静电场习题课

一、基本内容

1、掌握描述静电场的两个基本物理量：电场强度和电势，并会进行相应的求解。掌握二者的积分关系，了解二者微分关系。

2、理解反映静电场基本性质的两条定理：静电场中的高斯定理和场强环路定理。并会运用高斯定理计算某些对称分布体系的电场强度。

3、理解静电平衡条件、静电平衡时导体的性质以及静电屏蔽原理。

4、了解电介质的分类、极化机理；知道电位移矢量、极化强度、电场强度三者的关系；理解介质中的高斯定理并会运用它求解有电介质存在的电场问题。

5、理解电容的物理意义、会计算典型电容器的电容。

6、掌握电场能量和能量密度的概念，并会进行简单计算。

▪ 计算场强的方法：

1. 场强叠加法：利用点电荷场强公式及场强叠加原理

（1）电荷呈离散分布的点电荷系；
（2）电荷连续分布的带电体；
（3）几个带电体的组合。

2. 高斯定理求场强——仅限于具有高度对称性的电场

（1）电荷呈均匀球对称分布的体系；
（2）电荷均匀轴对称分布的体系；
（3）电荷呈均匀面对称分布的体系。

3. 电势微分求场强

■ 计算电势的方法：

1. 电势叠加法：利用点电荷电势公式及电势叠加原理

（1）电荷呈离散分布的点电荷系；
（2）电荷连续分布的带电体；
（3）几个带电体的组合。

2. 场强积分法（定义法）：场强分布已知

$$U_P = \int_P^{\infty（0势）} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

- 电通量的计算：

1. 直接由定义出发，计算均匀电场中通过平面的电通量

2. 利用高斯定理，构造闭合曲面，求某些均匀电场中曲面的电通量或者非均匀电场中平面的电通量

- 电容的计算：

典型电容器电容的计算

- 电场能量的计算：

1、利用电容器储能公式计算电容器储存的电场能量

2、利用能量密度积分计算某些对称电场的电场能量

二、问题讨论

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum q_{i(S内)}}{\varepsilon_0}$$

1、下列说法正确的是：

A 闭合曲面上各点电场强度都为零时，曲面内一定没有电荷；

B ✓ 闭合曲面上各点电场强度都为零时，曲面内电荷的代数和必定为零；

C 闭合曲面的电通量为零时，曲面上各点的电场强度必定为零；

D 闭合曲面的电通量不为零时，曲面上任意一点的电场强度都不可能为零。

2、若穿过球形高斯面的电场强度通量为零，则

A 高斯面内一定无电荷；

B ✓ 高斯面内无电荷或正负电荷的代数和为零；

C 高斯面上场强一定处处为零；

D 以上说法均不正确。

3、高斯面*S*外一点电荷从*P*移到*Q*（*OP*=*OQ*）*O*为*S*面上一点，则

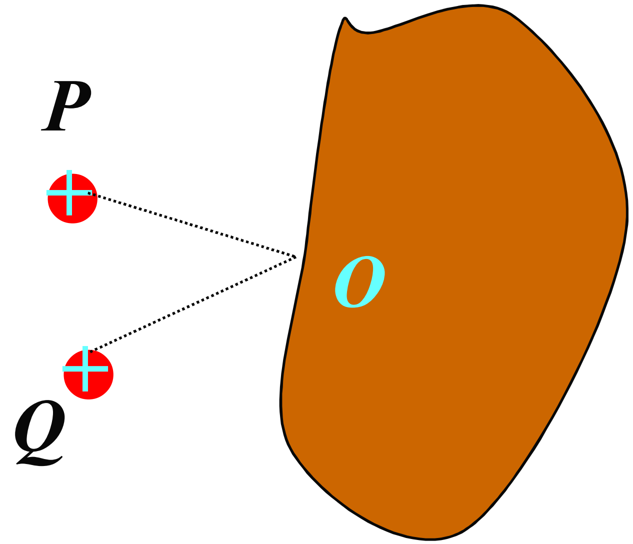
1.穿过S的电通量发生变化，

O处场强改变。

2.电通量不变，场强改变

3.电通量改变，场强不变

4.电通量不变，场强不变



4、判断下列说法正确与否

A 电场强度为零的点，电势也一定为零；

B 电场强度不为零的点，电势也一定不为零；

C 电势为零的点，电场强度也一定为零；

D 电势在某一区域为常量，则电场强度在该区域内必定为零；

E 电场强度相等的区域内，电势必定处处相等。

5、在均匀电场中，下列哪种说法是正确的

A 各点电势相等；

B 各点电势梯度相等；

C 电势梯度沿场强方向增强；

D 电势梯度沿场强方向减少。

$$U_P = \int_P^{\infty（0势）} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}\, , \quad \vec{E} = -\nabla U$$

6、电荷分布在有限空间内，则任意两点$\mathbf{P_1}$、$\mathbf{P_2}$之间的电势差取决于

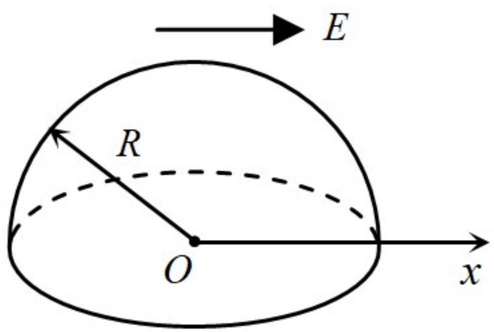
A 从$\mathbf{P_1}$移到$\mathbf{P_2}$的试探电荷电量的大小；

B $\mathbf{P_1}$和$\mathbf{P_2}$处电场强度的大小；

C 由$\mathbf{P_1}$移到$\mathbf{P_2}$电场力对单位正电荷所作的功；

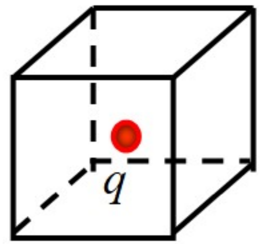
D 试探电荷由$\mathbf{P_1}$移到$\mathbf{P_2}$的路径。

7、有一电场强度为 E 的均匀电场， E 的方向与 O x轴正方向平行， 则穿过如图所示的半球面的电通量为

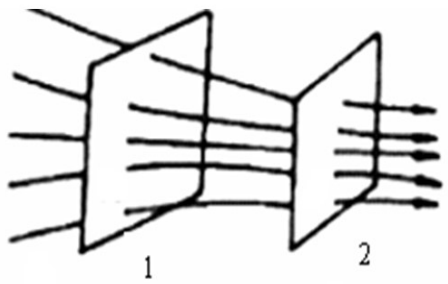


A $\pi R^2 E$ ； B $\frac{1}{2}\pi R^2 E$； C $2\pi R^2 E$； D ✓ 0。

8、在边长为 a 的正立方体中心有一个电量为 q 的点电荷，则通过该立方体任一面的电通量为($\frac{q}{6\varepsilon_0}$)



9、同一束电场线穿过大小不等的两个平面 1 和 2, 如图所示。则两个平面的 E 通量和场强关系是：



A. $\Phi_1 > \Phi_2 \quad E_1 = E_2$； B. $\Phi_1 < \Phi_2 \quad E_1 = E_2$；

C. $\Phi_1 = \Phi_2 \quad E_1 > E_2$； D. ✓ $\Phi_1 = \Phi_2 \quad E_1 < E_2$。

10、一个平行板电容器，充电后与电源断开，当用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大，则两极板间的电势差U_{12}、电场强度的大小E 、电场能量W_e将发生如下变化：

A U_{12}减小， E减小， W_e减小； B U_{12}增大， E增大， W_e增大；

C U_{12}增大， E不变， W_e增大； D U_{12}减小， E不变， W_e不变。

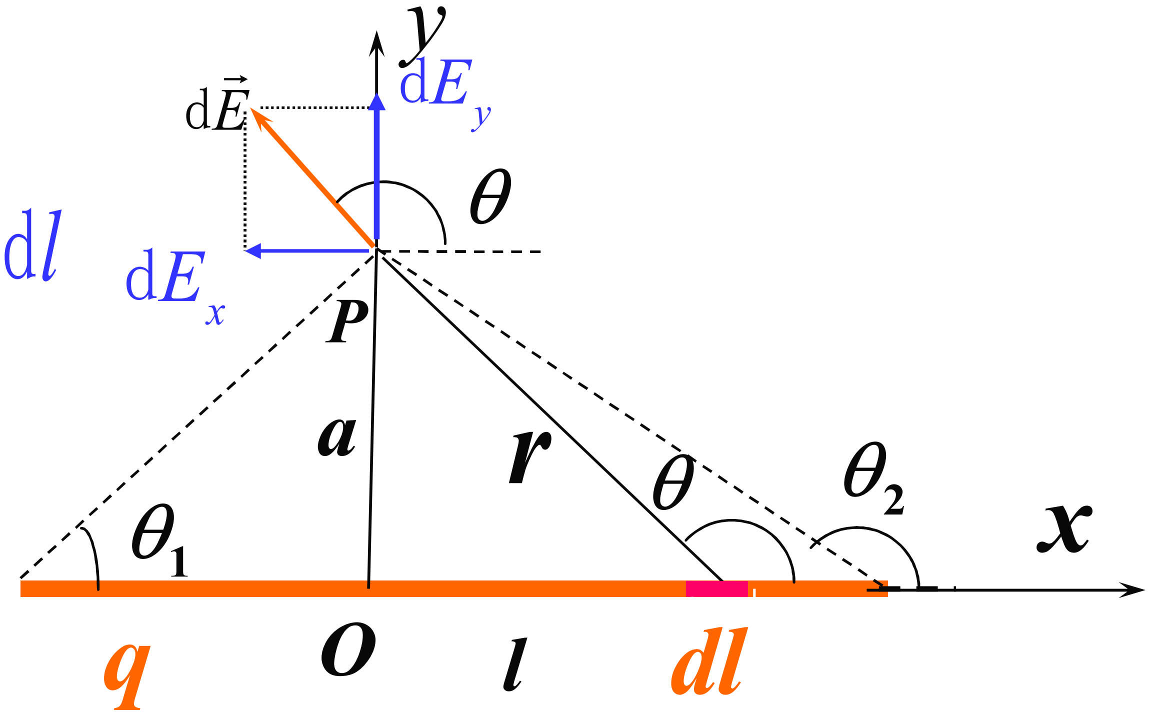
对于平行板电容器，还可以接到电源上保持与电源连接，重复上面的操作。还可以上述两种情形，插拔电介质、插拔金属板等操作。还可以考察串并联问题。

11、关于电容和电场能量的其他练习：

两个半径相同的金属球，一为空心，一为实心，把两者各自孤立时的电容值间的比较；再让它们带上相等的电荷量，比较电场能量；将金属球换成均匀带电球体（介质球），比较电场能量等。

三、解题指导

例1（7. 3 ） 求一均匀带电直线在P点的电场。已知：q、a、θ_1、θ_2、λ。



解题步骤

1. 选电荷元 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$

2.确定 $\mathrm{d}\vec{E}$的大小

$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}$$

3. 判断$\mathrm{d}\vec{E}$方向。建立坐标，

将 $\mathrm{d}\vec{E}$ 投影到坐标轴上 $\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta, \mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta$

4. 统一积分变量

选$\boldsymbol{\theta}$作为积分变量

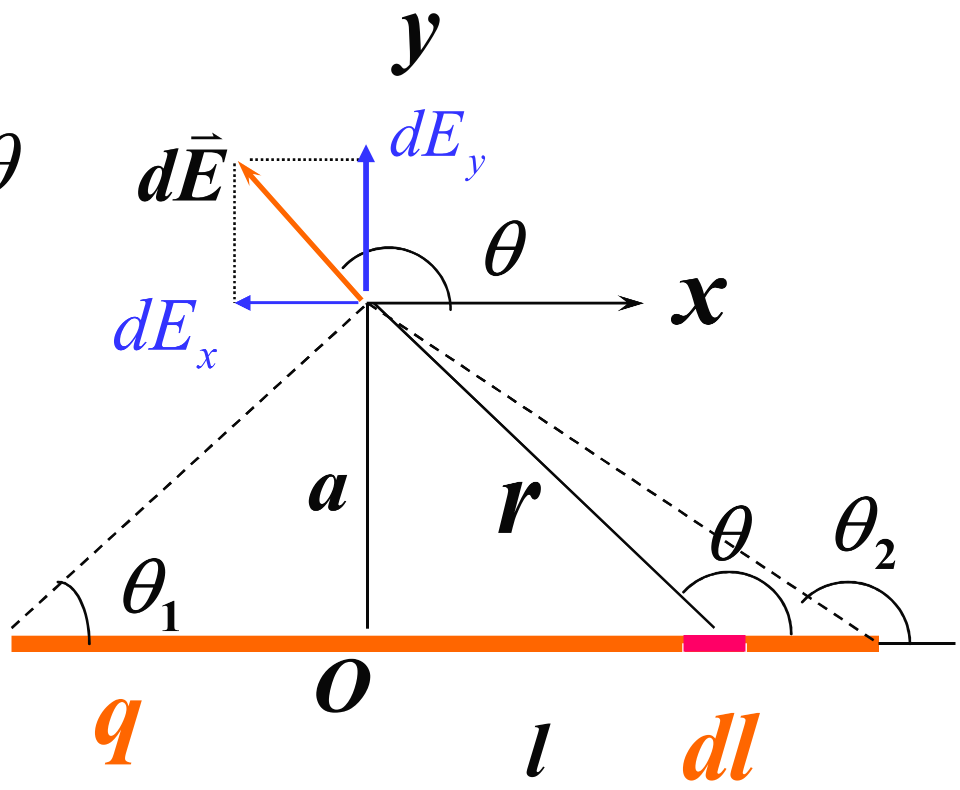
$$l = a\cot(\pi-\theta) = -a\cot\theta$$

$$\therefore\ \mathrm{d}l = a\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$r = \frac{a}{\sin\theta} = a\csc\theta$$

$$\mathrm{d}E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}\cos\theta$$

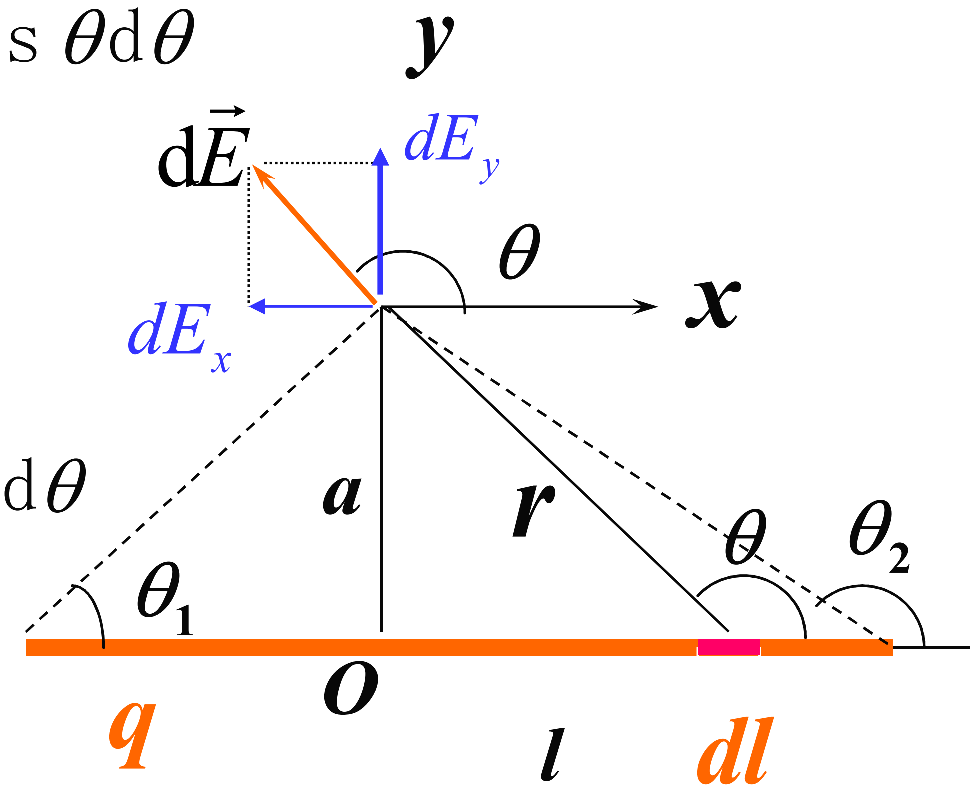
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta}{a^2\csc^2\theta}\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$



$$dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{r^2}\sin\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$



$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \qquad \arctan(E_y / E_x)$$

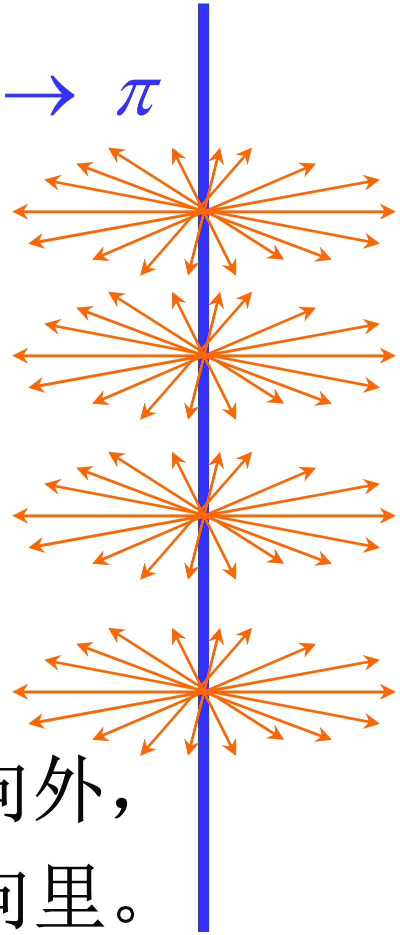
$$\vec{E}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)\vec{i}+\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\vec{j}$$

<u>讨论</u> 当直线长度$L\to\infty$ 或 $a\to 0$ $\begin{cases}\theta_1\to 0,\\ \theta_2\to\pi\end{cases}$

$$E_x=0,\quad E=E_y=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

无限长均匀带电直线的场强

$$\boxed{E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}}$$



当$\lambda>0,\quad E_y>0,\quad \vec{E}$方向垂直带电导体向外，

当$\lambda<0,\quad E_y<0,\quad \vec{E}$方向垂直带电导体向里。

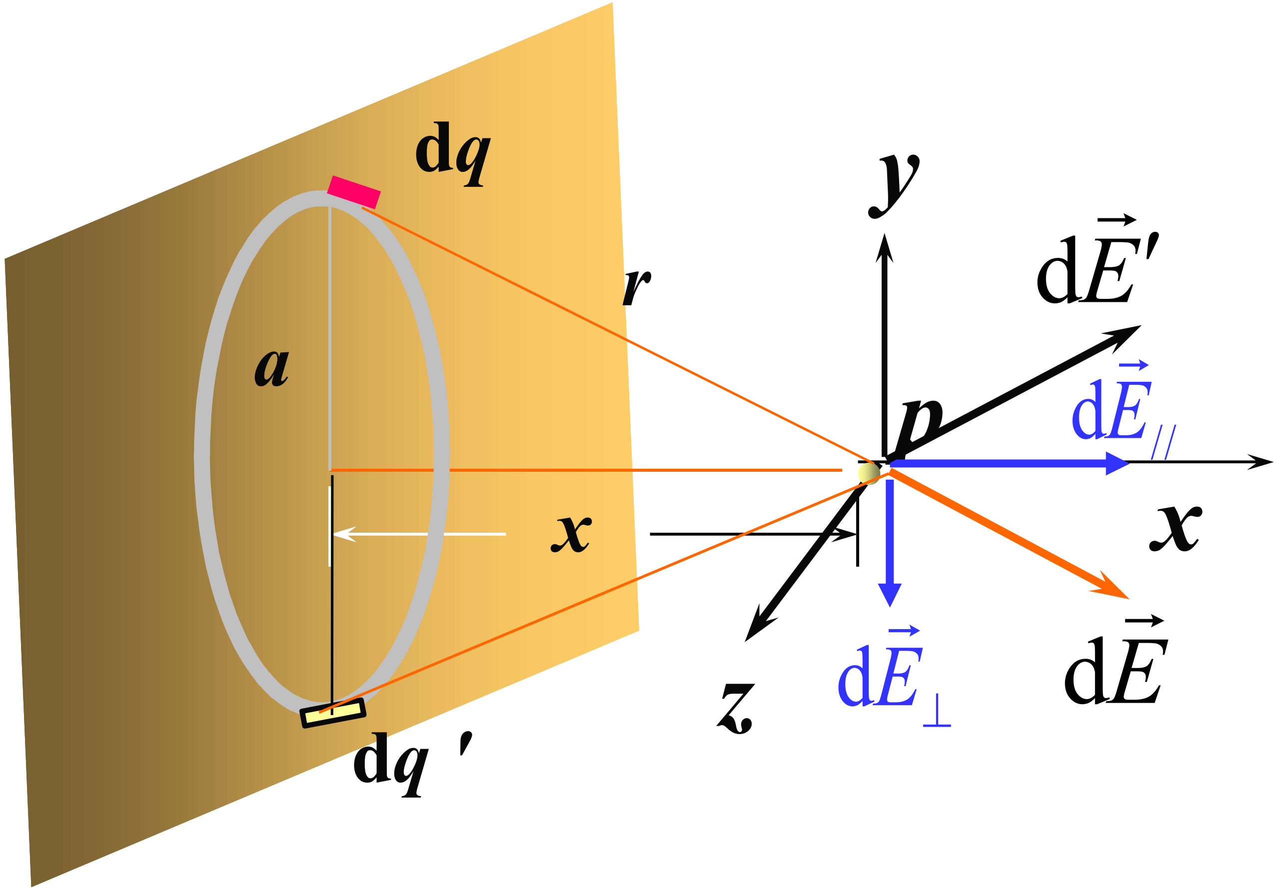
例2（7.4）求一均匀带电圆环轴线上任一点 ***x***处的电场。

已知： ***q*** 、***a*** 、 ***x***.

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$$

$$= \frac{q}{2\pi a}\mathrm{d}l$$

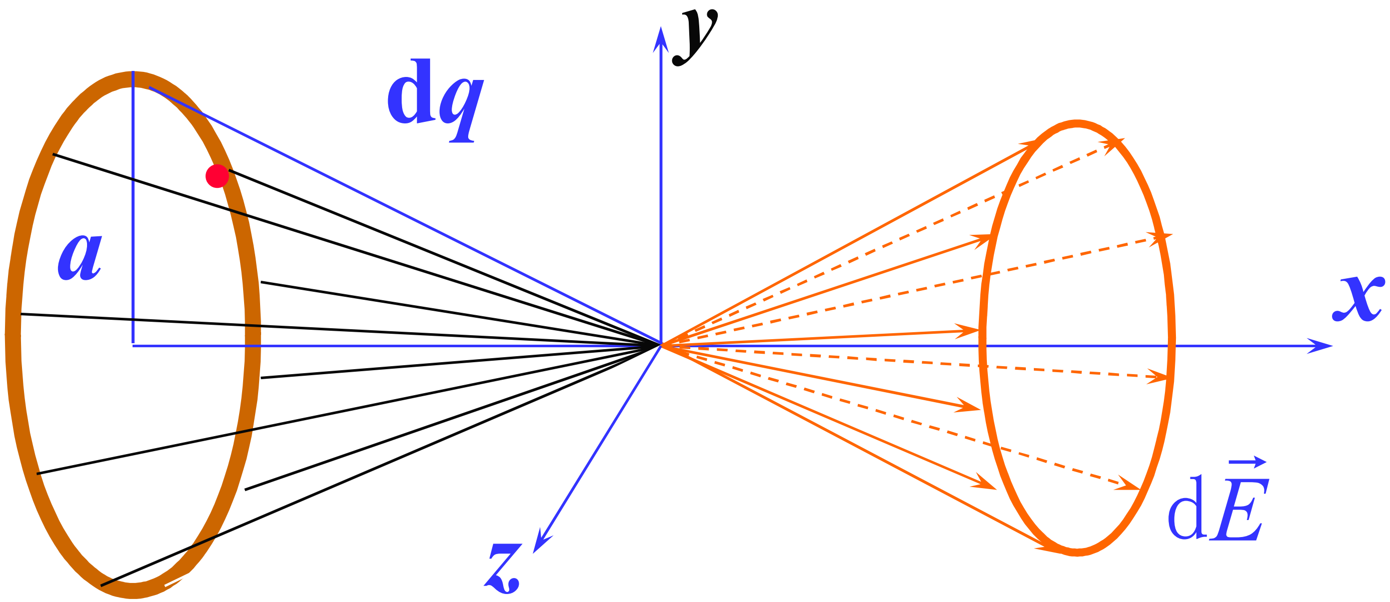
$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



$$\mathrm{d}\vec{E}' \quad \mathrm{d}\vec{E}_{//} \quad \mathrm{d}\vec{E}_{\perp} \quad \mathrm{d}\vec{E}$$

$$\mathrm{d}\vec{E}_{//} = \mathrm{d}E_x\vec{i} = \mathrm{d}E'_x\vec{i} \qquad \mathrm{d}\vec{E}_{\perp} = \text{-}\mathrm{d}\vec{E}'_{\perp}$$

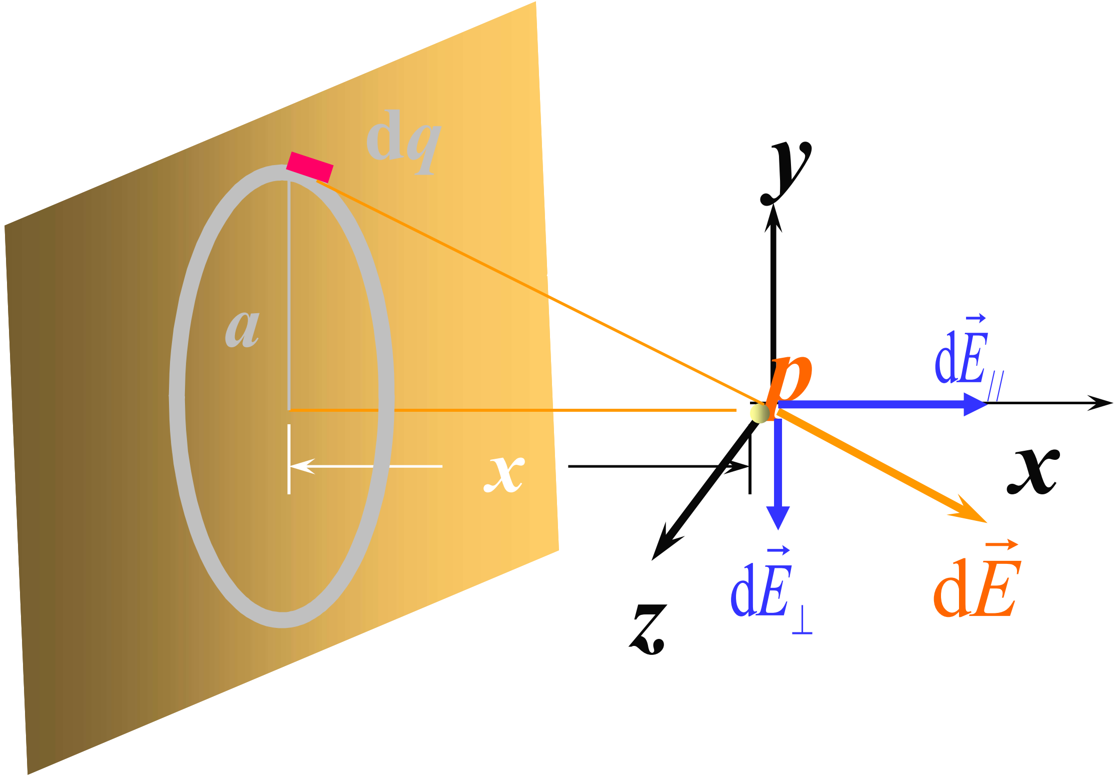
当dq位置发生变化时，它所激发的电场矢量构成了一个圆锥面。



由对称性分析可知，所有关于垂直于轴的分量抵消。

$$E=\int \mathrm{d}E_{//}$$

$$=\int \mathrm{d}E\cos\theta$$



$$\cos\theta = x/r$$

$$r=(a^2+x^2)^{1/2}$$

$$E=\oint_{2\pi a}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2\pi a}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{\vec{E}=\frac{xq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}}\vec{i}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{xq}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + a^2)^{3/2}} \vec{i}}$$

$q > 0$, $\vec{E}$ 沿x轴正向

$q < 0$, $\vec{E}$ 沿x轴负向

讨论：（1）当$x=0$,即在圆环中心处，$\vec{E} = 0$

当 $x \to \infty$, $\vec{E} = 0$

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 0 \text{时}, x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}, \quad E = E_{max} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} q}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 + \frac{a^2}{2})^{3/2}}$$

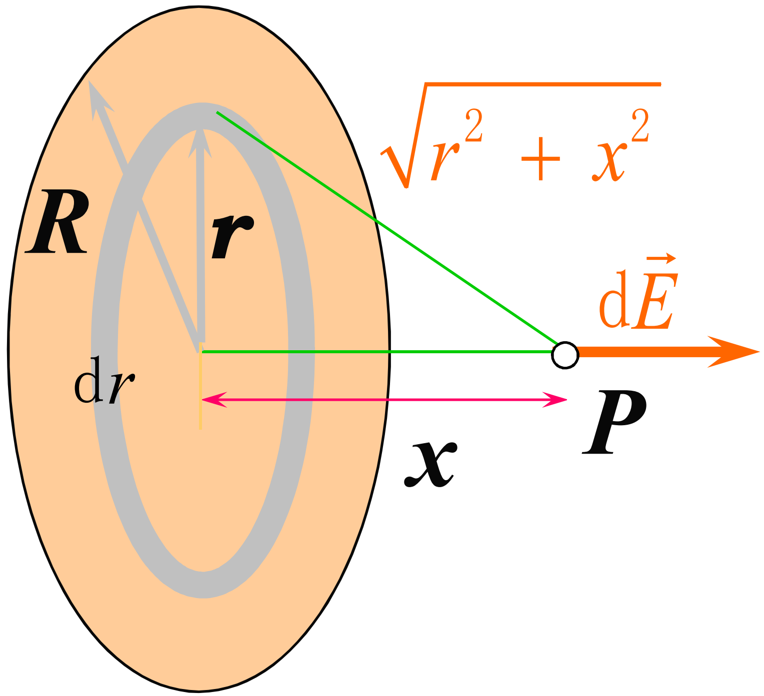
（2）当 $x >> a$ 时，$x^2 + a^2 \approx x^2$

点电荷概念的相对性

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x^2}$$ ----带电细圆环可视为点电荷

例3（**7.5** ）求均匀带电圆盘轴线上任一点的电场。

已知：$\boldsymbol{q}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{x}$　求：$\boldsymbol{E_p}$



解：细圆环所带电量为

$$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r,\quad \sigma=\frac{q}{\pi R^2}$$

由上题结论知：

$$\mathrm{d}E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\mathrm{d}q}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{x\sigma 2\pi r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)}$$

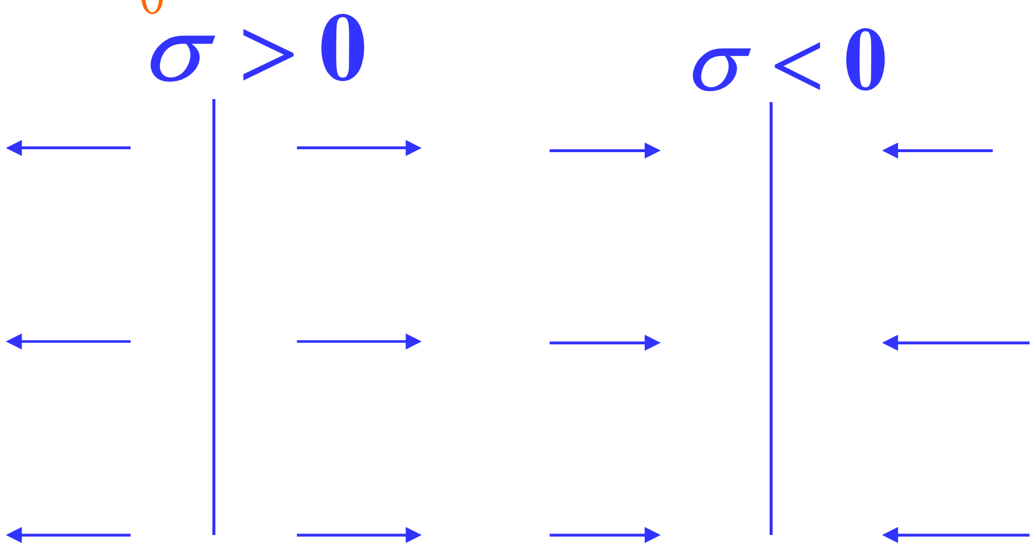
$$E=\int\mathrm{d}E=\int_0^R\frac{\sigma\ x}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right)}$$

讨论

1. 当$R>>x$时，即P点接近O点时

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ （无限大均匀带电平面的场强）



$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)}$$

2. 当*R*<<*x*

$$\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}=\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{x}\right)^2+\cdots\cdots$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)=\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{x}\right)^2-\cdots\cdots\right)\right]$$

$$\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

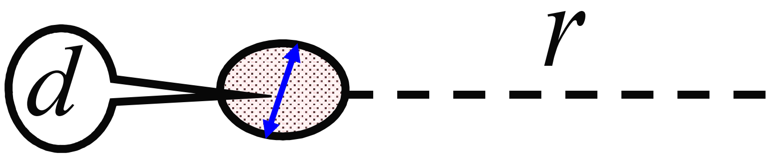
此时可视为点电荷的场强。

小结

理想模型

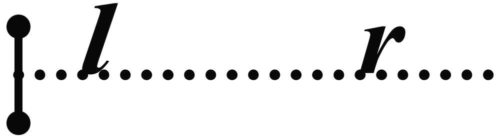
➢ 点电荷

$$r >> d$$

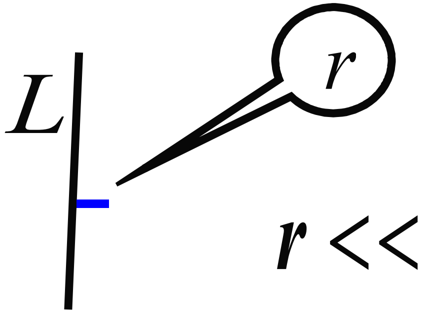


➢ 电偶极子

$$r >> l$$



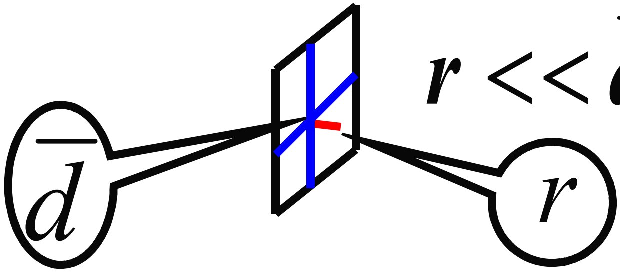
➢ 无限长带电线



$$r << L$$

➢ 无限大带电面

$$r << \bar{d}$$



带电体在外电场中所受的力

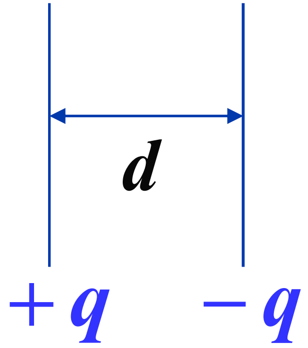
其他带电体激发的电场

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad \vec{F} = \int \vec{E}\,\mathrm{d}q$$

<u>课堂讨论</u>：如图已知±***q***、***d***、***S***

求两板间的作用力。

$$f \neq \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

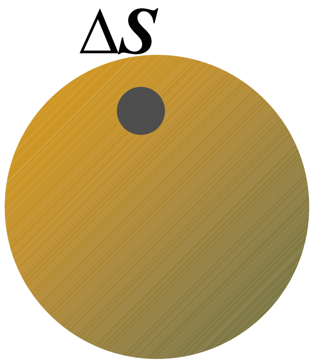


$$f = q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

练习2、半径为R的均匀带电球面，电荷面密度为σ，在球面上取小面元ΔS，则ΔS上的电荷受到的电场力为?

$$F = \mathrm{d}q\boxed{E}$$

小面元所在处以外的其它电荷产生的场强



$\vec{E}_1$—小面元的电场

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$\vec{E}_2$ —剩余的电荷产生 的电场

$$E_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

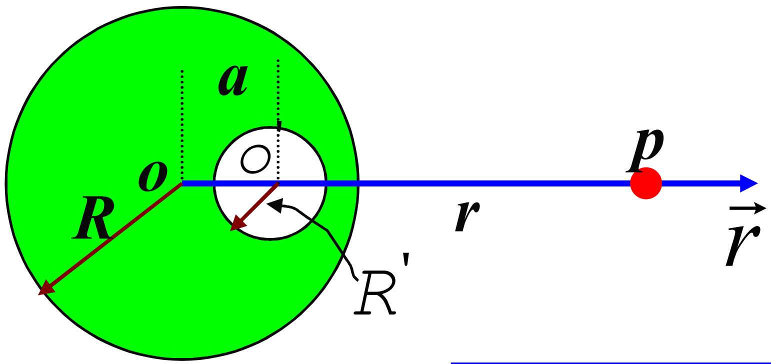
无限大平面的场

$$E_2 = E_0 - E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$F = \mathrm{d}qE_2 = \sigma\Delta S\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2\Delta S}{\varepsilon_0}$$

例**4.** 半径为R、电荷密度为ρ 的均匀带电球体内部，有一个不带电的球形空腔，空腔半径为R'，两球心距离为a，求P点处的场强。

解：视为带正电荷的大球和带负电荷的小球产生的场叠加



$$E_+ = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

指向右方

$$r_- = r - a$$

$$E_- = \frac{Q_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R'^3 \cdot \rho}{4\pi\varepsilon_0 r_-^2}$$

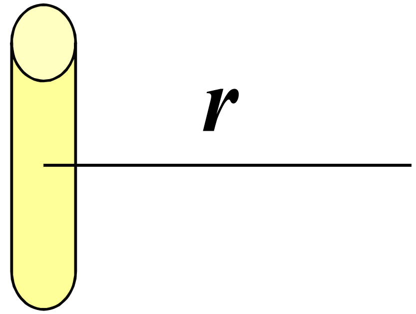
指向左方

$$\boxed{E_p = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{R^3}{r^2} - \frac{R'^3}{(r-a)^2}\right]}$$

均匀带电圆柱面

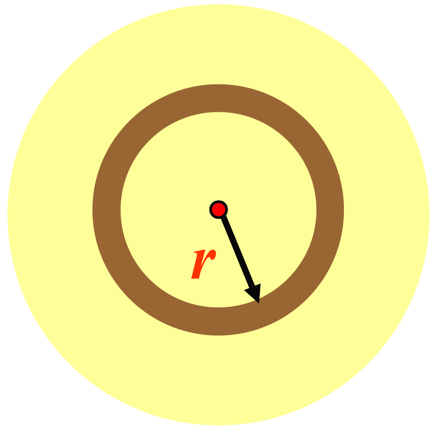
$r << L$ 无限长圆柱面

$r >> L$ 点电荷



不均匀带电球体 $\rho = Ar$

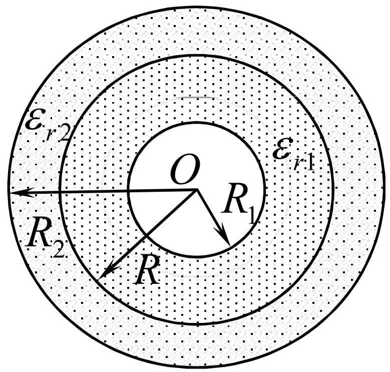
同一球壳上体密度相同



$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V = Ar \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

$$Q = \int \mathrm{d}q = A\pi r^4$$

例5. 如图所示，两个同心的薄金属球壳，内、外球壳半径分别为R_1和R_2。球壳间充满两层均匀电介质，两层电介质分界面的半径为R，它们的相对介电常数分别为ε_{r1}和ε_{r2}，内球壳带电量为Q，外球壳原来不带电。求：(1) 离球心为r处（$r < R_1$，$R_1 < r < R$，$R < r < R_2$, $r > R_2$）各点的电位移矢量的大小D和电场强度的大小E；(2) 两球壳之间的电势差U.



解:(1)对称性分析：分析自由电荷和电介质的分布----球对称分布

选任一半径为r的同心球面为高斯面，

由介质中的高斯定理 $\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i$ 得，

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = D\cdot 4\pi r^2$$

当$r<R_1$时， $\sum q_i = 0$ 所以有 $D_1 = 0, E_1 = 0$

当$R_1<r<R$时，$\sum q_i = Q,\qquad D\cdot 4\pi r^2 = Q$

所以有 $$D_2 = \frac{Q}{4\pi r^2},\ E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}$$

当$R<r<R_2$时，$\sum q_i = Q,\qquad D\cdot 4\pi r^2 = Q$

所以有 $$D_3 = \frac{Q}{4\pi r^2},\ E_3 = \frac{D_3}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}$$

当$r>R_2$时，$\sum q_i = Q,\qquad D\cdot 4\pi r^2 = Q$

所以有 $$D_4 = \frac{Q}{4\pi r^2},\ E_4 = \frac{D_4}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

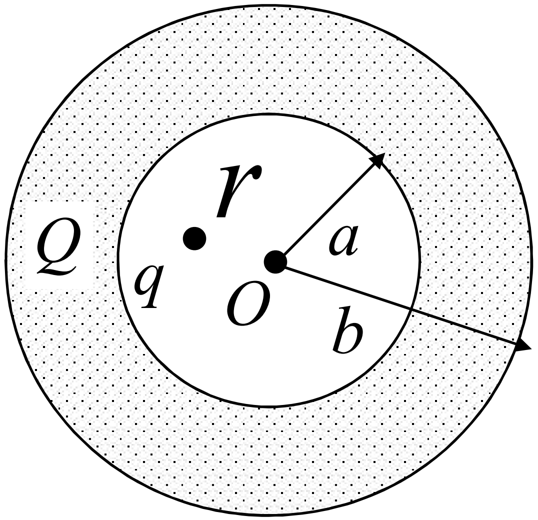
注意1：*D*与*E*的区别

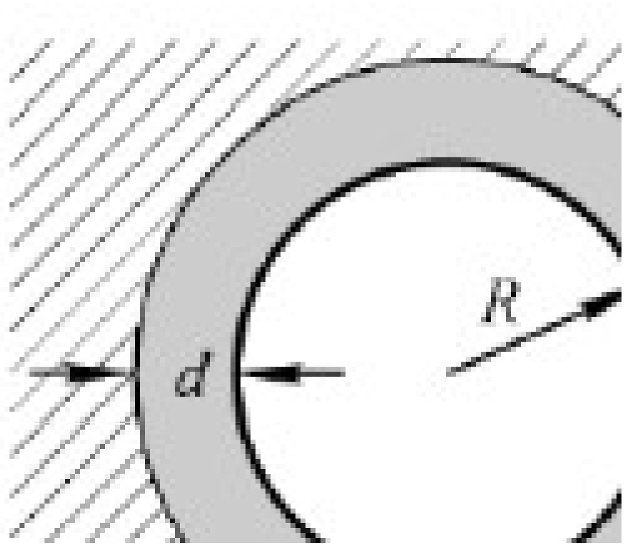
注意2：求解电势或电势差时*E*是否分段函数

(2)两球壳间电势差为

$$U = \int_{R_1}^{R} E_2 dr + \int_{R}^{R_2} E_3 dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}\right)$$

例5的推广1：各种球对称的组合加上介质的变化

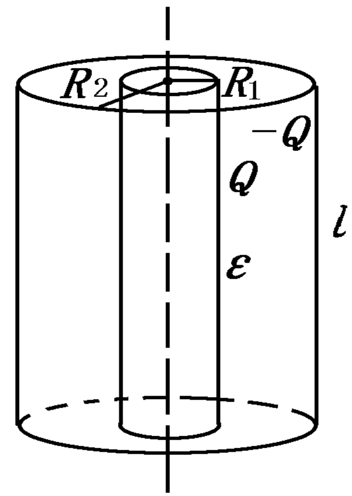




例5的推广2：将球对称体系推广练习轴对称体系及其组合

例6.两个同轴的金属圆柱面，长度均为***l***，半径分别为$\boldsymbol{R_1}$和$\boldsymbol{R_2}$ ($\boldsymbol{R_2} >$ $\boldsymbol{R_1}$)，且$\boldsymbol{l} >> (\boldsymbol{R_2} - \boldsymbol{R_1})$，两柱面之间充有介电常数$\boldsymbol{\varepsilon}$的均匀电介质。当两圆柱面分别带等量异号电荷***Q***和 **-*Q***时，求：**(1)**在电介质中任一点处的电位移矢量和电场强度的大小；**(2)**两圆柱面间的电势差；**(3)**圆柱形电容器的电容；**(4)**电介质中的总电场能量。（忽略边缘效应）

解:**(1)**对称性分析：轴对称分布



选任一半径为***r***、长为***l***的同轴圆柱面为高斯面，

由介质中的高斯定理得，$\displaystyle\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = D\cdot 2\pi rl$

在电介质内（$\boldsymbol{R_1}<\boldsymbol{r}<\boldsymbol{R_2}$）时，$\sum q_i = Q$

所以有 $$D = \frac{Q}{2\pi rl}, E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon rl}$$

(2)两圆柱面间电势差为

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{2\pi\varepsilon rl}dr=\frac{Q}{2\pi\varepsilon\, l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

(3)电容器的电容值为

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{2\pi\varepsilon\, l}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

注意：影响电容器电容的因素

(4)电介质内的电场能量为

$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\, l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

思考**1**：有没有其他方法计算电场能量和电容？

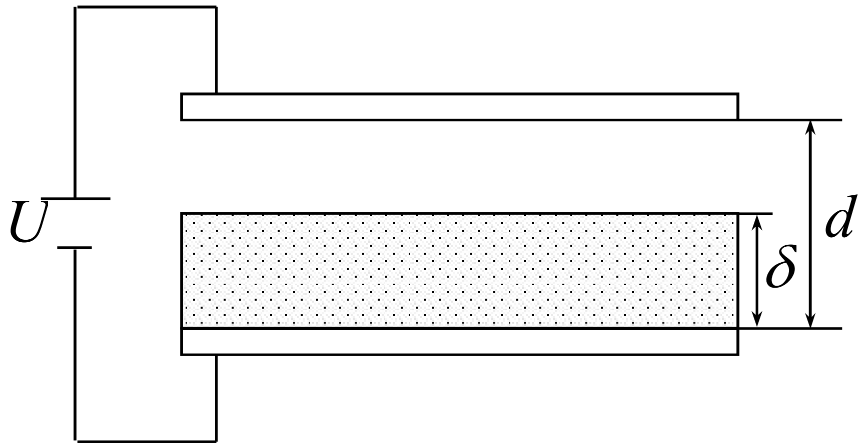
有。先用电场能量密度积分计算电场能量，然后再计算电容。

思考**2**：用电场能量密度积分计算电场能量时，体积元如何选？

例7.如图所示，一个空气平板电容器极板的面积为S，间距为d，保持极板两端充电电源电压U不变，求：（1）充足电后，电容器极板间的电场强度E_0，电容C_0、极板上的电荷Q_0和电场能量W_{e0}；

（2）将一块面积相同，厚度为δ（$\delta < d$），相对介电常数为ε_r的玻璃板平行插入极板间，求极板上的电荷Q_1，玻璃板内的电场强度E_1、电容器的电容C_1和电场能量W_{e1}。(3) 将一块面积相同，厚度为δ（$\delta < d$）的金属板平行插入极板间，求极板上的电荷Q_2，金属板内的电场强度E_2、电容器的电容C_2和电场能量W_{e2}。

解:(1)由于是空气平板电容器，有



$$E_0 = \frac{U}{d} \qquad C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$Q_0 = C_0 U = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U$$

$$W_{e0} = \frac{1}{2} C_0 U^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} U^2$$

(2)插入玻璃板时，设极板上带电量为 $\boldsymbol{Q_1}$，则有

$$E_0 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$$

玻璃板内场强为：

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

由于电压不变，有

$$U = E_0(d-\delta) + E_1\delta = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S}(d-\delta) + \frac{Q_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}\delta$$

解得：

$$Q_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S U}{\varepsilon_r(d-\delta)+\delta} \qquad E_1 = \frac{U}{\varepsilon_r(d-\delta)+\delta}$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\varepsilon_r(d-\delta)+\delta} \qquad W_{e1} = \frac{1}{2}C_1 U^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{2\left[\varepsilon_r(d-\delta)+\delta\right]}U^2$$

(3)插入金属板情况下，由于静电平衡状态下金属内部场强处处为零，所以$\boldsymbol{E_2=0}$，设此时极板上带电量为$\boldsymbol{Q_2}$，则有

$$E_0=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}=\frac{Q_2}{\varepsilon_0 S}$$

金属板内场为 $E_2=0$

由于电压不变，有：

$$U=E_0(d-\delta)=\frac{Q_2}{\varepsilon_0 S}(d-\delta)$$

解得： $E_2=0$

$$Q_2=\frac{\varepsilon_0 SU}{(d-\delta)}$$

$$C_2=\frac{Q_2}{U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d-\delta}$$

$$W_{e2}=\frac{1}{2}C_2U^2=\frac{\varepsilon_0 S}{2(d-\delta)}U^2$$