中 $\Sigma : z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$,

取下侧。

得 分	
--------	--

七、(10 分) 计算曲线积分 $\int_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ ，其中 L 为从点 $A(1,1)$ 沿直线到点 $B(-1,0)$ ，

再沿曲线 $y = x^2 - 1$ 到点 $C(1,0)$ 。