

大 连 理 工 大 学

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

教师: _____

课程名称: 工科数学分析基础(二) 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学科学学院 考试日期: 2018 年 6 月 29 日 试卷共 6 页

| | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | | | | 总分 |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|--|--|--|-----|
| 标准分 | 30 | 20 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | | | | 100 |
| 得 分 | | | | | | | | | | | |

装

| | |
|--------|--|
| 得 分 | |
|--------|--|

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、曲线 $x = 2t + 1, y = \sin t, z = e^t$ 在 $P_0(1,0,1)$ 处的切线方程是 _____, 法平面方程是 _____。

2、函数 $u(x, y, z) = xy^2z^2$ 在点 $P_0(1,1,1)$ 处的最大方向导数是 _____,

设向量 $\vec{L} = (2,2,1)$, 则方向导数 $\left. \frac{\partial u}{\partial \vec{L}} \right|_{P_0} =$ _____。

3、设向量场 $\vec{A} = (xy^2, x + y + z^2, xyz)$, 则向量场散度 $\left. \operatorname{div} \vec{A} \right|_{(2,1,1)} =$ _____,

旋度 $\left. \operatorname{rot} \vec{A} \right|_{(2,1,1)} =$ _____。

4、设函数 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数, 函数 $f(x)$ 在 $(-1,1]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & -1 < x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \end{cases}, \quad f(x) \text{ 的 Fourier (傅里叶) 级数的和函数是 } S(x),$$

则 $S\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____, $S(99) =$ _____。

5、二次积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy =$ _____;

曲线积分 $\oint_L (x^2 + 2xy^2 + 4y^2) ds =$ _____, 曲线 $L: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, L 的周长为 a 。

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、微分方程组 $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 4y_1 + 3y_2 \end{cases}$ 的通解为 ()

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{5x}$; (B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{5x}$;

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{5x}$; (D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{5x}$ 。

2、函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2$ 的极小值点是 ()

(A) (2,2); (B) (2,0); (C) (0,2); (D) (0,0)。

3、曲面 $\Sigma: z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$ 的面积是 ()

(A) $\frac{\pi}{2}(5\sqrt{5}-1)$; (B) $\frac{\pi}{3}(5\sqrt{5}-1)$; (C) $\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; (D) $\frac{\pi}{12}(5\sqrt{5}-1)$ 。

4、函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x - 2017z = \varphi(y - 2018z)$ 确定, 其中 φ 为可微函数, 则 $2017 \frac{\partial z}{\partial x} + 2018 \frac{\partial z}{\partial y} =$ ()

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3。

5、以下命题中正确的是 ()

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛;

(B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 且 $u_n > 0, n=1, 2, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$;

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 1$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 收敛;

(D) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛。

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

三、(10 分) 求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$ 的通解。

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

四、(10 分) 设有幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^n$ 。1、求其收敛域；2、求其和函数 $S(x)$ 的表达式。

| | |
|--------|--|
| 得 分 | |
|--------|--|

五、(10 分) 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + 2xy) dydz + yzdzdx + (x^2 + \sin y) dxdy$,

其中 $\Sigma : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1 (z \geq 0)$, 取上侧。

| | |
|--------|--|
| 得 分 | |
|--------|--|

六、(10 分) 设函数 $z = f(xy, yg(x))$ ，其中 f 具有二阶连续偏导数，函数 $g(x)$ 可导

且在 $x=1$ 处取得极值 $g(1)=1$ ，求 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$ 。

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

七、(10 分) 设二元函数 f, g, h, φ 在闭区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 上具有二阶连续偏导数。

1、证明积分等式：
$$\iint_D (f'_x g + f'_y h) dx dy = \oint_L f g dy - f h dx - \iint_D (f g'_x + f h'_y) dx dy$$
，其中 L 为 D 的正向（逆时针方向）边界。

2、若 φ 在 D 上满足： $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 1$ ，求 $\iint_D (x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y}) dx dy$ 。