第九次课学习要求：

1、结合课件“恒定磁场-2-2020”，观看金课建设平台上的8.7-8.11视频.

2、要求掌握以下知识点

（1）理解安培环路定理，它反映了磁场什么性质，定理中每一个物理量的含义、相互间的关系；

（2）重点掌握运用安培环路定理计算某些特定电流分布的磁场的磁感应强度；

（3）总结两种计算磁感应强度的方法；

（4）总结静电场和恒定磁场中 两个高斯定理和两个环路定理，从性质上区分开静电场和恒定磁场。

§ 2-2 安培环路定理

静电场：$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$ ——静电场是有源场

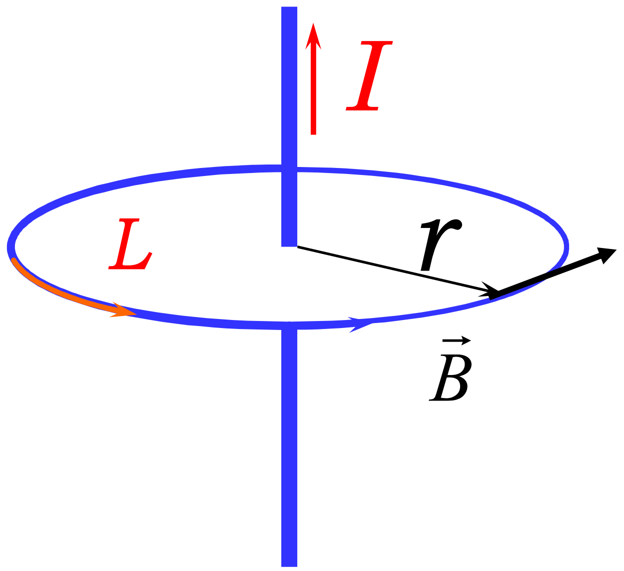
$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$ ——静电场是无旋场

磁场：$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$ ——磁场是无源场

$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=?$ ——磁场是有旋场

一、安培环路定理

- 以无限长载流直导线为例



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

<u>以闭合的磁感应线为积分回路</u>

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos 0^0 \,\mathrm{d}l = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint_L \mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot 2\pi r$$

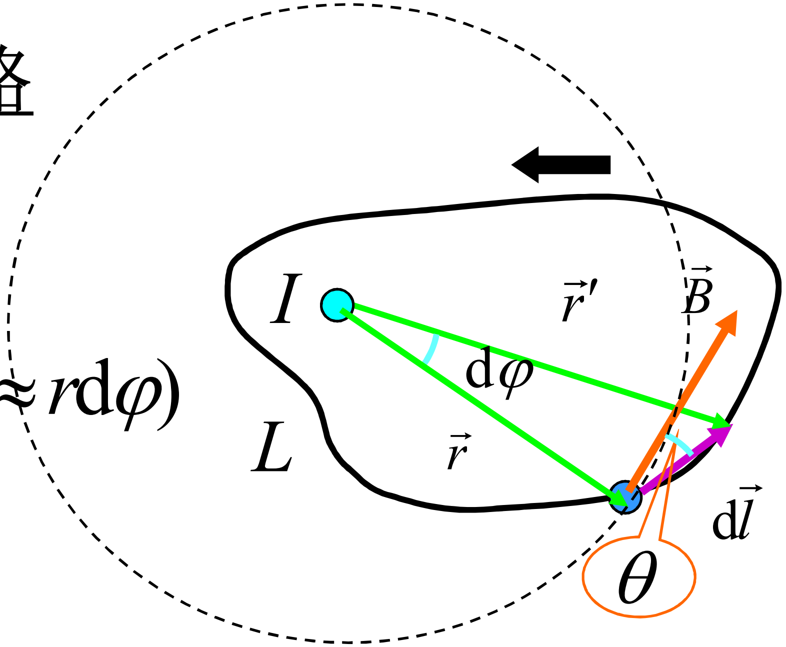
$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

与环路中所包围的电流有关

改变电流方向 $\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\mu_0 I$

与环路中所包围的电流有关

任意平面闭合回路为积分回路



$$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos\theta\mathrm{d}l$$

$$= \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\theta\mathrm{d}l \quad (\because\ \mathrm{d}l\cos\theta \approx r\mathrm{d}\varphi)$$

$$= \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r\mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2\pi$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$ 与环路中所包围的电流有关

若回路绕行方向相反或电流的流向相反

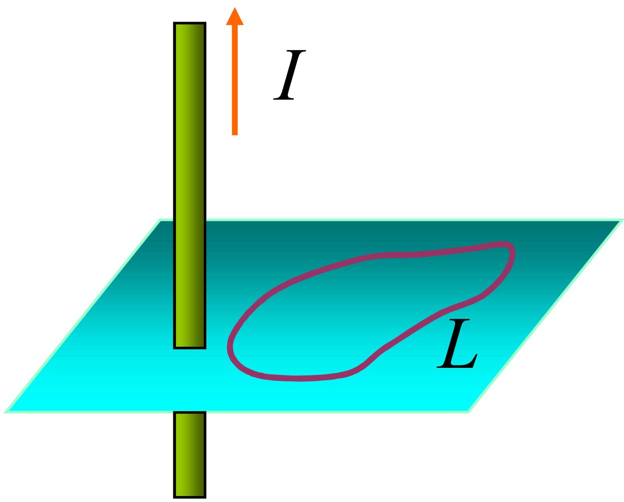
$$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\mu_0 I$$ 与环路中所包围的电流有关

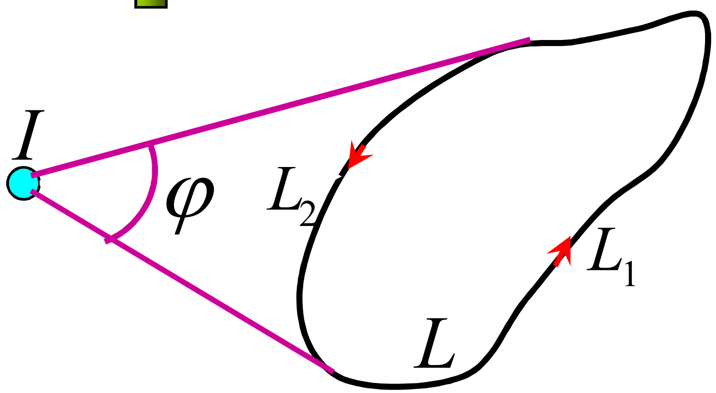
若环路中不包围电流

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\int_{L_1} d\varphi - \int_{L_2} d\varphi\right]$$

$$= 0$$

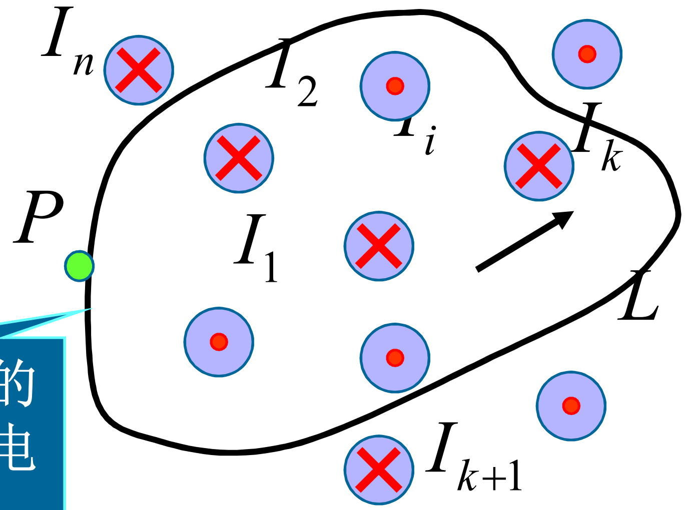




若环路不包围电流，则磁场环流为零

推广到一般情况

$$\begin{cases} I_1 \sim I_k & \text{—— 在环路 } \boldsymbol{L} \text{ 中} \\ I_{k+1} \sim I_n & \text{—— 在环路 } \boldsymbol{L} \text{ 外} \end{cases}$$



环路上各点的磁场为所有电流的贡献

则磁场环流为

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L \sum \vec{B}_i \cdot d\vec{l}$$

$$= \sum \oint_L \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{k} I_i + 0 = \mu_0 \sum_{i=1}^{k} I_i (L\text{内})$$

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{i\,\text{内}}}$$ —— 安培环路定律

稳恒电流的磁场中，磁感应强度沿一闭合路径 **L** 的线积分等于路径 **L** 包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍

说明：

(1) 定理中的$\vec{B}$ 是闭合回路上各点的$\vec{B}$ ，它是L内外所有电流共同产生的，与场点位置有关

(2) $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$只能说明环路内无电流或电流代数和为零，而不能说明环路上各点的 $\vec{B}$ 均为零。

(3) 电流的正负规定：

若环路的绕行方向与电流的流向之间满足右手螺旋关系时 $I_i > 0$ ；反之，$I_i < 0$

(4) 磁场是有旋场 —— 电流是磁场涡旋的轴心

(5) 安培环路定理只适用于闭合的载流导线，对于任意设想的一段载流导线不成立

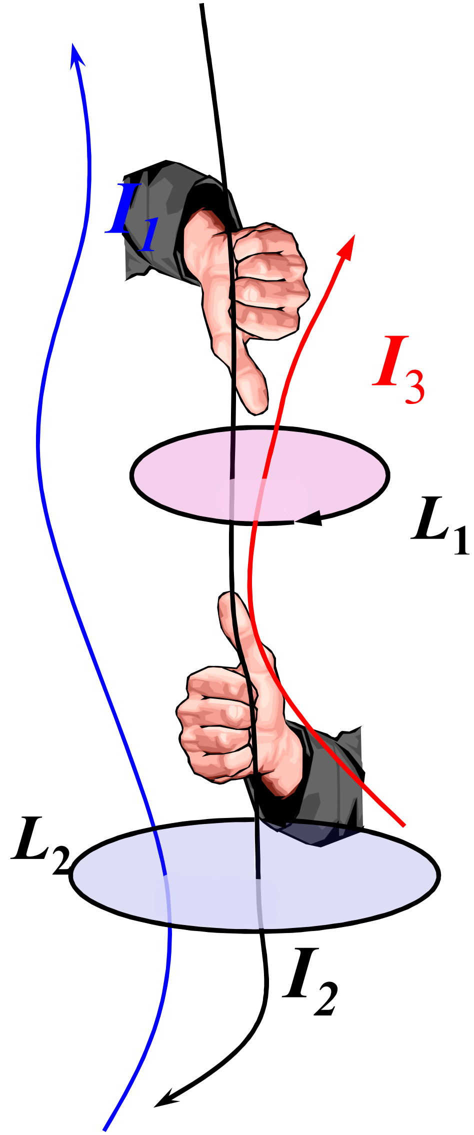
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \boxed{\sum_n I_n}$$

正向穿过以*L*为边界的任意曲面的电流的代数和。

$$\oint_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0(I_2 - I_3)$$

$$\oint_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0(I_1 - I_2)$$

空间任意一点的磁感应强度 $\vec{B}$ 由所有的电流贡献！



比较：

静电场	稳恒磁场
$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$	$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i$
静电场是保守力场，或有势场；它是无旋场	磁场是非保守力场，或无势场；它是有旋场
$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$
电场线起于正电荷、止于负电荷。 静电场是有源场	磁感应线闭合 、 无自由磁荷 磁场是无源场

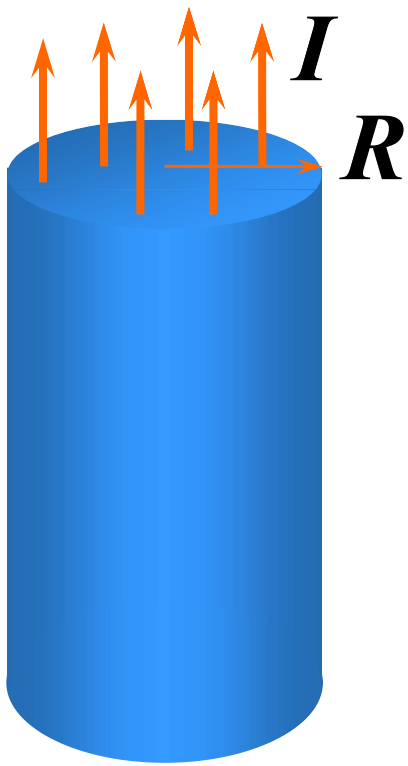
二、安培环路定理 $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$ 的应用

当场源分布具有高度对称性时，利用安培环路定理计算磁感应强度

例1. 无限长载流圆柱导体

已知：I、R

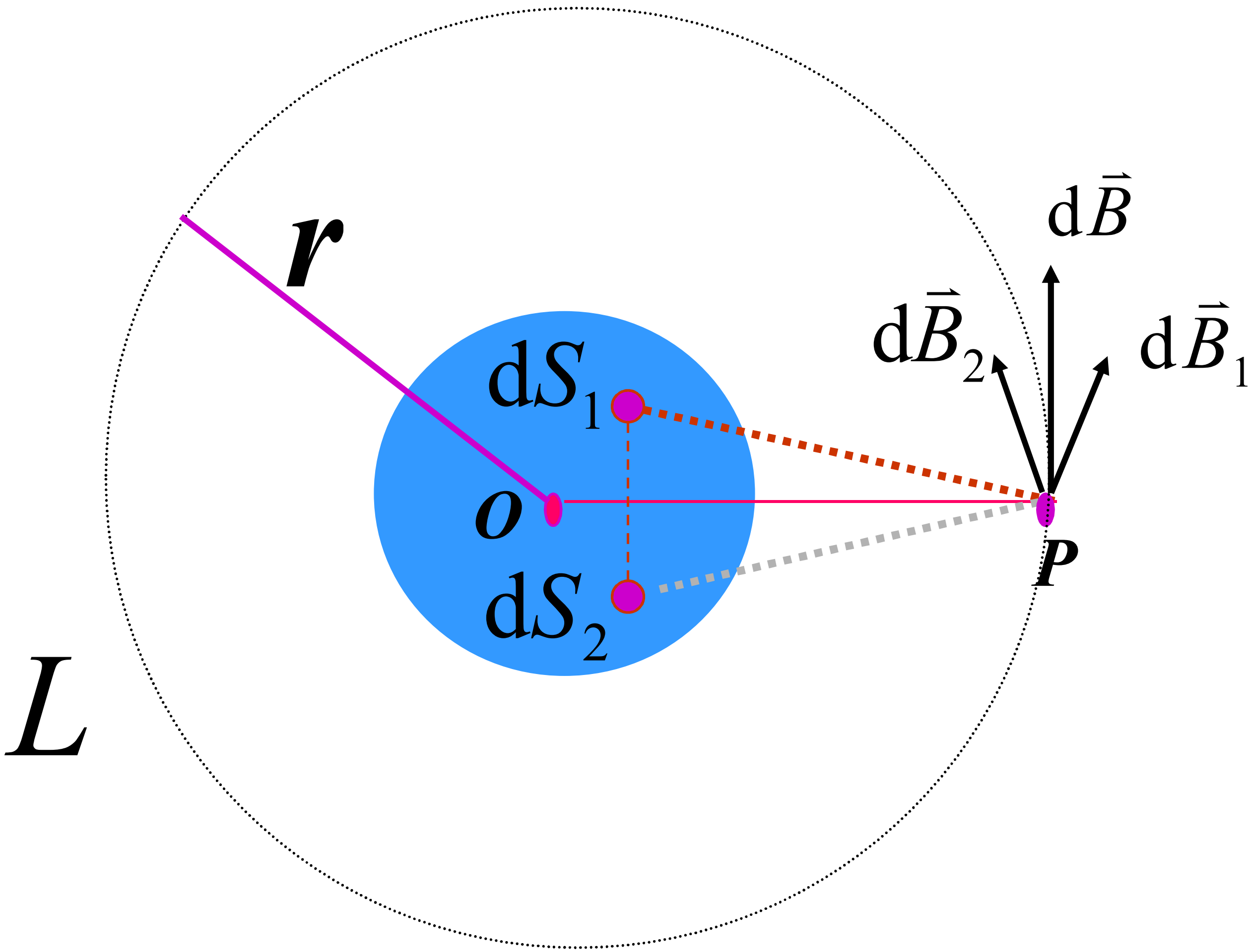
电流沿轴向，在截面上均匀分布



分析对称性

电流分布——轴对称

$\vec{B}$ 的方向判断如下：



选过场点p的一条半径r为的磁感应线作积分环路L，

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\mathrm{d}l = 2\pi r B$$

当$r > R$时，有

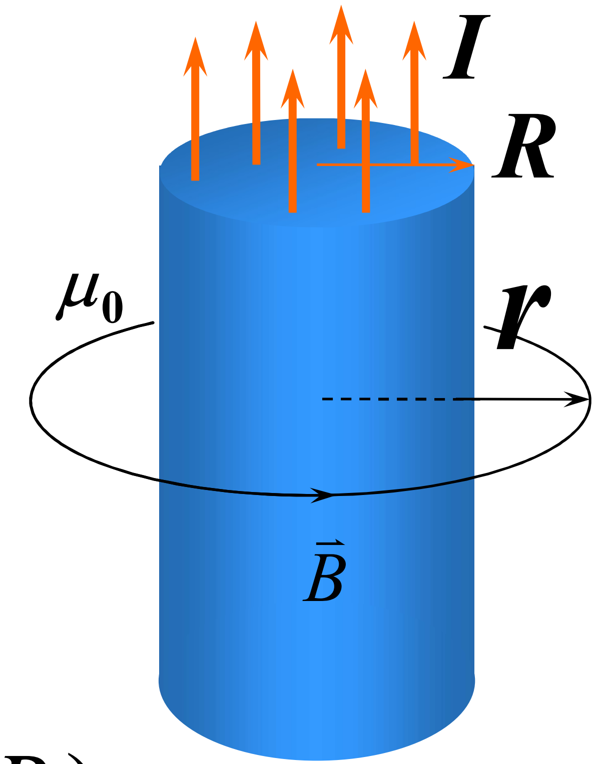
$$\sum_i I_i = I \quad (r > R)$$

由安培环路定理可得

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r > R)$$



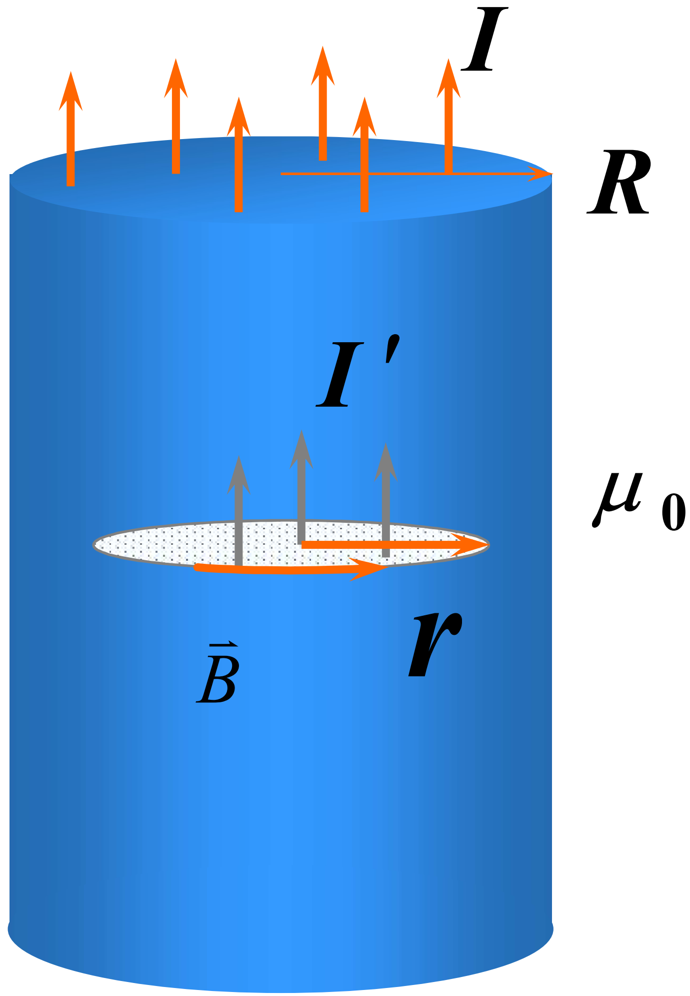
选过场点p的一条半径r为的磁感应线作积分环路L，

则磁感应强度的环流为

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\mathrm{d}l = 2\pi rB$$

当 $r < R$ 时，有

$$\sum_i I_i = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = \frac{r^2}{R^2}I \quad (r<R)$$



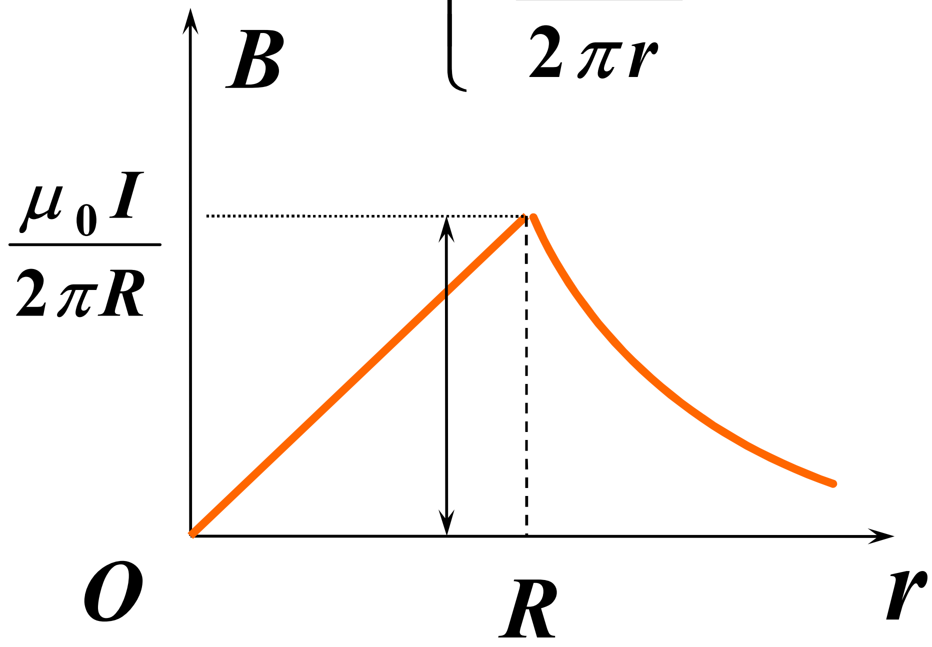
则由安培环路定理可得

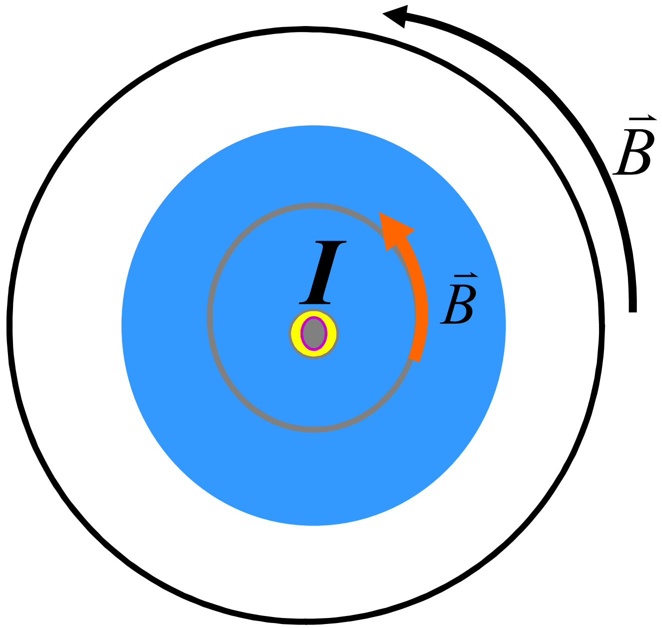
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\pi rB = \mu_0 \sum_i I_i$$

$$= \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad (r<R)$$

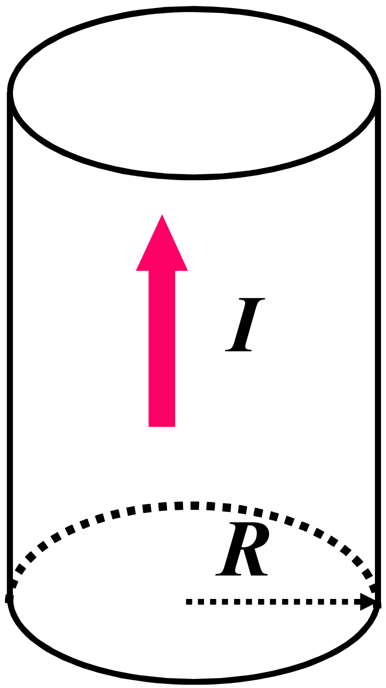
结论：无限长载流圆柱导体。已知：I、R

$$B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} & r\le R\\[2ex] \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & r\ge R\end{cases}$$





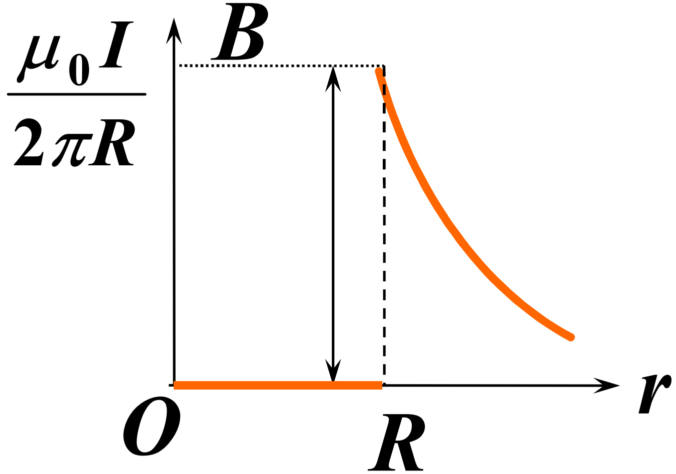
讨论：长直载流圆柱面。已知：I、R



$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = 2\pi r B$$

$$= \begin{cases} 0 & r < R \\ \mu_0 I & r > R \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > R \end{cases}$$

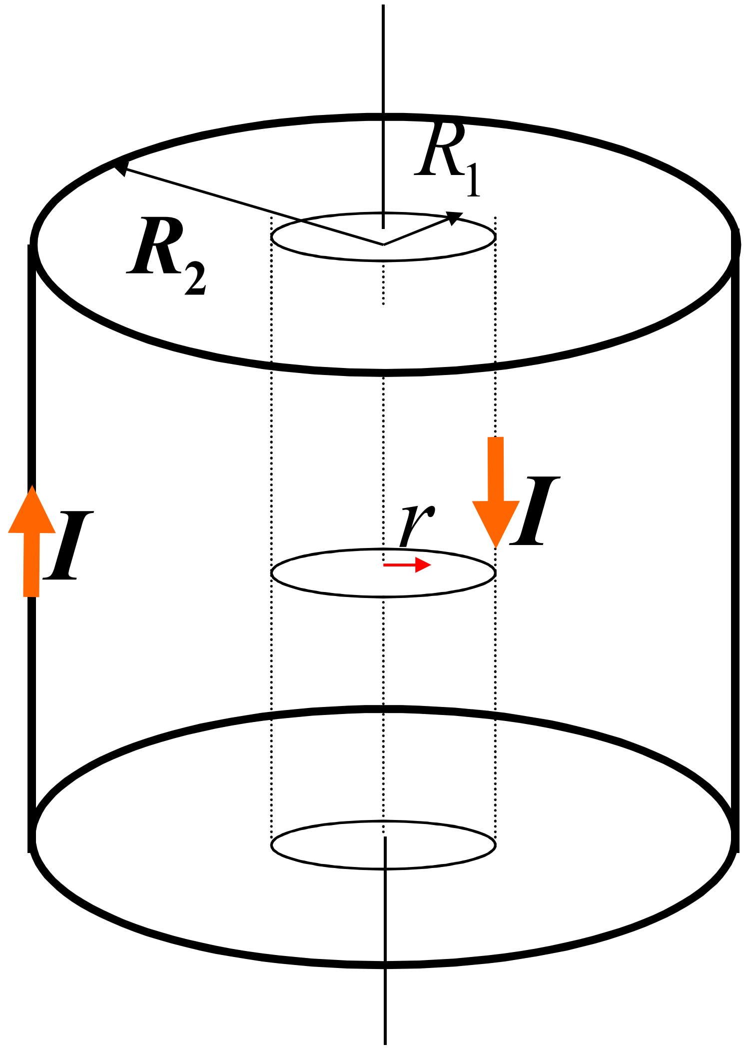


练习：同轴的两筒状导线通有等值反向的电流I，求 $\vec{B}$ 的分布。

(1) $r > R_2, B = 0$

(2) $R_1 < r < R_2, B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(3) $r < R_1, B = 0$



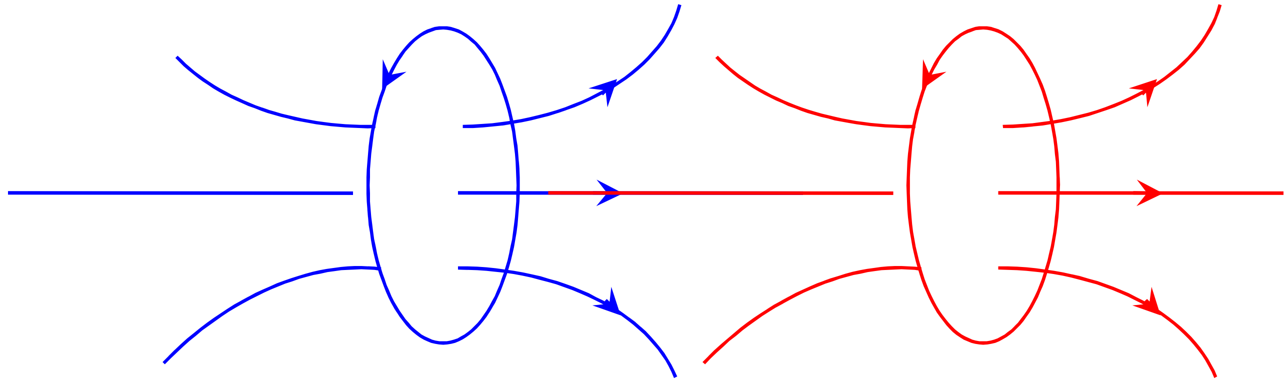
电场、磁场中典型结论的比较

		电荷均匀分布	电流均匀分布
长直线		$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱面	内	$E=0$	$B=0$
	外	$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱体	内	$E=\dfrac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$	$B=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$
	外	$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

例2. 均匀密绕长直载流螺线管。

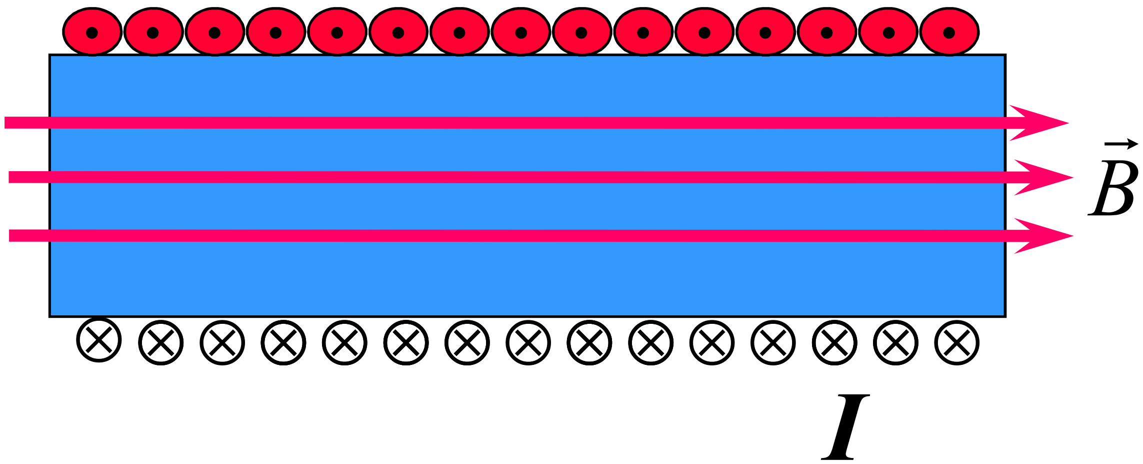
已知：***I***、***n***(单位长度导线匝数)

分析对称性



管内磁感应线平行于管轴

管外磁场近似为零



选通过管内中央部分任一点的一个矩形回路***abcda***作积分环路***L***，则磁感应强度的环流为

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

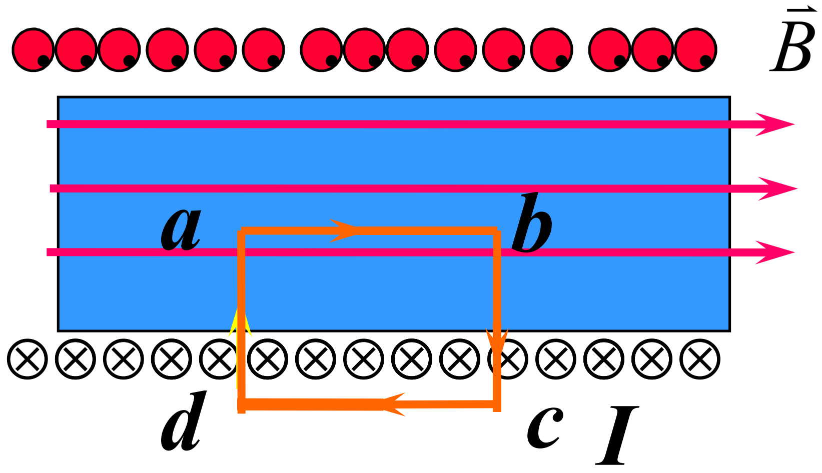
$$+\int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \boldsymbol{B}\cdot \overline{\boldsymbol{ab}}$$

回路内包围的电流为 $\sum_i I_i = n\overline{ab}I$

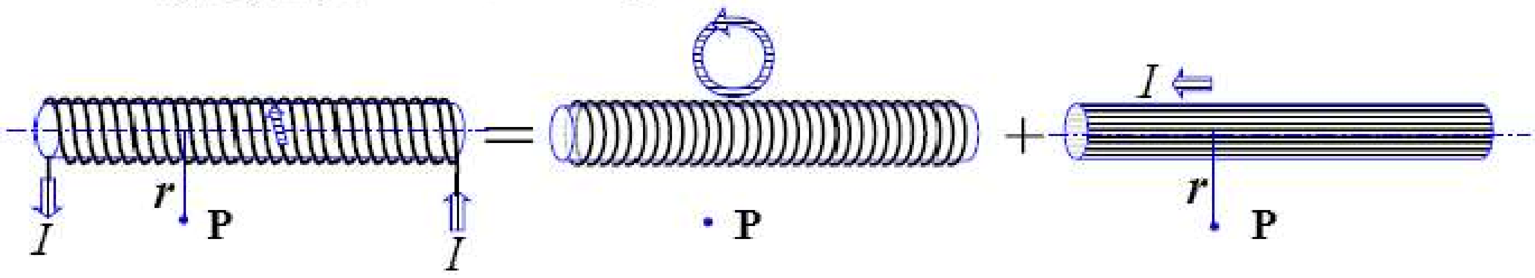
由安培环路定理可得

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 n\overline{ab}I$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{cases} \boldsymbol{\mu_0 nI} & \text{内} \\ \boldsymbol{0} & \text{外} \end{cases}$$



螺线管外 $\vec{B} \neq 0$ ！



$$\vec{B}_{1P}=0 \qquad B_{2P}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

方向 ⊙

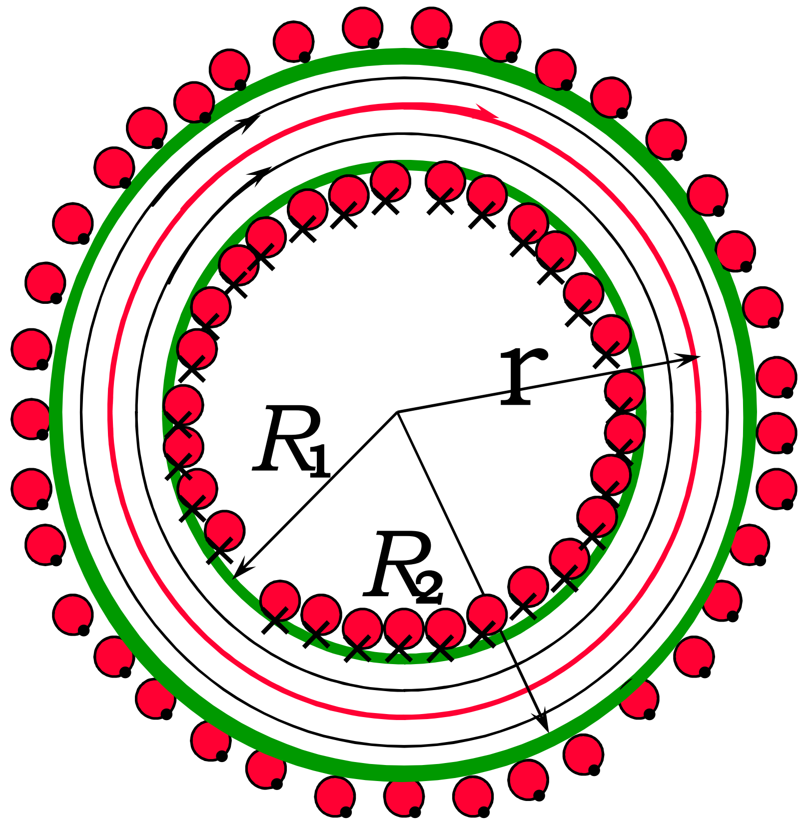
$$\vec{B}_P=\vec{B}_{1P}+\vec{B}_{2P} \qquad B_P=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

方向 ⊙

例3. 环形载流螺线管

已知：I 、N、R_1、R_2

N——导线总匝数

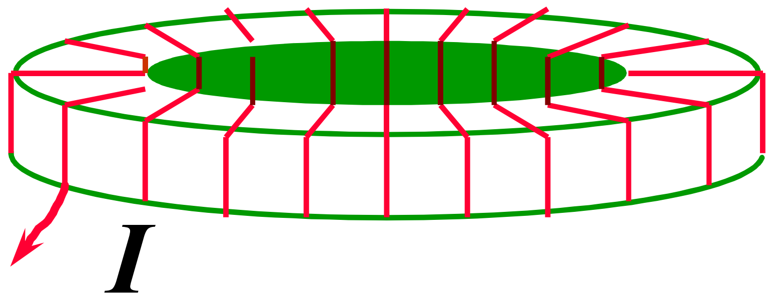


分析对称性

磁感应线分布如图

作积分回路如图

方向 → 右手螺旋



计算环流 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = 2\pi r B$

利用安培环路定理求 $\vec{B}$

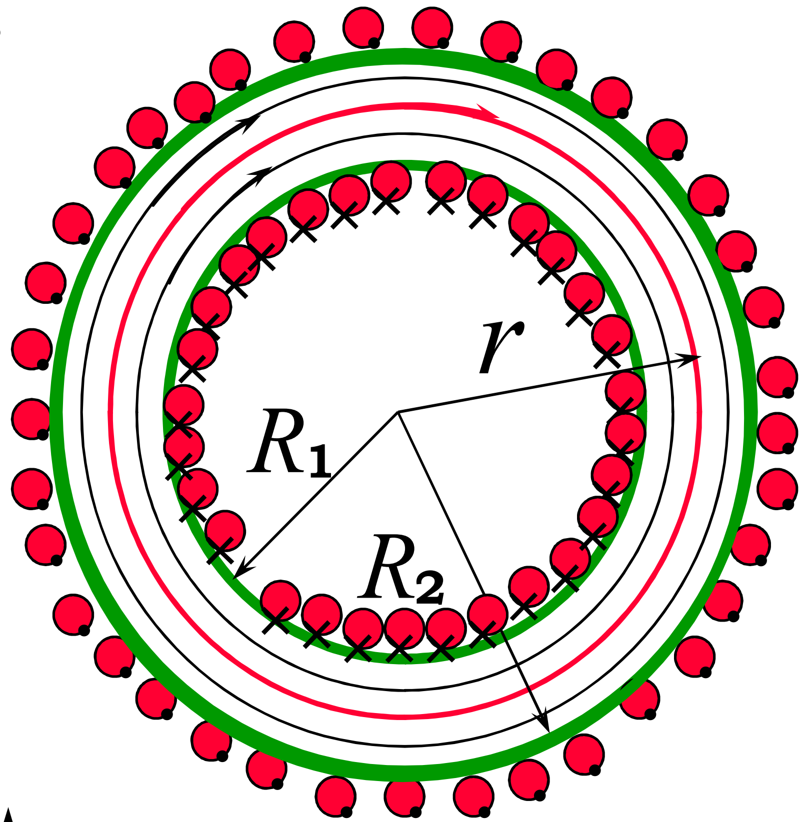
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$

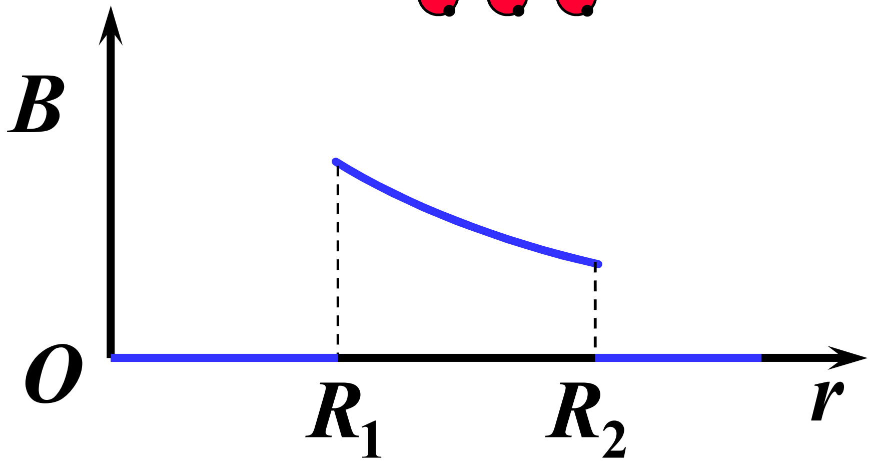
$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r} & \text{内} \\ 0 & \text{外} \end{cases}$$

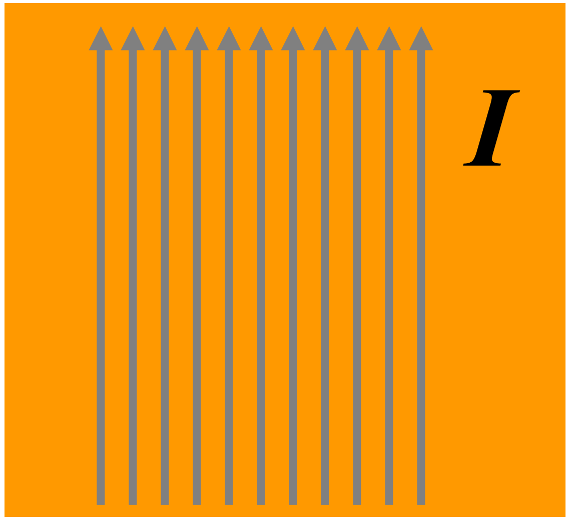
R_1、$R_2 >> R_1 - R_2$

$$n = \frac{N}{2\pi R_1}$$

$$B \approx \mu_0 nI$$







例4. 无限大载流导体薄板

已知：导线中电流强度 I

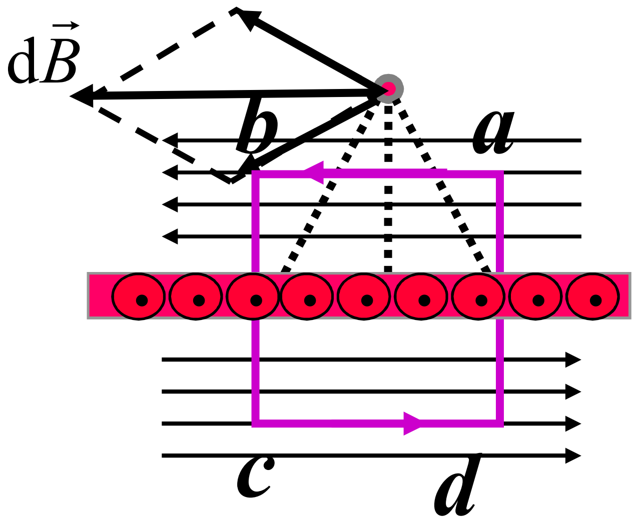
单位长度导线匝数n

分析对称性

磁感应线如图

作积分回路如图

ab、cd与导体板等距



计算环流

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b B\mathrm{d}l\cos 0 + \int_b^c B\mathrm{d}l\cos\frac{\pi}{2}$$

$$+\int_c^d \boldsymbol{Bdl\cos 0} + \int_d^a \boldsymbol{Bdl\ \cos\frac{\pi}{2}}$$

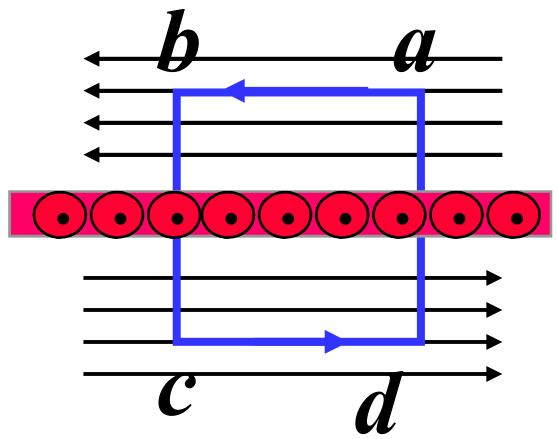
$$= \boldsymbol{B\cdot\overline{ab} + B\cdot\overline{cd}}$$

$$= \boldsymbol{2B\cdot\overline{ab}}$$

利用安培环路定理求 $\vec{\boldsymbol{B}}$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 n\cdot \overline{ab\cdot I}$$

$$\boldsymbol{B = \mu_0 nI/2}$$



<u>板上下两侧为均匀磁场</u>

练习：如图，螺绕环截面为矩形 $I = 1.7A$

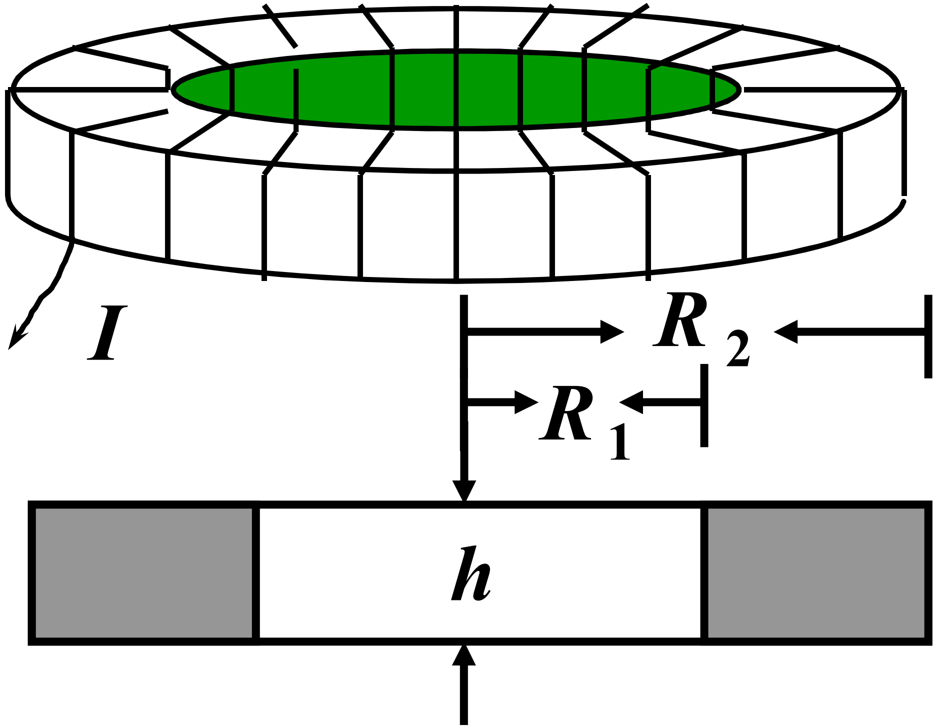
导线总匝数 $N = 1000$ 匝

外半径与内半径之比 $R_2 / R_1 = 1.6$

高 $h = 5.0\,cm$

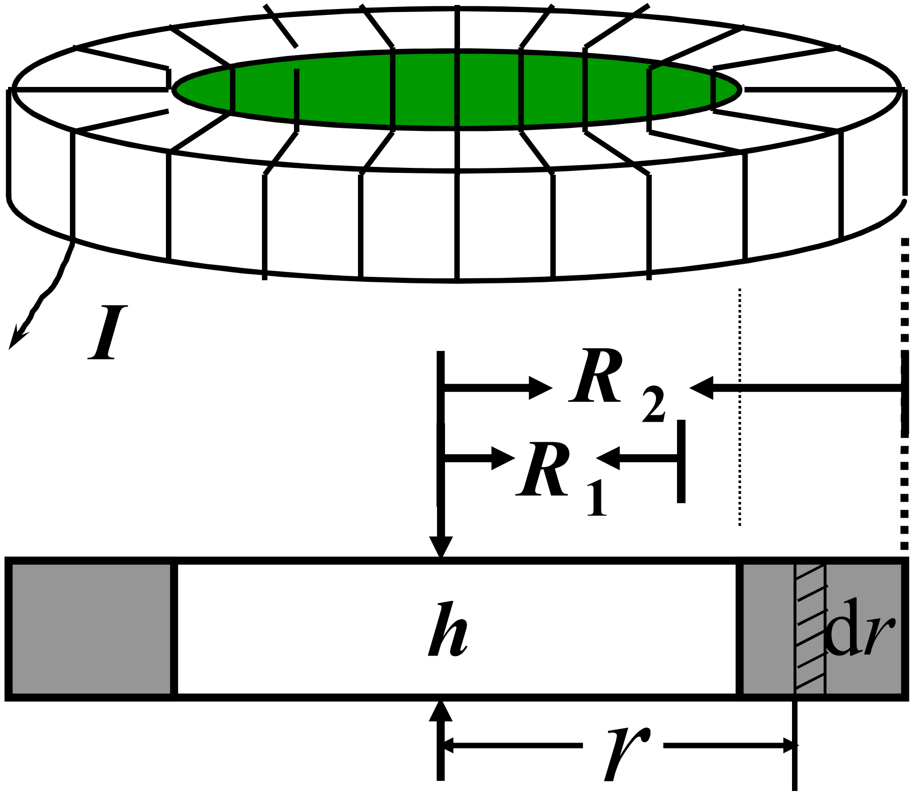
求：1. 磁感应强度的分布

2. 通过截面的磁通量



解： **1.** $$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\mathrm{d}l = 2\pi r B = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 NI/2\pi r$$



$$2.\ \iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu_0 NIh}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$