

# 大学物理课程安排：

## 第一部分：电磁学

静电场 （教材第7章）

恒定磁场 （教材第8章）

电磁感应 （教材第9章）

电磁场 （教材第10章）

## 第二部分：相对论基础（教材第6章）

## 第三部分：量子物理学基础

（教材第19、20、21章）

物理学是研究物质的基本结构、物质间的相互作用和物质最基本、最普遍的运动形式及其相互转化规律的学科。

物理学的最大魅力就在于-----

它能够让我们了解我们所处的这个世界

透过物理学习，学会运用物理思想去分析、  
解决问题才是大学物理教学的重点所在。

搞好与中学物理知识的衔接； 要做好数学知识的储备；

要适当记笔记； 练习的重要性。

# 第七章 静电场和稳定电场

## § 7.1 静电场 高斯定理

### 一. 库仑定律

#### (一). 对电荷的基本认识

1. 两种：正电荷和负电荷

2. 电荷量子化 (charge quantization )

1906-1917年，密立根用液滴法首先从实验上证明了微小粒子带电量的变化不连续。

$$Q = N e \quad e = 1.602 \times 10^{-19} C$$

粒子物理学

夸克

$$\begin{cases} q = \pm \frac{1}{3} e \\ q = \pm \frac{2}{3} e \end{cases}$$

3. 电量是相对论不变量

在相对运动的参考系中测的带电体的电量相等。

## 4. 电荷守恒定律

在一个和外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。 $\sum Q_i = c.$

电荷守恒定律是物理学中普遍的基本定律

5. 点电荷 只讨论带电量多少，不考虑带电体的几何大小，理想模型

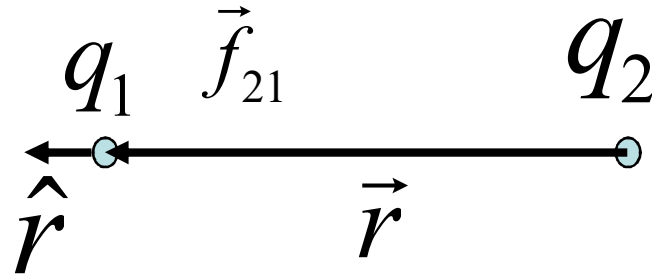
(二). 库仑定律 1785年，库仑通过扭称实验得到。

**表述：**在真空中，两个静止点电荷之间的相互作用力大小，与它们的电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比；作用力的方向沿着它们的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

$$\vec{f}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



$$\vec{f}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



**SI**  $K=9 \times 10^9 m^2 N / c^2$     高斯制中     **$K=1$**

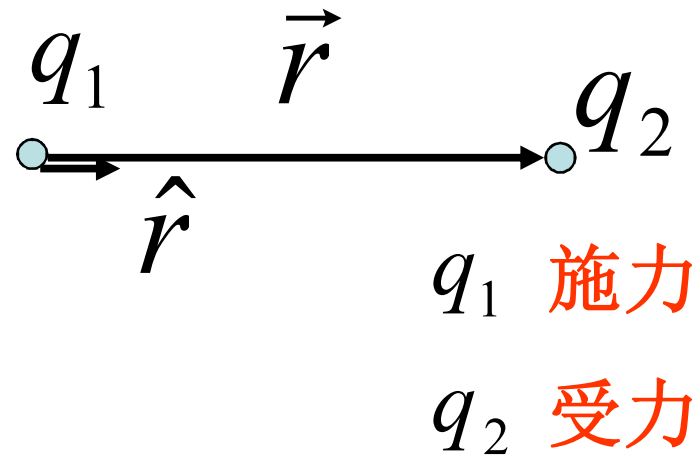
令  $K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$     有理化

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{c^2}{m^2 N}$$

$\epsilon_0$  真空中的介电常数

库仑定律在空气中与真空相差极小。

$$\vec{f} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \hat{r}$$



讨论

1) 基本实验规律

宏观 微观 适用

2) 点电荷 理想模型

(三). 电力叠加原理

两个以上的点电荷对一个点电荷的作用力等于各个点电荷单独存在时对该电荷的作用力的矢量和

$$\vec{f} = \sum_i \vec{f}_i = \sum \frac{q_0 q_i}{4\pi \varepsilon_0 r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

## 二 电场 电场强度

### (一) . 电场 (electric field)

早期：电磁理论是**超距**作用理论      电荷 $\longleftrightarrow$ 电荷

后来：法拉第提出**近距**作用      电荷 $\longleftrightarrow$ 电场 $\longleftrightarrow$ 电荷

提出**力线**和**场**的概念

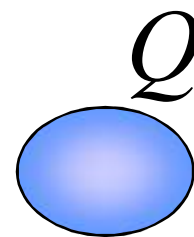
电荷周围存在电场

1. 对放其内的任何电荷都有作用力
2. 电场力对移动电荷作功，电场具有能量、动量、质量
3. **静电场**：相对于观察者静止的电荷产生的电场。电磁场的一种特殊形式

## (二) . 电场强度

空间带电体

电量为  $Q$  , 也称为场源电荷

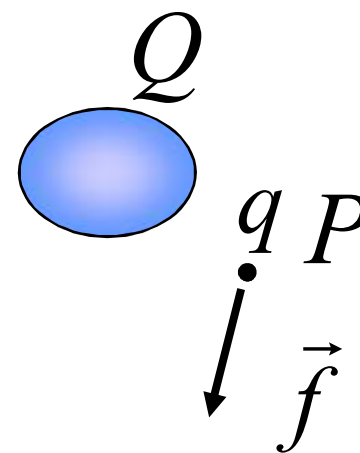


描述场中各点电场的强弱的物理量是 **电场强度**

**试验  
电荷**

条件

{ 电量充分地小  
线度足够地小



试验电荷  $q$  放到场点P处, 受力为  $\vec{f}$

试验表明: 确定场点 比值  $\frac{\vec{f}}{q}$   $\longrightarrow$  与试验电荷无关



定义:

$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q}$$

**电场强度**: 反映电场性质的物理量。场中某点的电场强度在数值上等于单位正电荷处于该点时电场所施的力。

**讨论**

1.  $\vec{E} = \vec{E}(r) = \vec{E}(x \ y \ z)$

$q$ 只是使**场**显露出来, 即使无 $q$  也存在。

2. 矢量场 正电荷受力方向

3. 量纲 **国际单位制**  $[\vec{E}] = \frac{[\vec{f}]}{[q]} = LMT^{-3}I^{-1}$

**单位**  $N/C$  或  $V/m$

4. 点电荷在外场中受的电场力

$$\vec{f} = q\vec{E}$$

### (三). 电场强度的计算

#### 1. 点电荷的场强公式

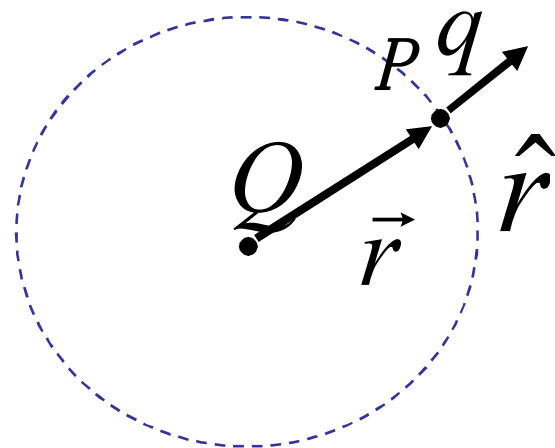
根据库仑定律和场强的定义

由库仑定律  $\vec{f} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$

由场强定义  $\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q}$

由上述两式得

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$



讨论

1. 球对称
2.  $\hat{r}$   
从源电荷指向场点
3. 场强方向  
正电荷受力方向

## 2. 场强叠加原理

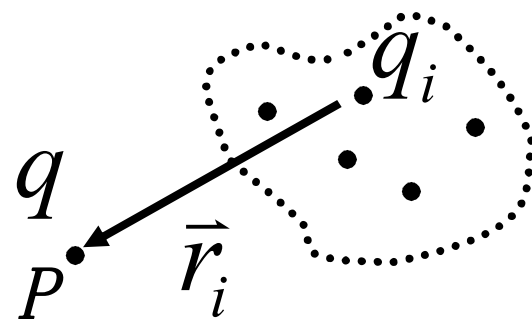
根据电力叠加原理  
和场强定义

(1) 如果带电体由  $n$  个点电荷组成, 如图

由电力叠  
加原理



$$\vec{f} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{f}_i$$



由场强定义



$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \vec{f}_i}{q} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\vec{f}_i}{q} = \sum \vec{E}_i$$

整理后得

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

或

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{r}_i$$

(2) 若带电体可看作是电荷连续分布的，如图示把带电体看作是由许多个电荷元组成，然后利用场强叠加原理。

$$\vec{E} = \int_{(Q)} d\vec{E} = \int_{(Q)} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

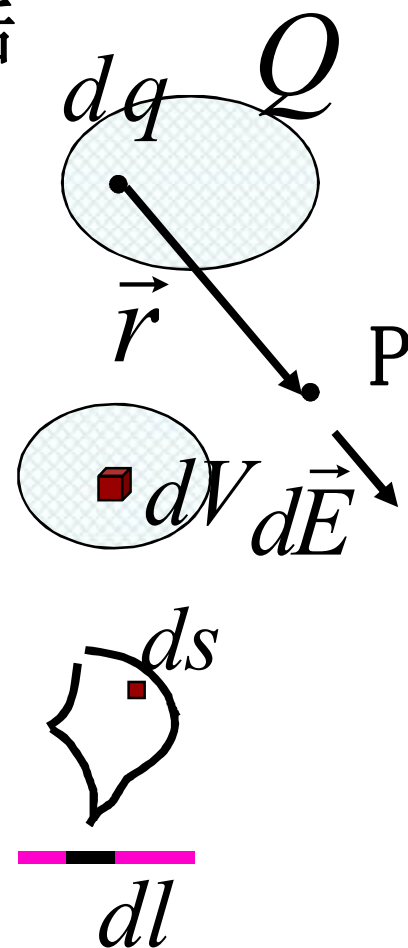
电荷密度 {

- 1 体电荷密度
- 2 面电荷密度
- 3 线电荷密度

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$\sigma = \frac{dq}{ds}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$



电荷均匀分布时：

$$Q = \rho V$$

$$Q = \sigma S$$

$$Q = \lambda l$$

电荷非均匀分布时：

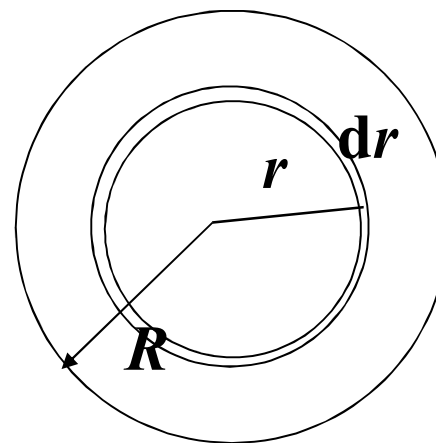
$$\rho(x, y, z), \sigma(x, y), \lambda(x)$$

例：半径为 $R$ 的带电圆盘，电荷面密度为  $\sigma = ar^2$

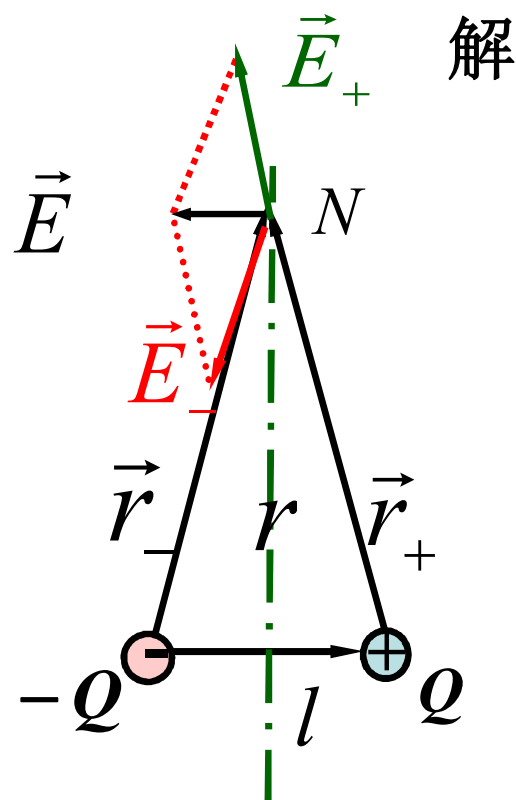
( $a$  常数)，圆盘带电量多少？

$$Q = \int dq = \int \sigma dS$$

$$= \int ar^2 dS = \int_0^R ar^2 2\pi r dr = \frac{1}{2} \pi a R^4$$



例1 求：电偶极子中垂面上任意点的场强



解

$$\vec{E}_+ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_+}{r_+^3}$$

$$\vec{E}_- = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_-}{r_-^3}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$= \frac{Q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$= \frac{-Q\vec{l}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$r \gg l$$



$$r_+ = r_- \approx r$$

$$\vec{l} + \vec{r}_+ = \vec{r}_-$$



$$\vec{r}_+ - \vec{r}_- = -\vec{l}$$

定义：偶极矩

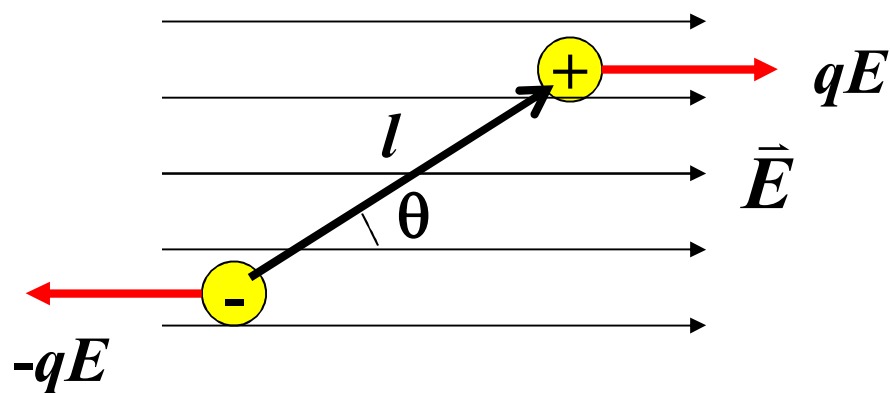
$$\vec{p}_e = Q\vec{l}$$

$$\vec{E} = \frac{-\vec{p}_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

## 分析电偶极子在外场中的受力情况

均匀外场

力偶



$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{偶极子无平动}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \vec{l} \times q\vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

外电场的作用使电偶极矩转向电场强度的方向

在非均匀外场中，偶极子又有平动又有转动

例2. 长为  $L$  均匀带电直线电荷线密度为  $\lambda$

求：如图所示  $p$  点的电场强度

解：在坐标  $l$  处取一个线  
段元  $dl$ ，其电荷元  $dq$

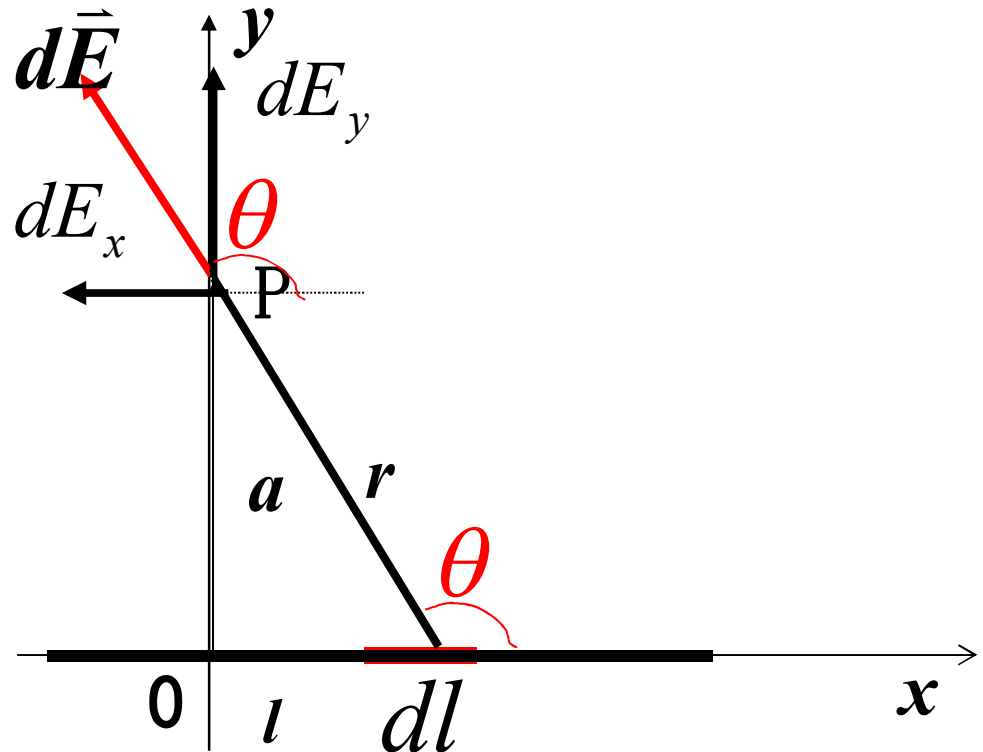
$$dq = \lambda dl$$

该点电荷在  $p$  点的场强  
方向如图所示，

$$\text{大小为: } dE = \frac{dq(\lambda dl)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

两个分量：

$$\begin{cases} dE_x = dE \cos \theta \\ dE_y = dE \sin \theta \end{cases}$$

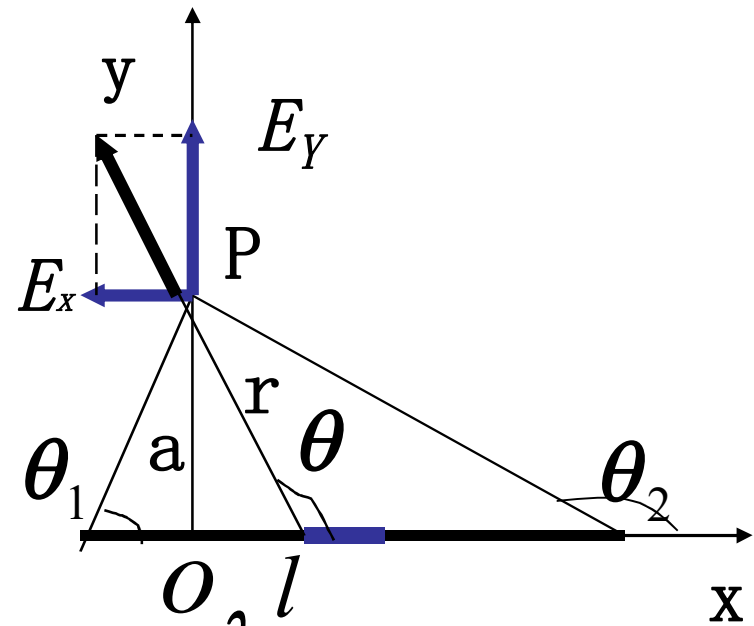




$$\text{又: } l = a \operatorname{ctg}(\pi - \theta) = -a \operatorname{ctg} \theta$$

$$dl = \frac{a}{\sin^2 \theta} \cdot d\theta$$

$$r^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \theta}$$



$$\Rightarrow dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \theta d\theta \quad dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \int dE_y = \int \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

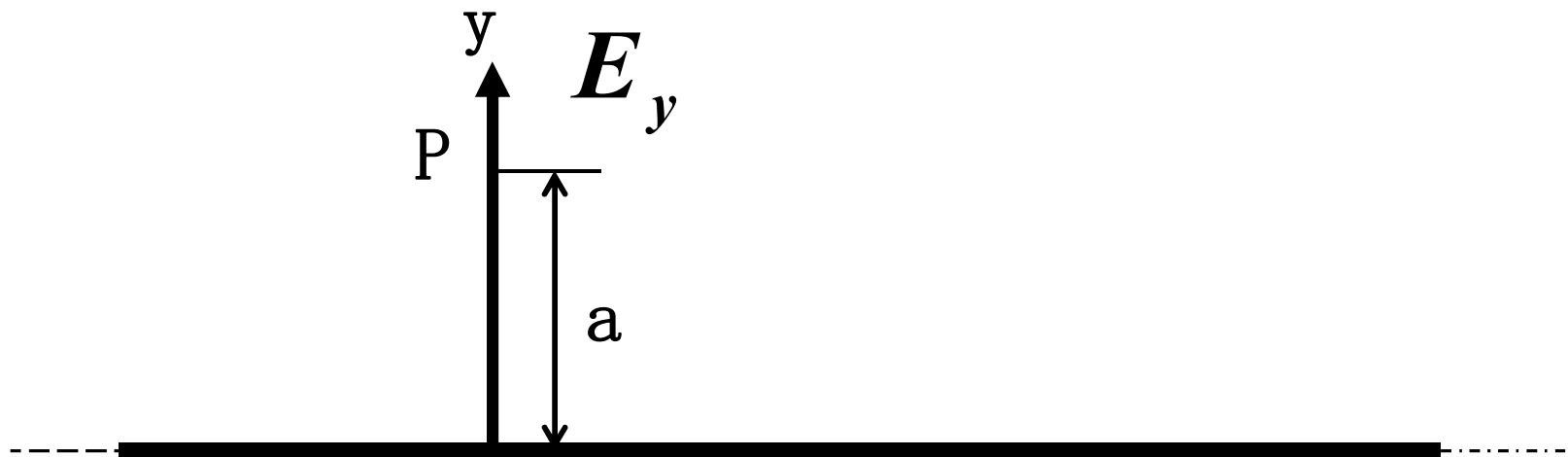
$$\therefore \mathbf{E} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{E_x}{E_y}$$

特例： 如均匀带电直线是无限长的，即：

$$\theta_1 \rightarrow 0 \quad \theta_2 \rightarrow \pi$$

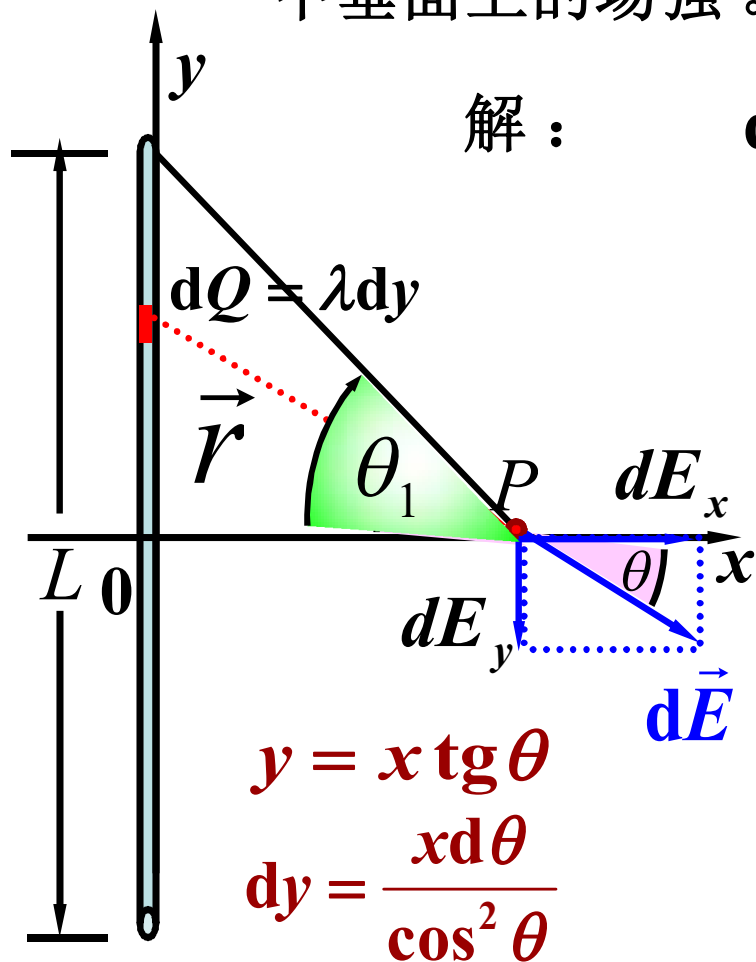
$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{a} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$



## 例2#

均匀带电**细棒**，长  $L$ ，电荷线密度  $\lambda$ ，求：  
中垂面上的场强。



解：

$$d\vec{E} = \frac{\vec{r} dQ}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{\vec{r} \lambda dy}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$d\vec{E} = dE_x \vec{i} + dE_y \vec{j}$$

$$\vec{E} = \int_L d\vec{E} = \vec{i} \int_L dE_x + \vec{j} \int_L dE_y$$

由对称性知  $\int_L d\vec{E}_y = 0$

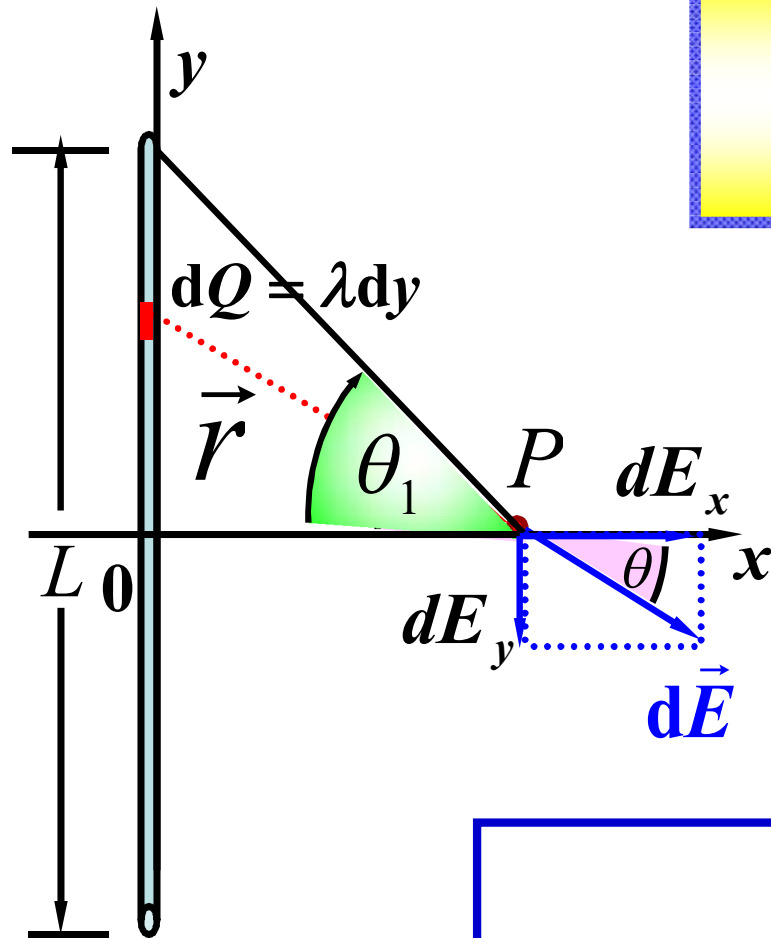
$$dE_x = dE \cos \theta$$

$$= \frac{\lambda \cos \theta dy}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\lambda \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 x}$$

$$r \cos \theta = x$$

$$r^2 = \frac{x^2}{\cos^2 \theta}$$

$$E = E_x = 2 \int_0^{\theta_1} \frac{\lambda \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\lambda \sin \theta_1}{2\pi\epsilon_0 x}$$



$$\vec{E} = \frac{\lambda \sin \theta_1}{2 \pi \epsilon_0 x} \vec{i}$$



如果  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  则

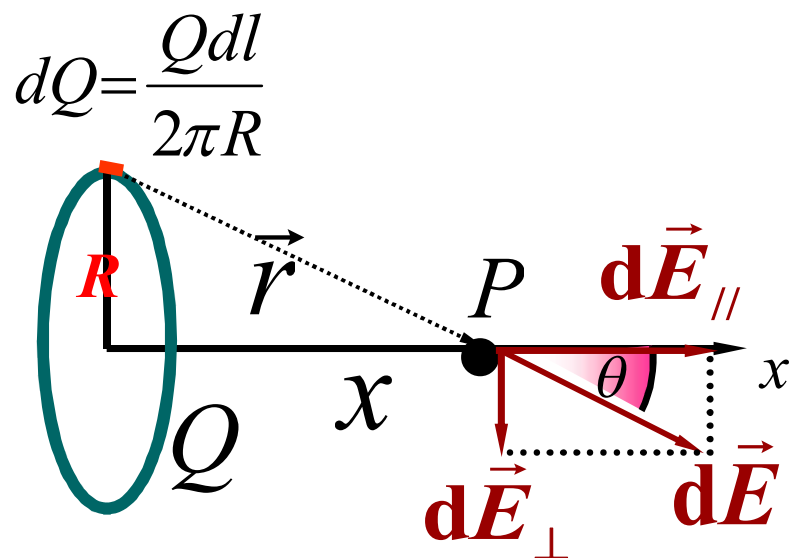
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 x} \vec{i}$$

$$E_x = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 x} \quad E_y = 0$$

这就是无限长均匀带电直线的场强公式

### 例3

已知：总电量 $Q$ ；半径 $R$ 。  
求：均匀带电圆环轴线上的场强。

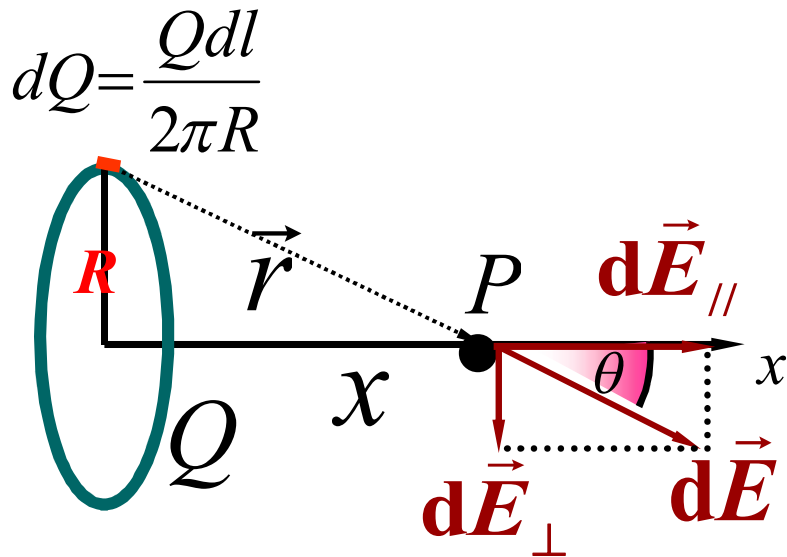


$$dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad d\vec{E} = d\vec{E}_{//} + d\vec{E}_{\perp}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{//} + \vec{E}_{\perp}$$

$$E_{\perp} = \oint_L dE_{\perp} = 0$$

$$\begin{aligned} E_{//} &= \oint_L dE_{//} = \oint_L \cos\theta dE = \oint_L \frac{x}{r} \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{\oint_L x dQ}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{x \oint_L dQ}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{xQ}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$



$$\vec{E} = \vec{E}_{//} = -\frac{xQ}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{i}$$

均匀带电细圆环轴线上任一点的场强 计算公式

(1) 在圆环中心处，场强为零  $x = 0$   $\vec{E} = 0$

(2)  $R \ll x$  
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \vec{i}$$

此时带电圆环可以看作一个点电荷



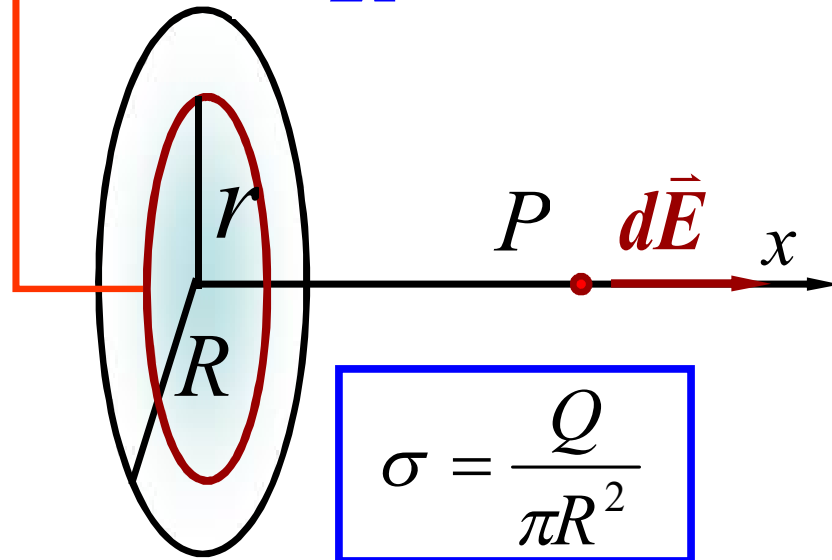
例4

已知：总电量 $Q$ ；半径 $R$ 。

求：均匀带电圆盘轴线上的场强。



$$dQ = \frac{2Qrdr}{R^2}$$



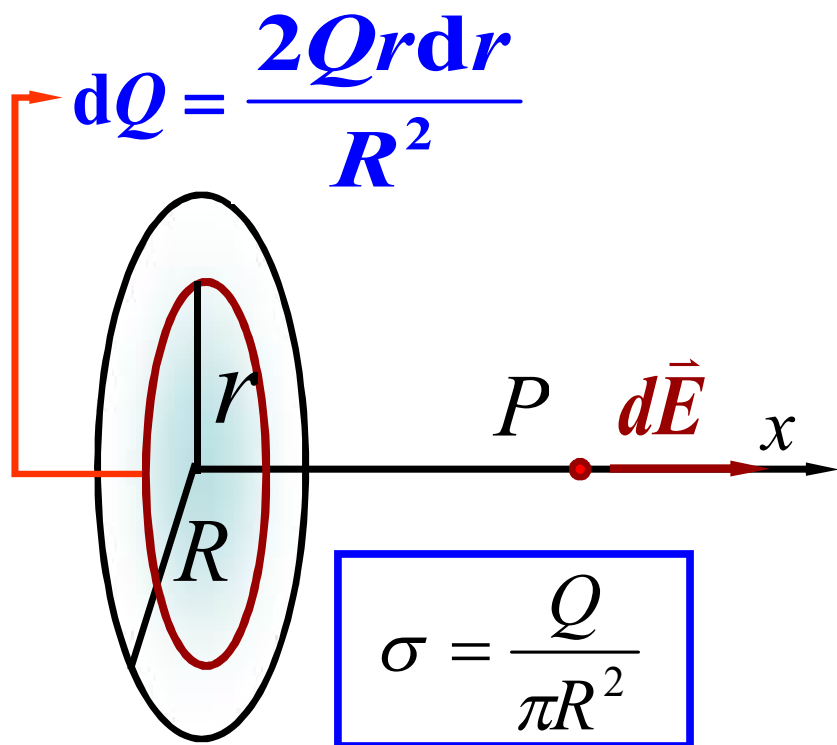
$$\text{圆环面积元} \quad dS = 2\pi r dr$$

$$d\vec{E} = \frac{x dQ \vec{i}}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{xQ}{2\pi\epsilon_0 R^2} \int_0^R \frac{rdr}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = \frac{xQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{i} \int_0^R \frac{dr^2}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{xQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{i} \int_0^R \frac{d(x^2 + r^2)}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = \frac{xQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{i} \int_0^R \frac{d(x^2 + r^2)}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\vec{i}}{2\pi\epsilon_0 R^2} Q \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$



当  $R \gg x$   $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \vec{i}$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i}$$

无限大带电平面





例5. 一宽度为 $a$  的无限长均匀带电平面  
求：带电平面外并通过该平面的平面上的场强

解： 取一无限长的窄条 $dx'$

$$\lambda = \sigma dx'$$

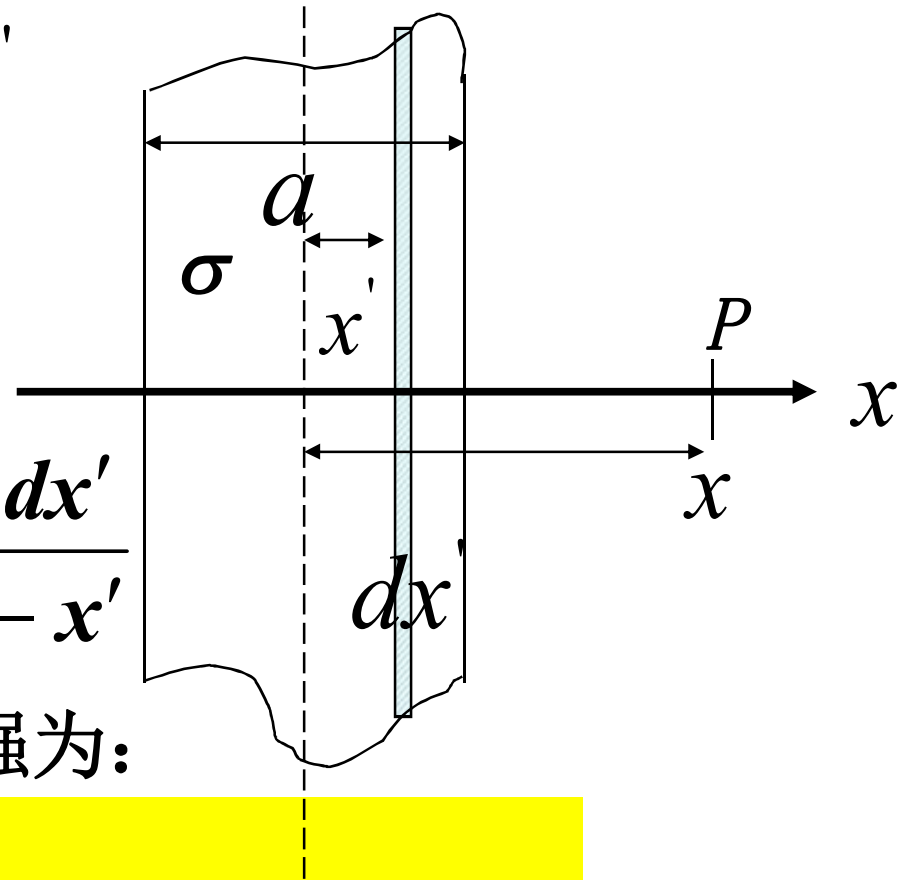
在 $P$ 点的场强为：

$$dE = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x - x'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dx'}{x - x'}$$

此带电平面在 $P$ 点产生的场强为：

$$E = \int dE = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{dx'}{x - x'} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2x + a}{2x - a}$$

$E$ 方向沿  
 $x$ 方向



# 讨论

- 理想模型

点电荷

电偶极子

无限长带电线

无限大带电面

- 叠加原理

