

# 信息论

## 信号传输与处理的理论基础

MIMO通信技术基础



# MIMO通信技术基础(1)

## 本单元(MIMO通信技术)主题概述

- (1) MIMO通信技术基础
- (2) MIMO信道容量分析与计算
- (3) MIMO信道的时空编码差错率普适界的分析与估算
- (4) MIMO信道状态估值方法设计与分析

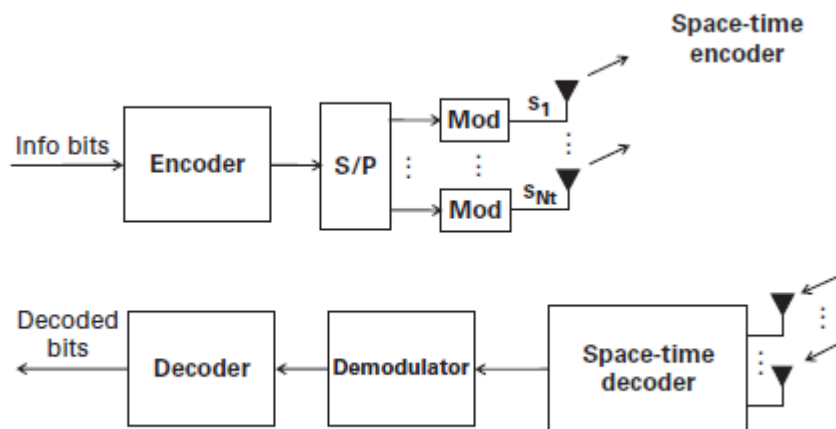


Figure 1.1

A MIMO system for spatial diversity.

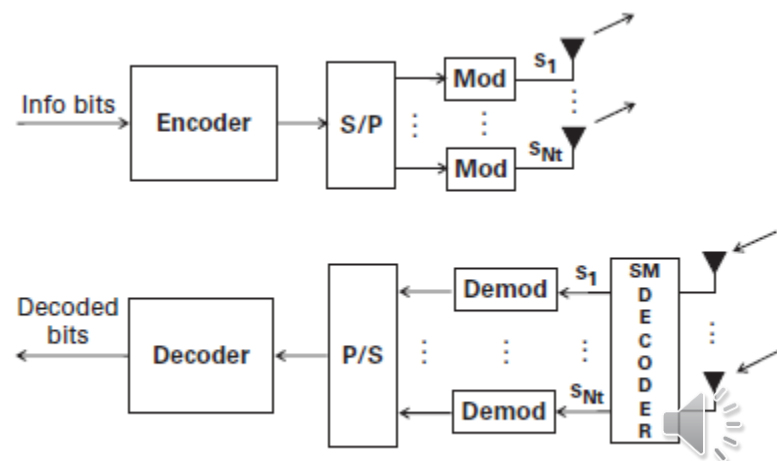


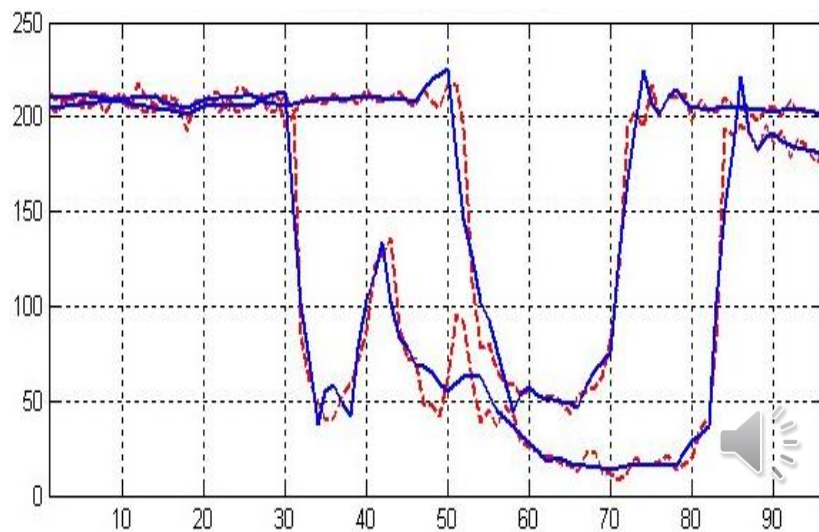
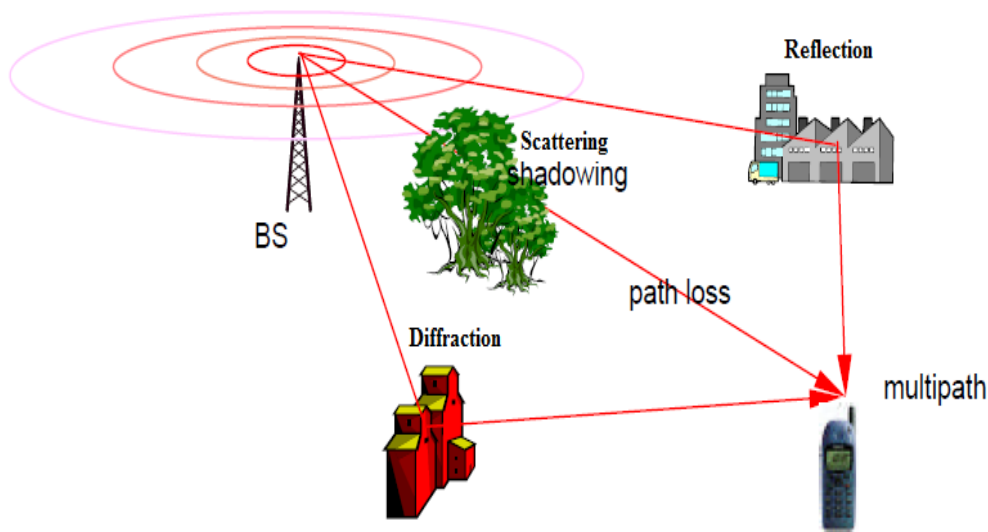
Figure 1.2

A MIMO system for spatial multiplexing.

# MIMO通信技术基础(2)

## \* 从多路径传输到多路径通信 (一)

- \* (1) 无线网络信号多路传输是不可避免的物理现实
- \* (电磁波的反射、折射、衍射；水声信号的衍射等)。
- \* (2) 多路传输的**缺陷**：
- \* 信号叠加状态复杂且动态变化；
- \* 接收端处理困难(随机延迟、非同步、干涉效应等)



# MIMO通信技术基础(3)

## \* 从多路径传输到多路径通信 (二)

\* (3) 多路传输的优点/收益:

\* 多路传输可以分散信号传输质量损失的风险, 只要存在  
\* 至少一条性能良好的路径, 则就有可能可靠地在接收端  
\* 恢复信号。

\* 多路传输的固有容量较之单链路更高。

\* (4) 多路径通信的核心问题:

\* 如何可控地利用多路传输的固有优点。

\* MIMO通信系统是通过人为设计的多路信道, 结合先进的  
\* 数字信号处理技术来充分利用多路传输的固有优点。

\*

\*

\*



# MIMO通信技术基础(4)

## \* 多路传输信道的类型

\*

\* 合理发掘MIMO信道潜力的基础之一，是充分认识多路信道的传输规律。

\*

(1) 线性/定常窄带信道  $y = Hx + z$

\*

(2) 线性/定常宽带信道  $y(\omega) = H(\omega)x(\omega) + z(\omega)$

\*

(3) 线性/时变信道  $y(t) = \int d\tau h(t, \tau)x(\tau) + z(t)$

\*

(4) 窄带衰落信道/慢衰落  $H(\omega)$ 近似平稳随机

\*

(5) 宽带衰落信道/快衰落  $h(t, \tau)$ 非平稳随机

\*

\*



# MIMO通信技术基础(5)

## \* MIMO关键技术概述

\*

\*

(1) MIMO信道均衡

\*

(2) 时空编码

\*

(3) 分集处理技术

\*

(空间分集、方向分集、时间分集、频率分集....)

\*

(4) 自适应时空编码

\*

(分层码、级联码、调制集成....)

\*

(5) 多用户接入/检测

\*

(6) 波束成形

\*

(7) 智能天线控制等

\*



# MIMO信道模型与容量(1)

## \* 带Gauss噪声的MIMO信道模型(一)

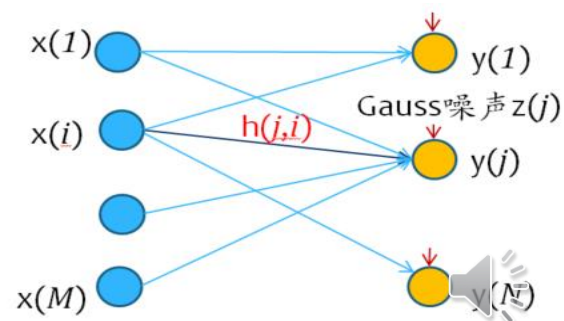
### \* 基本变量和参数:

- \*  $M$ =发射机上的天线数量,  $N$ =接收机上的天线数量;
- \*  $x(i)$  = 第 $i$ 个发射天线上发送的信号(随机实数), 总功率 $\leq P$ ;
- \*  $y(j)$  = 第 $j$ 个接收天线上的接收信号(随机实数);
- \*  $z(j)$  = 第 $j$ 个接收天线上的接收噪声(随机实数),
- \* 具有Gauss分布:  $z(j) \sim N(0, \sigma^2)$
- \*  $h(j,i)$  = 第 $i$ 个发射天线到第 $j$ 个接收天线传输路径的链路增益。

### \* 基本传输方程:

$$y(j) = \sum_{i=1}^M h(j,i)x(i) + z(j)$$

- \*  $j=1,2,\dots,N$  每条链路的带宽相同且为 $W$ 。



发射信号总功率  $\leq P$

# MIMO信道模型与容量(2)

## \* 带Gauss噪声的MIMO信道模型(二)

\* 信道的等价形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z}$$

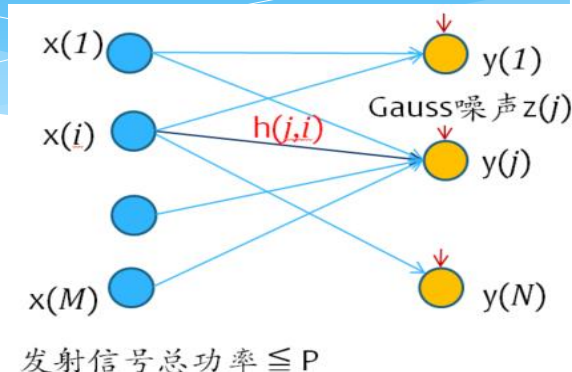
\*  $\mathbf{y}$  是以  $y(j)$  为分量的  $N$  维随机向量;

\*  $\mathbf{x}$  是以  $x(i)$  为分量的  $M$  维随机向量;

\*  $\mathbf{z}$  是以  $z(j)$  为分量的  $N$  维Gauss随机向量,

\* 假设不同的分量  $z(j)$  概率独立, 则  $\mathbf{z} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ .

\*  $\mathbf{H}$  是以  $h(j,i)$  为矩阵元的  $N$  行  $M$  列矩阵。



\* 容量计算: 求  $\max_{p(\mathbf{x})} I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$ , 其中

\*  $I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x$  和  $y$  的互信息量  $= H[x] + H[y] - H[x, y]$ ,  $H$  表示信息熵。





# MIMO信道模型与容量(3)

## \* 带Gauss噪声的MIMO信道模型(三)

\* 根据矩阵H的奇异分解，恒可以将任意的MIMO信道变换为

\* 等效的并行传输模型。事实上：

\* 设r是H的秩(因此 $r \leq \min(M, N)$ )，H有奇异分解 $\mathbf{H} = \mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{U}$ ，其中：

\*  $\mathbf{V}$ 是 $r \times N$ 阶矩阵且 $\mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I}_r$ ；

\*  $\mathbf{U}$ 是 $r \times M$ 阶矩阵且 $\mathbf{U} \mathbf{U}^T = \mathbf{I}_r$ ；

\*  $\mathbf{A}$ 是 $r \times r$ 阶对角矩阵且对角线元素为 $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_r > 0$ 。

\* 对发射信号 $\mathbf{x}$ 和接收信号 $\mathbf{y}$ 做变换：

\*  $\mathbf{x}^* = \mathbf{U} \mathbf{x}$ ，  $\mathbf{y}^* = \mathbf{V} \mathbf{y}$

\* 则传输方程 $\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{z}$ 变换为 $\mathbf{y}^* = \mathbf{A} \mathbf{x}^* + \mathbf{z}^*$ ，其中等效的噪声 $\mathbf{z}^* = \mathbf{V} \mathbf{z}$  (将 $\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{z}$

\* 左乘以矩阵V得 $\mathbf{y}^* = \mathbf{V} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{V} \mathbf{z} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{U} \mathbf{x} + \mathbf{V} \mathbf{z} = \mathbf{A} \mathbf{U} \mathbf{x} + \mathbf{V} \mathbf{z} = \mathbf{A} \mathbf{x}^* + \mathbf{z}^*$ )。注意：

\* (1)  $\mathbf{x}^*$ 、 $\mathbf{y}^*$ 和 $\mathbf{z}^*$ 均为r维随机向量。

\* (2)  $\mathbf{x}^*$ 的最大总功率不变： $E[\mathbf{x}^{*T} \mathbf{x}^*] = E[\mathbf{x}^T \mathbf{U}^T \mathbf{U} \mathbf{x}] \leq E[\mathbf{x}^T \mathbf{x}] = P$ 。

\* (3)  $\mathbf{z}^*$ 仍然是均值为零的Gauss随机向量，协方差矩阵不变：

\*  $\mathbf{R} = E[\mathbf{z}^* \mathbf{z}^{*T}] = \mathbf{V} E[\mathbf{z} \mathbf{z}^T] \mathbf{V}^T = \sigma^2 \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \sigma^2 \mathbf{I}_N$

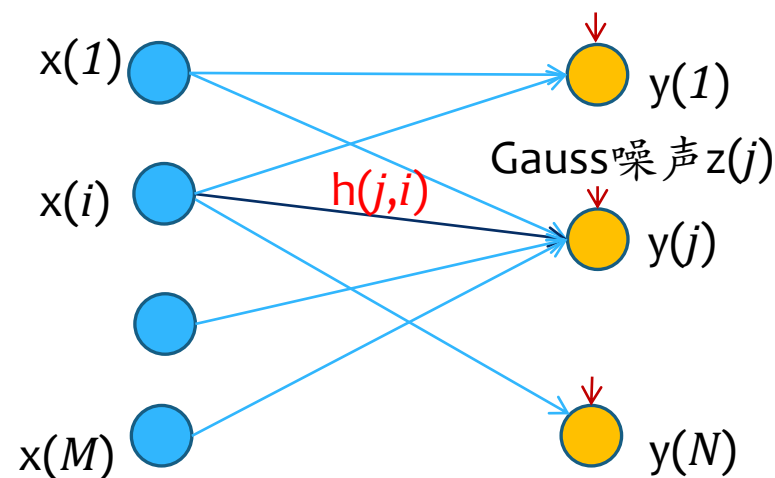
# MIMO信道模型与容量(4)

## \* 带Gauss噪声的MIMO信道模型(四)

\* 根据上面的分析，带Gauss噪声的MIMO信道 $y=Hx+z$  等价于

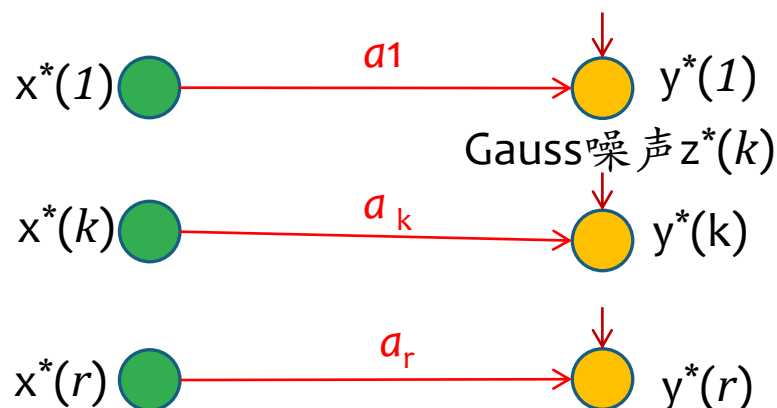
\* 带Gauss噪声的并行信道  $y^*=Ax^*+z^*$ ，即：

\* 
$$y_k^* = a_k x_k^* + z_k^*, \quad k = 1, 2, \dots, r$$



发射信号总功率  $\leq P$

(1) 原始MIMO信道



发射信号总功率  $\leq P$

(2) 等效的并行MIMO信道

# MIMO信道模型与容量(5)

## \* 带Gauss噪声的MIMO信道容量公式 (一)

\* (1) 根据等效的MIMO并行信道计算互信息量

$$* \quad I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = I(\mathbf{x}^*; \mathbf{y}^*) = \sum_{k=1}^r I(x_k^*; y_k^*)$$

\* (2) 对  $C_{\text{MIMO}} = \max_{\mathbf{x} \text{ 的总功率} \leq P} I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  的分析:

$$* \quad \max_{\mathbf{x} \text{ 的总功率} \leq P} I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \max_{Q_1 + \dots + Q_r \leq P} \sum_{k=1}^r I(x_k^*; y_k^*)$$

\* = 对每条链路应用Gauss信道的容量公式  $W \log(1 + \text{SNR})$ ,  $W$ : 链路带宽

$$* \quad = \max_{Q_1 + \dots + Q_r \leq P} \sum_{k=1}^r W \log(1 + a_k^2 Q_k / \sigma^2) \quad Q_k \text{ 是 } x_k^* \text{ 的功率}$$

\* (3) 将并行等效信道的分析结果变换回原始信道:

\* 记  $\mathbf{Q}_X$  = 发射信号向量  $\mathbf{x}$  的自相关矩阵,

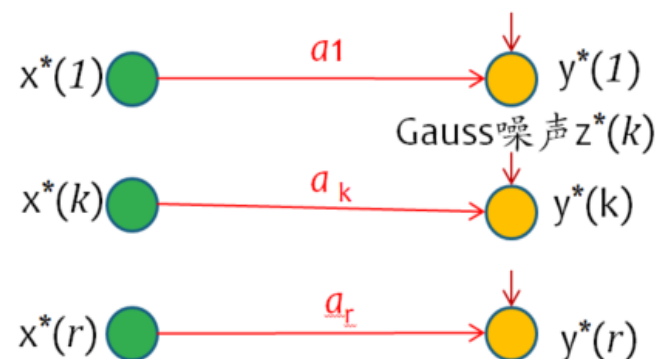
\* 功率约束  $Q_1 + \dots + Q_r \leq P$  等价于 【请验证】

$$* \quad \text{tr}(\mathbf{Q}_X) \leq P$$

于是

$$* \quad C_{\text{MIMO}} = \max_{\text{tr}(\mathbf{Q}) \leq P} W \log \det(\mathbf{I}_N + \mathbf{H} \mathbf{Q}_X \mathbf{H}^T / \sigma^2)$$

$\det(\cdot)$  表示矩阵的行列式,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹。



发射信号总功率  $\leq P$

# MIMO信道模型与容量(6)

## 带Gauss噪声的MIMO信道容量公式 (二)

\* (4)最后的推导步骤:

\*  $\det(I_N + H Q_X H^T / \sigma^2) = \text{【根据H的奇异分解式】} \det(I_N + V^T A U Q_X U^T A V / \sigma^2)$

\*  $= \text{【请检验】} \det(I_N + A U Q_X U^T A / \sigma^2)$

\*  $= \text{【请检验】} (1 + a_1^2 Q_1 / \sigma^2) \dots (1 + a_r^2 Q_r / \sigma^2)$

\* (5) 小结 E.Telatar公式(1998):

\* 
$$C_{\text{MIMO}} = \max_{\text{tr}(Q) \leq P} W \log \det(I_N + H Q_X H^T / \sigma^2)$$

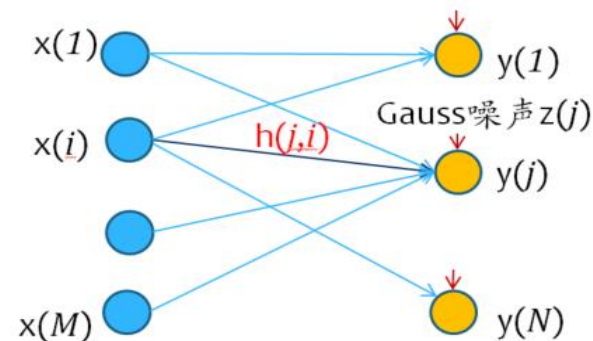
\*

$\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式,  $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

$P$ : 发射机总功率;

$W$ : 每条链路的带宽;

$\sigma^2$ : 每条链路的Gauss噪声功率。



发射信号总功率  $\leq P$

# MIMO信道模型与容量(下一讲)

- \* 带Gauss噪声的MIMO信道容量公式的应用

- \*