电磁感应习题课

一、基本要求

1．掌握电磁感应基本定律：法拉第电磁感应定律和楞次定律。会用法拉第电磁感应定律计算感应电动势、感应电流。

2．掌握动生电动势的产生机理，并会计算动生电动势。

3．掌握感生电动势的产生机理，区分开静电场和感生电场。

4．理解影响自感系数的因素、物理意义。会计算自感系数和自感电动势。

5．理解影响自感系数的因素。会计算互感系数和自感电动势。

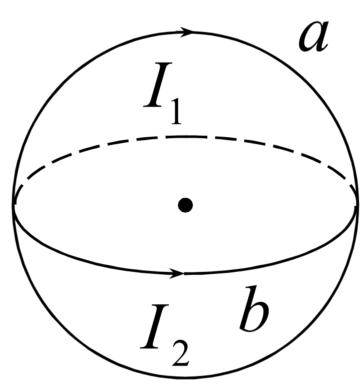
6．磁场能量和磁场能量密度公式。

二、问题讨论

1、尺寸相同的铁环与铜环所包围的面积中，通以相同变化率的磁通量，则环中感应电动势__相同__，感应电流__不同__。

2、有两个线圈，线圈1对线圈2的互感系数为M_{21}，而线圈2对线圈1的互感系数为M_{12}。若它们分别流过随时间变化的电流i_1和i_2，且$|\mathrm{d}i_1/\mathrm{d}t| < |\mathrm{d}i_2/\mathrm{d}t|$，并设由$i_2$变化在线圈1中产生的互感电动势大小为$\varepsilon_{12}$，由$i_1$变化在线圈2中产生的互感电动势为$\varepsilon_{21}$，则$M_{12}$ __=__ M_{21}，ε_{12} __$\neq$__ ε_{21} .

3、如图所示两个环形线圈***a***、***b***互相垂直放置，当它们的电流I_1、I_2同时发生变化时，则***a***、***b***中是否产生自感电流，是否产生互感电流？



a、***b***中产生自感电流，不产生互感电流

4、半径为***a***的无限长密绕螺线管，单位长度上的匝数为***n***，螺线管导线中通过交变电流$i=I_0\sin\omega t$，则围在管外的同轴圆形回路(半径为***r***)上的感生电动势____________________。

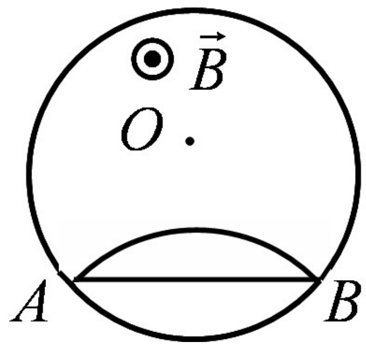
$$B=\mu_0 ni,\quad \varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi a^2=-\pi a^2\mu_0 n\omega I_0\cos\omega t$$

5、一自感系数为**0.25H**的线圈，当线圈中的电流在**0.01s**内由**2A**均匀地减小到零，则线圈中的自感电动势的大小为____**50 V**____。**(50 V)**当线圈中的电流为**2A**时，线圈中储存的磁场能量为____**0.5J**____**.**

6、一无铁芯的长直螺线管，在保持其半径和总匝数不变的情况下，把螺线管拉长一些，则它的自感系数将____减小____（填：增大、减小或不变）． $L=\mu_0 n^2 V, n=N/l, V=Sl$

7、无铁芯的长直螺线管的自感系数为$\boldsymbol{L=\mu_0 n^2 V}$，其中$\boldsymbol{n}$为单位长度的匝数、$\boldsymbol{V}$为螺线管的体积。若考虑端缘效应，则实际的自感系数应____小于____（填：小于、大于或等于）此式所给出的值。若在管内装上铁芯，则**L**与电流____有关____（填：有关、无关）。

8、均匀磁场限制在圆柱形空间（如图）$dB/dt\neq0$，磁场中A、B两点用直导线AB连接，或用弧导线AB连接，则直导线中电动势__大于__ 弧导线中电动势。（填：大于、等于或小于）



9、中子星表面的磁场估计为 10^8 T，则该处的磁能密度为____；按质能关系，质量密度为________.

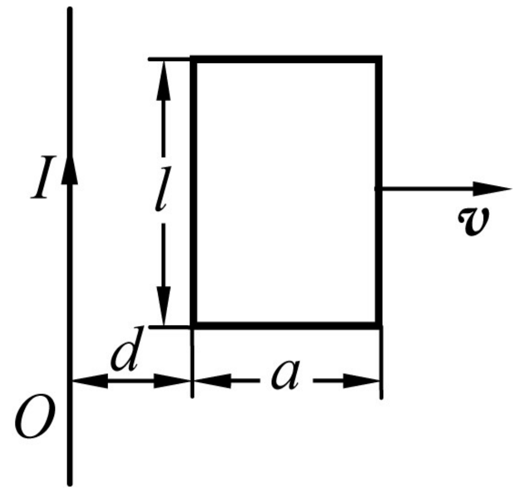
磁场能量密度为 $$w=\frac{1}{2\mu_0}B^2$$

取中子星表面附近体积V，体积V内具有的磁场能量为$W_m=wV$，质量为$m=\rho V$. 按爱因斯坦质能关系$E=mc^2$，则

$$W_m=wV=\frac{1}{2\mu_0}B^2V=E=mc^2=\rho Vc^2 \qquad \rho=\frac{1}{2\mu_0c^2}B^2$$

三、解题指导

例1.通有电流I的长直导线附近放有一矩形导体线框，该线框以速度v沿垂直于长导线的方向向右运动，设线圈长l，宽a，求:在与长直导线相距d处线框中的感生电动势。



解法一：先利用安培环路定律计算距离导线为r处的磁场：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

则线框左边框距离导线为x时，通过线框的磁通量为：

$$\Phi_m=\int_x^{x+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

由法拉第电磁感应定律可得

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad , v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

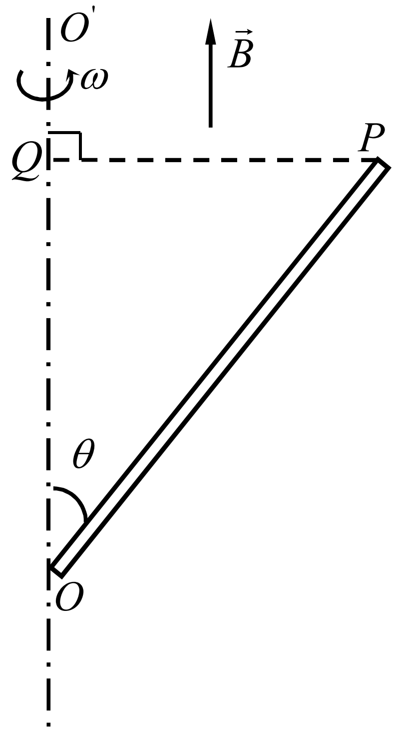
当$\boldsymbol{x=d}$时，线框中的感应电动势为：

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right)v$$

解法二：线框的上下两条边框不切割磁感应线，所以不产生感应电动势，左右两条边框切割磁感应线产生感应电动势。设左边框处的磁感应强度为$\boldsymbol{B_1}$，右边框处为$\boldsymbol{B_2}$，则此时线框中的磁感应电动势为：

$$\varepsilon = B_1 lv - B_2 lv = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right)lv$$

例2.如图所示，长度为L的导体棒OP，处于均匀磁场 **B**中，并绕OO'轴以角速度ω旋转，棒与转轴间夹角恒为θ，磁感应强度 与转轴平行。求：OP棒在图示位置处的电动势。



解法一：设想导体OP是三角形闭合回路$OPQO$中的一部分，则转动过程中通过闭合回路的磁通量始终为零，没有变化，所以由法拉第电磁感应定律可知回路的总电动势为

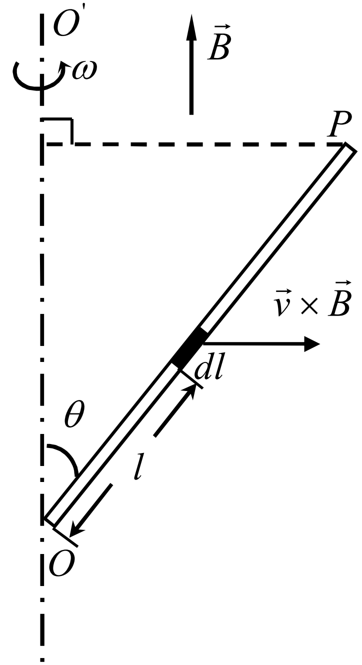
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 0 = \varepsilon_{OP} + \varepsilon_{PQ} + \varepsilon_{QO}$$

由题意可知$\varepsilon_{QO}=0$，所以

$$\varepsilon_{OP} = -\varepsilon_{PQ} = \varepsilon_{QP} = \frac{1}{2}B\omega(QP)^2 = \frac{1}{2}B\omega(L\sin\theta)^2$$

方向由O指向P，P端电势高。

解法二：如图所示，在***OP***上距***O***为***l***处沿由***O***到***P***的方向取一线元 $\mathrm{d}\vec{l}$，其速度 $\vec{v}$ 垂直纸面向内，大小为$v=\omega r=\omega l\sin\theta$，且各线元处 的 $\vec{v}\times\vec{B}$ 方向均一致，如图，则有



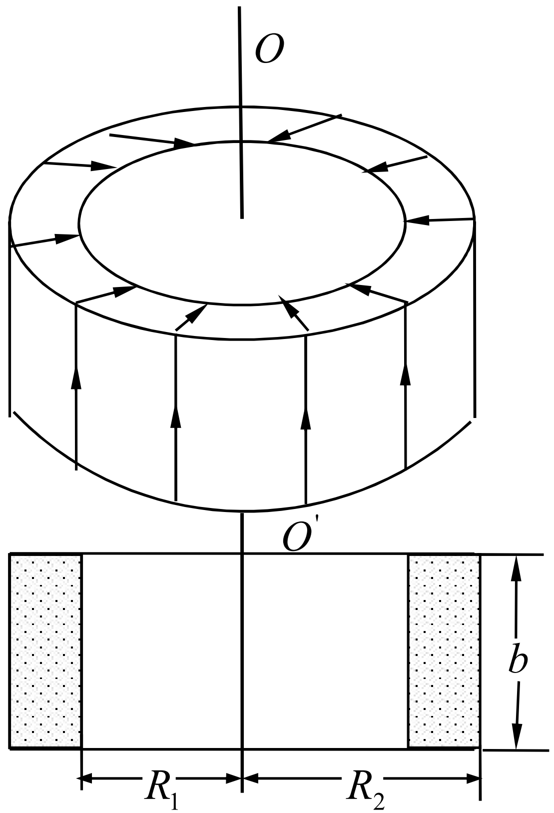
$$(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=(\omega l\sin\theta)B\sin 90^0\,\mathrm{d}l\cos(90^0-\theta)$$

所以有

$$\varepsilon_{OP}=\int_O^P(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_0^L\omega l\sin^2\theta B\mathrm{d}l=\frac{1}{2}\omega B(L\sin\theta)^2$$

方向由***O***指向***P***，***P***端电势高。

例3.如图所示，一矩形截面的螺绕环，$\mu_r=1$，内、外半径分别为R_1和R_2，高为b，共N匝。在环的轴线上，另有一长直导线OO'。在螺绕环内通有电流 $I=I_0\cos\omega t$. 试求：在$\omega t=\pi/4$时，无限长直导线中的互感电动势。已知 $R_1=8.0\times10^{-2}$m，$R_2=2.4\times10^{-1}$m，$b=6.0\times10^{-2}$m，$N=1000$匝，$I_0=5$A，$\omega=100\pi$ rad.s^{-1}，ln3=1.0986.



解：设长直导线通有电流I'，在螺绕环截面上距中心轴线为r处选一宽为dr的矩形面元，则有

$$d\Phi=\frac{\mu_0 I'}{2\pi r}\cdot b\,dr \qquad (\because\ \mu_r=1)$$

所以有 $$\Phi=\int_{R_1}^{R_2}d\Phi=\frac{\mu_0 I' b}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\Psi=N\Phi=\frac{\mu_0 N I' b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

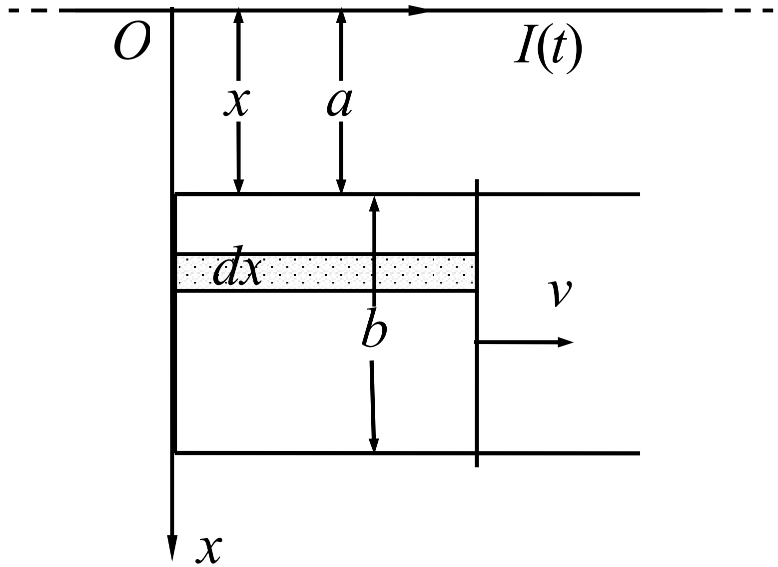
所以互感系数为 $$M=\frac{\Psi}{I'}=\frac{\mu_0 N b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

因此，在$\boldsymbol{\omega t=\pi/4}$时，无限长直导线中的互感电动势为

$$\varepsilon_i=-M\frac{dI}{dt}=\frac{\mu_0 N b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\omega I_0\sin\omega t$$

$$=1.46\times10^{-2}(\mathrm{V})$$

例4.如图所示，真空中一长直导线，通有电流 $I=I_0e^{-\lambda t}$，与其平行共面有一个带滑动边的矩形导线框，滑动边的长度为b，以匀速v滑动。线框与导线相距为a. 忽略自感，设$t=0$时，滑动边与对边重合。求线框内的感应电动势$\varepsilon_i(t)$.



解：建立如图所示坐标系，距直导线为x处选一宽为dx的面元，有

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} vtdx$$

$$\Phi = \int d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} vt \int_a^{a+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 vtI_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 vI_0}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a} \frac{d}{dt}(te^{-\lambda t}) = -\frac{\mu_0 vI_0}{2\pi} \ln\frac{a+b}{a}(e^{-\lambda t} - \lambda te^{-\lambda t})$$