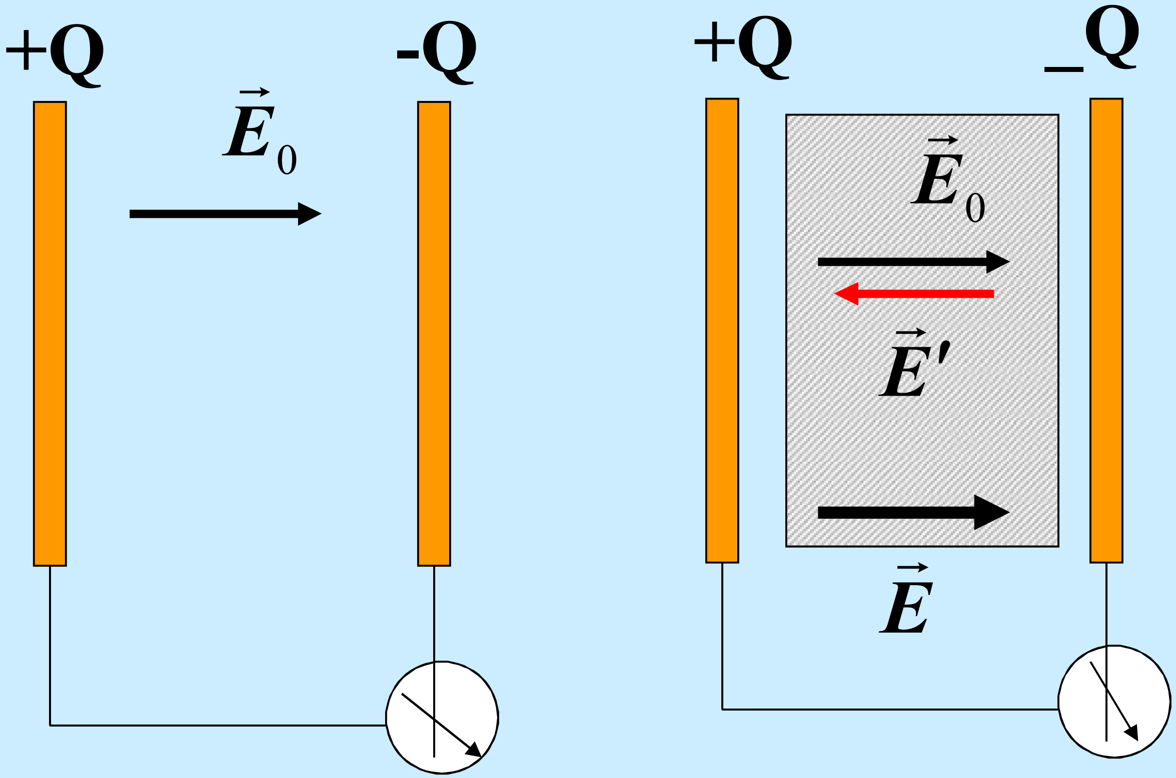
§7.4　静电场中的电介质

一般来说，在电场中能与电场发生相互作用的物质，除导体外，我们统称为电介质。电介质是以极化方式而不是以传导方式传递电的作用的。理想的电介质是绝缘体。内部没有可以自由移动的电荷,因而不能导电。

我们主要研究各向同性的电介质。

一、 电介质对电场的影响

电介质对电场的影响



电场充满了电介质后场强减弱了，原因是电介质极化附加一反向电场。

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}'$$

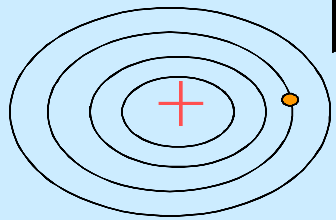
真空中 V_0

电介质中 V

$V < V_0$ $\quad E = V/d \quad$ $E < E_0$

二、　电介质的极化

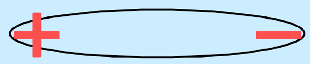
（一）、电介质极化的微观机制

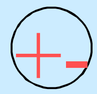


固有电偶极矩

$$\vec{p} = q\vec{l}$$

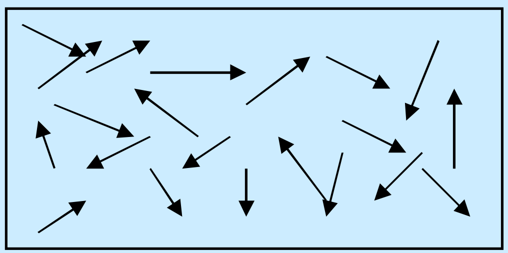
电介质是由大量中性分子组成

有极分子  固有电偶极矩 $\vec{P} \neq 0$

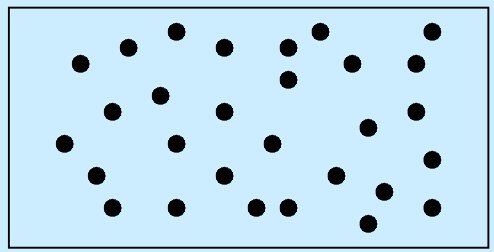
无极分子  固有电偶极矩 $\vec{P} = 0$

无外场时：

有极分子



无极分子



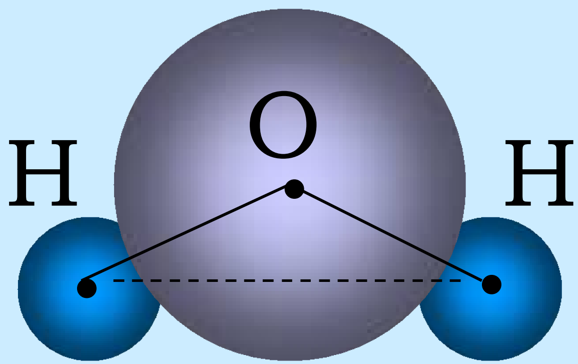
无电场时　热运动---紊乱　电中性

（1）有极性分子— 极性电介质

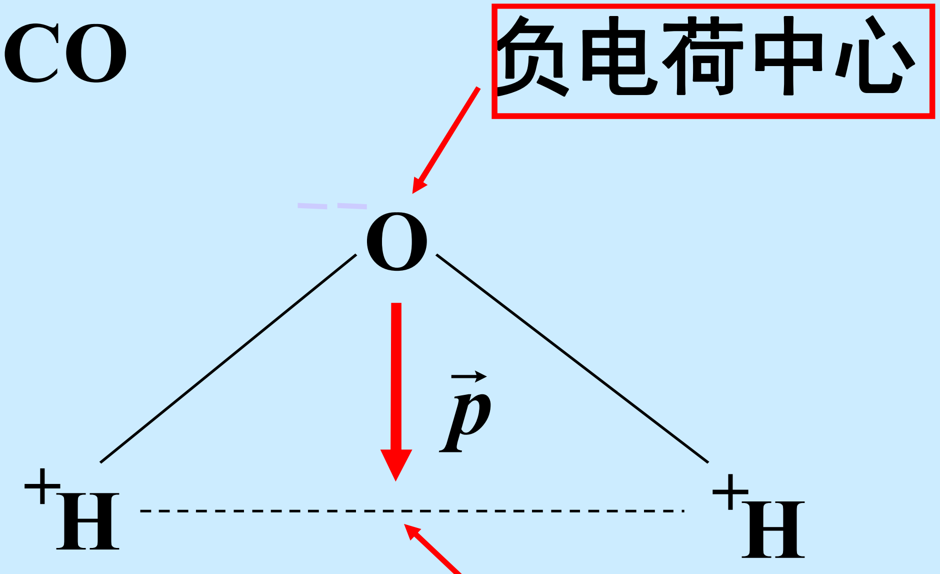
☆

分子正负电重心不重合 有固有电偶极矩

例如 HCl、 H_2O、CO



H_2O



正电荷中心

固有电偶极矩 $\sim 10^{-30}\ \mathrm{C \cdot m}$

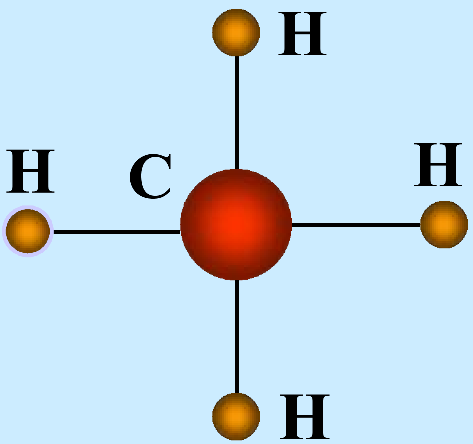
（2）非（无）极性分子

—— 非极性电介质

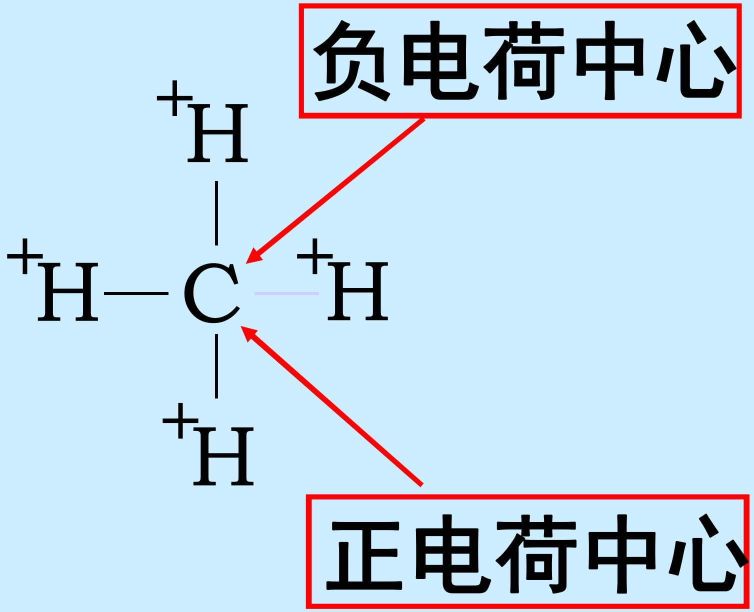
☆

分子正负电中心重合 无固有电偶极

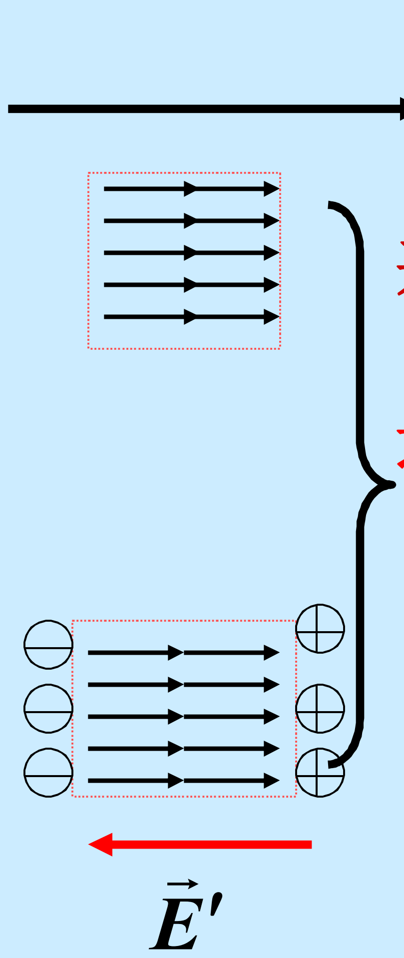
例如 H_2、O_2、CO_2、CH_4



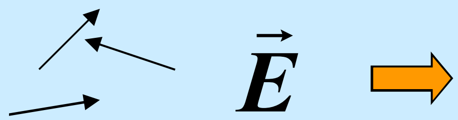
CH_4



有电场时



有极分子介质

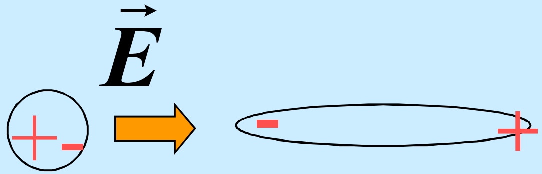


取向极化（转向极化）

共同效果

边缘出现电荷分布

无极分子介质

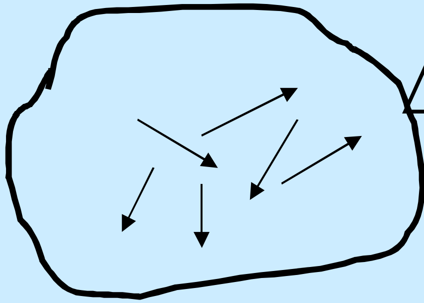


位移极化

称　极化电荷　　　或称　束缚电荷

由于电介质被极化，边界产生极化电荷，产生一附加场，使原来的电场减弱。这就是静电计的指针变小的原因。

（二）、描述极化强弱的物理量--极化强度 $\vec{P}$



电偶极子排列的有序程度反映了介质被极化的程度

排列愈有序说明极化愈烈

宏观上无限小微观上无限大的体积元ΔV

$$\boxed{\vec{P} = \lim \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}}$$

$\vec{p}_i$ 每个分子的电偶极矩

➡ 定义为该点的电极化强度。表示单位体积中的分子的电偶极矩的矢量和。

➡ $\vec{P} = n\vec{p}_i = nq\vec{l}$ n 分子数密度

SI 单位 c/m^2

1. 各向同性线性电介质

$$\boxed{\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}} \qquad \boxed{\chi_e=\varepsilon_r-1}$$

χ_e 介质的电极化率

χ_e 无量纲的纯数　与　$\vec{E}$　无关

ε_r 介质的相对介电常数　　（介质的相对电容率）

空气，真空　$\varepsilon_r=1$

$$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$$

介质的介电常数

2. 各向异性线性电介质

χ_e 与 $\vec{E}$ 及晶轴的方位有关

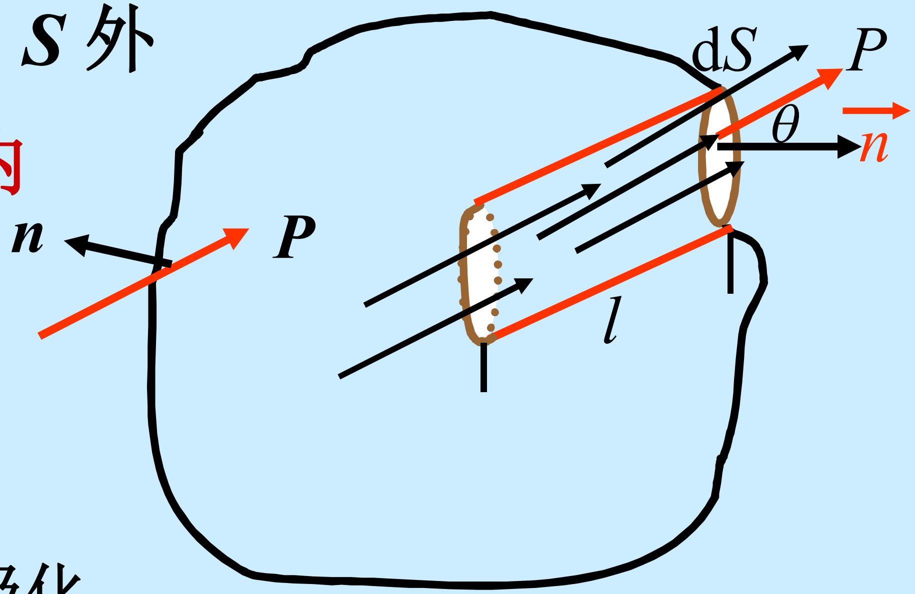
张量描述

（三）.极化强度 $\vec{P}$与极化电荷的关系

在已极化的介质内任意作一闭合面*S*

S 将把位于*S* 附近的电介质分子分为两部分

一部分在 *S* 内　一部分在 *S* 外



电偶极矩穿过*S* 的分子对*S*内的极化电荷有贡献

1. 小面元*dS*对面S内极化电荷的贡献

在*dS*附近薄层内认为介质均匀极化

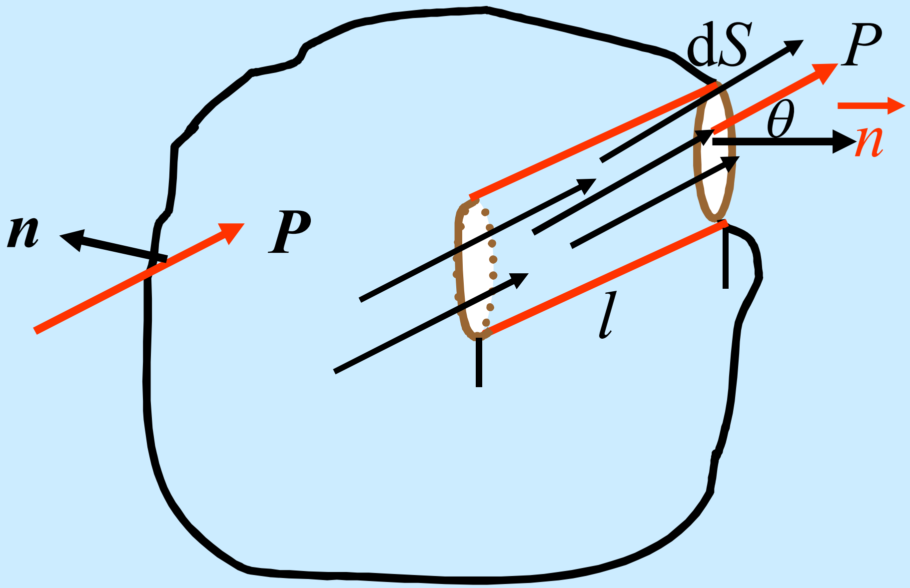
$$|dq'| = |qnl\, dS\cos\theta|$$

n　分子数密度

$$= |PdS\cos\theta| = |\vec{P}\cdot d\vec{S}| \qquad (P = np = nql)$$

如果θ < π/2 落在面内的是负电荷

如果θ > π/2 落在面内的是正电荷



小面元*ds*对面内极化电荷的贡献

$$dq' = -\vec{P}\cdot d\vec{s} = -P_n ds$$

2.在*S*所围的体积内的极化电荷q'与$\vec{P}$的关系

$$q' = -\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

此式表明：包围在闭合曲面的净的极化电荷等于电极化强度矢量对该闭合曲面的通量的负值。

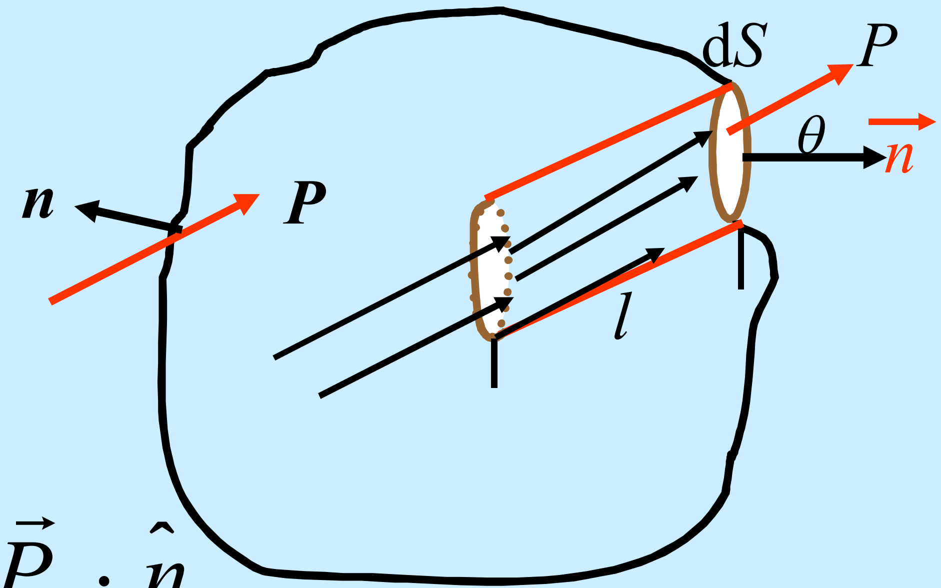
3. 电介质表面极化电荷面密度

$$\left|dq'\right| = \left|\vec{P}\cdot d\vec{S}\right|$$

$$= \vec{P}\cdot d\vec{S} = P_n dS$$

$$= dq'$$

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS} = P_n = \vec{P}\cdot\hat{n}$$



$$\boxed{\sigma' = \vec{P}\cdot\hat{n} = p_n}$$

$\hat{n}$ 介质外法线方向

电介质表面电荷面密度σ'，在数值上等于该处电介质极化强度的外法向方向分量。

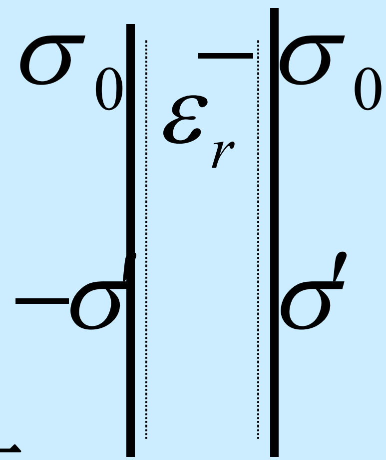
（四）. 空间电场有自由电荷与极化电荷共同产生

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'}$$

单独存在时产生场的叠加

例2 平行板电容器 自由电荷面密度为 σ_0

充满相对介电常数为 ε_r 的均匀各向同性线性电介质



求:板内的场

解:均匀极化 表面出现束缚电荷

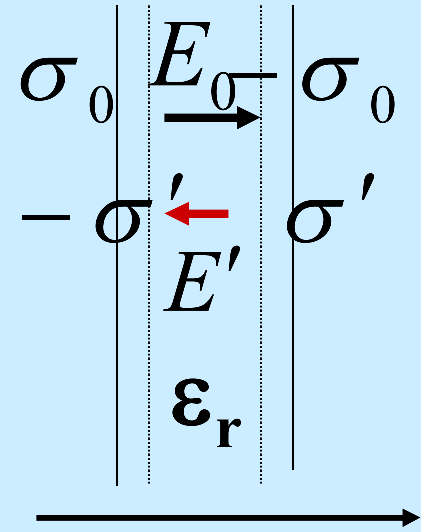
内部的场由自由电荷和束缚电荷共同产生

$\pm\sigma_0 \longrightarrow E_0 = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$

单独

$\pm\sigma' \longrightarrow E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

共同产生



$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_o} \cdots \quad (1)$$

$$\sigma' = P_n = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E \cdots \quad (2)$$

联立 $\longrightarrow$ $\boxed{E = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$

普遍?

$$\boxed{\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{\varepsilon}_r}}$$

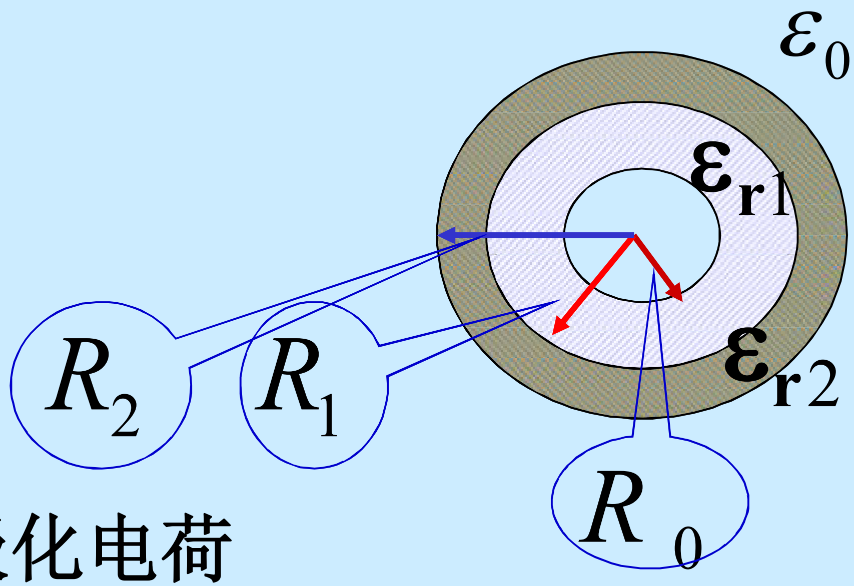
两个等势面之间充满

各向均匀同性电介质时

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

例3　导体球带电Q，置于均匀各向同性

介质中如图示



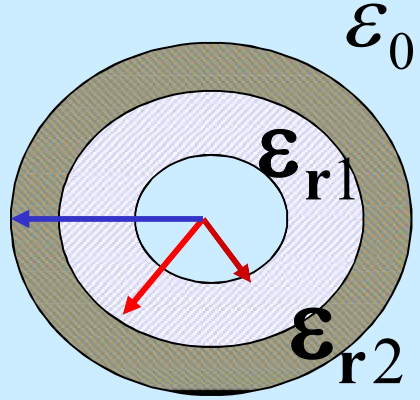
求:

1 . 场的分布

2 . 紧贴导体球表面处的极化电荷

3. 两介质交界处的极化电荷

解：1)场的分布 $\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$



$r<R_0$ 导体内部

$$\boxed{\vec{E}_1=0} \qquad \boxed{\vec{P}=0}$$

$R_0<r<R_1$ ε_{r1} 内

$$\boxed{\vec{E}_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}\hat{r}} \qquad \boxed{\vec{P}_2=\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}\hat{r}}$$

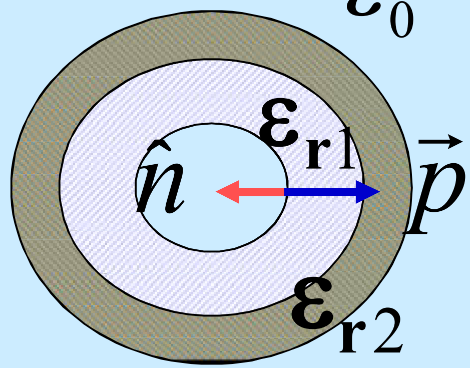
$R_1<r<R_2$ ε_{r2} 内

$$\boxed{\vec{E}_3=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}\hat{r}} \qquad \boxed{\vec{P}_3=\varepsilon_0(\varepsilon_{r2}-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}\hat{r}}$$

$r>R_2$

$$\boxed{\vec{E}_4=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}} \qquad \boxed{\vec{P}=0} \qquad \varepsilon_r=1$$

2) 求紧贴导体球表面处的极化电荷



$$\sigma' = P_n = -P$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}R_0^2}\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)$$

$$q' = \sigma'\cdot 4\pi R_0^2 = -\frac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}Q$$

3) 两介质交界处极化电荷

$$\sigma' = \sigma_{\varepsilon r1} + \sigma_{\varepsilon r2} = p_2 - p_3$$

$$= \varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}R_1^2} - \varepsilon_0(\varepsilon_{r2}-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}R_1^2}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\left(\frac{\varepsilon_{r2}-\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}\right)$$

各向同性线性电介质均匀充满两个等势面间

思路：

$$\vec{E}_0 \rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} \rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

$$\rightarrow \sigma' = \vec{P} \cdot \hat{n} \rightarrow q' = \int_S \sigma' dS$$

这样，以前我们在真空中所求的电场公式都可以直接引用，只要是把 ε_0 换成 $\varepsilon_0\varepsilon_r$ 即可。

三、 电位移矢量 $\vec{D}$ ，有电介质时的高斯定理

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}' \qquad \oint\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_{0i}+\sum q_i'}{\varepsilon_0} \qquad \oint\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_i'+\sum_i q_{oi}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \varepsilon_0\vec{E}\cdot d\vec{S}=-\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}+\sum_i q_{oi}$$

定义： $\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}}$

$$\Longrightarrow \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{0i}$$

自由电荷

有电介质时的高斯定理或 ***D*** 的高斯定理；***D*** 的通量只与自由电荷有关，与极化电荷无关。

电位移矢量 $\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}}$ 单位 c/m^2

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

各向同性
线性介质 $\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1 \right) \vec{E}$

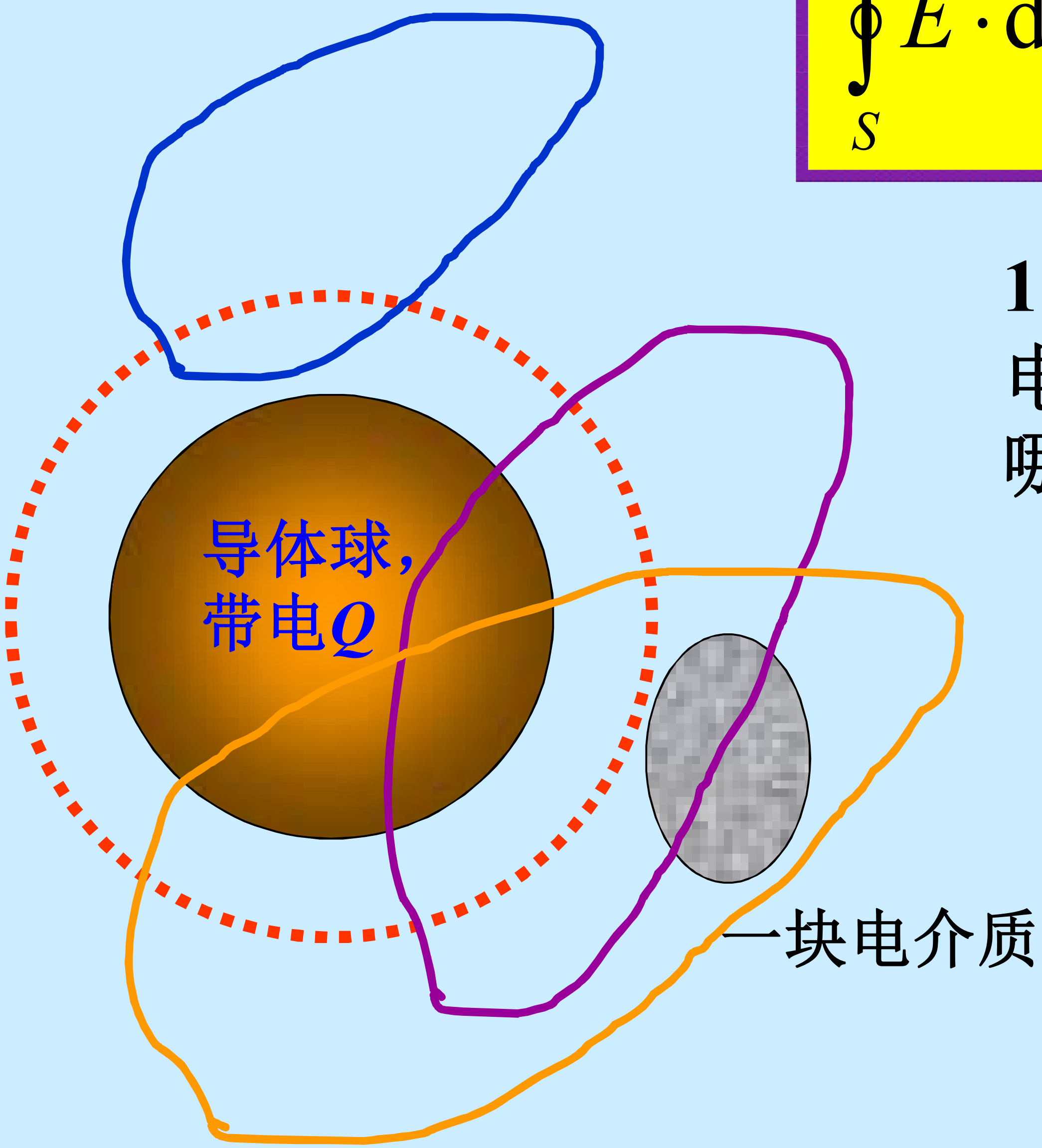
$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ 介质方程

在具有某种对称性的情况下，可以首先由高斯定理出发 解出 $\vec{D}$

即 $\vec{D} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \vec{P} \Rightarrow \sigma' \Rightarrow q'$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



1. 通过各个闭合曲面的电通量和电位移通量与哪些电荷有关？

2. 能否用介质中高斯定理求出导体球周围的场分布？

例 一无限大各向同性均匀介质平板，厚度为 d，相对介电常数为 ε_r，内部均匀分布体电荷密度为 ρ_0 的自由电荷

求：介质板内、外的 $D \quad E \quad P$

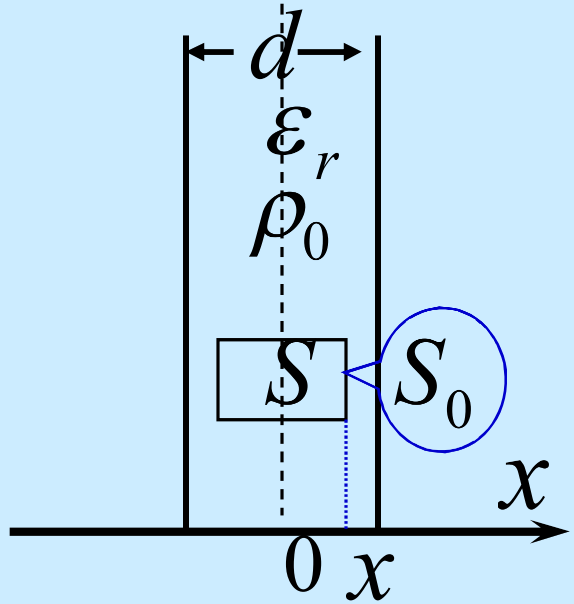
解：面对称 $\vec{D} \quad \vec{E} \quad \vec{P} \perp$ 平板

取坐标系如图

以 $x=0$ 处的面为对称面

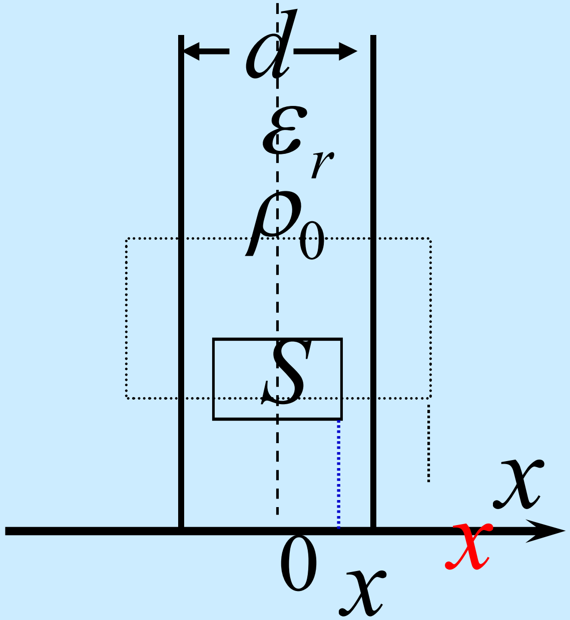
过场点作正柱形高斯面 S

底面积设 S_0



$|x| \le \dfrac{d}{2}$ $\quad 2DS_0 = \rho_0 2|x|S_0$

$$D = \rho_0 |x|$$



$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\rho_0 |x|}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$P = (\varepsilon_r - 1)\frac{\rho_0 |x|}{\varepsilon_r}$$

$|x| \ge \dfrac{d}{2}$ $\quad 2DS_0 = \rho_0 S_0 d \quad D = \dfrac{\rho_0}{2} d$

$E = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0 d}{2\varepsilon_0}$ 均匀场 $\quad P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E = 0$