双侧检验 $H_0: \theta = \theta_0 \quad H_1: \theta \neq \theta_0$

问有无不同，有无差别。

单侧检验

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_1: \theta > \theta_0$

问是否高于，是否大于。

有充分理由$\theta < \theta_0$不会发生，才可以这样提问

$H_0: \theta \leq \theta_0$

$H_1: \theta > \theta_0$

问是否不高于，是否不大于。

表示最高限度$\theta = \theta_0$且 θ 越小越好，不受限制。

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_1: \theta < \theta_0$

问是否低于，是否小于。

有充分理由$\theta > \theta_0$不会发生，才可以这样提问

$H_0: \theta \geq \theta_0$

$H_1: \theta < \theta_0$

问是否不低于，是否不小于。

表示最低限度$\theta = \theta_0$且 θ 越大越好，不受限制。

3.正态总体参数的假设检验

$X \sim N(\mu_0, \sigma^2) \xleftrightarrow{\mu=\mu_0?} Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\bar{x}$

(1)一个总体μ的Z(或t)检验

（革新$\boxed{\text{前}}\boxed{\text{后}}$,某地区和全国,某年和历年等）

建立假设 $H_0 : \mu = \mu_0$ (双边检验：有无差别，有无不同等)

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

$$\text{检验统计量 } Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \begin{cases} \left(-\infty, -Z_{\alpha/2}\right) \cup \left(Z_{\alpha/2}, \infty\right) \text{拒绝} H_0 \\ \left(-Z_{\alpha/2}, Z_{\alpha/2}\right) \text{接受} H_0 \end{cases}$$

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \begin{cases} \left(-\infty, -t_{\alpha/2}\right) \cup \left(t_{\alpha/2}, \infty\right) \text{拒绝} H_0 \\ \left(-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}\right) \text{接受} H_0 \end{cases}$$

(σ未知)

例1.已知某炼铁厂生产的铁水含碳量服 $X \sim N\left(4.55，0.11^2\right)$。现测试9炉铁水，其平均含碳量为4.484。如果方差没有变化，可否认为现在生产的铁水的含碳量仍为4.55？（显著性水平取0.05）$Z_{0.025}=1.96$

解： $H_0: \mu = 4.55$ $\qquad X \sim N\left(4.55，0.11^2\right)$ $\qquad \overline{X} \sim N\left(4.55，0.11^2/9\right)$

$H_1: \mu \neq 4.55$ $\qquad \bar{x} = 4.484 \qquad n = 9$

$$Z=\left|\frac{\overline{X}_n-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{4.484-4.55}{0.11/\sqrt{9}}\right|=1.8<1.96$$

可以认为现在生产的铁水含碳量均值为4.55.

例2. 一种汽车配件的长度要求为12cm，高于或低于该标准都认为是不合格。现对某供应商的10个样品进行了检验,测得样本均值，$\bar{x}=11.89cm$ 样本标准差 $s=0.4932$ 。假定这种汽车配件的长度服从正态分布，在0.05的显著性水平下，检验该供应商提供的配件是否符合要求。

$X \sim N(12, \sigma^2)$ $\quad \bar{x}=11.89 \quad n=10 \quad s=0.4932cm$

解：

$$H_0: \mu=12$$
$$H_1: \mu \neq 12$$

$$t=\left|\frac{\overline{X_n}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{11.89-12}{0.4932/\sqrt{10}}\right|=0.7053$$

$$<2.2622$$

可以认为该供应商提供的样品符合要求。

$$\left(t_{0.025}(9)=2.2622\right)$$

$$H_0: \mu = \mu_0$$ （H_0必含有等号 ）

$$H_1: \mu > \mu_0$$ （一般问是否**高于**等，问题不含等号作为H_1）

此问法表示有证据 $\mu < \mu_0$ 不会发生

$$\Updownarrow$$

$$H_0: \mu \le \mu_0$$
$$H_1: \mu > \mu_0$$

$$\begin{pmatrix} P(\mu < \mu_0) = 1-\alpha \\ P(\mu > \mu_0) = \alpha \end{pmatrix}$$

此问法表示不关心 $\mu < \mu_0$ 发生与否

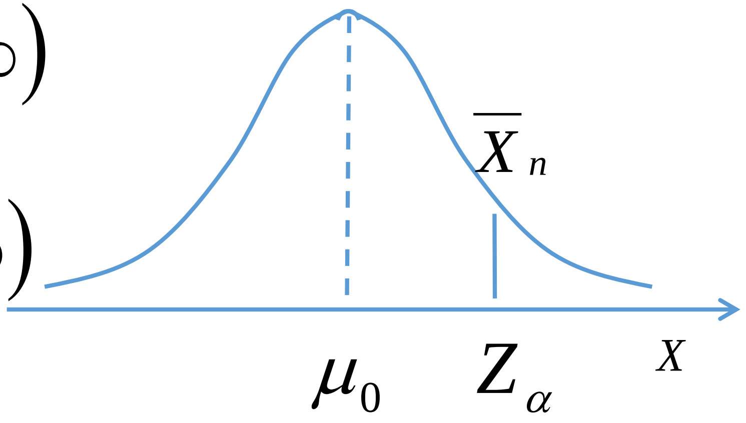
$$Z = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \begin{cases} > Z_\alpha \text{拒绝} H_0 \\ < Z_\alpha \text{接收} H_0 \end{cases}$$

拒绝域：$(Z_\alpha, +\infty)$

$$t = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \begin{cases} > t_\alpha \text{拒绝} H_0 \\ < t_\alpha \text{接收} H_0 \end{cases}$$

拒绝域：$(t_\alpha, +\infty)$

(σ未知)



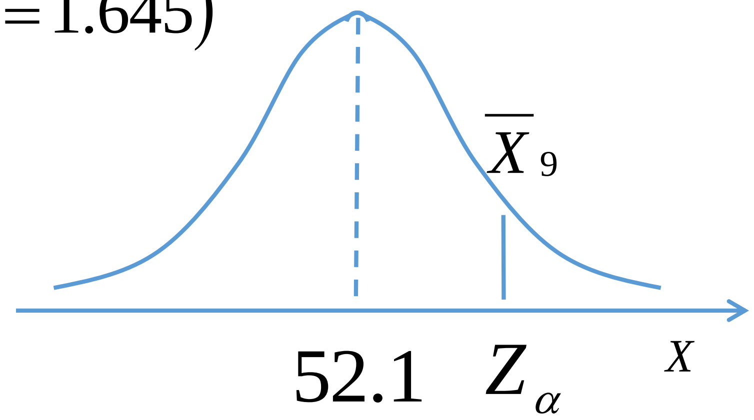
结论：（不要过于肯定）Z_α 位置与 H_1 同方向。

例3.按照过去的铸造方法，某厂所造的零件强度的平均值是**52.1g/mm**，标准差为**1.6g/mm**，为降低成本，该厂改变了铸造方法，从按新方法生产的产品中抽取了**9**件样品，测得其强度平均为**52.9g/mm**.假设零件强度服从正态分布，试在**0.05**的显著性水平下，判断新的铸造方法是否提升了零件强度(即检验总体均值是否变大)？ $X \sim N(52.1, 6^2)$

解：$H_0: \mu = 52.1$　　$\bar{x} = 52.9, n = 9$　　$(Z_{0.05} = 1.645)$

$H_1: \mu > 52.1$

$$\boxed{\bar{X}_9 \sim N\left(52.1, \frac{1.6^2}{9}\right)}$$



$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{52.9 - 52.1}{1.6/\sqrt{9}} = 1.5 \quad < 1.645$$

尚不能认为新方法提高了零件的强度。

$H_0: \mu = \mu_0$（大概率事件作为H_0，H_0必含有等号）

$H_1: \mu < \mu_0$（一般问是否低于，是否小于等，问题作为H_1）

此问法表示有证据$\mu > \mu_0$不会发生

$\Updownarrow$

$H_0: \mu \geq \mu_0$

$H_1: \mu < \mu_0$

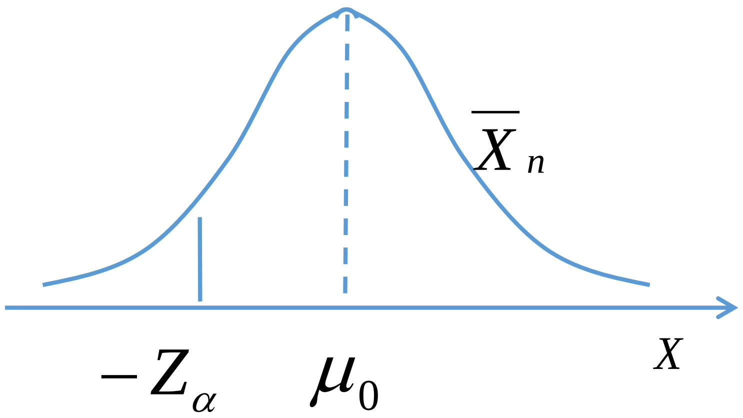
$$\left(\begin{matrix} P(\mu > \mu_0) = 1 - \alpha \\ P(\mu < \mu_0) = \alpha \end{matrix}\right)$$

此问法表示不关心$\mu > \mu_0$发生与否

$$Z = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \begin{cases} < -Z_\alpha & 拒绝H_0 \\ > -Z_\alpha & 接受H_0 \end{cases}$$

拒绝域：$(-\infty, Z_\alpha)$

$$t = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \begin{cases} < -t_\alpha & 拒绝\mathrm{H}_0 \\ > -t_\alpha & 接受H_0 \end{cases}$$



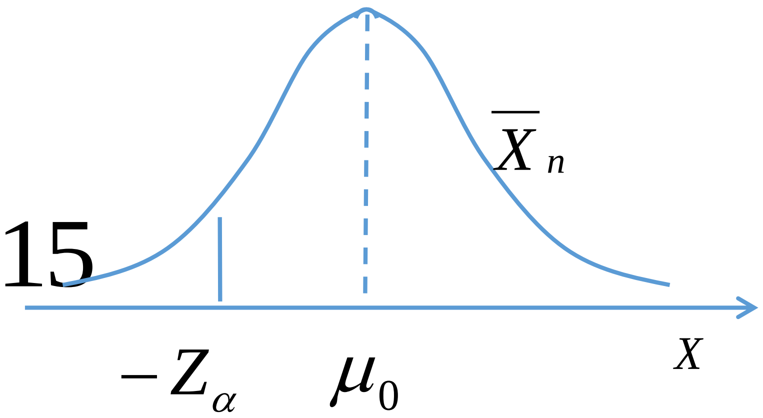
拒绝域：$(-\infty, -t_\alpha)$

例4. 某手机生产厂家在其广告中声称，其生产的某种品牌手机待机平均时间至少为71.5h。质监部门检查了该厂生产的这种手机6部，得到待机时间分别为：69,68,72,70,66,75 。假设手机待机时间 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，由样本数据能否判定该广告有欺诈消费者嫌疑？（能否判定该厂手机待机至少为71.5小时？　是否不小于71.5？）$\bar{x} = 70 \quad n = 6 \quad S^2 = 3.16$

解：　$H_0 : \mu \geq 71.5 \qquad X \sim N(71.5, \sigma^2) \qquad \overline{X} \sim N(71.5, \sigma^2/6) \qquad (t_{0.05}(5) = 2.015)$

$H_1 : \mu < 71.5$

$$t = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{70 - 71.5}{3.16/\sqrt{6}} = -1.1 > -2.015$$



接受H_0,尚不能认为该厂商广告有欺诈嫌疑。