恒定磁场习题课

一、基本要求

1．掌握磁感应强度的概念及毕奥一萨伐尔定律。能计算一些简单问题中的磁感应强度。

2．理解恒定磁场的规律：磁场的高斯定理（无源场）和安培环路定理（有旋场）。掌握应用安培环路定理计算磁感应强度的条件和方法，并能熟练应用。

3．理解洛仑兹力和安培力以及磁矩的概念。能计算简单几何形状的载流导线和载流平面线圈在磁场中所受的力和力矩以及它们所做的功。能分析点电荷在均匀电场、磁场中的受力及运动。

4．了解介质的磁化现象及其微观解释。了解各向同性介质中 $\vec{H}$ 和 $\vec{B}$ 的关系及区别。了解介质中的安培环路定理。了解铁磁质的特性。

- 计算磁感应强度的方法：

1. 利用毕奥萨伐尔定律及磁场叠加原理计算 $\vec{B}$

（1）载流直导线或载流圆电流或圆弧形的磁场；
（2）组合导线的磁场的计算。

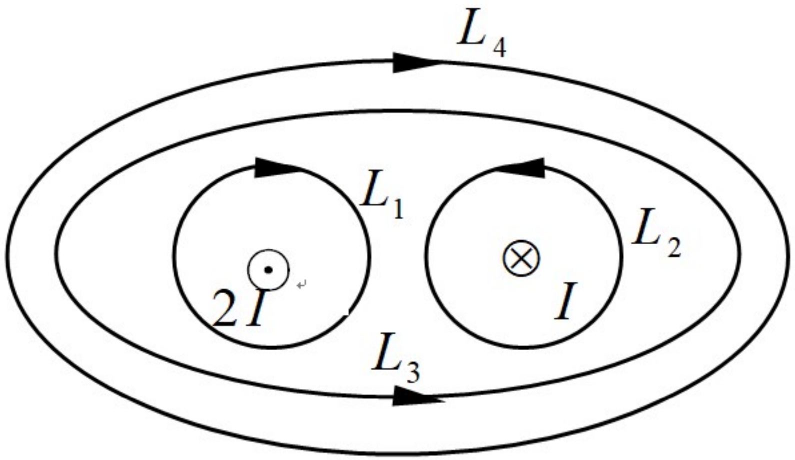
2. 利用安培环路定理求高度对称性磁场的空间分布

（1）轴对称分布的磁场；
（2）长直均匀密绕螺线管的磁场；
（3）均匀密绕螺绕环的磁场。
（4）无限大均匀载流平面的磁场

二、问题讨论

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I \qquad \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$$

1、如图所示，流出纸面的电流为**2*I***，流进纸面的电流为***I***，求磁感应强度对各个回路的环流。



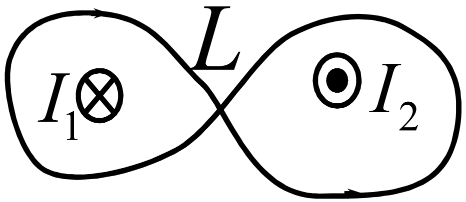
$$\oint_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{l} = -2\mu_0 I$$

$$\oint_{L_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$$

$$\oint_{L_3} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(2I - I) = \mu_0 I$$

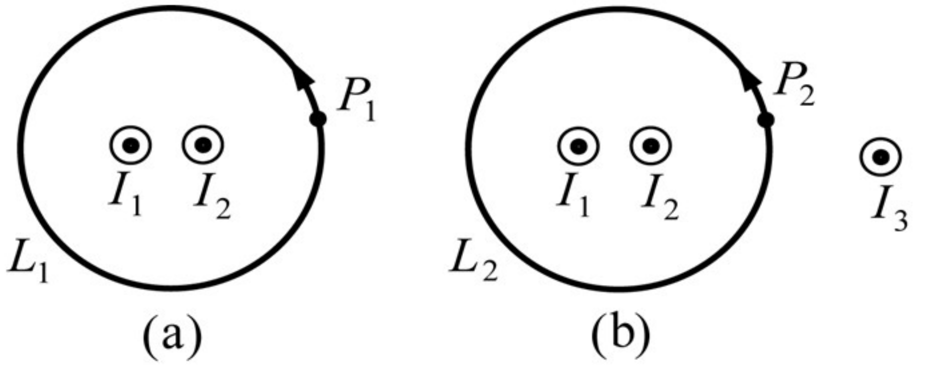
$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = ?$$

$$\oint_{L_4} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(-2I + I) = -\mu_0 I$$



$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = ? \qquad 2\mu_0 I$$

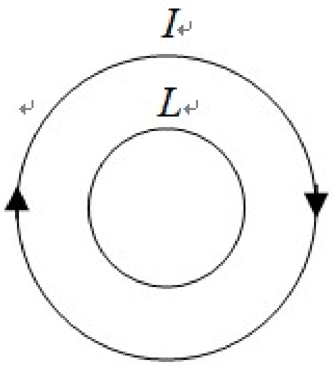
2、在图（***a***）和（***b***）中各有一半径相同的圆形回路 $\boldsymbol{L_1}$、 $\boldsymbol{L_2}$ ，圆周内有电流$\boldsymbol{I_1}$ 、 $\boldsymbol{I_2}$ ，其分布相同，且均在真空中，但在（***b***）图中 回路外有电流 $\boldsymbol{I_3}$， $\boldsymbol{P_1}$、 $\boldsymbol{P_2}$为两圆形回路上的对应点，则



$$\oint_{L_1} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$B_{P_1} \neq B_{P_2}$$

3、如图所示，在一圆形电流$\boldsymbol{I}$所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路$\boldsymbol{L}$，则由安培环路定理可知



$$\oint_{L} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

闭合回路$\boldsymbol{L}$，上各点$\boldsymbol{B}$是否为零？

4、在稳恒磁场中，关于磁场强度 $\vec{H}$ 的下列几种说法中正确的是：

A. 仅与传导电流有关。

B. 若闭合曲线内没有包围传导电流，则曲线上各点的 $\vec{H}$ 必为零。

C. 若闭合曲线上各点 $\vec{H}$ 均为零，则该曲线所包围传导电流的代数和为零。

D. 以闭合曲线 为边界的任意曲面的 $\vec{H}$ 通量相等。

5、在磁介质存在的情况下，对安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{(L内)} I$ 中，

下述说法正确的是[ ]

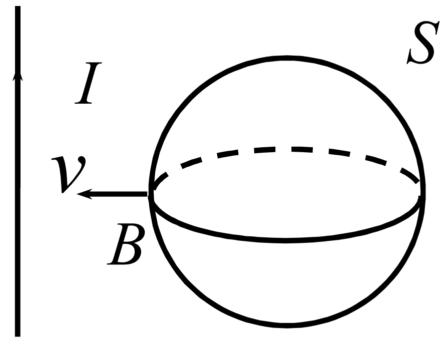
A $\sum I$ 是空间中所有的传导电流；

B $\sum I$ 是穿过环路 L 的传导电流和磁化电流；

C $\sum I$ 是穿过环路 L 的传导电流；

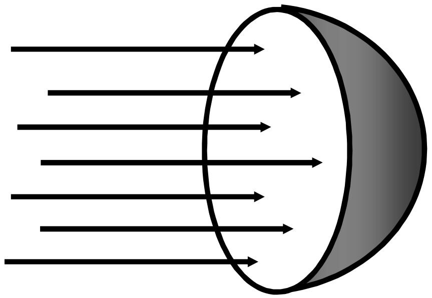
D $\vec{H}$ 只与传导电流有关。

6、如图所示，在无限长载流直导线附近作一球形闭合曲面***S***，当球面***S***向长直导线靠近时，穿过球面***S***的磁通量***Φ***和面上各点的磁感应强度***B***将如何变化？

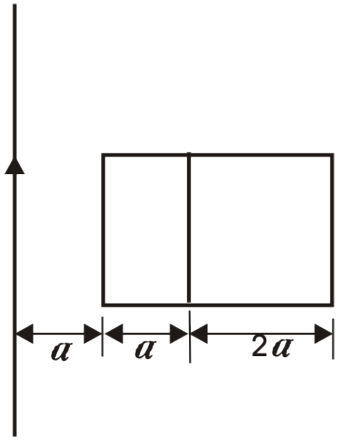


考察高斯定理的理解以及无限长载流直导线周围的磁场分布。

$$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



计算通过半球面的磁通量



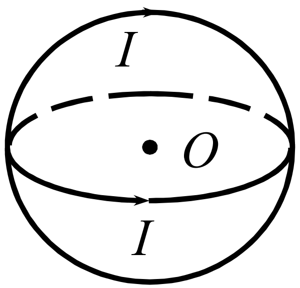
比较两个矩形平面的磁通量

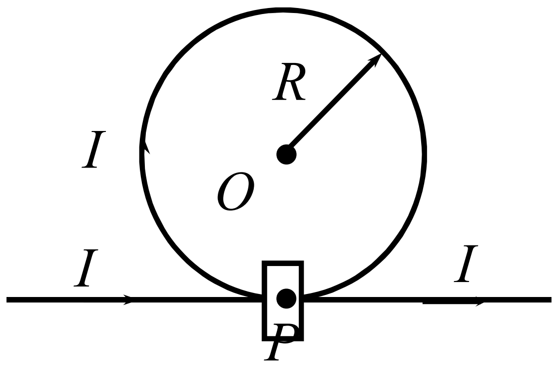
$$\int_a^{2a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}r : \int_{2a}^{4a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}r$$

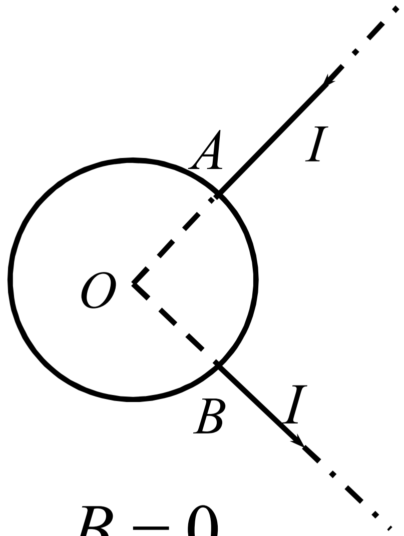
$$1:1$$

7、组合载流导线的磁场计算

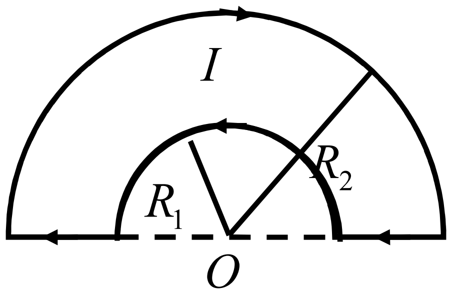
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)\qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\qquad B=\frac{\mu_0 I}{2R}\qquad B=\frac{1}{n}\cdot\frac{\mu_0 I}{2R}$$

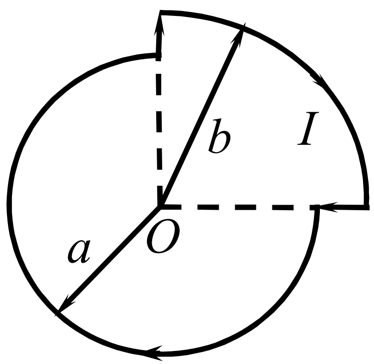






$$\sqrt{2}\mu_0 I/2R\qquad \frac{\mu_0 I}{2R}(1-\frac{1}{\pi})\qquad B=0$$





$$\vec{B}=?$$

$$\vec{m}=?$$

8、关于磁力矩、磁通量、磁矩的讨论

通有电流*I*，磁矩为 $\vec{m}$ 的线圈，置于磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中。若 $\vec{m}$ 与 $\vec{B}$ 方向相同，则通过线圈的磁通量 Φ_m 与线圈所受的磁力矩 $\vec{M}$ 的大小分别为多少？

$$\vec{m} = IS\vec{e}_n \qquad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \qquad \Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} \qquad \begin{aligned} \Phi_{\max} &= BS \\ M &= 0 \end{aligned}$$

有一磁矩为 $\vec{m}$ 的载流线圈，置于磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，设 $\vec{m}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角为φ，则（1）当φ=__**0º**__时，线圈处于稳定平衡状态；**(2)** 当φ=__**90º**__时，线圈所受磁力矩最大；（**3**）当线圈由φ=**0º**转到φ=**180º**时，外力矩必须做功***W***=__$2mB$__。

9、关于洛伦兹力、安培力的讨论

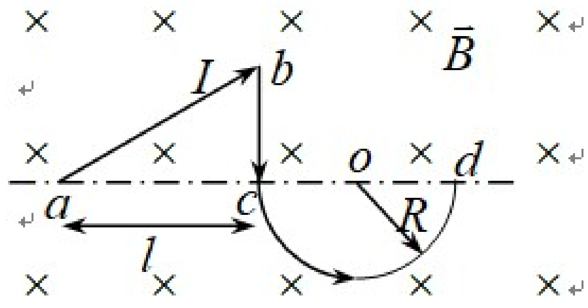
(1)磁场中某点处的磁感应强度为 $\vec{B}=0.4\vec{i}-0.2\vec{j}(\mathrm{T})$,一电子以速度 $\vec{v}=5\times10^5\vec{i}+10\times10^5\vec{j}(\mathrm{m/s})$ 通过该点，求作用于该电子的洛伦兹力 $\vec{f}_m$.

$$\vec{f}_m=-e\vec{v}\times\vec{B}$$

$$=-1.6\times10^{-19}\cdot(5\times10^5\vec{i}+10\times10^5\vec{j})\times(0.4\vec{i}-0.2\vec{j})$$

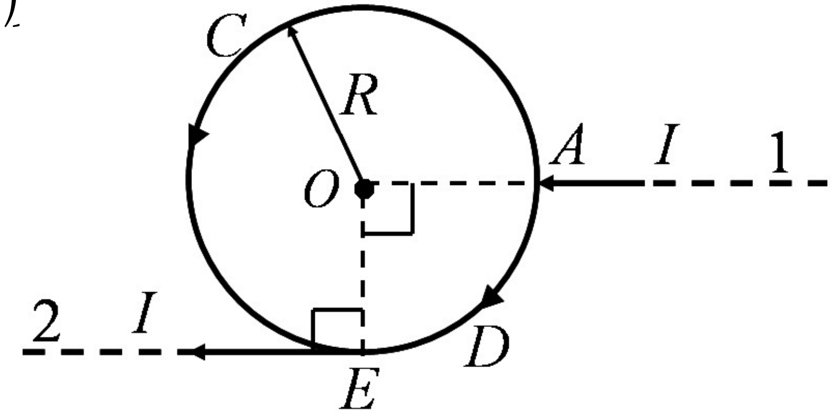
$$=\cdot-1.6\times10^{-19}(-10^5\vec{k}-4\times10^5\vec{k})=8.0\times10^{-14}\vec{k}(\mathrm{N})$$

(2)形状如图所示的导线，通有电流***I***，放在与均匀磁场垂直的平面内，则该载流导线所受安培力的大小为 $\underline{F=BI(l+2R)}$.



三、解题指导

例1.如图，用均匀细金属丝构成一半径为R的圆环，电流I由半无限长导线1流入圆环A点，经四分之三圆弧ACE和四分之一圆弧ADE，由圆环的E点流出，进入半无限长导线2。设导线1 和导线2与圆环共面。求圆心O处的磁感应强产



解：设导线1、圆弧ACE 、圆弧ADE和流导线2在O处产生的磁感应强度分别为 $\vec{B}_1$ 、$\vec{B}_2$、$\vec{B}_3$ 、$\vec{B}_4$，则由磁场叠加原理可得O点的总磁感应强度为:

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

由于半无限长载流导线**1**的延长线通过***O***点，所以有 $\vec{B}_1 = 0$

设圆弧***ACE***上的电流为 $\boldsymbol{I_2}$，圆弧***ADE***上的电流为 $\boldsymbol{I_3}$，则

$$I_2 \cdot 3R = I_3 \cdot R,\ I_2 + I_3 = I, \quad I_2 = I/4,\ I_3 = 3I/4$$

$$B_2 = \frac{3}{4}\frac{\mu_0 I_2}{2R} = \frac{3\mu_0 I_2}{8R} = \frac{3\mu_0 I}{32R},$$ 方向：垂直纸面向外

$$B_3 = \frac{1}{4}\frac{\mu_0 I_3}{2R} = \frac{\mu_0 I_3}{8R} = \frac{3\mu_0 I}{32R},$$ 方向：垂直纸面向里

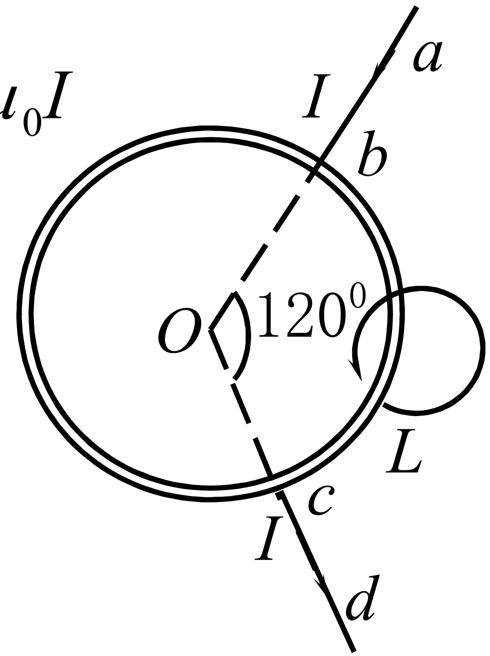
$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos 90^0 - \cos 180^0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

方向：垂直纸面向里

$$\therefore\ \vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = \vec{B}_4$$

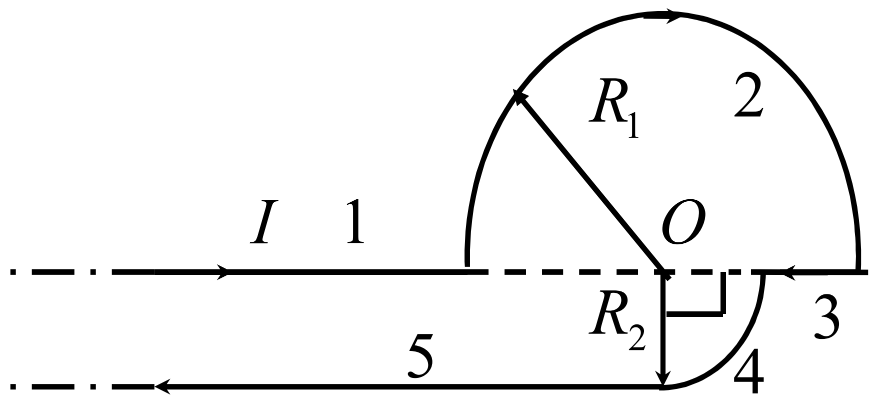
如图所示，两根直导线***ab***和***cd***沿径向接到一个截面处处相等的铁环上，电流从***a***端流入，从***d***端流出，则磁感应强度沿图中闭合路径 的积分 $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = ?$

$\frac{2}{3}\mu_0 I$

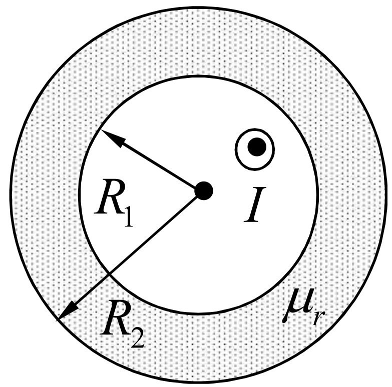


还可以加问：$\boldsymbol{B_O}$**=?**

利用毕奥--萨伐尔定律以及磁场叠加原理计算组合导线的磁感应强度分布



例2. 如图所示，一无限长圆柱形直导线，其半径为R_1，导线内有电流I向纸面外流出，且呈均匀轴对称分布。在导线外包一层相对磁导率为μ_r的圆筒形均匀磁介质，磁介质的外半径为R_2. 磁介质外面为空气。设导线和空气中的磁导率$\mu \approx \mu_0$. 试求：磁介质内、外各区域（$r<R_1$，$R_1<r<R_2$，$r>R_2$）的磁场强度H和磁感应强度B的分布。



解：分析磁场对称性--呈轴对称分布，选积分路径--轴线上的点为圆心，任意长度为半径r的圆周，绕行方向与电流成右手螺旋关系，则由 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_i$ 有

$$H \cdot 2\pi r = \sum I_i$$

各种电流轴对称分布的圆柱面、圆柱体等的同轴组合均类似

当 $r < R_1$ 时，

$$\sum I_i = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2 = \frac{r^2}{R_1^2} I$$

$$H_1 = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

当 $R_1 < r < R_2$ 时，

$$\sum I_i = I$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B_2 = \mu_0 \mu_r H_2 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

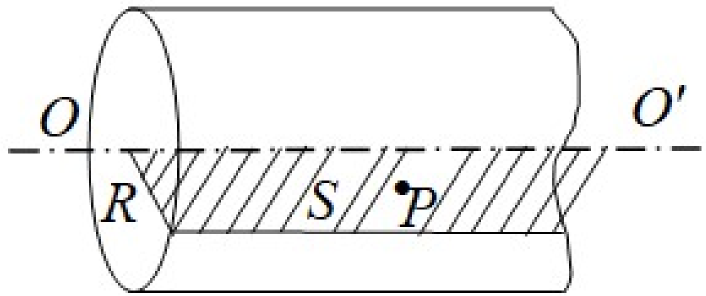
当 $r > R_2$ 时，

$$\sum I_i = I$$

$$H_3 = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B_3 = \mu_0 H_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

例3.一根横截面半径为R的无限长圆柱形导体，通有电流I，且电流在导体横截面内均匀分布，相对磁导率为μ_r。求：(1)在圆柱导体内部，距离中心轴线为r ($0<r<R$)的任一点P处的磁场强度 $\vec{H}$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 大小的分布；(2)在导体内部，通过圆柱中心轴线OO'做一纵剖面S，如图所示。求每单位长度导体内，穿过S面的磁通量Φ_m .



解：电流分布具有轴对称性，所以它所激发的磁场也具有轴对称性。对于距管轴OO'为r 处的P点，取过P点的一条磁感应线为积分路径，则由安培环路定理有 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_i$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 2\pi r H$$

L内包围的电流为 $$\sum I_i = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = \frac{Ir^2}{R^2}$$

则由 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_i$ 得 $$H = \frac{Ir}{2\pi R^2} \quad (0 < r < R)$$

$$B = \frac{\mu_0\mu_r Ir}{2\pi R^2} \quad (0 < r < R)$$

(2)由于磁场轴对称分布，所以沿轴向在导体纵剖面***S***上距***OO′***为***r***处取长为***l***宽为**d*r***的面元**d*S*=*l*d*r***，则通过该面元的磁通量为

$$\mathrm{d}\Phi_m = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0\mu_r Il}{2\pi R^2}r\mathrm{d}r$$

则每单位长度导体内穿过***S***面的磁通量为 $$\Phi_m = \frac{1}{l}\int_S \mathrm{d}\Phi_m = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi R^2}\int_0^R r\mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r I}{4\pi}$$

例4. 螺绕环中心周长 l=10cm，环上线圈匝数 N=200，线圈中通有电流 I=100mA。试求:(1)管内的磁场强度H_0和磁感应强度B_0；(2)若管内充满相对磁导率为 μ_r =4200的磁介质，则管内的H和 B 是多少？(3)在磁介质内，由导线中电流产生的B_0和磁化电流产生的B'各是多少？

解：(1)经分析， 螺绕环内磁场的磁感应线是一系列同心圆环，圆心在通过环心垂直于环面的直线上。选择环内任一过场点的半径为r的一条磁感应线为积分回路，则由安培环路定理可得：

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Sigma I \Rightarrow H \cdot 2\pi r = NI$$

$$H_0 = \frac{NI}{2\pi r} \approx \frac{NI}{l} = 200(\mathrm{A/m}),\ B_0 = \mu_0 H_0 \approx 2.51 \times 10^{-4}(\mathrm{T})$$

（2）管内充满磁介质时，由安培环路定理仍可得

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \approx \frac{NI}{l} = 200(\mathrm{A/m}), \qquad B = \mu_0 \mu_r H \approx 1.06(\mathrm{T})$$

（3）磁介质内，由导线中电流产生的$\boldsymbol{B_0}$为：

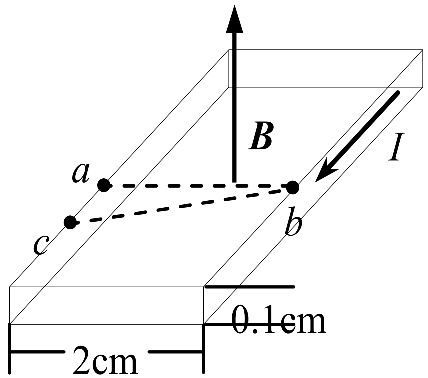
$$B_0 = \mu_0 H \approx 2.51 \times 10^{-4}(\mathrm{T})$$

磁化电流产生的$\boldsymbol{B'}$为：

$$B' = B - B_0 \approx 1.06(\mathrm{T})$$

例5.如图所示，宽**2cm**、厚**0.1cm**的金属片,载有**20A**电流，处于磁感应强度为**2T**的均匀磁场中，测得霍尔电势差为**4.27μV.**（**(1)** 霍尔电势差是指***a***、***b***、***c***中哪两点之间的电势差？指出霍尔电势差的高电势点；**(2)**计算片中电子的漂移速度；**(3)**求电子的浓度。

解：（1）***a***、***b***两点之间的电势差；***b***端电势高。



9-6题图

（2）当稳定时，金属中自由电子所受磁场的洛仑兹力与霍尔电场库仑力平衡，有

$$ev_d B = eE_H = e\frac{U_H}{l}$$

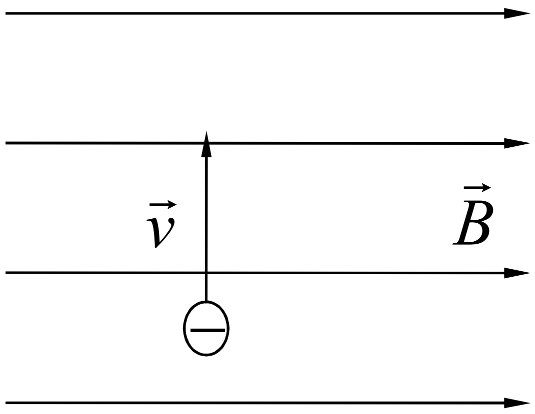
$$v_d = \frac{U_H}{Bl} = \frac{4.27\times10^{-6}}{2.0\times2\times10^{-2}} \approx 1.07\times10^{-4}(\mathrm{m/s})$$

（3）***a***、***b***两端的霍尔电势差为

$$U_H = \frac{IB}{neh}$$

$$n = \frac{IB}{ehU_H} \approx 5.85\times10^{28}(\mathrm{m}^{-3})$$

例6.如图所示，一电子以速度 $\vec{v}$ 垂直地进入磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，求此电子在磁场中运动轨道所围的面积内的磁通量.



解：电子在该磁场中所受洛伦兹力大小为

$$f_m = evB$$

$$\therefore \quad evB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{eB}$$

所以轨道面积内的磁通量为 $$\Phi_m = \pi R^2 B = \frac{\pi m^2 v^2}{e^2 B}$$

计算电子运动的等效电流所对应的磁矩：

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow I = \frac{e}{T} = \frac{e^2 B}{2\pi m} \qquad m = I\pi R^2 = \frac{mv^2}{2B}$$