第三次课学习任务：

结合PPT，观看平台上的视频7.8-7.11，按时完成签到、讨论、测试、作业等教学活动。要求掌握以下内容：

1、掌握静电力作功的特点的三种等价描述；

2、掌握静电场中的场强环路定理，结合高斯定理，明确静电场具有什么样的性质；

3、掌握并理解电势的定义，明确场强和电势是描述静电场的两个基本物理量。会计算点电荷、点电荷系、连续分布带电体（线分布）的电势分布；

4、知道等势面的性质、会利用其定性分析电场中物理量之间的关系；

5、知道场强与电势的微分关系，能结合电势定义，定性分析场强与电势之间关系；并会用该关系计算场强。

§ 1-3 静电场的场强环路定理　电势

复习：任何电荷都在其周围空间激发电场，而电场又对处在其中的任何电荷都有力的作用

- 电场是物质的一种存在形态，它的物质特性的外在表现是：

(1) 电场对位于其中的任何带电体都有电场力的作用

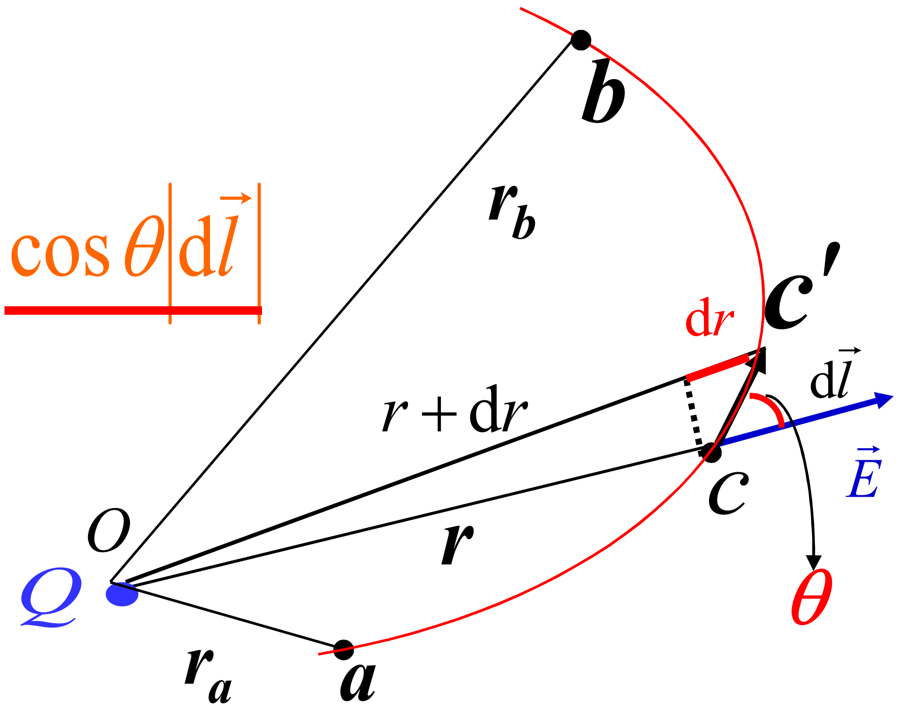
(2) 带电体在电场中运动, 电场力要作功——电场具有能量

我们首先从电场的力学特性出发，给出了反映静电场力学性质的物理量——场强 $\vec{E}$，进而给出了静电场中的高斯定理 $\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$， 揭示了静电场是有源场，其源头是正电荷。

一. 静电场的场强环路定理

1. 电场力的功

单个点电荷产生的电场中



$$\mathrm{d}W=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0E\underline{\cos\theta\left|\mathrm{d}\vec{l}\right|}$$

其中 $\cos\theta\left|\mathrm{d}\vec{l}\right|=\mathrm{d}r$

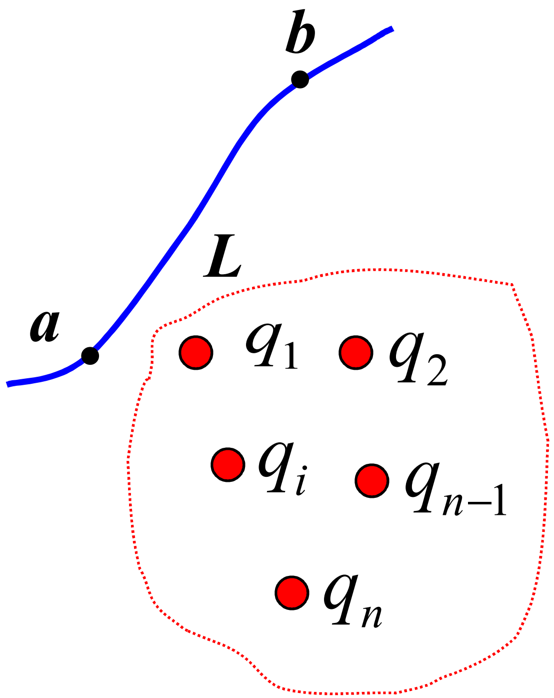
则 $\mathrm{d}W=q_0E\mathrm{d}r$

总功为 $\therefore W=\int_a^b q_0E\mathrm{d}r$

$$=\int_{r_a}^{r_b}q_o\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r=\frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

<u>与路径无关</u>—— 保守力

推广：点电荷系的电场中



$$W_{ab}=\int_a^b q_0(\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots\cdots+\vec{E}_n)\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_a^b q_0\vec{E}_1\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_a^b q_0\vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\cdots\cdots\int_a^b q_0\vec{E}_n\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=W_1+W_2+\cdots\cdots+W_n=\sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{ia}}-\frac{1}{r_{ib}}\right)$$

(与路径无关)

结论：在任何静电场中移动试验电荷时，静电场力所做的功只与试验电荷的带电量以及路径的起点和终点位置有关，而与路径无关。所以**静电力是保守力，静电场是保守力场**。

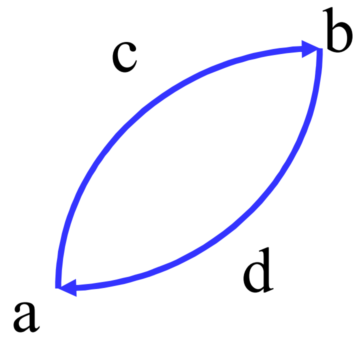
一．静电场的场强环路定理

2． 静电场的场强环路定理

q_0沿闭合路径 ***acbda*** 一周电场力所做的功

$$W=\oint q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{acb}q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_{bda}q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_{acb}q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}-\int_{adb}q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$$



即在静电场中沿任一闭合路径移动电荷电场力所做的功为零。

$\because q_0\neq 0$ $\therefore \oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$

在静电场中，电场强度的环流恒为零。

——静电场的场强环路定理

一. 静电场的场强环路定理

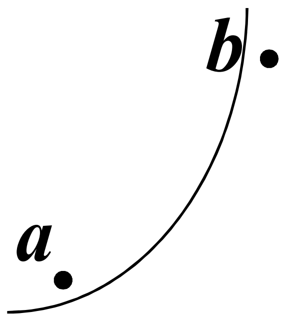
$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$ 是静电力作功特点的另一种等价描述，说明静电场是保守力场

$$\left.\begin{aligned}&\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \underbrace{(\nabla\times\vec{E})}_{\vec{E}\text{ 的旋度}}\cdot \mathrm{d}\vec{S}\\ &\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0\end{aligned}\right\}\ \boxed{\nabla\times\vec{E}=0}$$ 静电场是无旋场

小结： 静电场中的高斯定理说明静电场是有源场，其源头是正电荷；静电场中的环路定理说明静电场是保守力场，也是无旋场， 电场线不是闭合曲线。

二. 电势能、电势

1. 电势能



静电力的功=静电势能增量的负值

试验电荷q_0处于 $\begin{cases} a\text{点电势能} & W_a \\ b\text{点电势能} & W_b \end{cases}$

则$a \to b$电场力的功

$$W_{ab} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -(W_b - W_a) = W_a - W_b$$

二. 电势能、电势

取势能零点　　$W_{0势} = 0$

q_0 在电场中某点 a 的电势能：

$$W_a = W_{a\to 0势} = q_0\int_a^{0势} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

若为有限带电体，则选无穷远处为电势能零点，此时有

$$W_a = W_{a\to\infty} = q_0\int_a^{\infty} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$（有限带电体）

二、电势能、电势

关于电势能的几点说明：

(1) 电势能是试验电荷和产生电场的源电荷系统共有的；

(2) 电荷在某点电势能的值与势能零点选取有关, 而两点间电势能的差值则与势能零点选取无关；

(3)势能零点选取原则：

- 当(源)电荷分布在有限范围内时，势能零点一般选在无穷远处。
- 无限大带电体，势能零点一般选在有限远处一点。
- 实际应用中取大地、仪器外壳等为势能零点。

2.电势 电势差

定义电势 $V_a = \dfrac{W_a}{q_0} = \int_a^{\infty(0势)} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ $W_a = \int_a^{\infty(0势)} q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

单位正电荷在该点所具有的电势能	单位正电荷从该点到无穷远点(电势零点)电场力所做的功

定义电势差 $V_a - V_b$ 电场中任意两点 的电势之差（电压）

$$U_{ab} = V_a - V_b = \int_a^{\infty} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} - \int_b^{\infty} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^{b} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

2.电势 电势差

a、***b***两点的电势差在数值上等于将单位正电荷从***a***点经任意路径移到***b***时，电场力所做的功。

将电荷***q***从***a***→***b***电场力的功

$$W_{ab}=\mathbf{W}_a-\mathbf{W}_b=q_0\int_a^b\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0(V_a-V_b)$$

注意

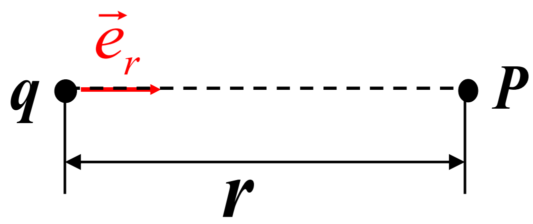
1、电势是相对量，电场中某点电势的大小和正负取决于电势零点的选取。

2、两点间的电势差与电势零点选择无关。

3、电势零点的选取是任意的，同电势能零点的选取原则类似。

三、电势的计算

1、点电荷电场中的电势



如图 ***P***点的场强为 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

由电势定义得

$$V_P=\int_P^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

<u>讨论</u>

大小

$q>0 \quad V>0 \quad r\uparrow \quad V\downarrow \quad r\to\infty \quad V$最小

$q<0 \quad V<0 \quad r\uparrow \quad V\uparrow \quad r\to\infty \quad V$最大

对称性：以***q***为球心的同一球面上的各点电势相等

2、点电荷系的电势——电势叠加原理

若场源为q_1、q_2……q_n的点电荷系

根据电场叠加原理，场中任一点的场强为

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots\ldots+\vec{E}_n$$

$$V_P=\int_P^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_P^\infty(\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n)\cdot d\vec{l}$$

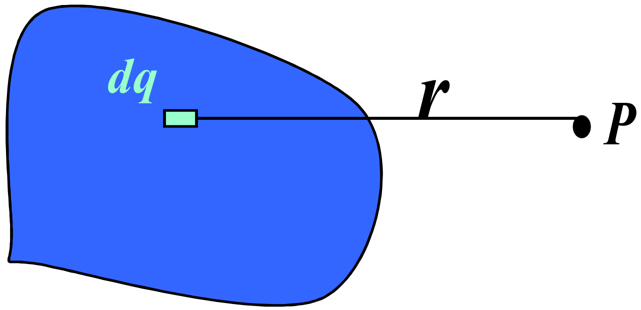
$$=\int_P^\infty \vec{E}_1\cdot d\vec{l}+\int_P^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{l}+\ldots\ldots+\int_P^\infty \vec{E}_n\cdot d\vec{l}$$

$$=V_{1P}+V_{2P}+\ldots\ldots+V_{nP}=\sum_{i=1}^n V_{iP}=\sum\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

等于各点电荷单独存在时在该点电势的代数和

3、连续带电体的电势

(1) 分割带电体，取电荷元 dq



(2) 写出电荷元 $\boldsymbol{dq}$ 的电势

$$\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(3) 由电势叠加原理 $V = \int \mathrm{d}V = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

4、电势计算的两种方法

♠场强积分法（定义法）——

根据已知的场强分布，按定义计算

$$V_P = \int_P^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

♠电势叠加法——

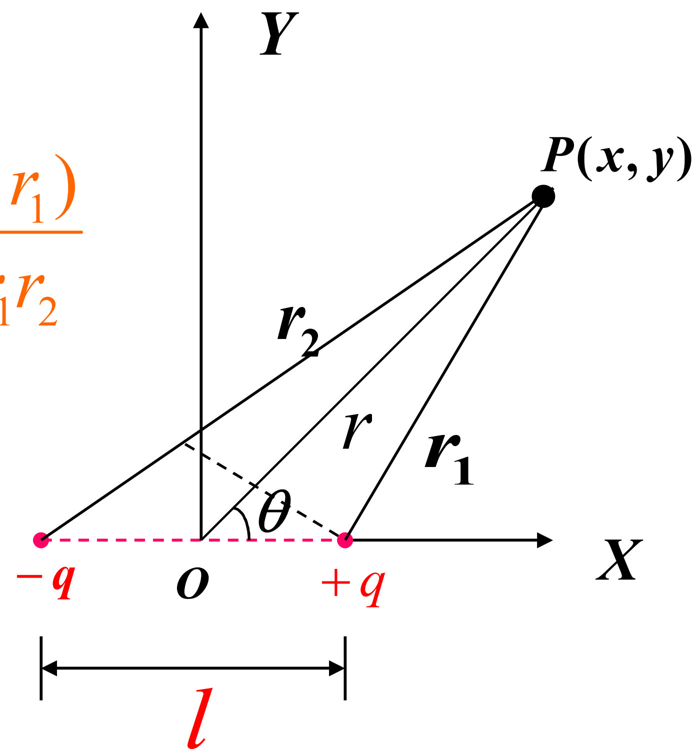
由点电荷电势公式，利用电势叠加原理计算

$$V = \begin{cases} \sum V_i = \sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} \\ \int \mathrm{d}V = \int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r} \end{cases}$$

例1 (书7.8)求电偶极子电场中任一点*P*的电势

解：由叠加原理

$$V_P = V_1 + V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}$$



$$\because r >> l \quad r_2 - r_1 \approx l\cos\theta \quad r_1 r_2 \approx r^2$$

$$\therefore V_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l\cos\theta}{r^2}$$

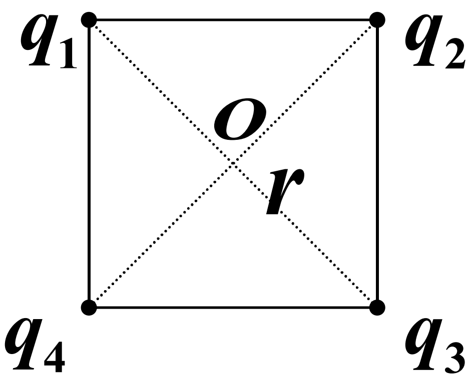
$$\boxed{V_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

其中 θ 为 $\vec{r}$ 和 $\vec{l}$ 之间的夹角，

$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$ 为单位向量

课堂练习：已知正方形顶点有四个等量的电点荷 $4.0\times10^{-9}\mathrm{C}$

r=5cm



①求 V_o

$$V_O = 4\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} = 28.8\times10^2\,\mathrm{V}$$

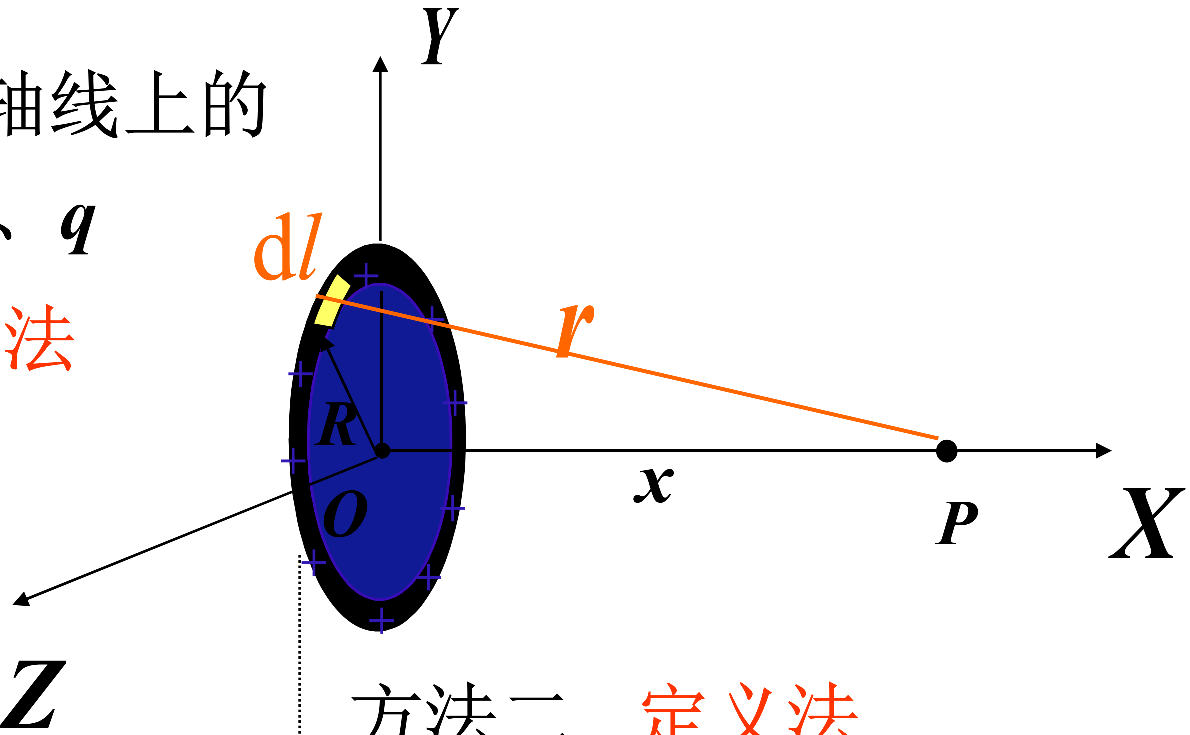
②将 $q_0 = 1.0\times10^{-9}\mathrm{C}$ 从 $\infty \longrightarrow O$ 电场力所做的功

$$W_{\infty 0} = q_0(V_\infty - V_0) = q_0(0 - 28.8\times10^2) = -28.8\times10^{-7}(\mathrm{J})$$

③求该过程中电势能的改变

$$W_{\infty 0} = \mathscr{E}_\infty - \mathscr{E}_0 = -28.8\times10^{-7}(\mathrm{J}) < 0$$ 电势能 ↑

例2求均匀带电圆环轴线上的电势分布。已知：$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{q}$



解:方法一 电势叠加法

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$=\frac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_P=\int\mathrm{d}V=\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{2\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$

方法二 定义法

由电场强度的分布

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$V=\int_{x_p}^{\infty}E\mathrm{d}x=\int_{x_p}^{\infty}\frac{qx\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

例3 求均匀带电球面电场中电势的分布，已知R，q

定义法

由高斯定理求出场强分布 $E=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}$

由定义 $$V=\int_P^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$r<R$

$$V=\int_r^R\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_R^{\infty}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=0+\int_R^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$r>R$

$$V=\int_r^{\infty}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

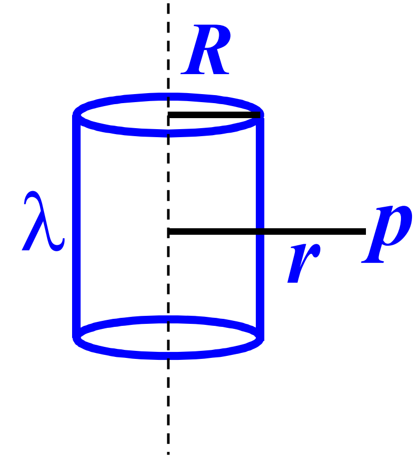
例4: 求无限长圆柱面(线电荷密度λ) 的电势

电场分布: $E_1 = 0, \quad r < R \qquad E_2 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, \quad r > R$

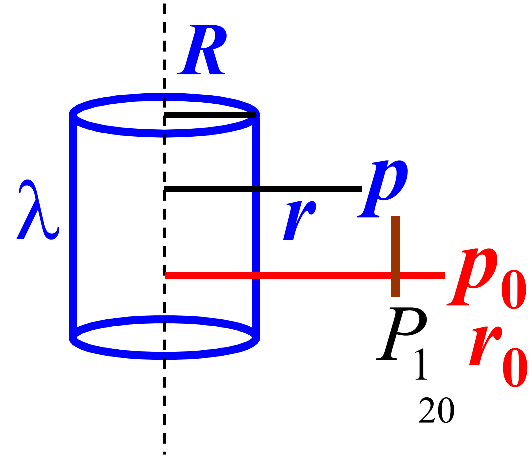
电势分布: **选 p_0 $(r = r_0)$ 点为电势零点**

$r > R:$

$$U(r) = \int_P^{P_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} + \int_{P_1}^{P_0} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$



$$= \int_{P_1}^{P_0} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{r_0} E\,\mathrm{d}r = \int_r^{r_0} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\mathrm{d}r$$

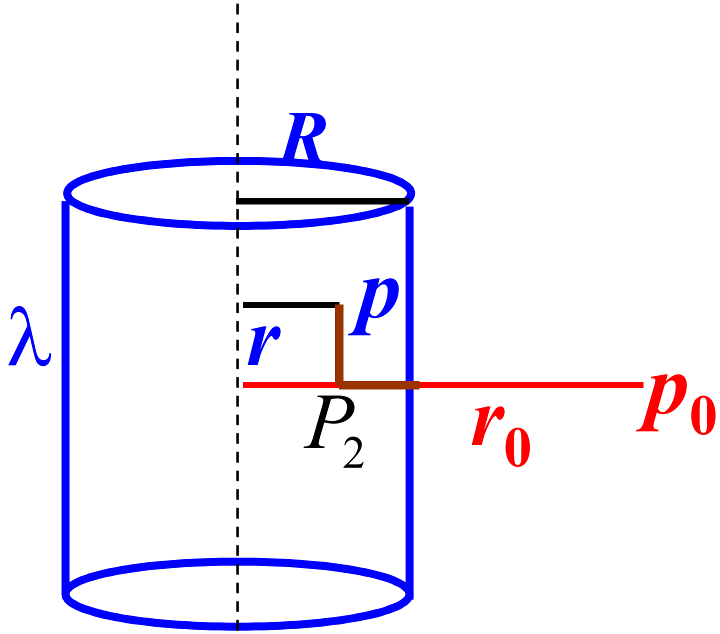


电势定义 $$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$$

电场分布:

$$E_1 = 0, \quad r < R$$

$$E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, \quad r > R$$

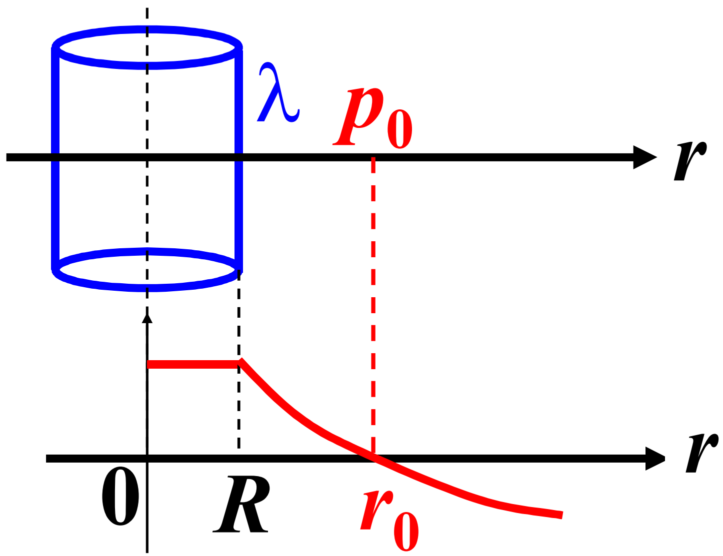


$r < R:$

$$U(r) = \int_P^{P_0} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = \int_P^{P_2} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{r} + \int_{P_2}^{柱面} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{r} + \int_{柱面}^{P_0} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{r}$$

$$= \int_{柱面}^{P_0} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = \int_R^{r_0} E_2 \mathbf{d}r = \int_R^{r_0} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathbf{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_0}{R}\right)$$

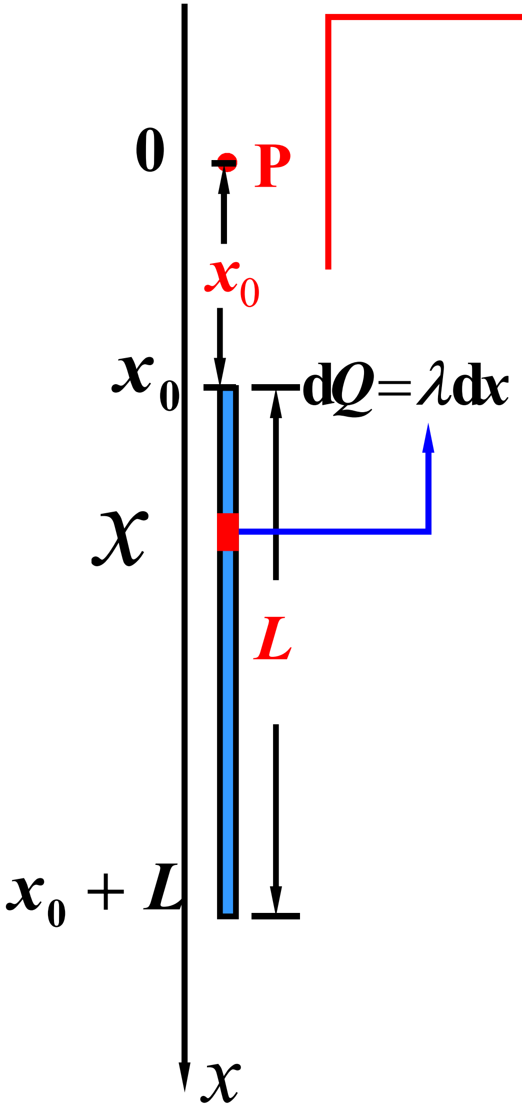
$$U(r)=\begin{cases}\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\dfrac{r_0}{R}), & r<R\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\dfrac{r_0}{r}), & r>R\end{cases}$$



电势零点不能选在无限远！

例5. 均匀带电细棒，长 L，电荷线密度 λ，求：沿线、距离一端 x_0 米处的电势。

选无穷远电势零点



解：

$$\mathrm{d}U=\frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 x}=\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

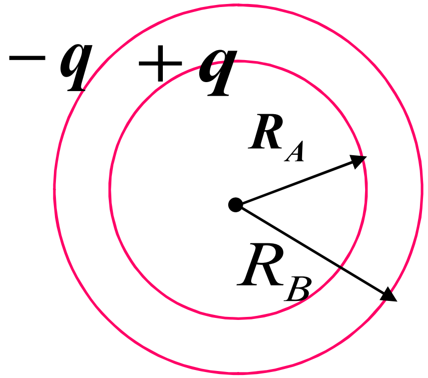
$$U=\int\mathrm{d}U=\int_{x_0}^{x_0+L}\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln x\Big|_{x_0}^{x_0+L}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln(x_0+L)-\ln x_0\right]$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{x_0+L}{x_0}$$

课堂练习：1.求等量异号的同心带电球面的电势差

已知$+q$、$-q$、R_A、R_B



解：由高斯定理

$$E=\begin{cases}0 & r<R_A \quad r>R_B \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & R_A<r<R_B\end{cases}$$

由电势差定义

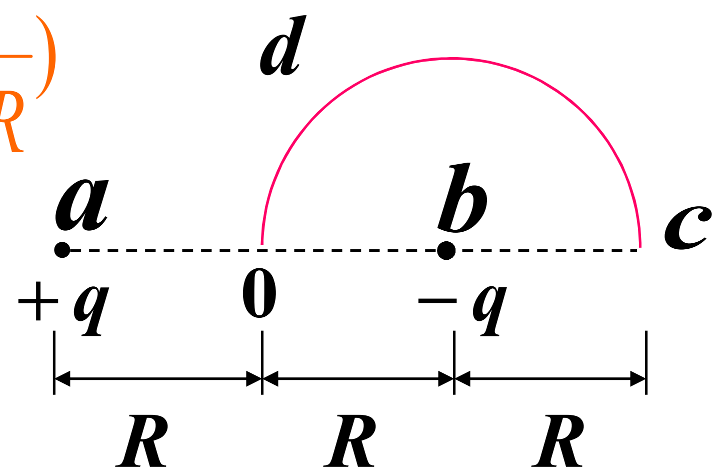
$$V_{AB}=V_A-V_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_A}^{R_B}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

2.如图已知$+q$ 、$-q$、R

①求单位正电荷沿odc 移至c ，电场力所做的功

$$W_{oc} = V_o - V_c = 0 - \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 3R} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}\right)$$

$$= \frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$



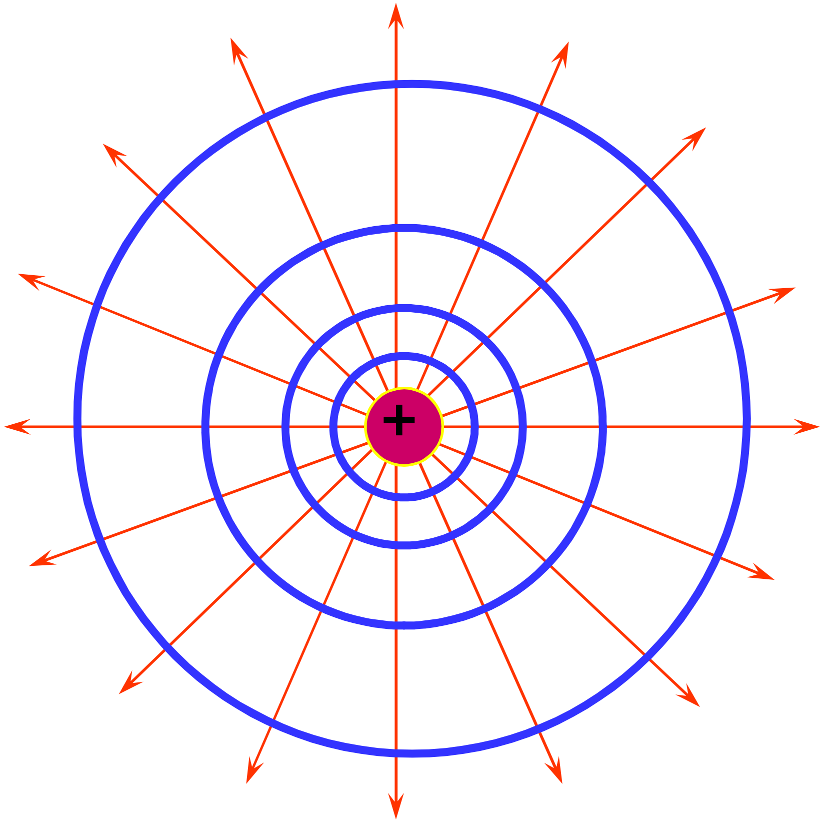
② 将单位负电荷由 $\infty \longrightarrow 0$电场力所做的功

$$W_{\infty O} = V_\infty - V_o = 0$$

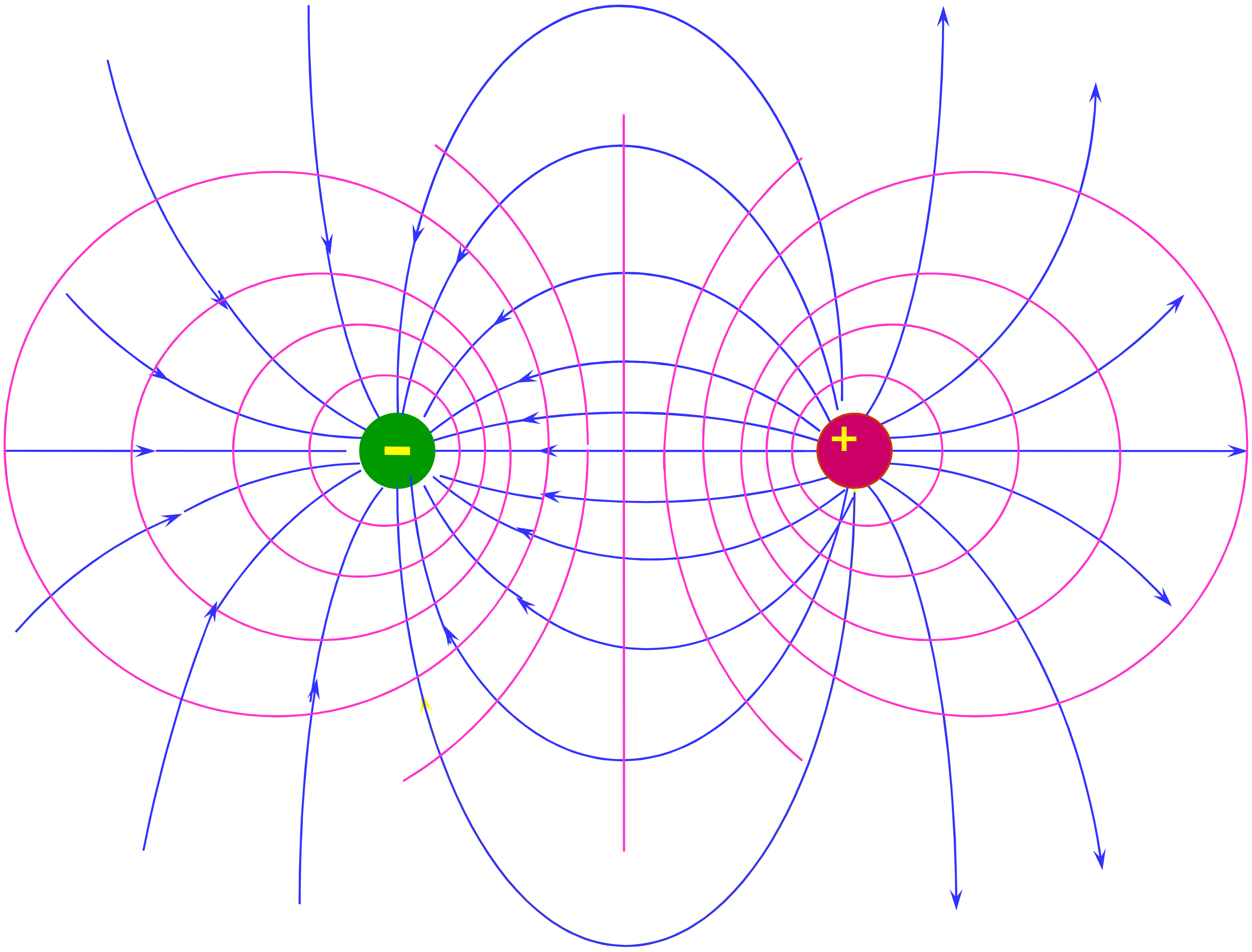
四、 等势面、场强和电势的微分关系

1.等势面： 电场中电势相等的点组成的曲面

正点电荷的等势面

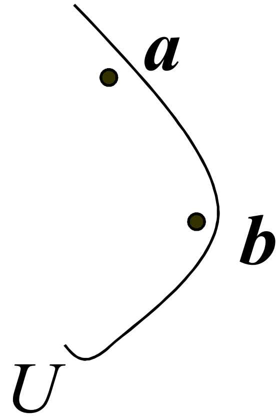


电偶极子的等势面



等势面的性质

(1)等势面与电场线处处正交；**(2)**电场线指向电势降落的方向;**(3)**在等势面上移动电荷，电场力不作功；



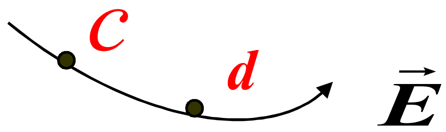
★***a*,*b***为等势面上任意两点，移动***q***从***a***到***b***

$$\because V_a = V_b \qquad W_{ab} = q(V_a - V_b) = 0$$

★令***q***在面上有元位移 $\mathrm{d}\vec{r}$

$$\mathrm{d}W = q\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = qE\cos\theta\,\mathrm{d}r = 0 \qquad \therefore \theta = \frac{\pi}{2}$$

★沿电场线移动 $+q$



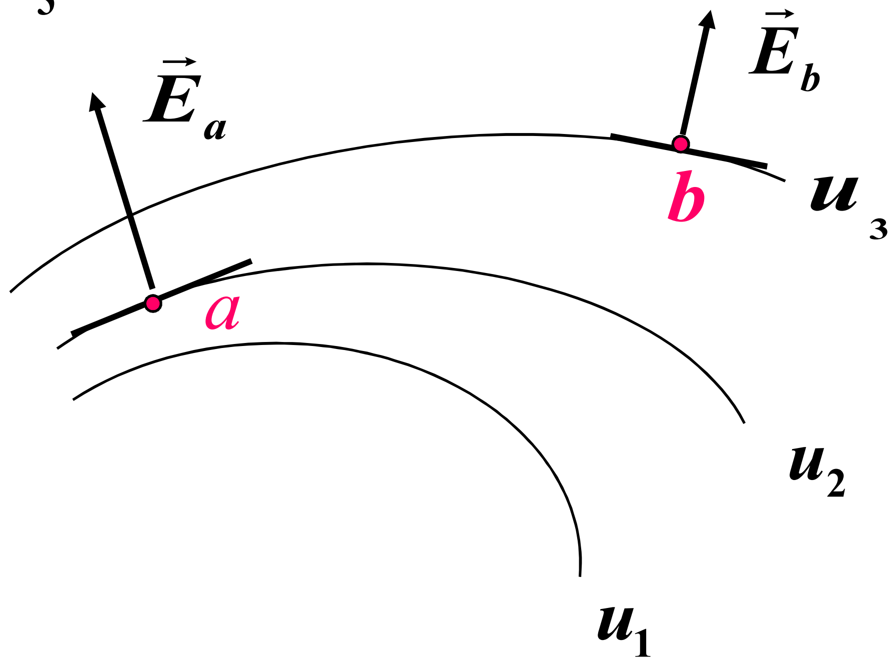
$$W_{cd} = \mathscr{E}_c - \mathscr{E}_d = q(V_c - V_d) > 0 \qquad \therefore V_c > V_d$$

(4) 等势面较密集的地方场强大，较稀疏的地方场强小。

规定:场中任意两个相邻的等势面间的电势差相等

课堂练习：由等势面确定a、b点的场强大小和方向

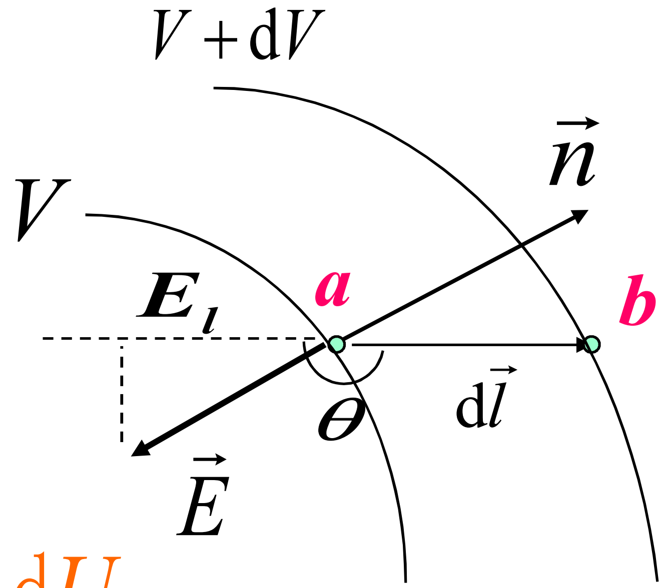
已知 $u_1 - u_2 = u_2 - u_3 > 0$



2.场强和电势的微分关系

单位正电荷从 *a*到 *b*电场力的功

$$\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = E\cos\theta\ \mathrm{d}l = U-(U+\mathrm{d}U)$$



$$E\cos\theta \mathrm{d}l = -\mathrm{d}U$$

$\boxed{\vec{E}\text{在 } \mathrm{d}\vec{l}\text{ 方向上的分量}}$

$$E_l \mathrm{d}l = -\mathrm{d}U$$

电场强度沿某一方向的分量 $E_l = -\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}$ 沿该方向电势的变化率的负值

一般 $U = U(x, y, z)$

所以 $E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$, $E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

$$\therefore \vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

$$= -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

U的梯度: $\mathrm{grad}U$ 或 ∇U

$$\therefore \vec{E} = -\mathrm{grad}U = -\nabla U$$

$\vec{E}$的方向与U的梯度反向，即指向U降落的方向

例6．利用场强与电势梯度的关系， 计算均匀带电细圆环轴线上一点的场强。

解：
$$U=U(x)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\therefore E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E_y=E_z=0$$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(R^2+x^2)^{3/2}}\vec{i}$$

例7.（书例7.9）计算电偶极子电场中任一点的场强

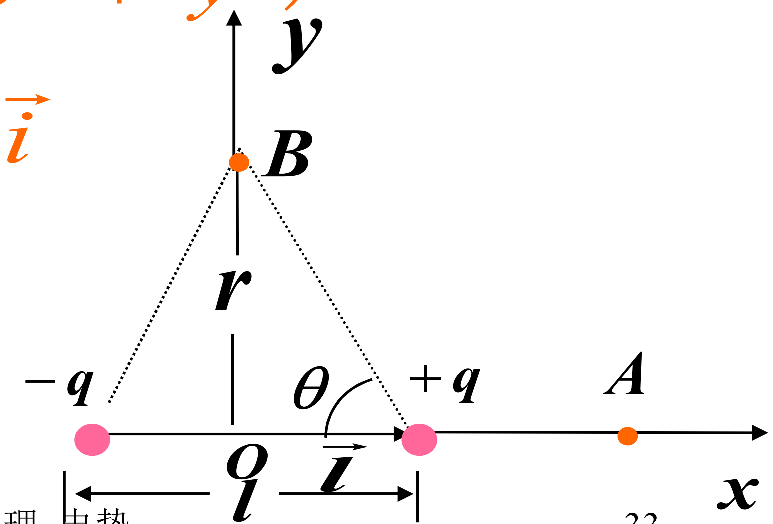
解：
$$U = U(x, y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{px}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{px}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\right)$$

$$E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{px}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\right)$$

***B*点(*x*=0)** $\vec{E} = -\dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 y^3}\vec{i}$

***A*点(*y*=0)** $\vec{E} = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon_0 x^3}\vec{i}$

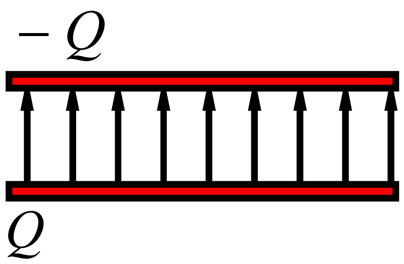


思考题下例说法对否？举例说明。

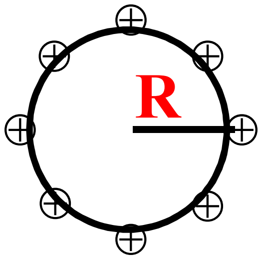
$$U_p = \int_p^{0\text{势}} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

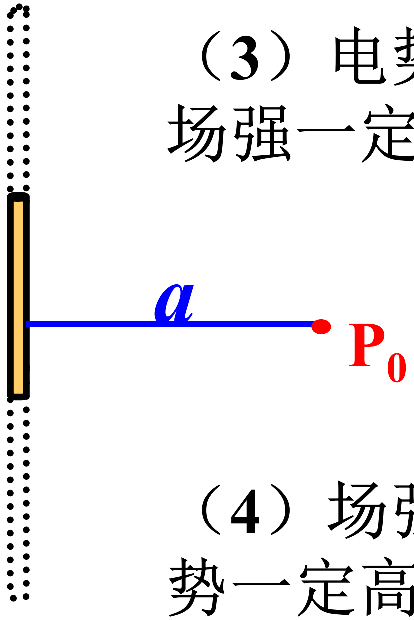
$$-\nabla U = \vec{E}$$

（1）场强相等的区域，电势处处相等？



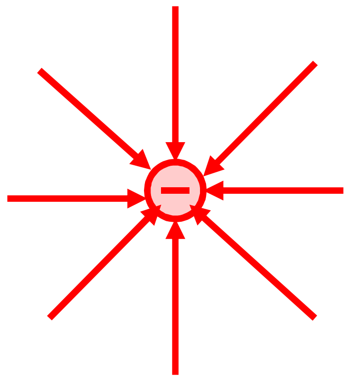
（2）场强为零处，电势一定为零？





（3）电势为零处，场强一定为零？

（4）场强大处，电势一定高？



关于高斯定理的理解有以下说法，判断正误

1.如果高斯面上场强处处为零，则该面内无电荷

2.如果高斯面内无电荷，则高斯面上场强处处为零

3.如果高斯面上场强处处不为零，则该面内必有电荷

4.如果高斯面内有净电荷，则通过高斯面的电通量不为零

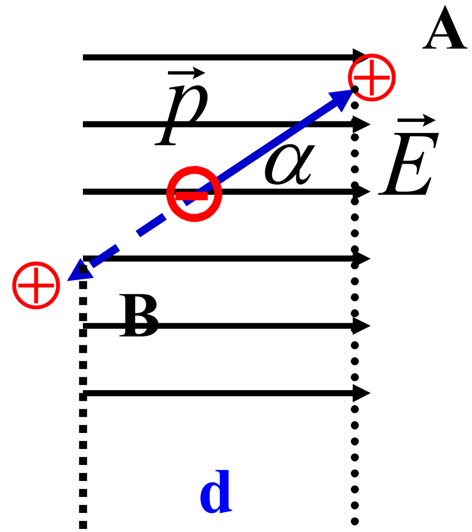
5.高斯定理仅适宜具有高度对称性的电场

$$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

偶极矩为$\vec{p}$的电偶极子放在场强为$\vec{E}$的均匀外电场中，$\vec{p}$与$\vec{E}$的夹角为α。偶极子在平面内沿α 角增大方向转过180^0的过程中，电场力作功多少？

相当于将正电荷从**A**点移动到**B**点

电场力所作的功



$$A = q(U_A - U_B)$$

$$= -qEd$$

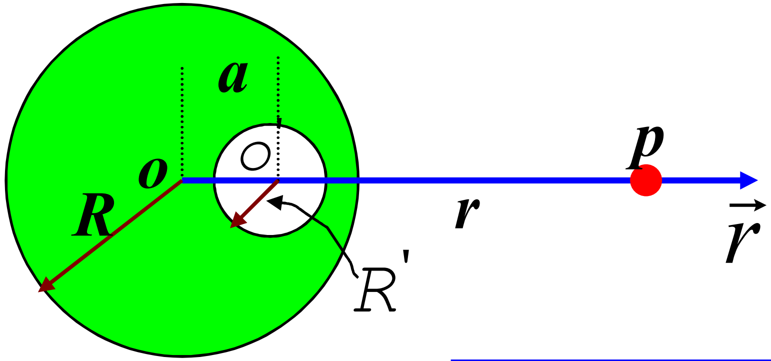
$$= -2qlE\cos\alpha$$

$$= -2p_e E\cos\alpha$$

$$d = 2l\cos\alpha$$

半径为R、电荷密度为ρ 的均匀带电球体内部，有一个不带电的球形空腔，空腔半径为R'，两球心距离为a，求P点处的场强。

解：视为带正电荷的大球和带负电荷的小球产生的场叠加



$$E_+ = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

指向右方

$$r_- = r - a$$

$$E_- = \frac{Q_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R'^2 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2}$$

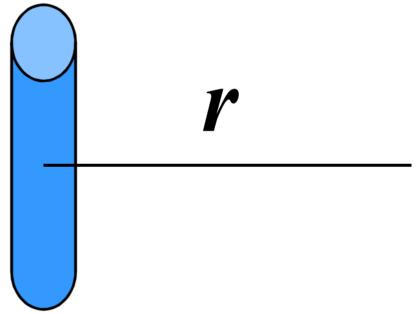
指向左方

$$E_p = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{R^3}{r^2} - \frac{R'^3}{(r-a)^2}\right]$$

均匀带电圆柱面

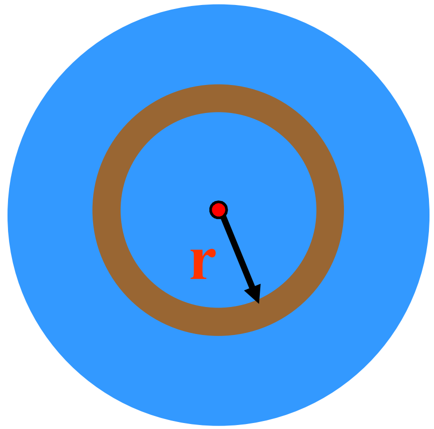
$r \ll L$ 无限长圆柱面

$r \gg L$ 点电荷



不均匀带电球体 $\rho = Ar$

同一球壳上体密度相同



$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V = Ar \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

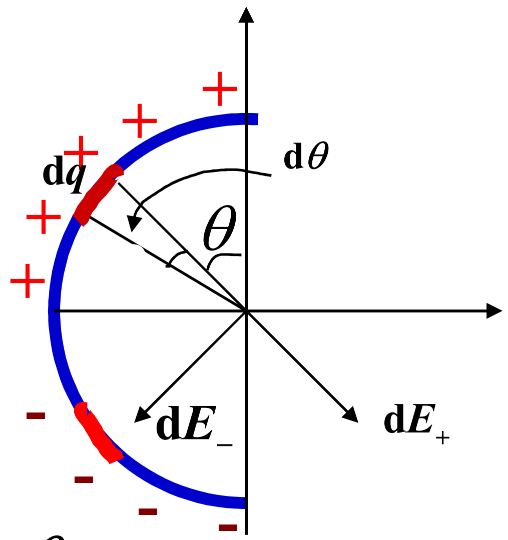
$$Q = \int \mathrm{d}q = A\pi r^4$$

绝缘细棒弯成半径为R的半圆形，上半段均匀带有电量Q，下半段均匀带有电量-Q。求半圆中心处的电场强度

解：取对称的电荷元

$$\mathrm{d}E_- = \mathrm{d}E_+ = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

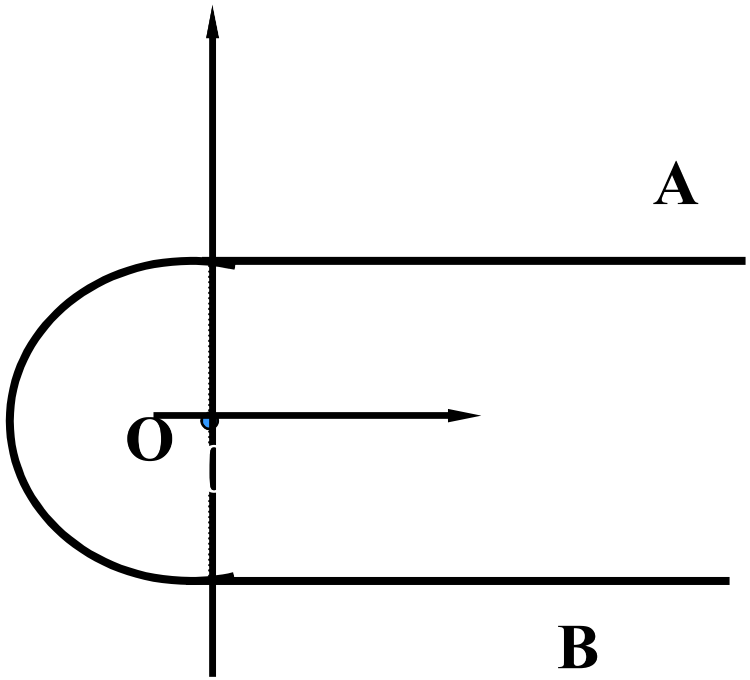
X方向分量相消，Y方向分量加强



$$E_y = -2\cdot\int \mathrm{d}E_+\cos\theta \quad = -2\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$= -2\int_0^{\pi/2}\frac{\lambda R\cos\theta\,\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \quad = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

已知 λ、$\boldsymbol{R}$ 求$\boldsymbol{E_O}$



$$\vec{E}_A = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i} - \vec{j})$$

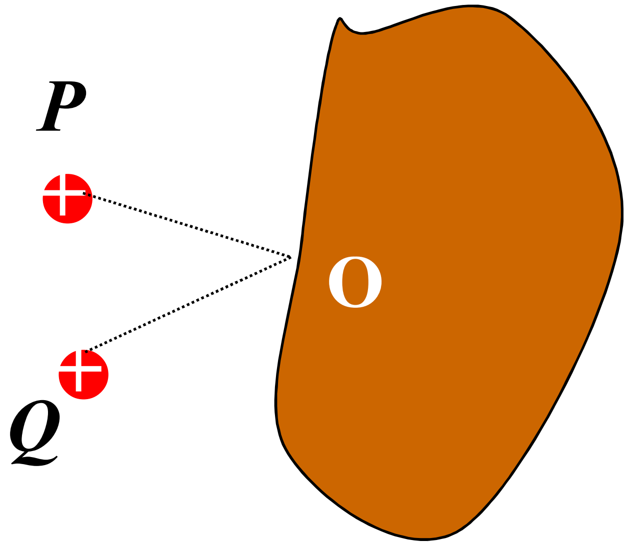
$$\vec{E}_B = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$$

$$\vec{E} = 0$$

◆高斯面*S*外一点电荷从*P*移到*Q*（*OP*=*OQ*）

*O*为*S*面上一点，则



1.穿过*S*的电通量发生变化，

*O*处场强改变。

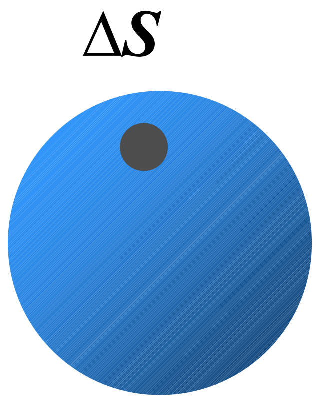
2.电通量不变，场强改变

3.电通量改变，场强不变

4.电通量不变，场强不变

$$F = \mathrm{d}q\boxed{E}$$

小面元所在处的其它电荷产生的场强



$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$\vec{E}_1$—小面元的电场

$\vec{E}_2$ —剩余的电荷产生 的电场

$$E_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ 无限大平面的场

$$E_2 = E_0 - E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$F = \mathrm{d}qE_2 = \sigma\Delta S\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2\Delta S}{\varepsilon_0}$$