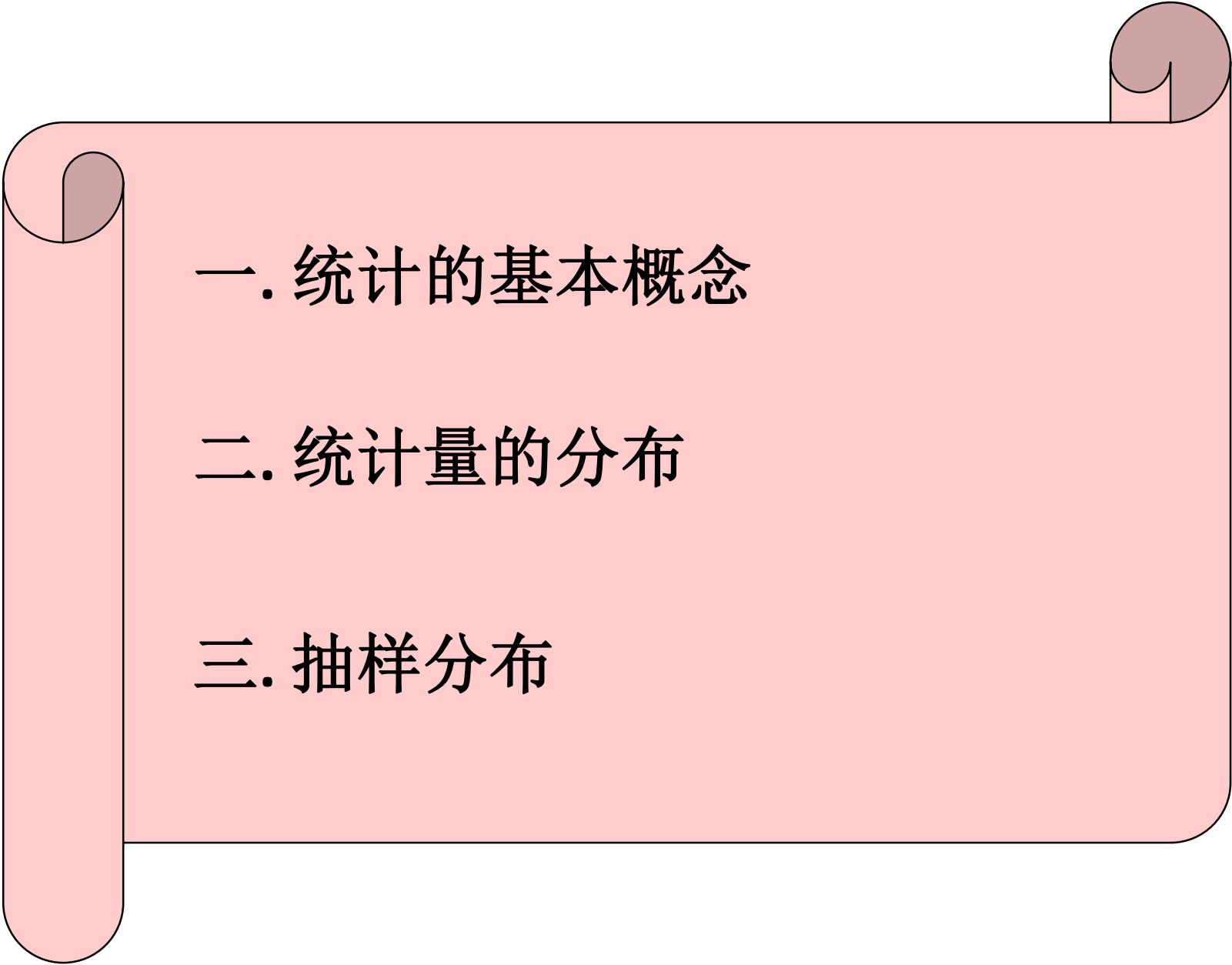


第2章 数理统计的基本概念

A decorative pink scroll graphic with a light pink fill and a darker pink border. The scroll is unrolled, with the top and bottom edges featuring rounded, curled-up ends. The text is centered on the unrolled portion of the scroll.

一. 统计的基本概念

二. 统计量的分布

三. 抽样分布

统计工作最基本内容：

- 目的：1. 估计电视总体寿命的平均值 μ ，估计电视机寿命的方差 σ^2
2. 比较两厂电视机寿命值有无差别，方差有无差别。

方法：(1) 抽取甲厂电视样本 10 台，测寿命值 (7.8, 8.5, ... 7.9)

(2) 统计量 8.1，由大数定律： $\bar{X} \xrightarrow{P} \mu$

(3) 贝参数点估计 右，需确定估计区间 (左, 右) 区间估计

(4) 比较两寿命均值 $\mu_{\text{甲}}$ 与 $\mu_{\text{乙}}$ 有无差别？假设检验

(方差同理)

统计工作的基本步骤

1. 收集资料: (x_1, x_2, \dots, x_n) .

2. 统计分析: 对数据整理和分析

3. 统计推断:

(1) 参数估计: i) 点估计: 确定未知参数 θ 的估计量

ii) 区间估计: 确定 (左, 右) 区间

$$\theta \begin{cases} \mu \\ \sigma^2 \\ \mu_1 - \mu_2 \\ \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \end{cases}$$

(2) 假设检验: i) 推断两个总体均数是否一致 (μ_1 与 μ_2 是否一致)

ii) 推断两个总体方差是否一致 (σ_1^2 与 σ_2^2 是否一致.)

iii) 推断一个总体均数有无变化 (μ 与 μ_0 是否一致)

iv) 推断一个总体方差有无变化 (σ^2 与 σ_0^2 是否一致)

一. 统计的基本概念

1. 总体

2. 简单随机样本

3. 样本的联合分布

4. 统计量

1.总体：研究对象观察值的全体

个体：每个观察值。 总体 $\begin{cases} \text{有限总体（观察值有限个）} \\ \text{无限总体（观察值无穷多个）} \end{cases}$

随机变量 $X \Leftrightarrow$ 总体

2.简单样本（样本是从总体中抽取的部分个体）

$X_1, X_2 \cdots X_n$ 独立同分布，则称 $(X_1, X_2 \cdots X_n)$

为简单随机样本，简称为样本。（ n 为样本容量）

$(x_1, x_2 \cdots x_n)$ 为样本一组观察

(1) 代表性：保证总体中每个个体有同等机会被抽到。

$(X_1, X_2, \dots, X_n$ 与总体同分布)

(2) 独立性：每次抽取独立进行，各个体值互不影响。

3. 样本 X_1, X_2, \dots, X_n 的联合分布

样本点 (x_1, x_2, \dots, x_n)
发生的概率

(1) 离散型：总体 X 的分布列 $P(X = x_i) = p_i, i = 1, 2, \dots$

样本联合分布列： $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n)$

$$= \prod_{i=1}^n P(X = x_i)$$

(2) 连续型：总体 X 的分布密度 $f(x)$

样本 X_1, X_2, \dots, X_n 联合密度：

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)$$

样本点 (x_1, x_2, \dots, x_n)
发生的可能性

(3) 总体 X 的分布函数 $F(x)$

样本 X_1, X_2, \dots, X_n 联合分布函数为：


$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1)F(x_2)\cdots F(x_n)$$


4. 统计量

设 $(X_1, X_2 \cdots X_n)$ 为总体 X 的样本, $T = T(X_1, X_2 \cdots X_n)$

函数, 且不含任何未知参数, 称 T 为统计量。

I. 常用统计量:

(1) 样本均数: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i;$  $E(X) = \sum_{i=1}^{+\infty} x_i p_i$

(2) 样本 k 阶矩: $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$  EX^k

(3) 样本中心矩: $B_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k \longrightarrow E\{X - E(X)\}^k$

(4) 样本方差: $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \longrightarrow D(X) = E\{X - E(X)\}^2$

样本标准差: $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \longrightarrow \sqrt{D(X)}$

(5) 顺序统计量: $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ $X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) \longrightarrow (X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)})$$