

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

教师: _____

大 连 理 工 大 学

课程名称: 工科数学分析基础 2 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学科学学院 考试日期: 2015 年 6 月 26 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得 分	
--------	--

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、函数 $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 在点 $P_0(1, -2, 2)$ 处的梯度 $\text{gradu}|_{P_0} =$ _____, 最大方向导数是 _____。

2、曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切平面方程是 _____, 法线方程是 _____。

3、设函数 $z = f\left(\frac{x^2 + y^2}{2}, xy\right)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 则:

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____。

4、设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2(1-x), & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$, 函数 $f(x)$ 的 Fourier (傅里叶) 级数

是: $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 其和函数是 $S(x)$, $a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos n\pi x dx$

($n = 0, 1, 2, \dots$), 则 $S\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____, $S(99) =$ _____。

5、设曲面 $\Sigma: z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} \frac{x + 2x^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2} dS =$ _____。

得分	
----	--

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、微分方程组 $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 2y_1 + y_2 \end{cases}$ 的通解为 ()

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{3x};$ (B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3x};$

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{3x};$ (D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3x}。$

2、设函数 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, x^2+y^2 = 0 \end{cases}$, 则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点 ()

- (A) 连续 (B) 不连续, 且偏导数不存在
(C) 偏导数存在但不可微 (D) 可微

3、以下命题中正确的是 ()

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛;

(B) 若 $u_n \leq v_n, (n=1,2,\dots)$, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛;

(C) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛;

(D) 若 $w_n \leq u_n \leq v_n, (n=1,2,\dots)$, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} w_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 均收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛。

4、设 $D_k (k=1,2,3,4)$ 是圆域 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 在第 k 象限的部分, 记 $I_k = \iint_{D_k} (y-x) dx dy$, 则 ()

- (A) $I_1 > 0$; (B) $I_2 > 0$; (C) $I_3 > 0$; (D) $I_4 > 0$ 。

5、设函数 $f(x), g(x)$ 均有二阶连续导数, 且满足 $f(0) > 0, g(0) < 0, f'(0) = g'(0) = 0$, 则函数

$z = f(x)g(y)$ 在点 $(0, 0)$ 处取得极小值的一个充分条件是 ()

(A) $f''(0) < 0, g''(0) > 0$; (B) $f''(0) < 0, g''(0) < 0$;

(C) $f''(0) > 0, g''(0) > 0$; (D) $f''(0) > 0, g''(0) < 0$ 。

得分	
----	--

三、(10 分) 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = -e^x$ 的通解。

得分	
----	--

四、(10 分) 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ ，求：1、收敛域；2、和函数。

得 分	
--------	--

五、(10 分) 计算曲线积分 $I = \int_L (e^x \sin y - 2y)dx + (e^x \cos y - x)dy$ 。已知 L 是从点 $O(0,0)$ 沿曲线 $y = x^2$ 到点 $A(1,1)$ 的有向曲线。

得分	
----	--

六、(10 分) 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} xz^2 dydz + y^2 dzdx + z \bullet \sin x dx dy$, 其中曲面 Σ :

$z = \sqrt{x^2 + y^2} (1 \leq z \leq 2)$, 取上侧。

得 分	
--------	--

七、（10 分）已知函数 $f(x, y) = x + y + xy$ ，曲线 $L: x^2 + y^2 + xy = 3$ ，求函数 $f(x, y)$ 在曲线

L 上的最大方向导数。