

牛 顿 力 学
热力学与经典统计物理
麦克斯韦电磁场理论

19世纪后期，经典物理学的三大理论体系使经典物理学已趋于成熟。

两朵小乌云

迈克耳逊——莫雷
“以太漂移”实验

黑体辐射实验



相 对 论
理 论



量 子 力 学



近代物理学的两大支柱——理论基础

相对论基础



强调：

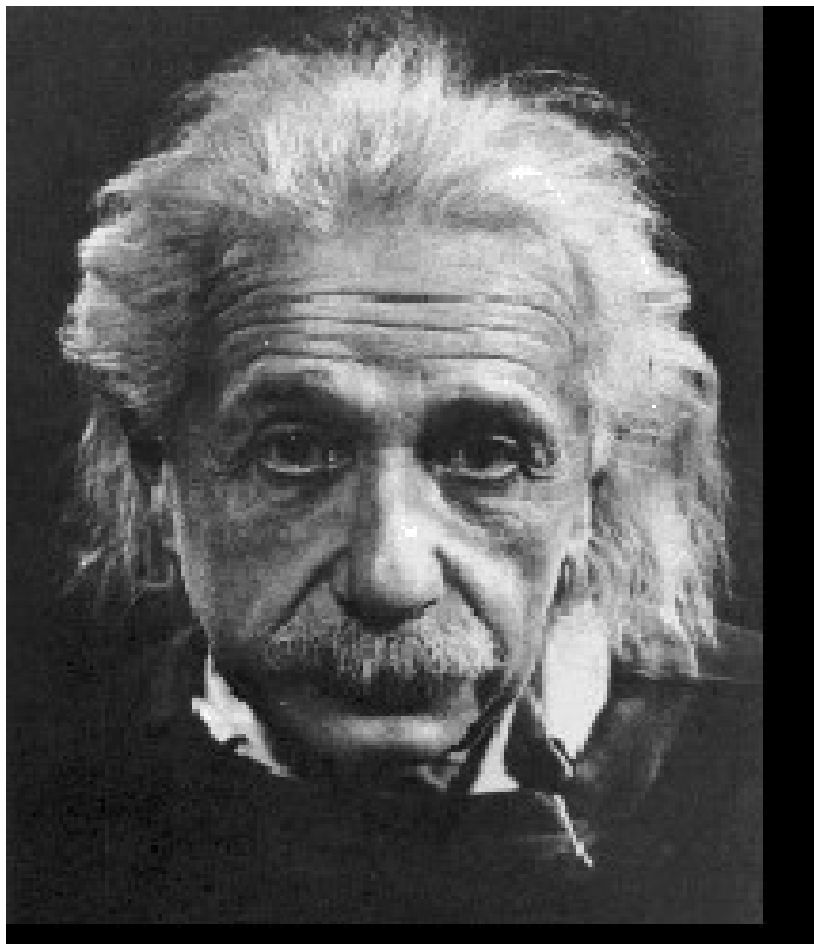
1. 近代物理不是对经典理论的补充，而是全新的理论。
2. 近代物理不是对经典理论的简单否定。

相对论是关于时间、空间与物质运动相联系的一门理论科学。

相对论理论的发展颠覆了物理学的研究方式，对绝对时间的概念造成了冲击，把物理学的研究推向了一个新的阶段。

其正确性已经在光学、电磁学、原子物理、原子核物理、天体物理和基本粒子物理等多个领域被大量实验事实所证实，成为人类研究物质结构、探索宇宙起源的有力工具。

第6章 相对论基础



爱因斯坦: **Einstein**

现代时空的创始人

二十世纪的哥白尼

阅读 爱因斯坦 20世纪最伟大的物理学家，1879年3月14日出生于德国乌尔姆，1900年毕业于瑞士苏黎世联邦工业大学。在1905年的**3月到9月**半年中，爱因斯坦利用业余时间发表了《论动体的电动力学》等**6**篇论文，在物理学**3**个领域作出了具有划时代意义的贡献——创建了**光量子理论、狭义相对论和分子运动论**。

爱因斯坦在1915年到1917年的**3**年中，还在另外**3**个不同领域做出了历史性的杰出贡献——创建了**广义相对论、辐射量子理论和现代科学的宇宙论**。

**1921 年，爱因斯坦因发现光电效应规律获得
诺贝尔物理学奖**

相对论基础

第6章 相对论基础

§ 6-1 经典力学的相对性原理和伽利略变换

§ 6-2 相对论的基本原理

§ 6-3 洛仑兹变换

§ 6-4 相对论时空观

§ 6-5 相对论动力学的基本问题

§ 6-1 经典力学相对性原理和伽利略变换

一、经典力学相对性原理

或伽利略相对性原理

牛顿运动定律

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

牛顿运动定律是经典力学的基础。运动规律都可以由它推导出来。

凡是牛顿运动定律成立的参考系称为惯性系，牛顿运动定律不适用的参考系为非惯性系；一切相对惯性系做匀速直线运动的参考系也是惯性系。在惯性系中，所有的力学现象都符合牛顿运动定律。

一切彼此作匀速直线运动的惯性系，对于描写机械运动的规律来说是完全等价的（或说并不存在任何一个比其他惯性系更优越的惯性系）。

相应的， 在一个惯性系的内部所作的任何力学实验都不能够确定这一惯性系是处于静止状态，还是作匀速直线运动。

——力学的相对性原理或伽利略相对性原理 (Galileo principle of relativity)

即力学定律在一切惯性系中都有相同的数学形式。

推广为：对于力学规律来说，一切惯性系都是等价的。

二 伽利略变换

在两个惯性系中考察同一物理事件

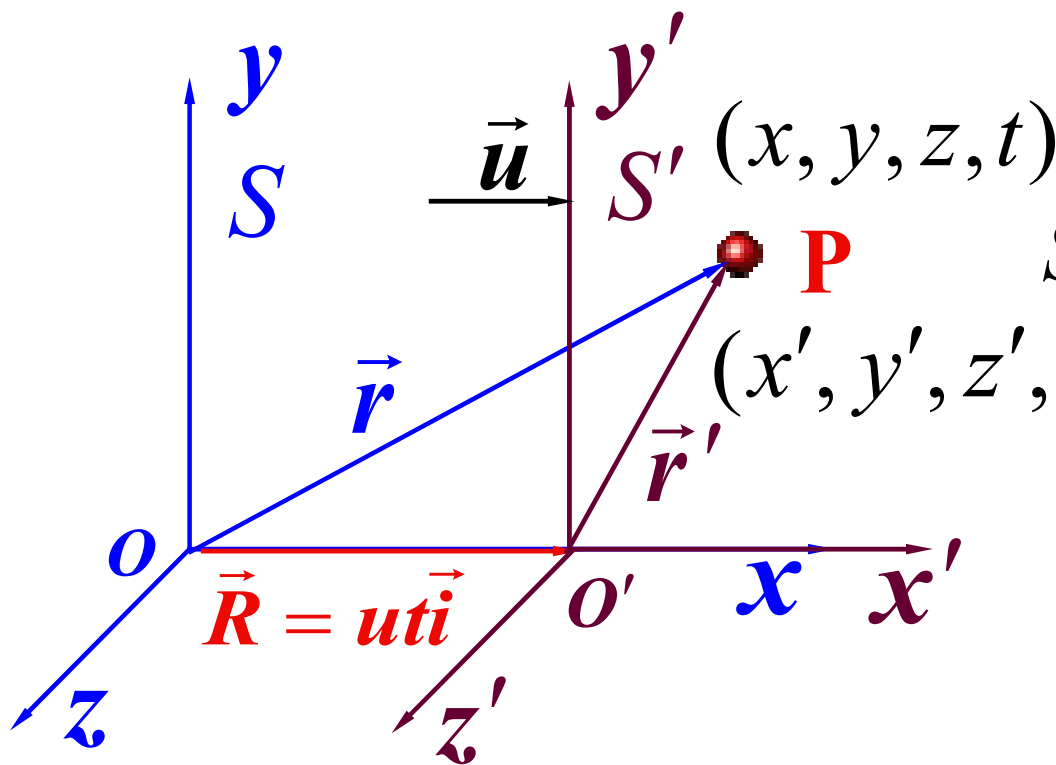
约定 $\left\{ \begin{array}{l} \vec{u} = u\vec{i} \Rightarrow \text{常量} \\ OO' \text{重合时 } t = t' = 0 \end{array} \right.$

绝对空间

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$$

牛顿绝对时间

$$t = t'$$



$$S : \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$S' : \vec{r}' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (x' + ut)\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

S' 系与 S 系的时空坐标之间的关系：

正
变
换
为
：

$$x' = x - ut'$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

逆
变
换
为
：

$$x = x' + ut'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

——伽利略坐标变换公式。

它完全体现了绝对时空观，是绝对时空观的数学表述。

$$\Delta x = \Delta x' + u\Delta t'$$

$$\Delta y = \Delta y'$$

$$\Delta z = \Delta z'$$

$$\Delta t = \Delta t'$$

$$v_x = v'_x + u$$

$$v_y = v'_y$$

$$v_z = v'_z$$

$$a_x = a'_x$$

$$a_y = a'_y$$

$$a_z = a'_z$$

在经典物理中，
力和惯性质量
与参考系无关

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

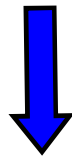
$$m' = m$$

$$S \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$S' \quad \vec{F}' = m'\vec{a}'$$

牛顿定律在伽利略变换下形式不变

牛顿运动定律是经典力学的基础。



牛顿力学规律（包括动量守恒定律、机械能守恒定律等）在伽利略变换下形式不变（或称具有协变性、对称性）。

如果把随惯性系而变的看成是“相对”的，
把不随惯性系而变的看成是“绝对”的，
那么经典力学中：

物体的坐标和速度
“同一地点”

是相对的

时间、长度、质量
“同时性”和力学定律的形式

是绝对的

三、经典时空观

根据伽利略变换，可以得出牛顿的绝对时空观，也称之为经典时空观。

在 S 系内，米尺的长度为

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

在 S' 系内，米尺的长度为

$$L' = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}$$

利用伽利略变换式得

$$L = L'$$

$$L = L'$$

结论： 空间任意两点之间的距离对于任何的惯性系而言都是相等的，与惯性系的选择或观察者的相对运动无关，即空间距离或长度的测量是“**绝对的**”，或称之为“**绝对空间**”

$$\Delta t = \Delta t'$$

结论： 时间也是与惯性系的选择或观察者的相对运动是无关的，“同时”具有绝对性，时间间隔的测量也具有绝对性，称之为“**绝对时间**”

“绝对空间”、“绝对时间”和“绝对质量”这三个概念的总和构成了经典力学的所谓“绝对时空观”：空间、时间和物质的质量与物质的运动无关而独立存在，空间永远是静止的、同一的，时间永远是均匀地流逝着的。

近代物理学发展表明：经典的、与物质运动无关的绝对时空观是错误的，并揭示出时间、空间与物质运动密切相关的相对论时空观；而力学相对性原理则得到改造发展为物理学中更为普遍的相对性原理

§ 6-2 狭义相对论的基本原理

一. 伽利略变换的困难

1、19世纪成熟的电磁理论表明真空中光速 c 是常量。

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

表明光在真空中沿各个方向传播的速率与参考系的选取及光的传播方向无关。

2、从数学形式上看，麦克斯韦方程组在经典力学的伽利略变换下无法保持其公式形式的不变性，即不具有协变性。

“以太假说”——一些物理学家放弃了相对性原理，认为麦克斯韦方程组只对“以太”这个“绝对参考系”成立；通过麦氏方程组计算出来的真空光速应是相对这个“绝对参考系”的速度；在相对“以太”运动的参考系中，光速具有不同的值。

希望通过实验可以找到“绝对参考系”

—— 但是实验一直没有找到。

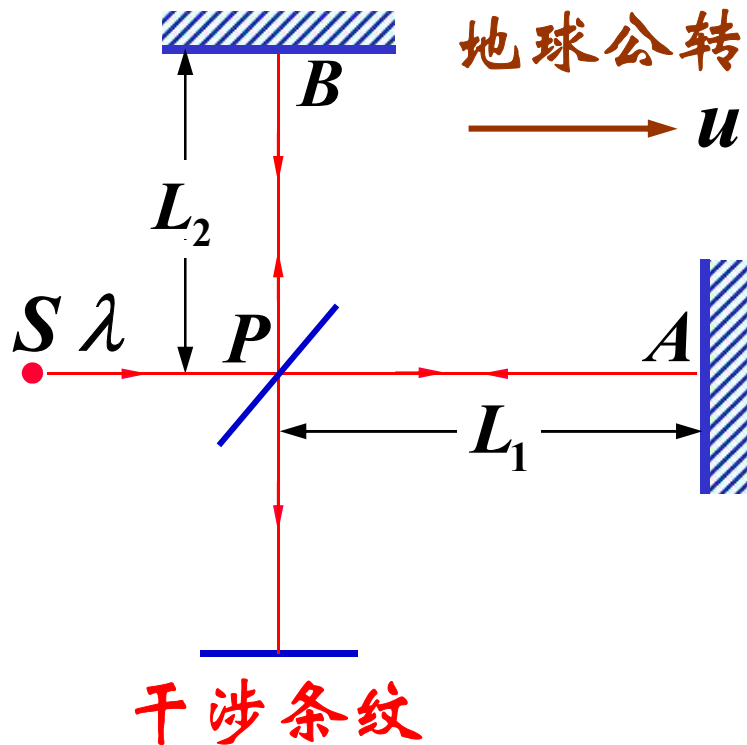
迈克耳孙-莫雷实验

迈克耳逊－莫雷实验的零结果却为相对论的创立奠定了基础。

Michelson-Morley 实验 (1881–1887)

当时认为光在“以太” (ether) 中以速度 c 传播。

设“以太”相对太阳静止。



实验目的：

干涉仪转 90° ，

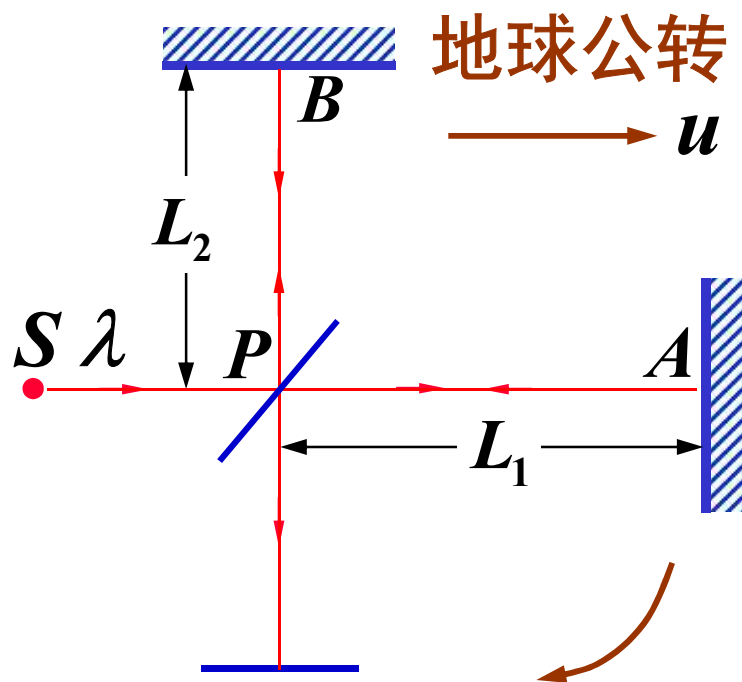
观测干涉条纹是否移动

实验结果：

条纹无移动 (零结果)。

以太不存在，

光速与参考系无关。



按照伽利略速度变换

$$t_{PAP} = \frac{L_1}{c-u} + \frac{L_1}{c+u} = \frac{2L_1}{c(1-u^2/c^2)}$$

$$v_{\perp} = \sqrt{c^2 - u^2}$$

$$t_{PBP} = \frac{2L_2}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2L_2}{c\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t = t_{PBP} - t_{PAP} = \frac{2}{c} \left(\frac{L_2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{L_1}{1-u^2/c^2} \right)$$

干涉仪转 90° 后，时间间隔变成

$$\Delta t' = t'_{PBP} - t'_{PAP} = \frac{2}{c} \left(\frac{L_2}{1-u^2/c^2} - \frac{L_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \right)$$

干涉仪转 90° 引起时间差的变化为

$$\Delta t - \Delta t' \approx \frac{L_1 + L_2}{c} \frac{u^2}{c^2}$$

由干涉理论，时间差的变化引起的条纹移动数

$$\Delta N = \frac{c(\Delta t - \Delta t')}{\lambda} = \frac{L_1 + L_2}{\lambda} \frac{u^2}{c^2}$$

$$L_1 + L_2 = 22\text{m}, u = 3 \times 10^4 \text{ m/s}, \lambda = 589\text{nm}$$

$$\Delta N = 0.40$$

但实验值为 $\Delta N=0$ ，这表明：光速与参考系无关。

“双星观测”、“同步加速器”、“恒星光行差”等实验事实均说明：“光速与参考系无关”



爱因斯坦对迈克尔逊 - 莫雷实验的评价：

“还在学生时代，我就在想这个问题了。我知道迈克尔逊实验的奇怪结果。我很快得出结论：**如果我们承认迈克尔逊的零结果是事实，那么地球相对以太运动的想法就是错误的。**这是引导我走向狭义相对论的最早的想法。”

爱因斯坦指出：**不存在“以太”！**

不存在绝对参考系！

不存在绝对运动！

伽利略变换对光速是失效的！

这意味着伽利略变换在高速范围内失去了应用价值。

二、爱因斯坦的狭义相对论基本原理

1. 爱因斯坦相对性原理

1905年，爱因斯坦《论动体的电动力学》

物理规律（包括力学规律）在一切惯性参考系中都具有相同的形式，即对物理规律来说，一切惯性系都是平等的。不存在任何一个特殊的惯性系，例如绝对静止的惯性系。

一切物理规律在任何惯性系中形式均相同。

爱因斯坦相对性原理是牛顿相对性原理的推广。

当时有关“光速”的测量在爱因斯坦提出这一原理的过程中，起到了特别重要的作用。

2. 光速不变原理

爱因斯坦在《论动体的电动力学》同时提出：

在任何惯性系中，光在真空中的速率都相等。

或者表述为：

真空中的光速率与光源的运动状态无关。

这就是光速不变原理

真空中的光速率，不服从伽利略变换。

事实上，爱因斯坦提出“光速不变原理”时，并不是完全根据“迈克耳孙—莫雷”的实验结果。

电磁场理论给出真空中电磁波的传播速度为

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

其中 ϵ_0 和 μ_0 都是与参考系无关的常数。

真空中光速率与参考系无关

（即与光源的运动和观察者的运动无关）。

如果把“真空中的光速率”看作一个“物理规律”，根据“爱因斯坦相对性原理”，在任何惯性系中，光速率都应该是一样的。

阅读：光速与参考系无关这一点是与人们的预计相反的，日常经验总是使人们确信伽利略变换是正确的。

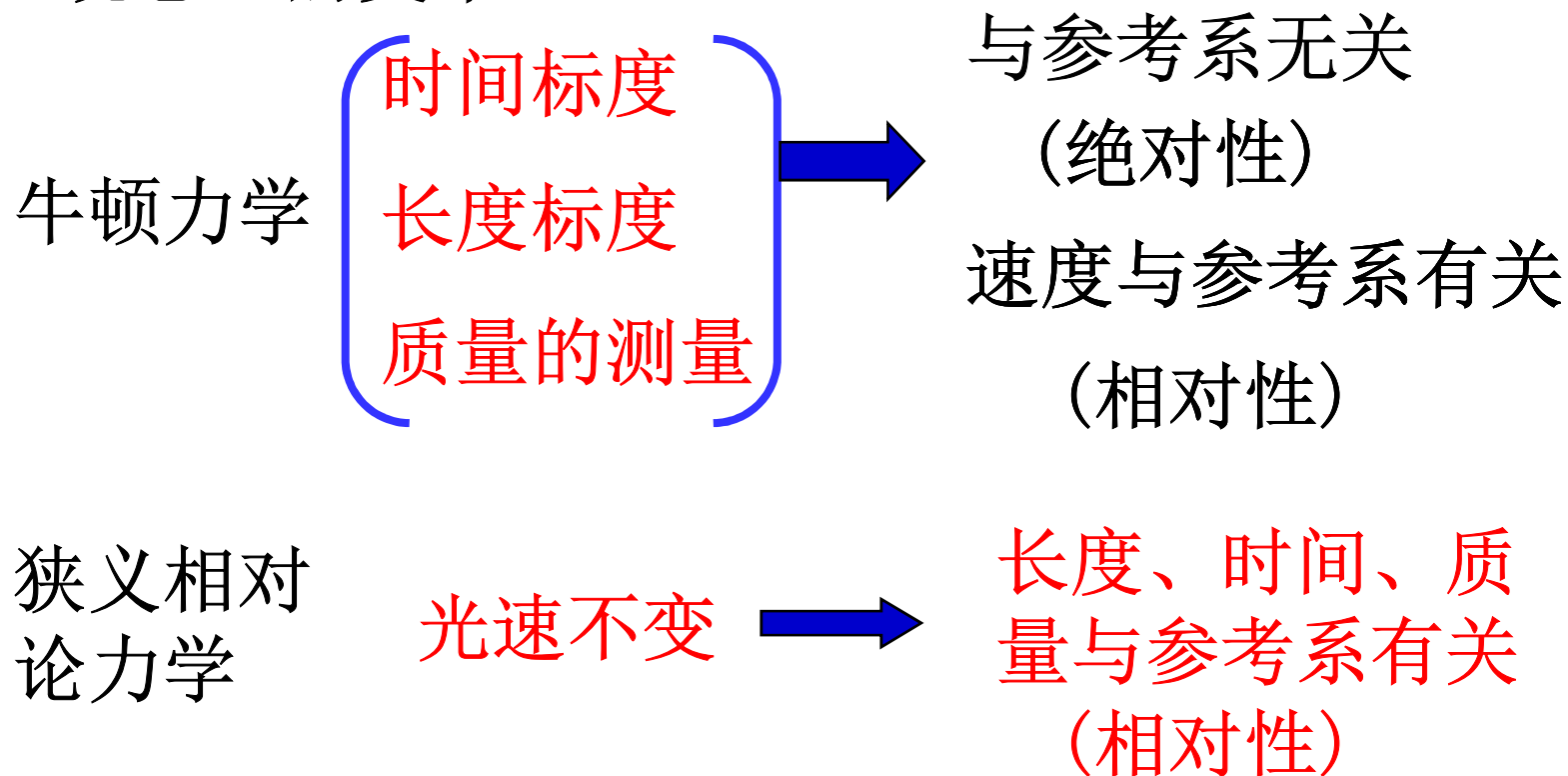
日常遇到的物体运动的速率比起光速来是非常小的，炮弹飞出炮口的速率不过 10^3 m/s ，人造卫星的发射速率也不过 10^4 m/s ，不及光速的万分之一。

我们本来不能，也不应该轻率地期望在低速情况下适用的规律，在很高速的情况下也一定适用。

(1) 爱因斯坦相对性原理是牛顿相对性原理的推广。[讨论](#)

(2) 光速不变与伽利略变换、与伽利略的速度相加原理针锋相对。

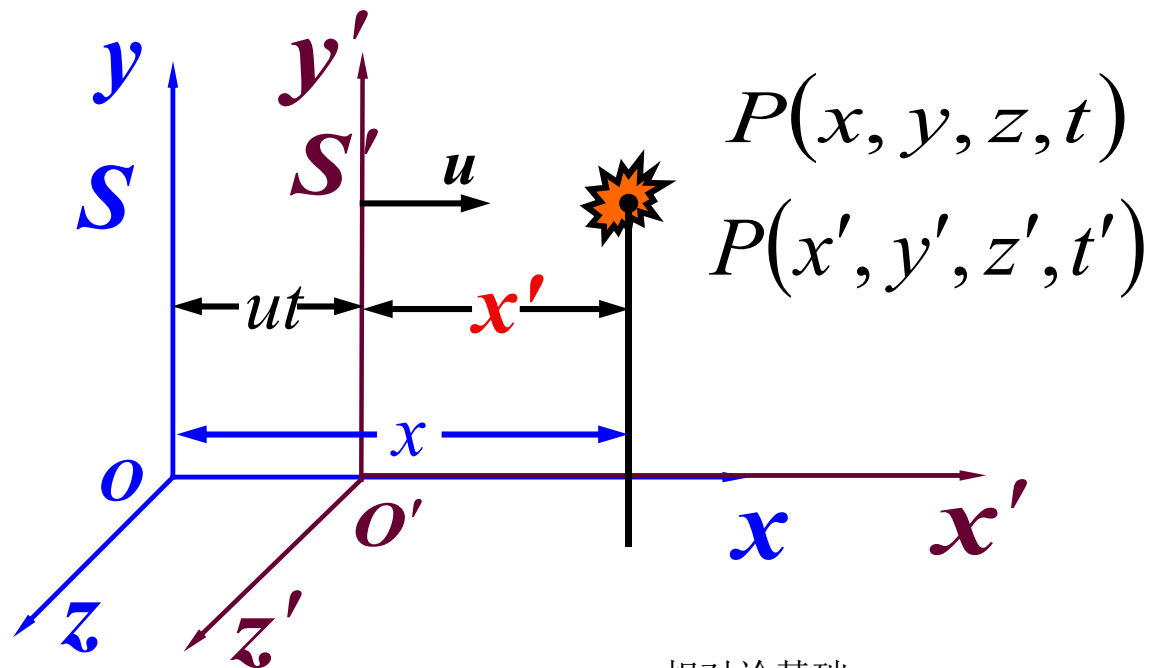
(3) 观念上的变革



§ 6-3 洛仑兹变换

狭义相对论：在不同的观察者看来，空间、时间必定不一样——运动的钟变慢，运动的尺变短；质量随速度而变化，能量的释放带走了质量。

应该建立一个符合光速不变原理的新的时空变换关系



一 事件和时空变换

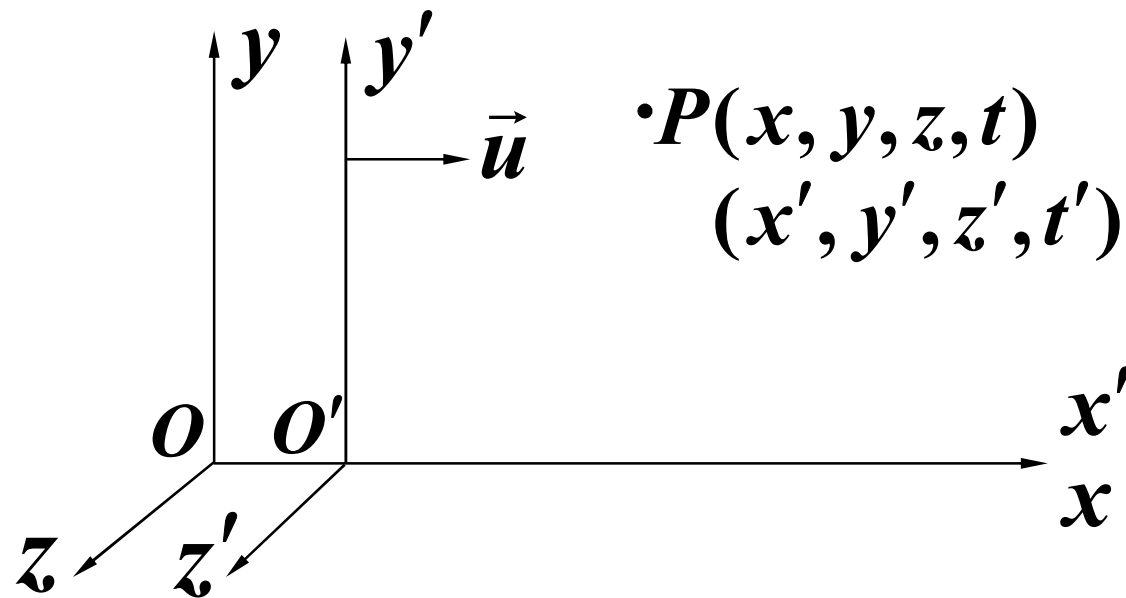
事件：任意一个具有确定的发生时间和确定的发生地点的物理现象。

一个事件发生的时间和地点，称为该事件的时空坐标。

如，“一个粒子在某一时刻出现在某一位置”就是一个事件，粒子出现的时刻和位置就构成了该事件的时空坐标。

在讨论时空的性质时，我们总是用事件的时空坐标，或用事件的时空点来代表事件，而不关心事件的具体物理内容，即不去关心到底发生了什么事情。

时空变换：同一事件在两个惯性系中的时空坐标之间的变换关系。



时空变换： (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t') 的关系

不同形式的时空变换，涉及到在不同参考系中对时间和空间的测量，代表不同的时空性质，反映不同的时空观。

二 洛伦兹变换

$$S \rightarrow S'$$

正变换

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \right.$$

$$S' \rightarrow S$$

逆变换

体现了相对论关于时间、空间和物质运动紧密联系的新观念

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \right.$$

根据**Einstein**基本原理推导洛仑兹变换：

$$\boxed{y' = y \quad z' = z}$$

(x, t) 和 (x', t') 的变换基于下列两点：

(1) 时空是均匀的，因此惯性系间的时空变换应该是线性的。

(2) 新变换在低速下应能退化成伽利略变换。

设 $S' \rightarrow S$ 的变换为： $x = k(x' + ut')$

$S \rightarrow S'$ 的变换为： $x' = k'(x - ut)$

根据**Einstein**相对性原理： $k = k' \quad x' = k(x - ut)$

由光速不变原理求 k ：

原点重合时，从原点发出一个光脉冲，其空间坐标为：

$$\text{对 } S \text{ 系: } x = ct \quad \text{对 } S' \text{ 系: } x' = ct'$$

$$x = k(x' + ut') \quad x' = k(x - ut)$$

$$\underline{ct = k(c + u)t'} \quad \underline{ct' = k(c - u)t}$$

相乘

$$c^2 tt' = k^2 (c + u)t'(c - u)t$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$x = k(x' + ut')$$

$$x' = k(x - ut)$$

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$



$$t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$S \rightarrow S'$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

正变换

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

相对论基础

逆变换

$$S' \rightarrow S$$

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

38

说明：

- 1、当 $u \ll c$ 时，洛仑兹变换转换为伽利略变换，说明洛仑兹变换对高速、低速运动都成立，它包括了伽利略变换。相对论并没有推翻经典力学，只是限制了它的适用范围。
- 2、当 $u > c$ 时出现虚数，洛仑兹变换失去了意义。由此推出结论：真空中的光速 c 是一切物质运动的极限速率。

强调：真空中的光速 c 是一切物质运动的极限速率，但是在介质中，实物粒子的运动速率是有可能大于光在介质中的传播速率的，这是因为光在任何介质中的传播速率都小于 c 。

洛伦兹速度变换式

(v_x, v_y, v_z) 与 (v'_x, v'_y, v'_z) 的关系

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}$$

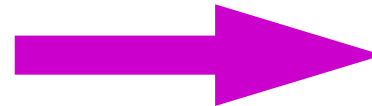
$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{v_x - u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{u}{c^2}v_x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'/dt}{dt'/dt}$$



$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}v_x}$$

由洛伦兹变换知

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt'} = \frac{dy/dt}{dt'/dt} \quad \frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{u}{c^2} v_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

洛伦兹速度变换式

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

一维洛伦兹速度变换式

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}}{1 - \frac{\boldsymbol{v}\boldsymbol{u}}{c^2}}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}}{1 + \frac{\boldsymbol{v}'\boldsymbol{u}}{c^2}}$$

§ 6-4 狭义相对论的时空观

一、同时性的相对性

由洛仑兹变换看同时性的相对性

S		S'
事件1	(x_1, y_1, z_1, t_1)	(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)
事件2	(x_2, y_2, z_2, t_2)	(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)
两事件 同时发生	$t_1 = t_2$	$\Delta t' = t'_2 - t'_1 \stackrel{?}{=} 0$
	$\Delta t = t_2 - t_1 = 0$	

用洛伦兹变换式导出

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{u}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{u}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\text{已知 } \Delta t = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{若 } \Delta x = 0 \\ \text{若 } \Delta x \neq 0 \end{array} \right. \Delta t' = \frac{-\frac{u}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left\{ \begin{array}{l} = 0 \\ \neq 0 \end{array} \right.$$

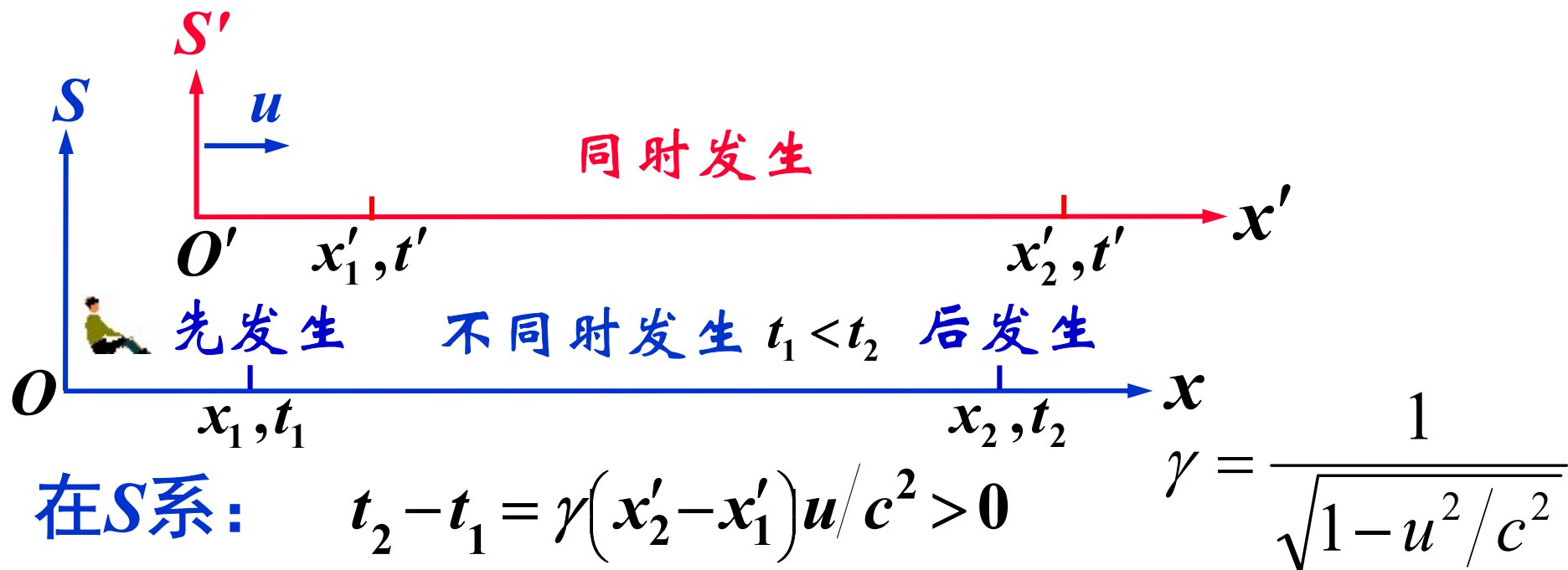
同时性的相对性 在一个惯性系的同时发生的两个事件，在另一个相对它运动的惯性系中不一定是同时发生的。

明确：

$$\Delta t' = \frac{-\frac{u}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{\frac{u}{c^2} (x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

“同时性”的相对性是针对沿运动方向上，不同空间坐标的两个事件而言的，不是对任意事件而言。

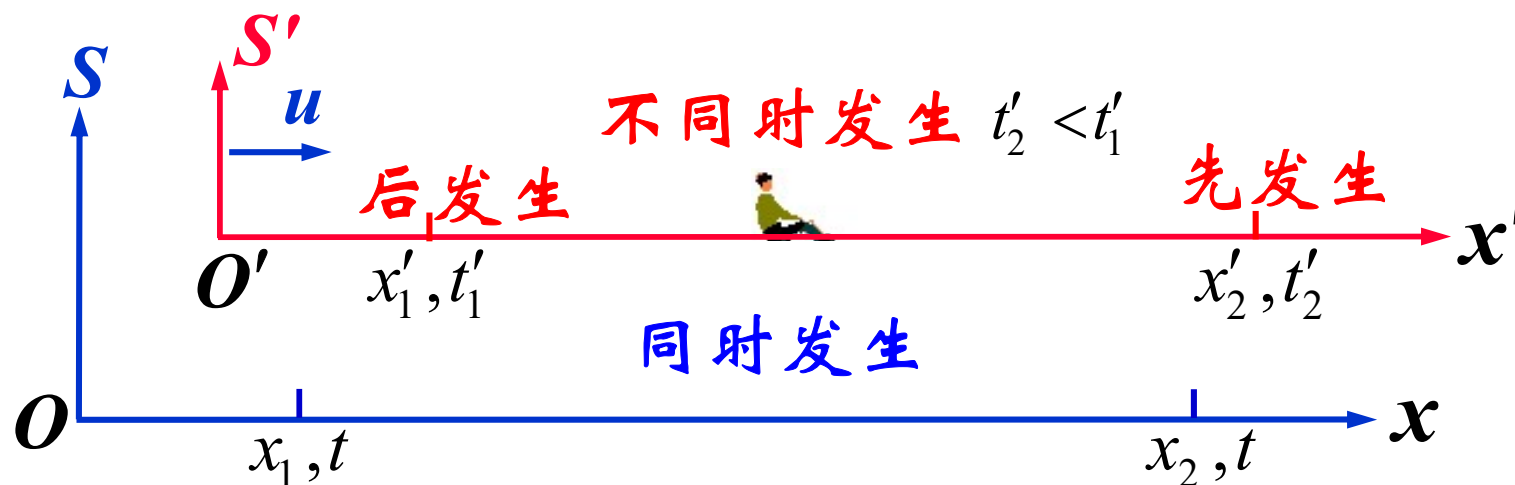
沿运动方向位置坐标相同并同时发生的两个事件，在另一个惯性系中同时发生。对于一个惯性系同时、不同地发生的两件事，在另一个惯性系测量也可能是同时发生的，只要沿运动方向的位置坐标相同。



沿两个惯性系相对运动的方向配置的两个事件，在一个惯性系中这两个事件同时发生，在另一惯性系中观测，总是处于前一个惯性系运动后方的事件先发生。

在一个惯性系中同时发生的两事件，
在另一个与其相对运动的惯性系中，
就不一定是同时发生的。

“同时性”
是相对的



在 S' 系: $t'_2 - t'_1 = \gamma(x_1 - x_2)u/c^2 < 0$

沿两个惯性系相对运动的方向配置的两个事件，在一个惯性系中这两个事件同时发生，在另一惯性系中观测，总是处于前一个惯性系运动后方的事件先发生。

在一个惯性系中同时发生的两事件，
在另一个与其相对运动的惯性系中，
就不一定是同时发生的。

“同时性”
是相对的

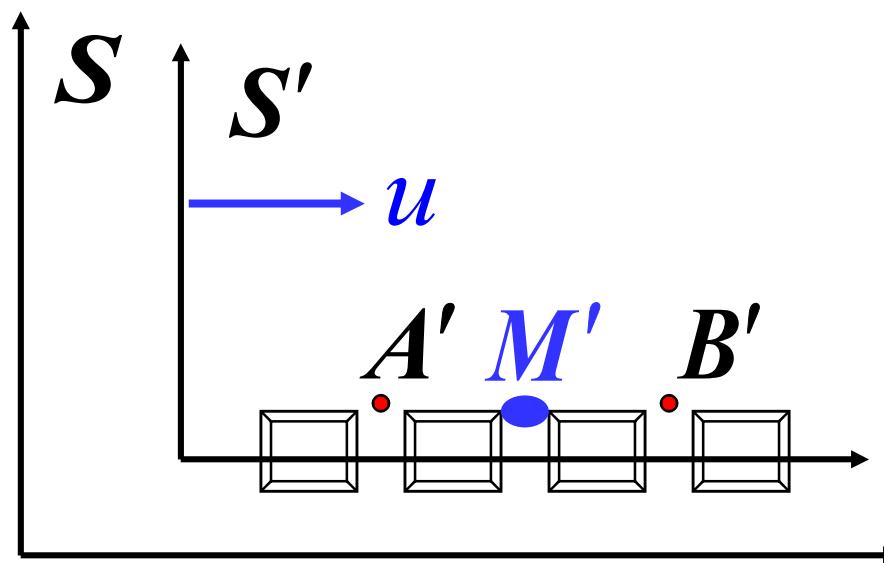
通过特例说明

以爱因斯坦火车为例

S' *Einstein train*

S 地面参考系

实验装置



在火车上 A' 、 B' 分别放置信号接收器

中点 M' 放置光信号发生器

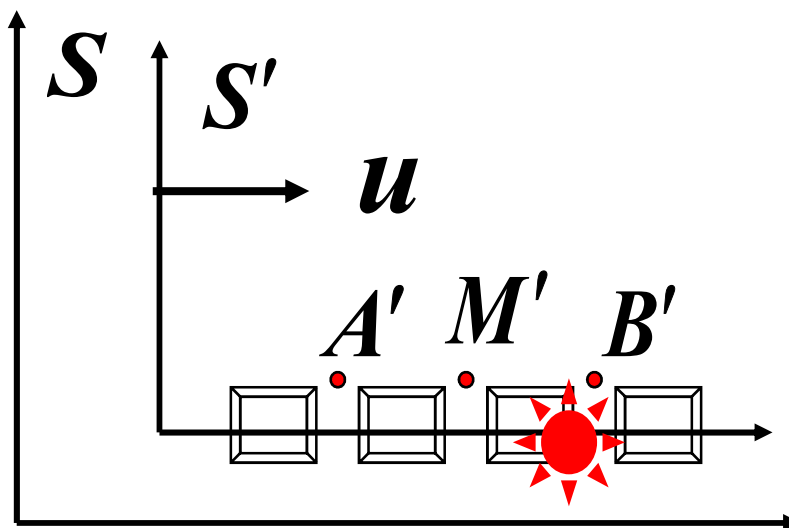
$t = t' = 0$ M' 发一光信号

$t = t' = 0$ M' 发一光信号

事件1 A' 接收到闪光

事件2 B' 接收到闪光

研究的问题



两事件发生的时间间隔 $S' : \Delta t' = ?$ $S : \Delta t = ?$

S' M' 发出的闪光 光速为 c

$\because \overline{A'M'} = \overline{B'M'}$ $\therefore A' B'$ 同时接收到光信号

事件1、事件2 同时发生 $\Delta t' = 0$

S 系中的观察者又
如何看呢？

事件1 A' 接收到闪光

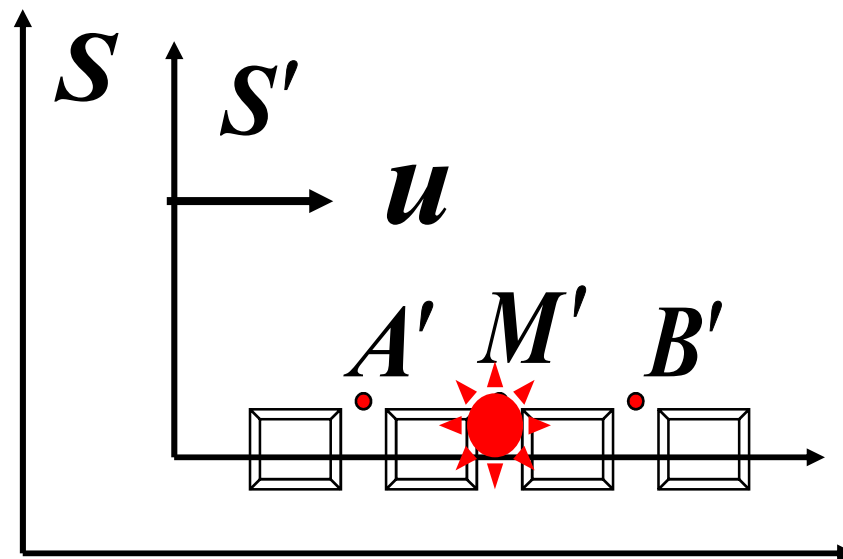
事件2 B' 接收到闪光

M' 处闪光 光速也为 c

A' B' 随 S' 运动 A' 迎着光 比 B' 早接收到光

事件1、事件2 不同时发生

事件1先发生 $\Delta t \neq 0$



★ 结论

沿两个惯性系相对运动方向上发生的两个事件，在其中一个惯性系中表现为同时的，在另一个惯性系中观察，则总是在前一个惯性系运动的后方的那一事件先发生。

★ 讨论

- (1) 同时性是相对的。
- (2) 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果。
- (3) 同时性的相对性否定了各个惯性系具有统一时间的可能性，否定了牛顿的绝对时空观。
- (4) 当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同。

注1、垂直于相对运动方向上发生的两个事件的同时性是绝对的

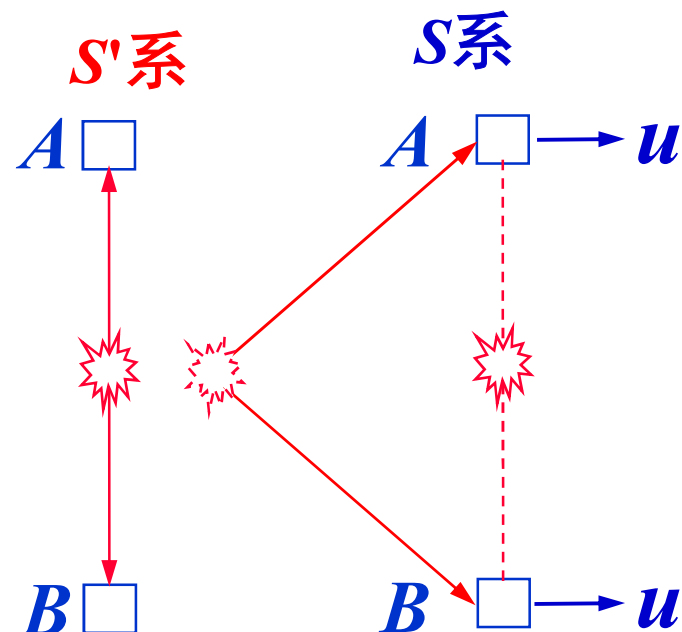
在 S 系中同时发生两个事件

$$A(x'_1 = x', y'_1 = y', t'_1 = t')$$

$$B(x'_2 = x', y'_2 = -y', t'_2 = t')$$

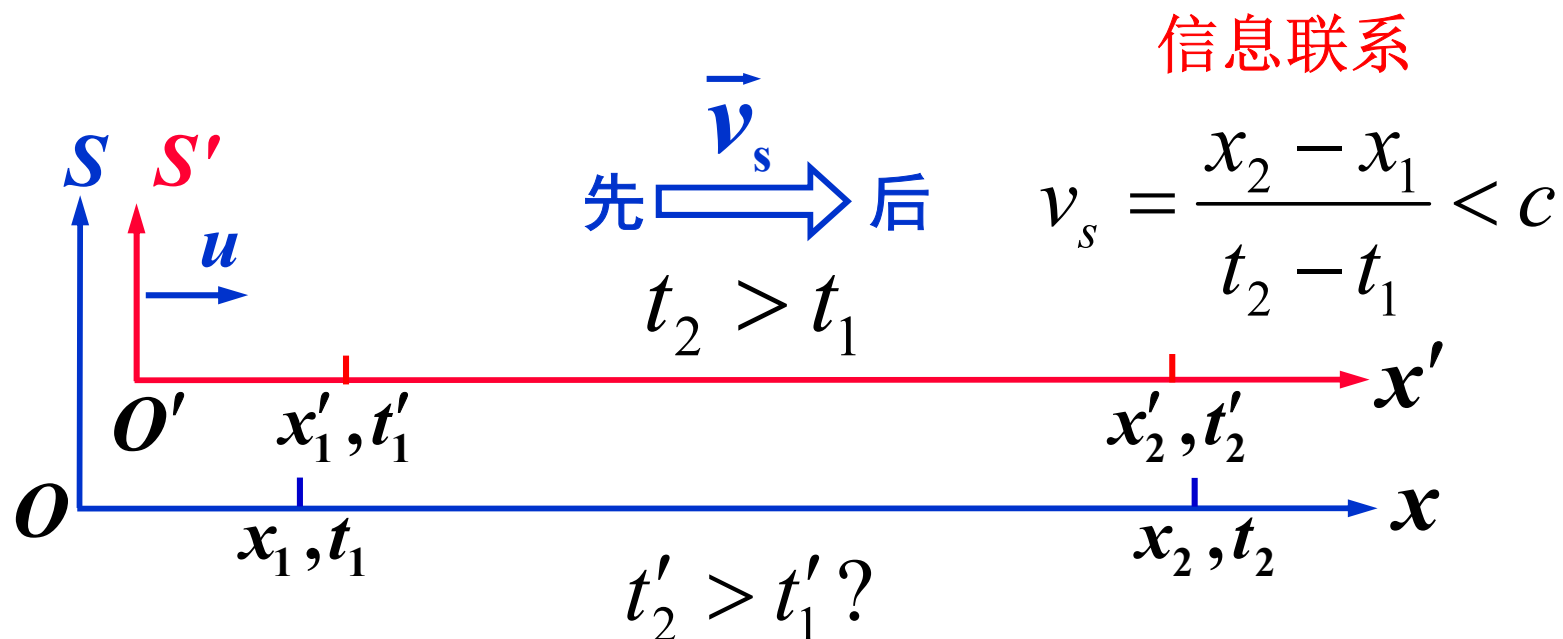
$$t_1 = \gamma(t'_1 + \frac{u}{c^2} x'_1) = \gamma(t' + \frac{u}{c^2} x')$$

$$t_2 = \gamma(t'_2 + \frac{u}{c^2} x'_2) = \gamma(t' + \frac{u}{c^2} x')$$



$t_1 = t_2$
在 S 系中测量，
是同时发生的

注2、因果关系的绝对性



有因果关系（有信息联系, $v_s \leq c$ ）的两个事件, 发生的先后次序(因果性) 是绝对的, 在任何惯性系中都不应颠倒。但时间间隔可能不同。

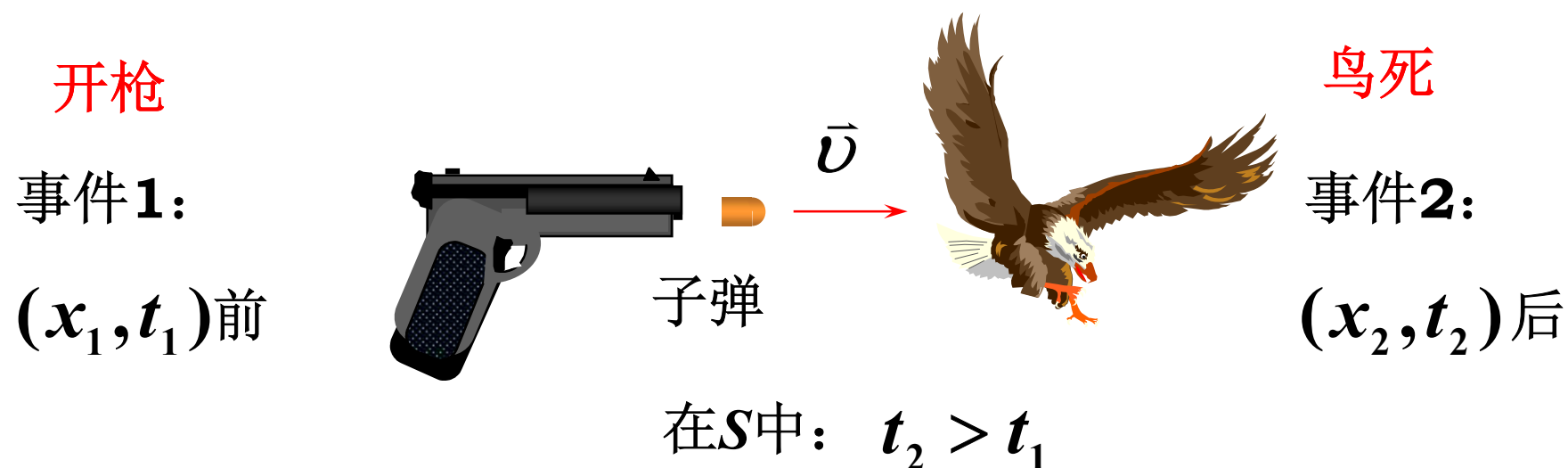
实例讨论 时序与因果律

时序：两个事件发生的时间顺序。

在 S 中：先开枪，后鸟死

在 S' 中：是否能发生先鸟死，后开枪？

讨论：由因果律联系的两事件的时序是否会颠倒？



在 S' 系中:

$$t'_1 = \frac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad t'_2 = \frac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) \left[1 - \frac{u(x_2 - x_1)}{c^2(t_2 - t_1)} \right]}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

子弹速度

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{(t_2 - t_1) \left[1 - \frac{uv}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > 0 \quad \therefore t'_2 > t'_1$$

信号传递速度

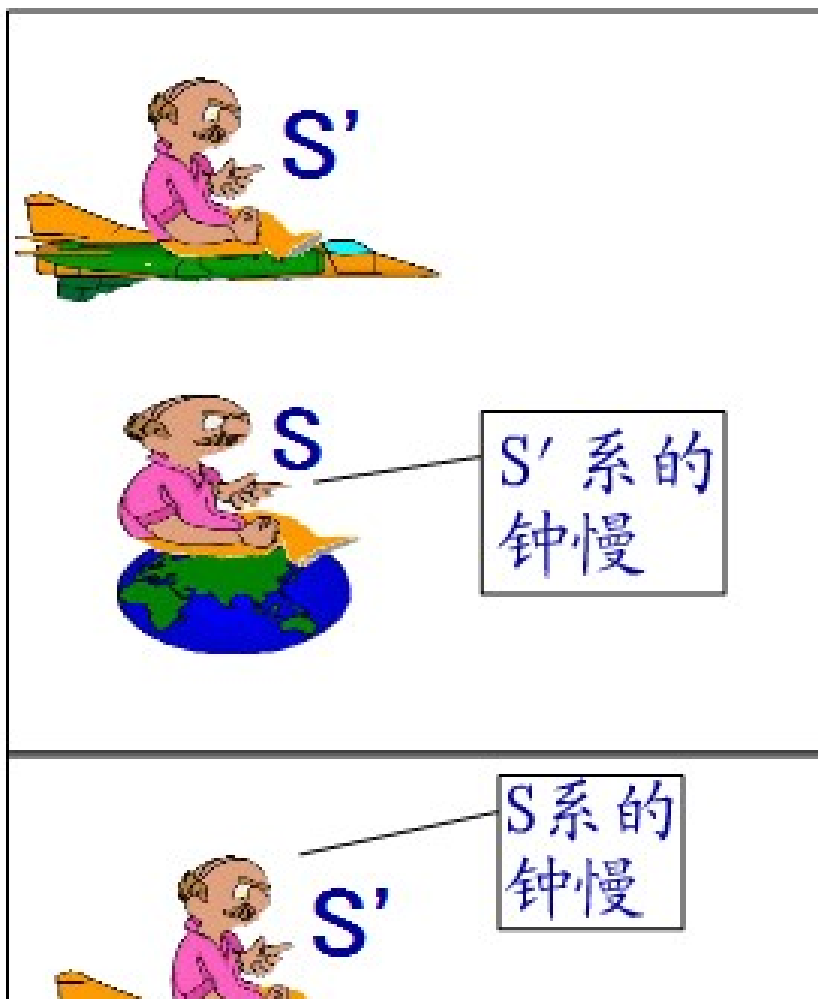
在 S' 系中：仍然是开枪在前，鸟死在后。

所以由因果律联系的两事件的时序不会颠倒。

二、时间膨胀 (动钟变慢) (时间间隔的相对性)

时间
膨胀

对本惯
性系作相
对运动的



相对论基础

研究的问题是：

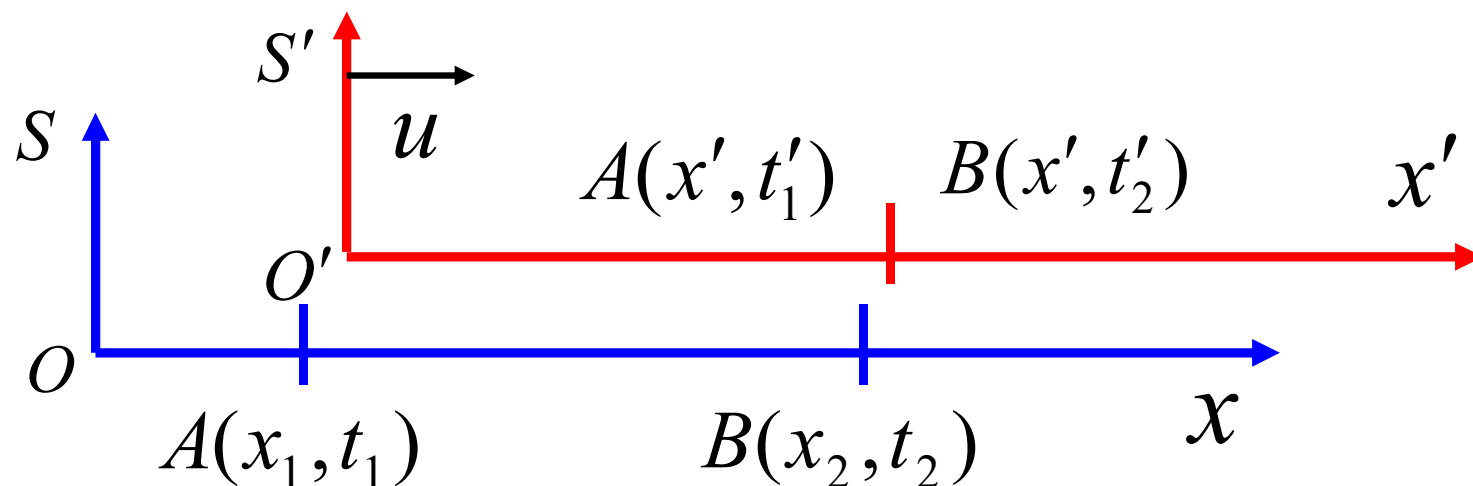
在某惯性系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔（同一只钟测量），与另一惯性系中，在两个地点的这两个事件的时间间隔（两只钟分别测量）的关系。

固有时间与观测时间的关系

固有
时间 一个物理过程用相对于它静止的惯性系上的标准时钟测量到的时间（**原时或同地时**）。

观测
时间 一个物理过程用相对于它运动的惯性系上的标准时钟测量到的时间（**两地时**）。

(1)



两个事件在 S' 系中发生在同一空间地点

$$A(x', t'_1) \quad B(x', t'_2)$$

$\Delta t'$ 为原时,
 Δt 为测时

在 S 系中的时间间隔:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma(t'_2 + \frac{u}{c^2} x') - \gamma(t'_1 + \frac{u}{c^2} x') = \gamma(t'_2 - t'_1)$$

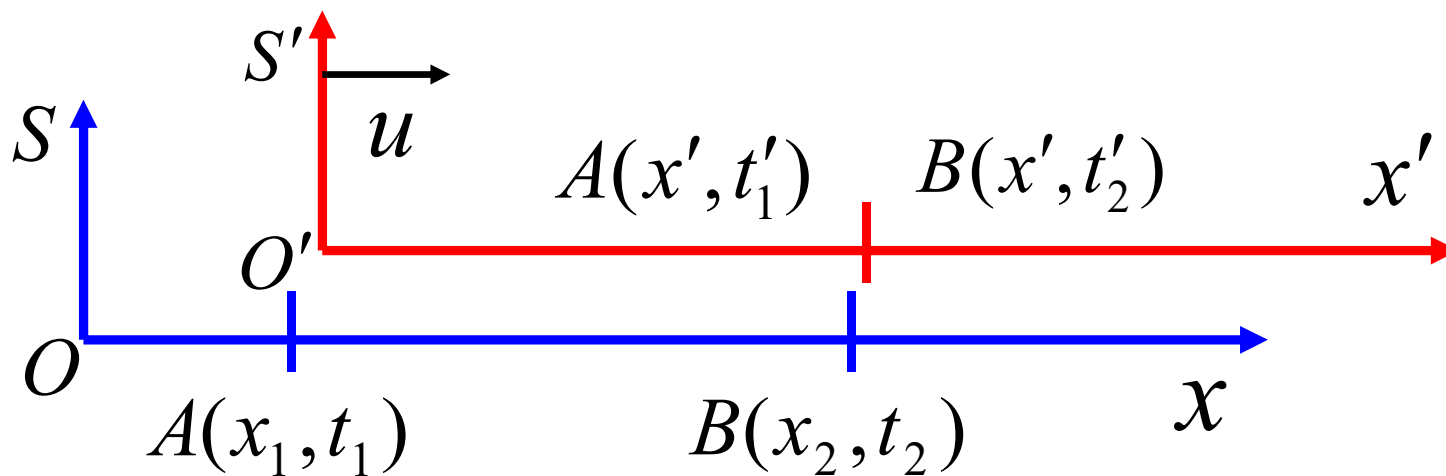
$$= \gamma \Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > \Delta t'$$

测时

原时

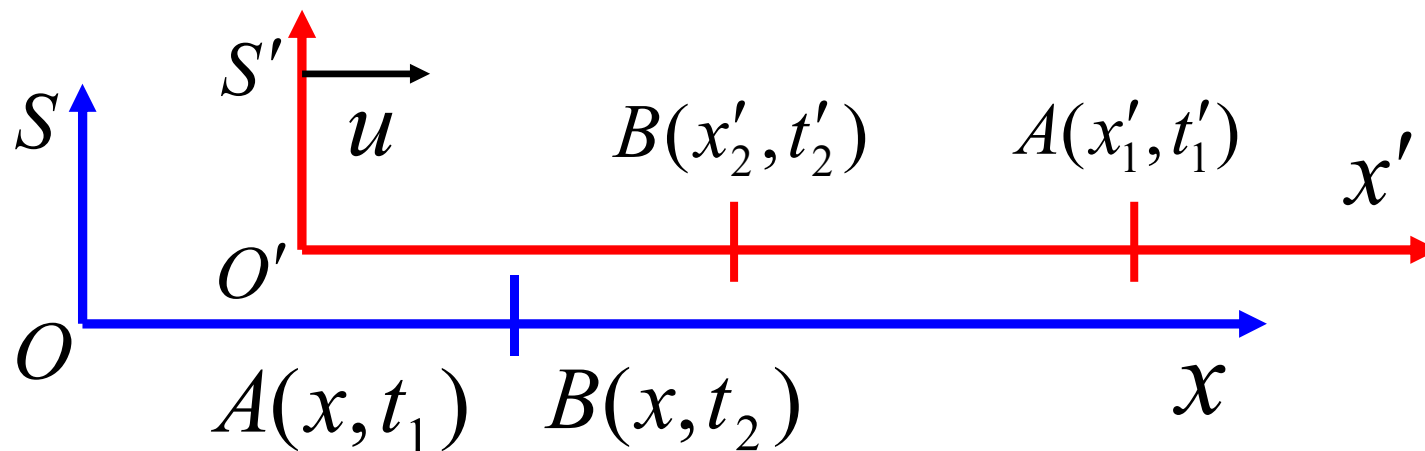
在相对于事件发生的惯性系 S' 运动的惯性系 S 来说，观测到的两个事件的时间间隔 Δt 要比与事件发生一起运动的惯性系 S' 观测到的同样两个事件的时间间隔 $\Delta t'$ 要长一些。



$$\Delta t = \gamma \Delta t' > \Delta t'$$

因此 S 系的观测者认为： S' 系的时钟变慢了。
 由于 S 系的观测者认为 S' 系的时钟相对于 S 系是运动的，所以运动的时钟变慢。

(2)



两个事件在 S 系中发生在同一空间地点

$$A(x, t_1) \quad B(x, t_2)$$

Δt 为原时,
 $\Delta t'$ 为测时

在 S' 系中的时间间隔:

$$\underline{\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma(t_2 - \frac{u}{c^2}x) - \gamma(t_1 - \frac{u}{c^2}x)}$$

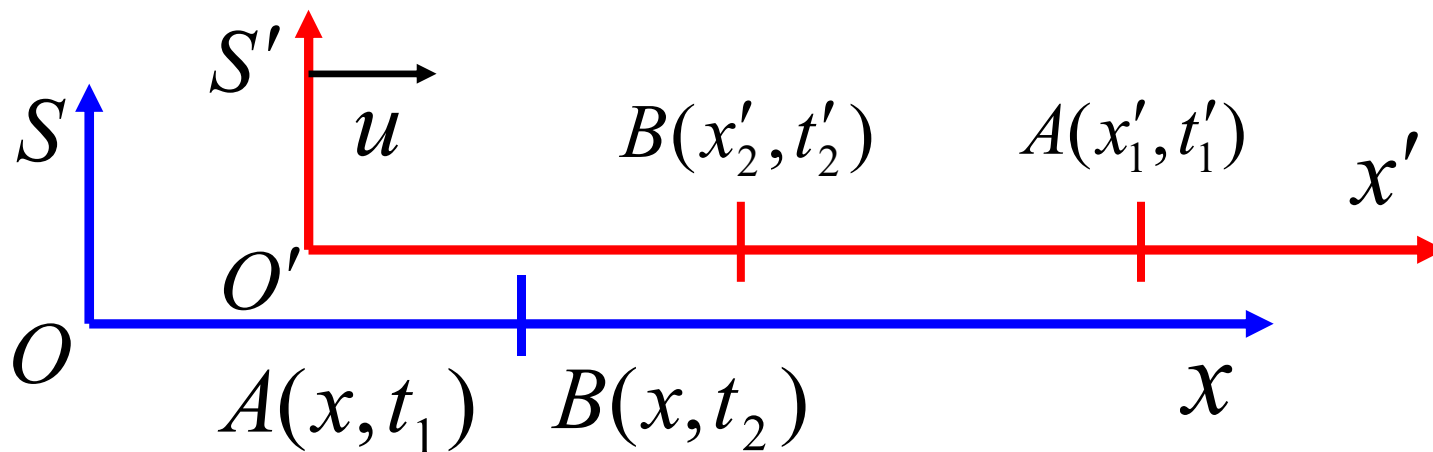
$$= \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > \underline{\Delta t = t_2 - t_1}$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > \Delta t$$

测时

原时

在相对于事件发生的惯性系 S 运动的惯性系 S' 来说，观测到的两个事件的时间间隔 $\Delta t'$ 要比与事件发生一起运动的惯性系 S 观测到的同样两个事件的时间间隔 Δt 要长一些。



$$\Delta t' = \gamma \Delta t > \Delta t$$

这样， S' 系的观测者认为： S 系的时钟变慢了。
 由于 S' 系的观测者认为 S 系的时钟相对于 S' 系也是运动的，所以运动的时钟变慢。

由此得出如下结论：

在一个惯性系中观测，另一个做匀速直线运动的惯性系中同地发生的两个事件的时间间隔变大。这称为时间延缓效应。

因为任何过程都是由一系列相继发生的事件构成的，

所以时间延缓效应表明：

在一个惯性系中观测，运动惯性系中的任何过程（包括物理、化学和生命过程）的节奏变慢。

在对称情况下，时间延缓是相对的。

S 系的观测者认为 S' 系的时钟
(包括物理、化学、生物过程) 节奏变慢

S 系的观测者认为 S' 系的时钟
(包括物理、化学、生物过程) 节奏变慢

在不同的惯性系中，测量两个事件发生的时间间隔是不同的，时间的测量依赖于惯性系，时间的测量是相对的。

当 $u \ll c$ 时,

$$\sqrt{1 - u^2/c^2} \approx 1, \quad \Delta t' \approx \Delta t \quad .$$

这表明，在低速运动的情况下，
两个事件之间的时间间隔在各个参照系中
测得的结果都是一样的，
即时间的测量与参考系无关。

这就是牛顿的绝对时间概念。

牛顿的绝对时间概念是爱因斯坦相对时间概念
在参考系的相对运动速度很低时的近似。

例题：列车以**108公里**的时速相对地面作匀速运动。地面一事件历时**10s**，在车上参照系测得此事件历时多久？

解：原时 $\Delta t = 10 \text{ s}$ $u = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = 10 + 5 \times 10^{-14} \text{ s}$$

太小，不易察觉！

$$\left. \begin{array}{l} u = 0.9998 c \\ \Delta t = 10 \text{ s} \end{array} \right\} \Delta t' = 500 \text{ s}$$

讨论

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

(1) 当 $u \ll c$ 时, $1/\sqrt{1-(u/c)^2} \sim 1, \Delta t' \approx \Delta t \Rightarrow$ 伽利略变换

(2) 时间延缓效应

在 S' 系中测得发生在同一地点的两个事件之间的时间间隔 $\Delta t'$, 在 S 系中观测者看来, 这两个事件为异地事件, 它们之间的时间间隔 Δt 总是比 $\Delta t'$ 要大。

(3) 在不同惯性系中测量给定两事件之间的时间间隔, 测得的结果以原时最短。

运动时钟走的速率比静止时钟走的速率要慢。

(4) 时间延缓效应是相对的。

(5) 运动时钟变慢效应是时间量度具有相对性的客观反映。

(6) 时间延缓效应显著与否决定于相对运动的速度 u

孪生子佯谬和孪生子效应

阅读

1961年，美国斯坦福大学的海尔弗利克在分析大量实验数据的基础上提出，寿命可以用细胞分裂的次数乘以分裂的周期来推算。对于人来说细胞分裂的次数大约为50次，而分裂的周期大约是2.4年，照此计算，人的寿命应为120岁。因此，用细胞分裂的周期可以代表生命过程的节奏。

设想有一对孪生兄弟，哥哥告别弟弟乘宇宙飞船去太空旅行。在各自的参考系中，哥哥和弟弟的细胞分裂周期都是2.4年。但由于时间延缓效应，在地球上的弟弟看来，飞船上的哥哥的细胞分裂周期要比2.4年长，他认为哥哥比自己年轻。而飞船上的哥哥认为弟弟的细胞分裂周期也变长，弟弟也比自己年轻。

假如飞船返回地球兄弟相见，到底谁年轻就成了难以回答的问题。

问题的关键是，时间延缓效应是狭义相对论的结果，它要求飞船和地球同为惯性系。要想保持飞船和地球同为惯性系，哥哥和弟弟就只能永别，不可能面对面地比较谁年轻。这就是通常所说的孪生子佯谬（**twin paradox**）。

如果飞船返回地球则在往返过程中有加速度，飞船就不是惯性系了。这一问题的严格求解要用到广义相对论，计算结果是，**兄弟相见时哥哥比弟弟年轻**。这种现象，被称为**孪生子效应**。

1971年，美国空军用两组Cs（铯）原子钟做实验。发现绕地球一周的运动钟变慢了 $203 \pm 10 \text{ ns}$ ，而按广义相对论预言运动钟变慢 $184 \pm 23 \text{ ns}$ ，在误差范围内理论值和实验值一致，验证了孪生子效应。



FIGURE 40-10 A clock taken around the world on an airplane has been used to test time dilation.

1971 年，美国空军用两组 C_s （铯）原子钟绕地球一周，得到运动钟变慢： $203 \pm 10 \text{ ns}$ ，而理论值为： $184 \pm 23 \text{ ns}$ ，在误差范围内二者相符。

时间延缓效应的实验验证

阅读

μ 子的寿命实验

B.Rossi, D.B.Hall 1941

μ 子 在高空大气顶层形成，静止平均寿命为 $2.15 \times 10^{-6} \text{s}$ ，速率为 $0.995c$ 。若无时间膨胀效应，只能走 640m 就消失了，地面观测不到。

在地面上看其寿命膨胀 $1/\sqrt{1-0.995^2} \approx 10$ 倍，衰变前可飞行 6400m ，实际上可到达地面。

在求解涉及同地发生的事件的问题时，为了计算方便一般应该：先确定哪个是原时（同地时），然后再找出对应的测时。

【例】飞船以 $u=9\times10^3\text{ms}^{-1}$ (32400km/h) 的速率相对地面飞行。飞船上的钟走了 5 秒，问用地面上的钟测量经过了几秒？

定义事件 原时 $\Delta t' = 5\text{s}$ 测时 = ?

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{5}{\sqrt{1-\left(\frac{9\times10^3}{3\times10^8}\right)^2}} = 5.000000002\text{ s}$$

低速情况，时间延缓效应很难发现！

例 π^+ 介子是一种不稳定的粒子（衰变为 μ 介子与中微子）。

其静止时平均寿命为 $\tau_0 = 2.5 \times 10^{-8} \text{s}$ 。用高能加速器

把介子加速到 $u=0.99c$,

求：介子平均一生最长行程。

（实验室测得衰变前通过的平均距离为**52m**）

解：如果用平均寿命与速率相乘，得到

$$l = \tau_0 u = 2.5 \times 10^{-8} \times 0.99 \times 3 \times 10^8 = 7.4 \text{m}$$

这与实验结果明显不符！

如果考虑到相对论时间延缓效应

$\tau_0 = 2.5 \times 10^{-8} \text{ s}$ 是介子静止时平均寿命，为固有时

当介子运动时，在实验室测得的平均寿命应该是

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{2.5 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} = 1.8 \times 10^{-7} (\text{s})$$

在实验室测得它通过的平均距离应该是

$$l = u\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^8 \times 1.8 \times 10^{-7} = 53(\text{m})$$

这与实验结果符合的很好

这是符合相对论的一个高能粒子实验。

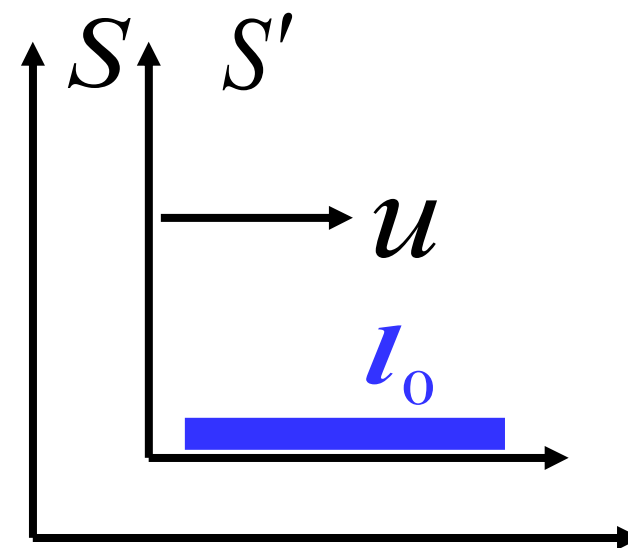
近代高能粒子实验，每天都在考验着相对论，
而相对论也都经受住了这种考验。

三. 长度收缩 (运动的尺缩短)

长度测量的定义:

对物体两端坐标的同时测量

两端坐标之差就是物体长度



1. **原长** 物体相对观察者静止时测得的它的长度（也称静长或固有长度）。

棒静止在 **S'** 系中 l_0 是原长

S 系测得棒的长度值是什么呢？

事件1：测棒的左端

事件2：测棒的右端

$$S$$
$$x_1, t_1$$

$$x_2, t_2$$

$$l = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = 0$$

$$S'$$
$$x'_1, t'_1$$

$$x'_2, t'_2$$

$$l_0 = x'_2 - x'_1$$

由洛伦兹变换

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u \Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

物体的长度沿运动方向收缩

(1) 当 $u \ll c$ 时, $\frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \sim 1$, $l \approx l_0 \Rightarrow$ 伽利略变换

(2) 长度缩短效应

相对于物体运动方向的参考系中测得的沿运动方向物体的长度 l , 总比在相对静止参考系中测得的固有长度 l_0 要短。

- 在不同惯性系中测量同一尺长, 以原长为最长。

(3) 长度收缩效应是相对的, 它纯粹是一种相对论运动学效应。

(4) 长度收缩效应显著与否决定于相对运动的速度 u 。

(5) 长度收缩效应是同时性的相对性的直接结果。

(6) 纵向效应: 在与物体的相对运动速度垂直的方向上测量的物体长度不变。

$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

例、原长为**10m**的飞船以 **$u=3 \times 10^3 \text{m/s}$** 的速率相对于地面匀速飞行时，从地面上测量，它的长度是多少？

解：

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

差别很难测出。

$$= 10 \sqrt{1 - (3 \times 10^3 / 3 \times 10^8)^2} \cong 9.99999999995 \text{ m}$$

狭义相对论时空观

- 1、相对于观测者运动的惯性系沿运动方向的长度对观测者来说收缩了。
- 2、相对于观测者运动的惯性系的时钟系统对观测者来说变慢了。
- 3、长度收缩和时间膨胀效应是时间和空间的基本属性之一，与具体的物质属性或物理过程的机理无关。
- 4、没有“绝对”的时间、“绝对”的空间。长度收缩和时间的膨胀是相对的。

例 飞船 A , B 相对于地面分别以 $0.6c$ 和 $0.8c$ 的速度相向而行。

求 (1) 飞船 A 上测得地球的速度；

(2) 飞船 A 上测得飞船 B 的速度；

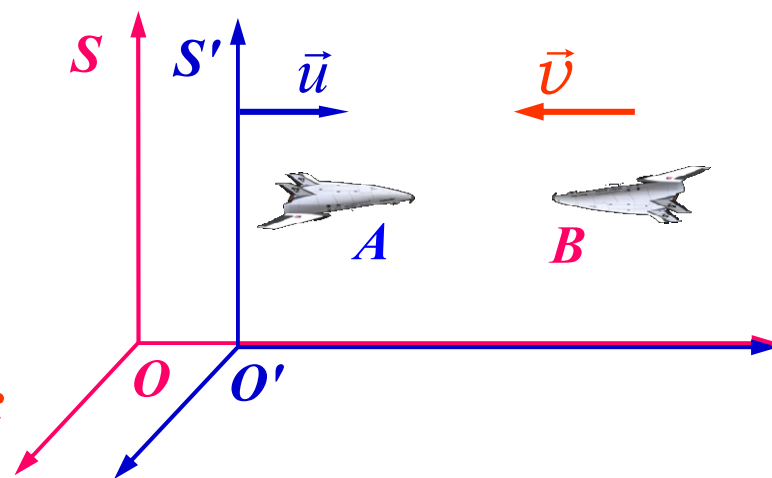
(3) 地面上测得飞船 A 和飞船 B 的相对速度。

解 (1) 根据运动的相对性，飞船 A 上测得地球的速度为： $-0.6c$

(2) 设地面为 S 系，飞船 A 为 S' 系， S' 系相对与 S 系的速度为 $u = 0.6c$ 。依题意飞船 B 在 S 系中的速度 $v = -0.8c$ ，

由洛仑兹速度变换， S' 系(飞船 A)测得飞船 B 的速度为

$$\begin{aligned} v' &= \frac{v - u}{1 - vu/c^2} \\ &= \frac{-0.8c - 0.6c}{1 + 0.8 \times 0.6c/c^2} = -0.94c \end{aligned}$$



(3) 地面上测得飞船 A 和飞船 B 的相对速度为

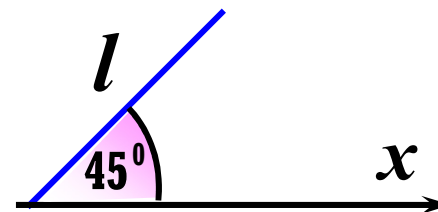
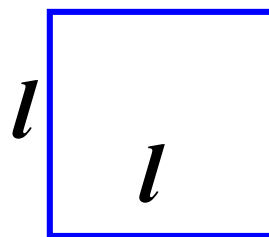
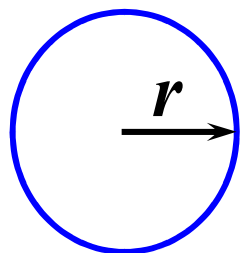
$$0.6c + 0.8c = 1.4c$$

✦ 在相对论中，物质的运动速度不会超过真空中的光速 c ，是指某观察者看到的所有物体相对于它的速度不会超过 c 。在地面上观测飞船 A 和飞船 B 的相对速度是地面看到的其它两物体的相对速度，它不是某一物体对地面的速度，因此不受极限速度的限制。

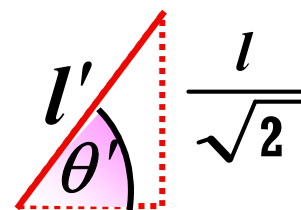
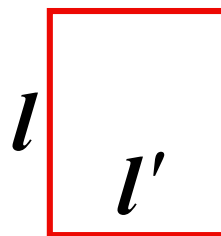
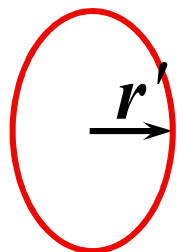
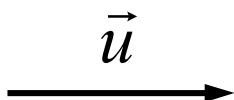
思考

静止在 S 系的几何图形，在 S' 系中讨论其形状

S 



S' 



$$r' = r\sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l' = l\sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\frac{l}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l' = l\sqrt{1 - \frac{u^2}{2c^2}}$$

相对论基础