高速运动时动力学概念如何？

基本出发点：

1、力学定律在洛仑兹变换下形式不变；

2、低速时转化成相应的经典力学形式。

§6-5 狭义相对论动力学基础

§6-5-1 相对论质量

§6-5-2 相对论动力学

§6-5-1 相对论质量

一. 相对论质量

1. 力与动量

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

经典理论：质量不变

2. 质量的表达　　猜想形式？

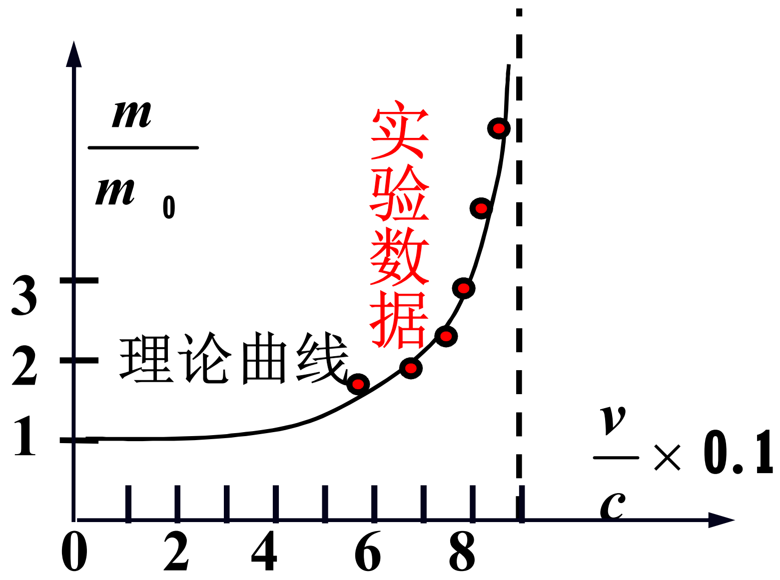
力持续作用 ⟶ 动量持续增大

但v的上限是 c　　要求：m随速率增大而增大

$$m = m(v)$$

电子加速运动实验

1901年德国物理学家考夫曼（**Kaufmann**）利用镭的放射性衰变中β射线的高能电子作实验，发现随速度增加，电子越来越难以加速→m 越来越大。



第二宇宙速度 **11.2** kms^{-1}
第三宇宙速度 **17.1** kms^{-1}

$$\frac{m}{m_0} = 1 + 10^{-9}$$

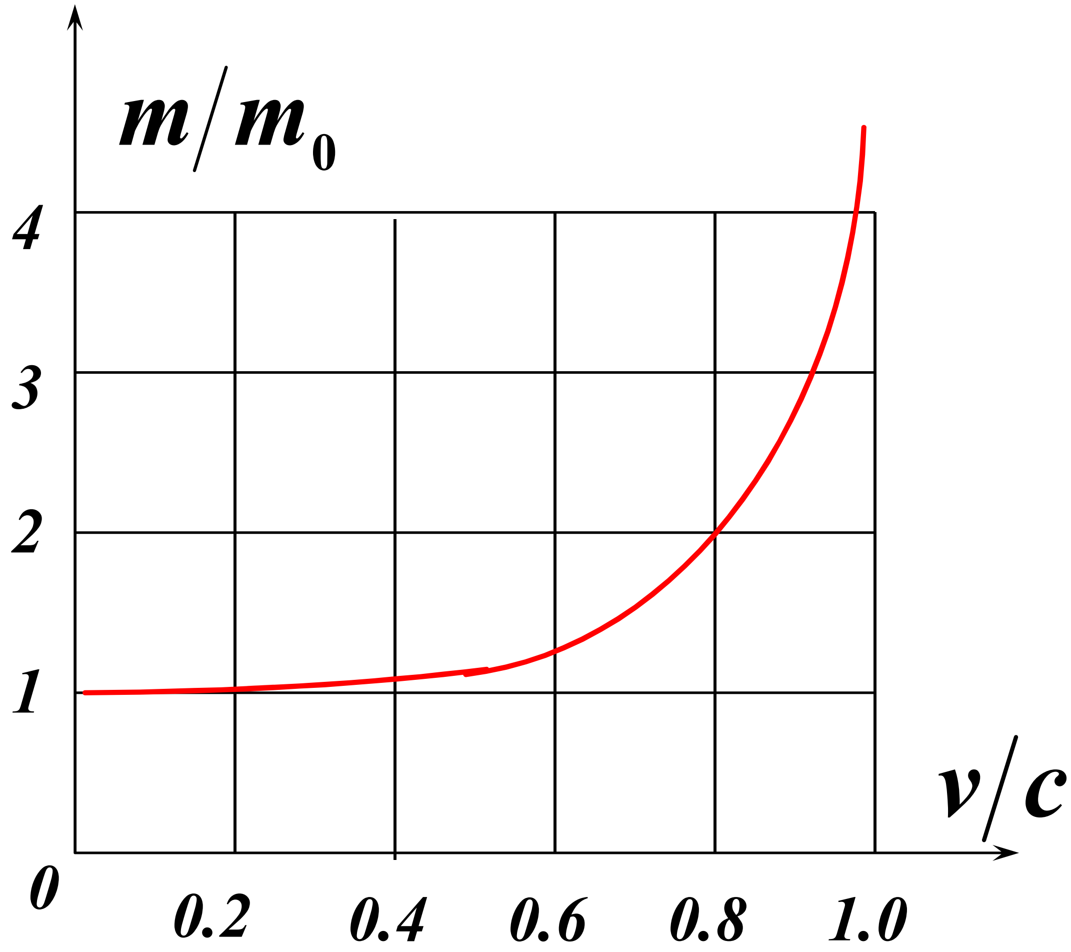
高能粒子速度接近 c

$$\frac{m}{m_0} = 10^{4}$$

实验证明 $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 质速关系式

m_0——物体的静止质量。

m——相对于观察者以速度v运动时的质量。相对论质量



v——物体相对于某一参考系的速率。

不是某两个参考系的相对速率。

讨论 (1) 当 $v \ll c$ 时，$m = m_0$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(2) 质速曲线

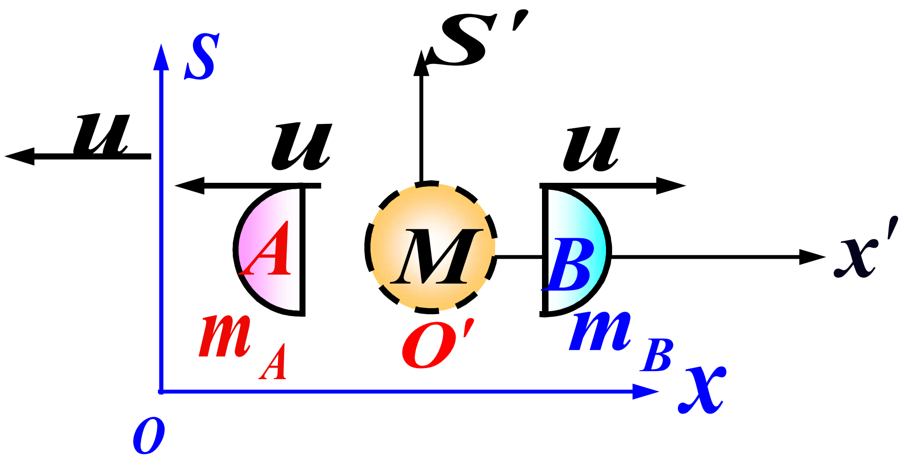
$v = 0.1\,c$	m 增加 0.5%
$v = 0.866\,c$	$m = 2m_0$
$v = 0.98c$	$m = 5.03m_0$
$v = 0.99c$	$m = 7.09m_0$
$v \to c$	$m \to \infty$
$v = c$	$m_0 = 0$

(3) 光速 c 是物体运动的极限速度

(4) 由于空间的各向同性，m 与速度方向无关

S′ 静止M → 分裂为质量相同、分别以 $\pm u$ 运动的2粒。在以 $-u$ 速度沿分裂方向运动的 S 系中测量2粒子质量是否依然相等？

$$S'\begin{cases} v'_M = 0 \quad m'_B = m'_A \\ v'_B = -v'_A = u \\ v_S = -u \end{cases}$$



$S \qquad m_B \overset{?}{=} m_A$

分裂前，M的速度为

$$\vec{v}_M = u\vec{i}$$

分裂后

$$v_A = 0$$

$$v_B = \frac{v'_B + u}{1 + \frac{v'_B u}{c^2}} = \frac{2u}{1 + \frac{u^2}{c^2}}$$

动量守恒 $Mu\vec{i} = m_B v_B \vec{i} \quad M = m_A + m_B$

$$(m_A + m_B)u = m_B v_B$$

$$(m_A + m_B)u = \frac{2m_B u}{1 + \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_B = \frac{2u}{1 + \frac{u^2}{c^2}} \Rightarrow u = \frac{c^2}{v_B}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}\right)$$

$$\boxed{m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}}}$$

阅读

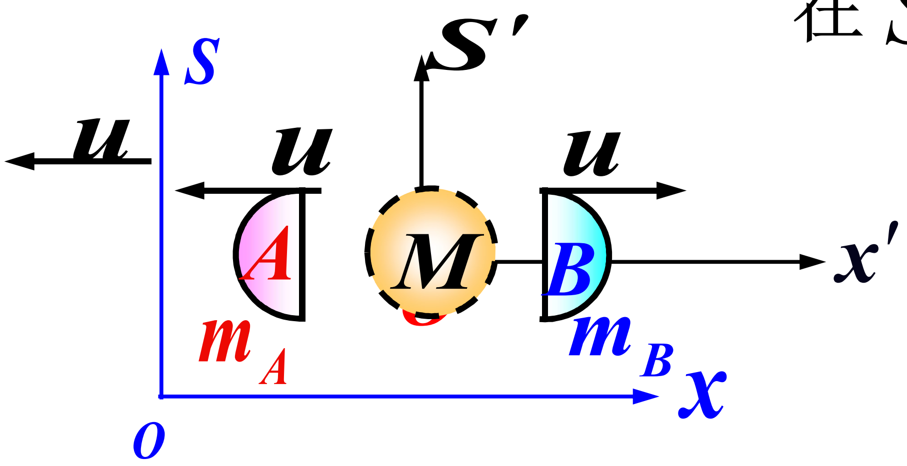
具体求解过程

$$m_B = m_A \frac{1+\left(\frac{c^2}{v_B}\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)\right)^2 \Big/ c^2}{1-\left(\frac{c^2}{v_B}\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)\right)^2 \Big/ c^2}$$

$$= m_A \frac{2\frac{c^2}{v_B^{\,2}}\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)}{2\frac{c^2}{v_B^{\,2}}\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}+\frac{v_B^{\,2}}{c^2}\right)}$$

$$= m_A \frac{\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)}{\left(-1+\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}+\frac{v_B^{\,2}}{c^2}\right)}$$

$$= m_A \frac{\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)}{\left(1-\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}\right)\sqrt{1-v_B^{\,2}/c^2}}$$



在 S 参考系，

$$m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1-\frac{v_B^{\,2}}{c^2}}}$$

在 S 系中测量，m_A 和 m_B 有了差别。

由于在 S 系中，A 是静止的，它的质量叫静止质量，以 m_0 表示。粒子 B 如果静止，它的质量也是 m_0，因为这两个粒子是完全相同的。在 S 系中， B 以速率 v_B 运动，它的质量不等于 m_0，以 v 代替 v_B，以 m 代替 m_B 表示粒子以 v 运动时的质量。

注意：这里的 v 是物体相对于某一参考系的速率。

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \gamma\, m_0}$$

静止质量是粒子相对于参考系静止时的质量

实际上，粒子的运动质量并不是如上述推导那样。
粒子的运动质量是爱因斯坦假设。

只有这样假设，
力学规律才符合相对性原理
爱因斯坦狭义相对论才能自圆其说

这种假设正确与否，只能靠实践检验

当 $v << c$ 时，$m \approx m_0$

这时可以认为物体的质量与速率无关，
等于其静止质量。这就是牛顿力学，
也就是说牛顿力学的结论，
是相对论力学在速度非常小时的近似。

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}}$$

当时$v>c$，m将成为虚数而无实际意义。
这也就是说，在真空中，光速是一切物体运动速度的极限。

有一种粒子，例如光子，具有质量，但总是以c运动。

在m有限的情况下，只可能是$m_0=0$。

就是说，以光速运动的粒子其静止质量为零。

- Physical Review Letters 90(8), 081801, 2003
- **New Experimental Limit on the Photon Rest Mass with a Rotating Torsion Balance**
- Jun Luo, Liang-Cheng Tu, Zhong-Kun Hu, and En-Jie Luan
- A rotating torsion balance method is used to detect the product of the photon mass squared

obtain a new upper limit on photon mass of 1.2×10^{-51} g.

TABLE I. Several important photon mass experiments.

Author	Date	Ref.	Experimental scheme	Upper limit of m_γ (g)
Williams *et al.*	1971	[2]	Test of Coulomb's law	2×10^{-47}
Crandall	1983	[15]	Test of Coulomb's law	8×10^{-48}
Chernikov *et al.*	1992	[3]	Test of Ampere's law	8.4×10^{-46}
Schaefer	1999	[16]	Measurement of the speed of light	4.2×10^{-44}
Fischbach *et al.*	1994	[6]	Analysis of Earth's magnetic field	1×10^{-48}
Davis *et al.*	1975	[7]	Analysis of Jupiter's magnetic field	8×10^{-49}
Lakes	1998	[9]	Static torsion balance	2×10^{-50}
Our result	2002		Dynamic torsion balance	1.2×10^{-51}

•Jun Luo, Liang-Cheng Tu, Zhong-Kun Hu, and En-Jie Luan

二. 相对论动量

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{m}_0}{\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/\boldsymbol{c}^2}}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{v}$$

该公式保证了动量守恒定律在洛伦兹变换下保持不变，动量守恒定律满足爱因斯坦相对性原理。

当$\boldsymbol{v} \ll \boldsymbol{c}$时，动量和动量守恒定律还原为牛顿力学的形式。

§6-5-2　相对论动力学

一、相对论动力学的基本方程

$$\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{v}\right]$$

相对论动力学方程

$$=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}+\vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}+\vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

恒力作用下，不会有恒定的加速度。

$$v\to c\quad m\to\infty\ \text{则}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\to 0$$

$$v<<c, m=m_0\ \ \text{则}\vec{p}=m_0\vec{v}\ ,\vec{F}=m_0\vec{a}$$

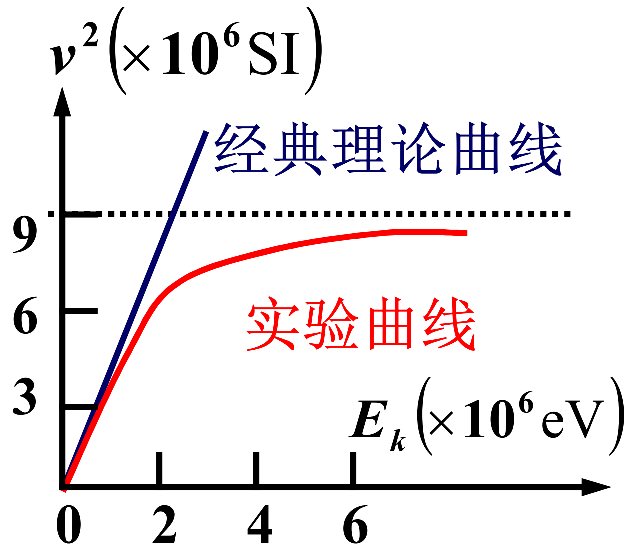
二. 质量——能量关系

按经典理论

$$A_{外} = \Delta E_k = \frac{1}{2} m\left(v^2 - v_0^2\right)$$

$$v_0 = 0 \qquad v^2 = \frac{2E_k}{m_e}$$

经典力学认为:
物体的速度没有上限。



相对论动能

在相对论中，认为动能定理仍适用。若取质点速率为零时动能为零。则质点动能就是其从静止到以v 的速率运动的过程中, 合外力所做的功

$$\mathrm{d}A = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$= \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{p}$$

$$= \vec{v}\cdot(\vec{v}\mathrm{d}m + m\mathrm{d}\vec{v})$$

$$= (\vec{v}\cdot\vec{v})\mathrm{d}m + m(\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{v})$$

$$= v^2\mathrm{d}m + mv\mathrm{d}v$$

$$\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{v}$$

$$= v_x\mathrm{d}v_x + v_y\mathrm{d}v_y + v_z\mathrm{d}v_z$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{d}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{d}(v^2) = v\mathrm{d}v$$

$$\mathrm{d}A=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=v^2\mathrm{d}m+mv\mathrm{d}v$$

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\qquad m^2c^2-m^2v^2=m_0^2c^2$$

两边求微分： $$mv\mathrm{d}v+v^2\mathrm{d}m=c^2\mathrm{d}m$$

$$\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=c^2\mathrm{d}m$$

$$E_K=\int_L\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{m_0}^{m}c^2\mathrm{d}m=mc^2-m_0c^2$$

<u>相对论动能公式</u>（实际上也是一种合理假设）

$$\boxed{E_K=mc^2-m_0c^2}$$

讨论

(1) 注意相对论动能与经典力学动能的区别和联系

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 \qquad E_k = m_0\upsilon^2/2$$

当$\upsilon \ll c$时，有

$$E_k = c^2\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - m_0\right)$$

牛顿力学中的动能公式

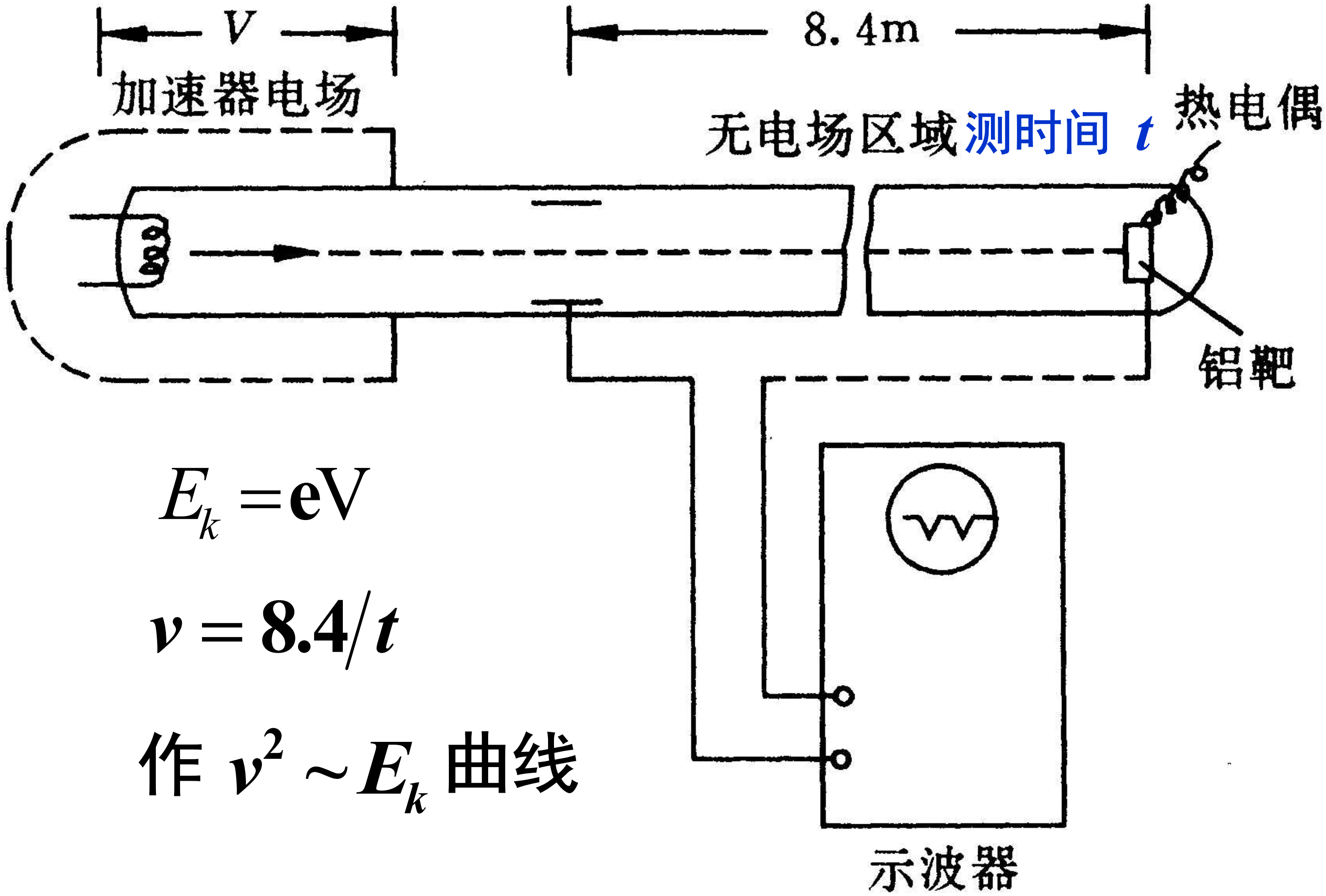
$$= m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{\upsilon^4}{c^4} + \cdots - 1\right) = \frac{m_0\upsilon^2}{2}$$

(2) 当$\upsilon \to c$，$E_k \to \infty$，意味着将一个静止质量不为零的粒子，使其速度达到光速，是不可能的。

$$v^2 = c^2\left[1-\left(1+\frac{E_k}{m_0c^2}\right)^{-2}\right]$$

当粒子的动能E_k由于力对它做的功增多而增大时，它的速率v也逐渐增大。但无论E_k增到多大，速率都不能无限增大，而有一极限值c。

对粒子来说，存在着一个极限速率，它就是光在真空中的速率c。

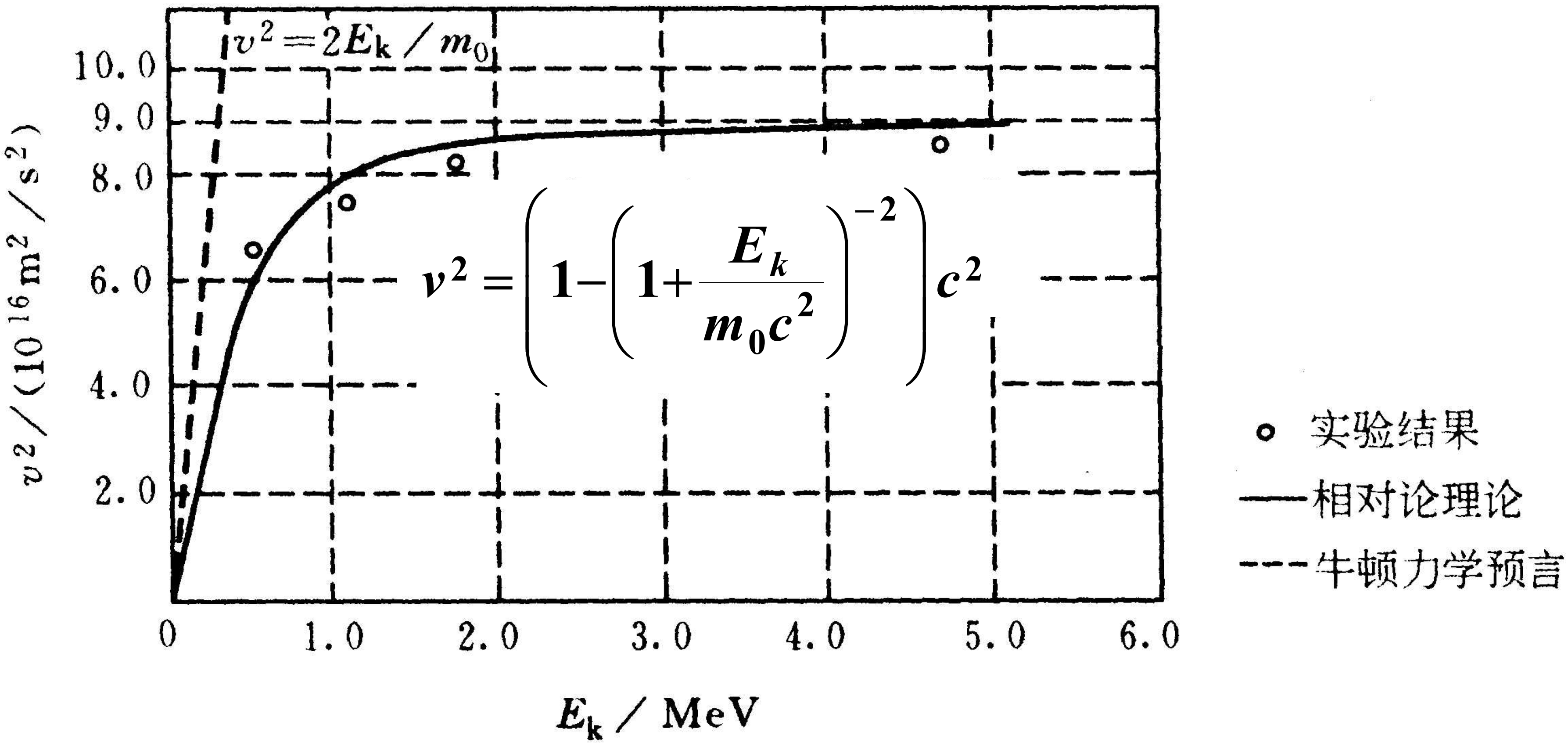


$$E_k = \mathrm{eV}$$

$$v = 8.4/t$$

作 $v^2 \sim E_k$ 曲线

贝托齐电子极限速率实验（1962）



实验结果：电子极限速度等于真空中的光速

(3) 静止能量 总能量

任何宏观静止物体具有能量

静止能量：$E_0 = m_0 c^2$

$$\boxed{E_K = mc^2 - m_0 c^2}$$

相对论质量是能量的量度

总 能 量：$E = mc^2$

质能关系

$$\boxed{E = mc^2}$$

物体的相对论总能量与物体的总质量成正比——质量与能量不可分割

物体质量改变，能量必发生变化 $\boxed{\Delta E = (\Delta m)c^2}$

反过来，物体能量改变，质量必发生变化

例如 1kg 水由 0 度加热到 100 度，所增加的能量为

$$\Delta E = 4.18\times10^5\ \mathrm{J} \longrightarrow \Delta m = 4.6\times10^{-12}\ \mathrm{kg}$$

总结： $\boxed{E = mc^2}$ $\boxed{E_K = mc^2 - m_0c^2}$

(1). 静止的物体虽然没有动能，但依然蕴藏着巨大的潜能——静能。

$$\boxed{E_0 = m_0c^2}$$

(2). 物体的质量与能量的关系是不可分割的关系，物体具有一定的质量，必然具有与这质量相当的能量。

(3). 物体质量改变，能量必发生变化，反之亦然。

$$\boxed{\Delta E = (\Delta m)c^2}$$

$$\boxed{E = mc^2 = E_k + m_0 c^2}$$

质能守恒定律

在一个孤立系统内，所有粒子的相对论动能与静能之和在相互作用过程中保持不变。

$$\sum E_i = \sum m_i c^2 = \sum (E_{iK} + m_{i0} c^2) = \text{恒量}$$

质量守恒定律

在一个孤立系统内，粒子在相互作用过程中相对论质量保持不变。

$$\sum m_i = \text{恒量}$$

质量亏损

$$E_{K1} + m_{01} c^2 = E_{K2} + m_{02} c^2$$

$$E_{K2} - E_{K1} = (m_{01} - m_{02}) c^2 \qquad \Delta E_K = \Delta m_0 c^2$$

在核反应中，以m_{01}和m_{02}表示反应粒子和生成粒子的总静质量，以E_{k1}和E_{k2}表示反应前后它们的总动能。按照质能守恒：

$$E_{k1}+m_{01}c^2=m_{02}c^2+E_{k2}$$

$$\Delta E=E_{k2}-E_{k1}$$ 表示核反应后与前相比，粒子总动能的增量，也就是核反应所释放的能量

$$\Delta m_0=m_{02}-m_{01}$$ 表示经过反应后粒子的总的静质量的减小，叫质量亏损

核反应中，能量守恒为： $\Delta E=\Delta mc^2$

核反应中释放一定的能量相应于一定的质量亏损，这是关于原子能的一个基本公式。 阅读教材相关内容

开启天堂的钥匙
也能打开地狱的大门

1941年12月6日，美国总统罗斯福根据爱因斯坦的思想，批准了代号“曼哈顿工程”的研究项目。由奥本海默领导了一批世界著名的物理、化学、数学、气象学家和工程专家，进行原子弹研究。
1945年7月16日5:30 第一颗原子弹爆炸。

我们要利用爱因斯坦公式为人类创造更美好的家园，而不是毁灭我们自己居住的这颗行星。

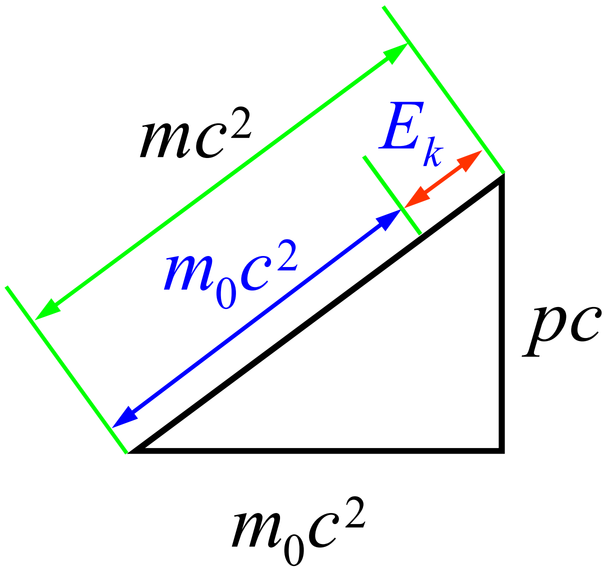
四. 相对论能量和动量的关系

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \xrightarrow{\text{两边平方}} m^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)=m_0^2$$

两边乘以 c^4

$$m^2c^4=m^2v^2c^2+m_0^2c^4$$

$$\boxed{E^2=p^2c^2+E_0^2}$$



$$E = E_k + m_0 c^2 \xrightarrow{\text{代入}} E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$$

$$E^2 = \left(E_k + m_0 c^2\right)^2 = E_k{}^2 + 2E_k m_0 c^2 + m_0{}^2 c^4$$

$$= p^2 c^2 + m_0{}^2 c^4$$

$$E_k (E_k + 2m_0 c^2) = p^2 c^2$$

$$E_k (mc^2 - m_0 c^2 + 2m_0 c^2) = p^2 c^2$$

$$E_k = \frac{p^2}{m + m_0}$$

当$\upsilon << c$时，$m = m_0$ $\quad E_k = \dfrac{p^2}{2m}$ 经典力学

$$\boxed{E^2 = p^2c^2 + E_0^2}$$

取极限情况考虑，如光子

$$\left.\begin{aligned} m_0 &= 0 \\ E &= pc \\ p &= E/c \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} E &= h\nu \\ p &= \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \\ m &= \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \end{aligned}\right.$$

量子理论

这些关系将在量子物理中用到。

	狭义相对论	经典理论
质量	$m = m_0 \big/ \sqrt{1 - v^2/c^2}$	m_0
动量	$\vec{p} = m\vec{v} = m_0\vec{v} \big/ \sqrt{1 - v^2/c^2}$	$\vec{p} = m_0\vec{v}$
基本方程	$\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} + \vec{v}\dfrac{dm}{dt}$	$\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = m_0\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m_0\vec{a}$
静能	$E_0 = m_0c^2$	
动能	$E_K = mc^2 - m_0c^2$	$E_K = \dfrac{1}{2}m_0v^2$
总能（质能关系）	$E = mc^2$	
动量与能量的关系	$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$	$p^2 = 2m_0E_K$

有一粒子静止质量为$\boldsymbol{m_0}$，现以速度v=0.8c运动，有人在计算它的动能时，用了以下方法：

首先计算粒子质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{m_0}{0.6}$$

再根据动能公式，有

$$\boldsymbol{E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m_0}{0.6} (0.8c)^2 = 0.533 m_0 c^2}$$

你认为这样的计算正确吗？

用 $\boldsymbol{E}_k=\frac{1}{2}\boldsymbol{m}\boldsymbol{v}^2$ 计算粒子动能是错误的。

相对论动能公式为 $\boldsymbol{E}_k=\boldsymbol{m}\boldsymbol{c}^2-\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_k&=\boldsymbol{m}\boldsymbol{c}^2-\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2\\&=\frac{\boldsymbol{m}_0}{\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/\boldsymbol{c}^2}}\boldsymbol{c}^2-\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2\\&=\frac{\boldsymbol{m}_0}{0.6}\boldsymbol{c}^2-\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2=\frac{2}{3}\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2=0.667\boldsymbol{m}_0\boldsymbol{c}^2\end{aligned}$$

例 某粒子的静止质量为 m_0，当其动能等于其静能时，

求 其质量和动量各等于多少？

解 动能：$E_k = mc^2 - m_0 c^2$

$$E_k = m_0 c^2 \longrightarrow m = 2m_0$$

由质速关系 $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} \longrightarrow \upsilon = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c$

由此得，动量 $p = m\upsilon = \dfrac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} = \sqrt{3} m_0 c$

例：一匀质矩形薄板，在它静止时，测得其长为$\boldsymbol{a}$、宽为$\boldsymbol{b}$、质量为m_0，由此可以算出其质量面密度为$\sigma_0 = m_0 / ab$. 假定该薄板沿长度方向以接近光速的速度作匀速直线运动。

求：此时测算该薄板质量面密度。

解：在相对于板运动的参照系中，长度收缩，同时质量增大。

质量为 $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

长度为 $$a' = a\sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad b' = b$$

质量面密度 $$\sigma = \frac{m}{a'b'} = \frac{m_0}{ab(1 - v^2/c^2)} = \frac{\sigma_0}{1 - v^2/c^2}$$

例:设某微观粒子的静止质量为m_0，其总能量是它的静止能量的$\boldsymbol{K}$倍。

求:粒子的运动速度的大小和动能。

解:

$$E = mc^2 \qquad E_0 = m_0 c^2$$

$$E = mc^2 = KE_0 = Km_0 c^2$$

$$m = Km_0$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = Km_0$$

$$v = \frac{c}{K}\sqrt{K^2 - 1}$$

$$E_k = E - E_0 = Km_0 c^2 - m_0 c^2 = (K - 1)m_0 c^2$$

例:在一种热核反应：$ {}_{1}^{2}H+{}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}He+{}_{0}^{1}n $ 中，

各种粒子的静止质量分别是

氘核（${}_{1}^{2}H$）：$m_D = 3.3437 \times 10^{-27} kg$

氚核（${}_{1}^{3}H$）：$m_T = 5.0049 \times 10^{-27} kg$

氦核（${}_{2}^{4}He$）：$m_{He} = 6.6425 \times 10^{-27} kg$

中子（${}_{0}^{1}n$）：$m_n = 1.6750 \times 10^{-27} kg$

求:这一热核反应释放的能量。

解：题目求的是：

一个 ${}_1^2H$ 与一个 ${}_1^3H$ 反应，生成一个 ${}_2^4He$ 和一个 ${}_0^1n$ 所释放的能量。

一个反应的质量亏损

$$\Delta m_0 = (m_D + m_T) - (m_{He} + m_n) = 0.0311\times 10^{-27}kg$$

相应地，释放的能量为

$$\Delta E = \Delta m_0 c^2 = 0.0311\times 10^{-27}\times(3\times 10^8)^2 = 2.799\times 10^{-12}(J)$$

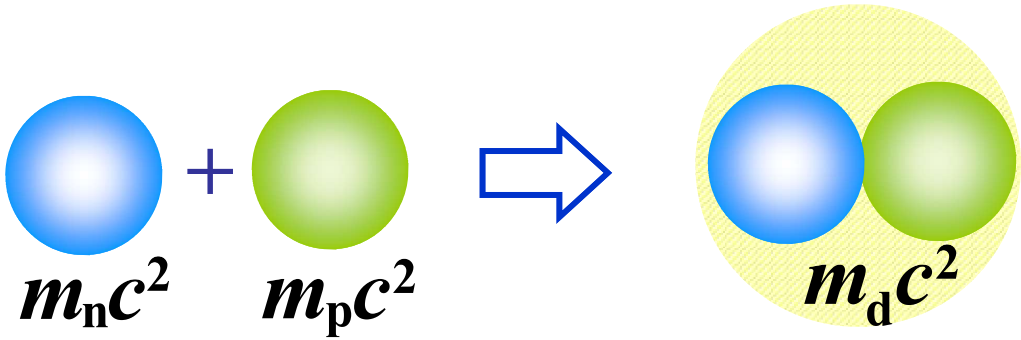
$1kg$ 燃料释放的热量 $T_1 = \dfrac{\Delta E}{m_D + m_T} = 3.35\times 10^{14}(J/kg)$

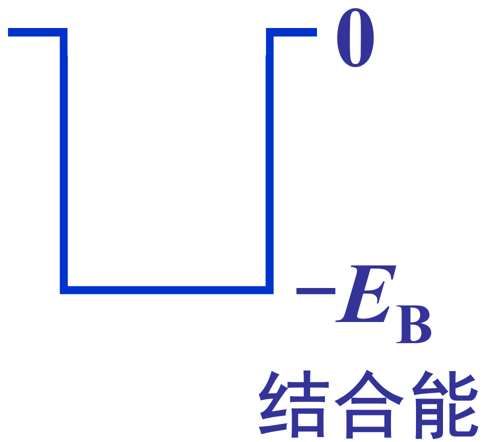
$1kg$ 优质煤释放的热量 $T_2 = 2.93\times 10^7(J/kg)$

$\dfrac{T_1}{T_2} = 1.15\times 10^7$ 是优质煤的一千万倍

【例】氘核的结合能

阅读





$$m_n = 939.56563 \text{ Mev}/c^2$$

$$m_p = 938.27231 \text{ Mev}/c^2$$

$$m_d = 1875.61339 \text{ Mev}/c^2$$

$$E_B = \left[\left(m_n + m_p\right) - m_d\right]c^2 = 2.23 \text{ Mev}$$

阅读

【例】高能粒子碰撞中的资用能：可以用于粒子转化的能量。

对于

$$A_1 + A_2 \rightarrow B$$

设加速粒子的动能为E_k（>>mc^2，粒子的静能）

（1）求当靶静止时的资用能；

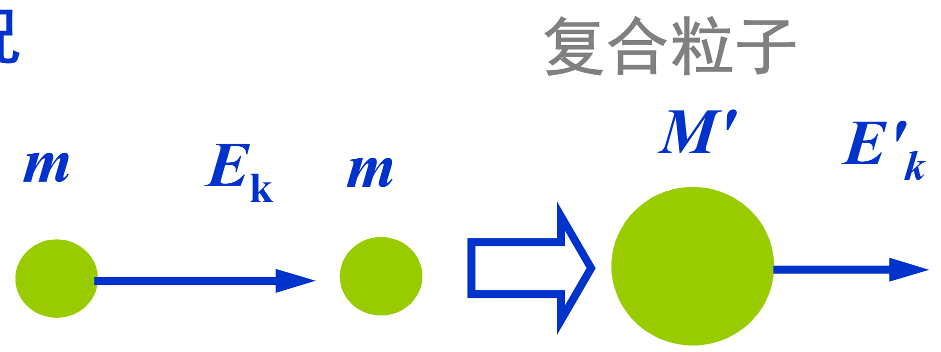
（2）求对撞时的资用能；

（3）哪种碰撞更有效？

思路：简单反应，应用动量、能量守恒计算

1、靶静止情况

阅读



$$E_{av} = M'c^2$$ —资用能， E'_k —浪费掉了。

碰撞前：

$$E = E_k + 2mc^2$$

$$p^2c^2 = (E_k + mc^2)^2 - m^2c^4 = E_k(E_k + 2mc^2)$$

碰撞后：

$$E' = \sqrt{p'^2c^2 + M'^2c^4}$$

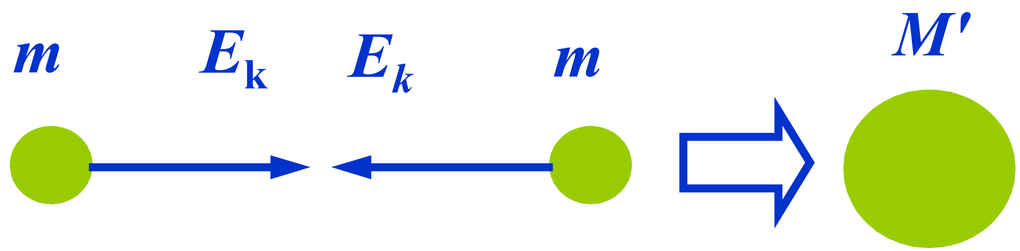
应用动量、能量守恒： $p = p'$ ， $E = E'$

得到资用能（ $E_k >> mc^2$ ）：

$$M'c^2 = \sqrt{2mc^2(E_k + 2mc^2)} \approx \sqrt{2mc^2E_k}$$

阅读

2、对撞情况



资用能： $M'c^2 = 2E_k + 2mc^2 \approx 2E_k$

3、对撞比靶静止更有效

$$\frac{2E_k}{\sqrt{2mc^2 E_k}} = \sqrt{\frac{2E_k}{mc^2}} >> 1$$

欧洲核子中心（CERN）用270Gev质子轰击静止质子 阅读

（$mc^2 \approx 1$Gev），资用能仅为：

$$\sqrt{2mc^2E_k} = \sqrt{2\times1\times270}\ \mathrm{GeV} \approx 23\,\mathrm{GeV}$$

1982年改为用270Gev质子-反质子对撞，资用能增大到

$$E_{av} \approx 2E_k = 540\,\mathrm{GeV}$$

相当于静止靶情况的23倍，有利于产生新粒子。

因此，在这台对撞机上发现了$W^{\pm}$和Z^0粒子，证实了弱电统一理论。（C.Rubbia, S.van der Meer, 1984 诺贝尔物理学奖）

阅读

宇宙诞生后的百万分之几秒内，曾存在一种“夸克-胶子等离子体”物质。在夸克-胶子等离子体中，夸克和胶子等基本粒子处于自由状态。它们随宇宙的冷却结合成质子和中子等亚原子粒子，后者又形成原子核，最终产生原子以及今天的宇宙万物。

美国布鲁克海文国家实验室（BNL）通过金原子核对撞，试图获得夸克-胶子等离子体，并宣布找到了这种物质存在的新证据。

【例】两个静质量为m的粒子A_1和A_2碰撞产生静质量为M（>>m）的新粒子B的反应为

$$A_1 + A_2 \rightarrow A_1 + A_2 + B$$

当所有产物粒子相对静止时，用于加速粒子的能量最小。求加速粒子的最小能量

（1）靶A_2静止情况；（2）对撞情况。

解： 复杂反应，用反应前后不变量相等计算。

反应前的不变量在实验室系计算，

反应后的不变量在粒子系计算。

阅读

阅读

（1） 靶 A_2 静止情况

反应前（实验室系）：

$$P_1 = (0,0,p_1, iE_1/c)$$

$$P_2 = (0,0,0,imc)$$

反应后（粒子系）：

$$P_1' = (0,0,0,imc)$$

$$P_2' = (0,0,0,imc)$$

$$P_B' = (0,0,0,iMc)$$

不变量：

$$\begin{cases} p_1^2 - \left(E_1/c + mc\right)^2 = -(2m+M)^2 c^2 \\ \quad\text{（反应前）} \qquad\qquad \text{（反应后）} \\ E_1^2 = p_1^2 c^2 + m^2 c^4 \end{cases}$$

阅读

靶静止，为产生新粒子加速粒子的最小能量为

$$E_1 = \frac{(2m^2 + 4mM + M^2)}{2m} c^2 \approx \frac{M^2 c^2}{2m}$$

（2）对撞情况

反应前（实验室系）：

$$P_1 = (\vec{p}, iE/c)$$

$$P_2 = (-\vec{p}, iE/c)$$

反应后（粒子系）：

$$P_1' = (0,0,0,imc)$$

$$P_2' = (0,0,0,imc)$$

$$P_B' = (0,0,0,iMc)$$

$$-\left(2E/c\right)^2 = -(2m+M)^2 c^2$$

对撞情况加速粒子最小能量为

阅读

$$E=(2m+M)c^2/2\approx Mc^2/2$$

为产生同样反应效果，采用对撞更有效

$$\frac{Mc^2}{2}\bigg/\frac{M^2c^2}{2m}=\frac{m}{M}<<1$$

例如，对于北京正负电子对撞机

$$mc^2\approx 0.5\,\text{MeV}$$ 电子

$$Mc^2\approx 4.4\,\text{GeV}$$ 新粒子

$$m/M\approx 10^{-4}$$