第四次课学习任务：

结合PPT，观看平台上的视频7.12-7.16，按时完成签到、讨论、测试、作业等教学活动。要求掌握以下内容：

1、明确什么是静电平衡状态？掌握静电平衡条件。

2、掌握导体处于静电平衡状态时具有哪些性质（电荷如何分布、表面附件场强有何特点）。

3、会计算有导体存在时场强和电势的分布问题。

4、了解电介质的分类及极化机理；知道极化强度、电位移矢量与电场强度之间的关系；能区分开电场线和电位移线；

5、掌握均匀各向同性电介质空间中电场的分布规律；

6、知道介质中的高斯定理的内容；会利用高斯定理计算均匀各向同性电介质空间中电场的相关问题。

导体 绝缘体 半导体

1.导体 存在大量的可自由移动的电荷

conductor

电阻率约为 $10^{-8} \sim 10^{-6}\,\Omega \cdot m$

2.绝缘体 理论上认为无自由移动的电荷

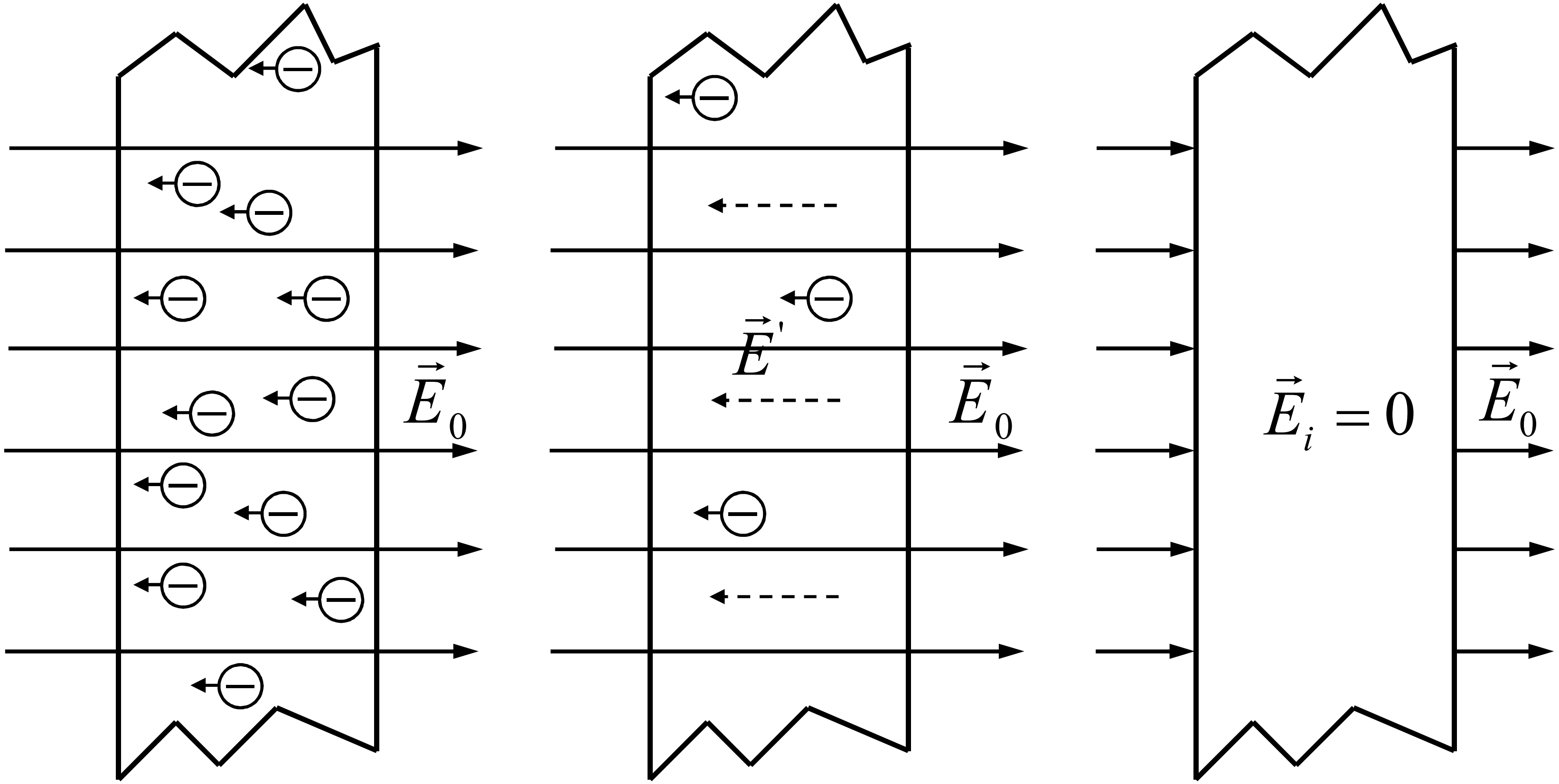
也称 电介质

电阻率约为 $10^{8} \sim 10^{20}\,\Omega \cdot m$

3.半导体 介于上述两者之间 ***semiconductor***

§1-4 静电场中的导体和电介质

§1-4-1 静电场中的导体

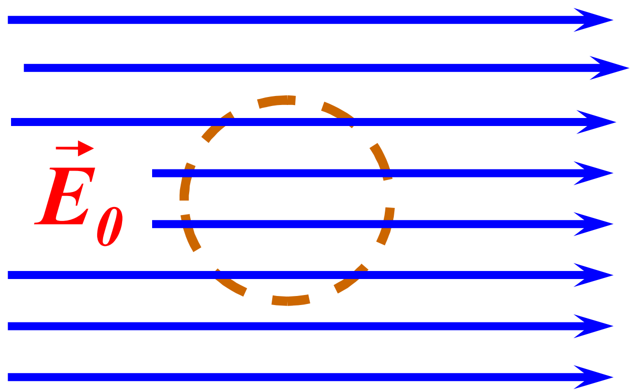


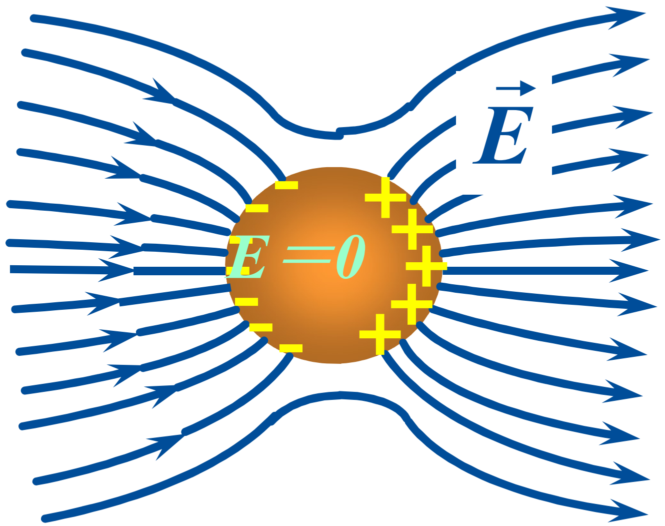
一. 静电平衡状态和条件

1. 静电平衡状态

导体内部和表面都没有电荷作宏观定向运动的状态称为静电平衡状态

导体放入电场 → 自由电子定向运动
→ 改变导体电荷分布 → 改变电场 → ····





2．静电平衡条件

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_{内}=0\\ -\nabla V=\vec{E}\end{array}\right\}\boldsymbol{U}=常量$$

$$\left.\vec{E}_{表面}\perp \mathrm{d}\vec{S}\right\}$$

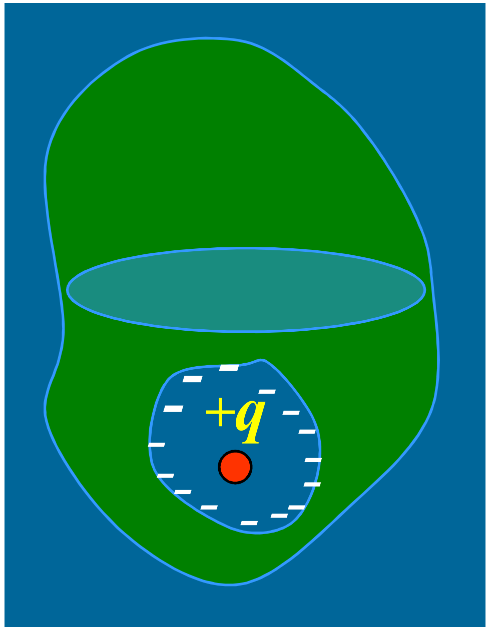
等势面处处与电场线正交。

（1）导体是等势体。

（2）导体表面是等势面。

二. 静电平衡导体的特性

由导体的静电平衡条件和静电场基本性质，可以得出导体上的电荷分布



1. 静电平衡导体内部处处无净电荷

证明：在导体内任取体积元 $\mathrm{d}V$

$$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \xrightarrow{\text{由高斯定理}} \sum_i q_i = \iiint_V \rho \mathrm{d}V = 0$$

$\because$ 体积元任取 $\longrightarrow$ 导体中各处 $\rho = 0$

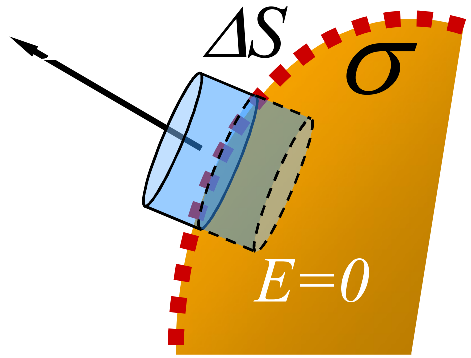
- 如果有空腔且空腔中无电荷, 可证明电荷只分布在外表面
- 如果有空腔且空腔中有电荷, 则在内外表面都有电荷分布，内表面电荷与 q 等值异号。

2．导体表面附近场强与电荷面密度的关系

证明：由高斯定理可得

$$\oiint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{上底} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \iint_{侧面} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \iint_{下底} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$= E\cdot\Delta S + 0 + 0 = E\cdot\Delta S$$



$$\because \quad \sum q_i = \sigma\,\Delta S \qquad \therefore \quad E\,\Delta S = \frac{\sigma\,\Delta S}{\varepsilon_0}$$

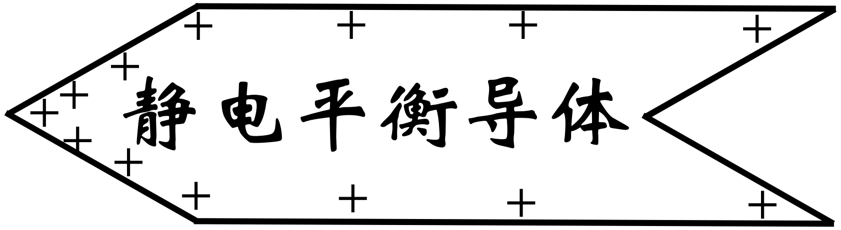
结论：

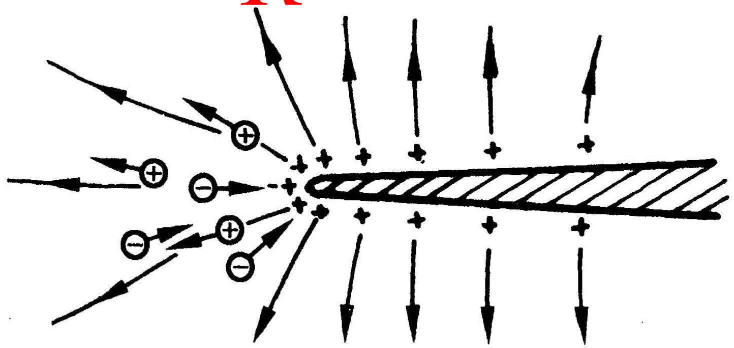
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

导体表面附近场强的大小与该表面的电荷面密度成正比，方向与表面垂直

3. 处于静电平衡的孤立带电导体电荷分布

由实验可得以下定性的结论： $\sigma \propto \dfrac{1}{R}$





凸表面的曲率越大处，
表面电荷的面密度越大

凹表面上曲率越大处，
表面电荷的面密度越小

孤立的无限大带电平板，
由于其曲率半径为无限大，
面电荷是均匀分布的

孤立的带电球面、球壳、球体，由于其曲率半径相等，
面电荷是均匀分布的

三. 有导体存在时静电场的计算

原则

1.静电平衡的条件

$$\boldsymbol{E}_{内} = \boldsymbol{0} \longrightarrow \boldsymbol{U} = \boldsymbol{C}$$

2.基本性质方程

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i$$ 高斯定理

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$ 场强环路定理

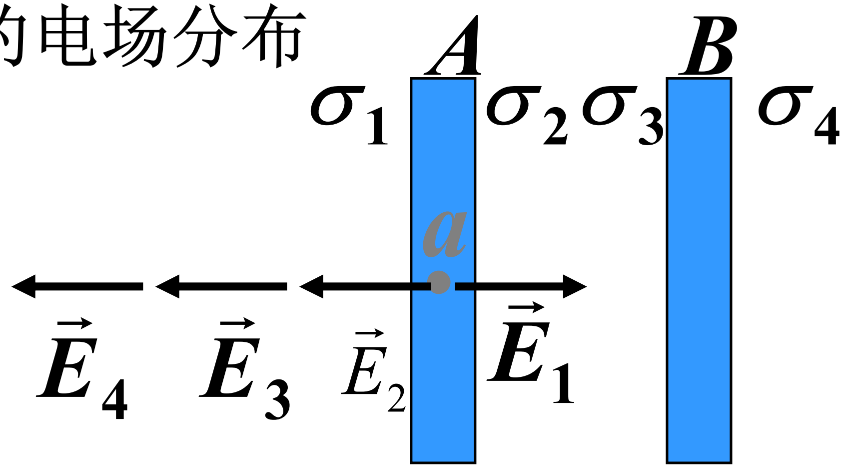
3.电荷守恒定律

$$\sum_i Q_i = 常量.$$

例1.已知：导体板A，面积为S、带电量Q，在其旁边相距很近的地方平行地放入面积也为S的导体板B。

求：(1)A、B上的电荷分布及空间的电场分布

(2)将B板接地，求电荷分布

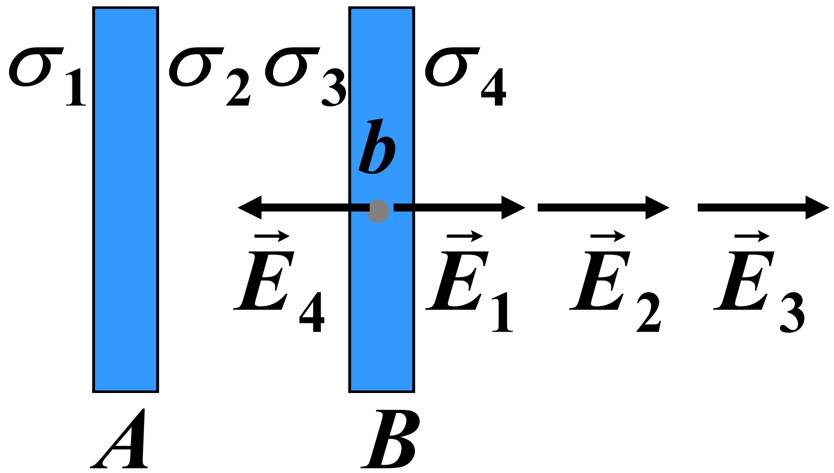


a点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

b点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

A板 $$\sigma_1 S+\sigma_2 S=Q$$

B板 $$\sigma_3 S+\sigma_4 S=0$$

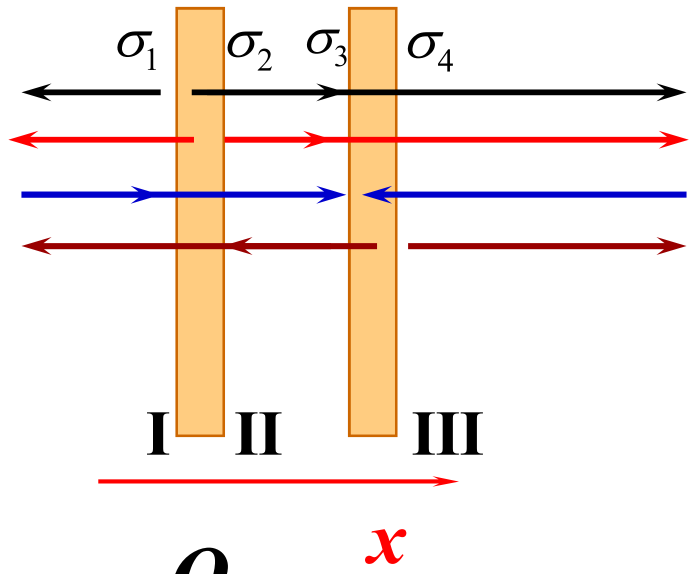


解方程得:

电荷分布

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q}{2S}$$



场强分布

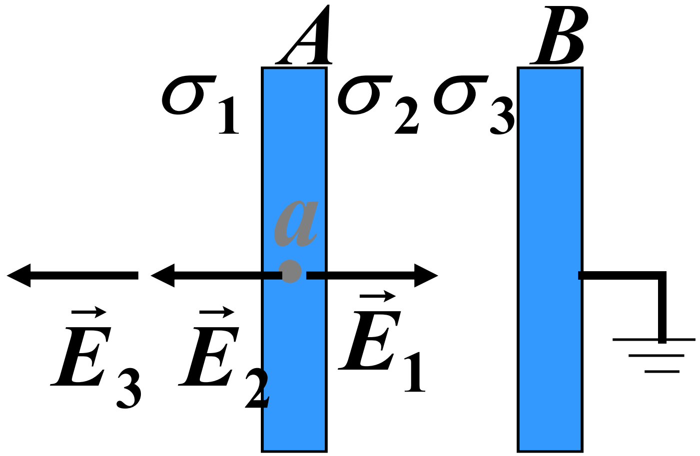
A 板左侧 $$E_{\mathrm{I}} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

两板之间 $$E_{\mathrm{II}} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_3}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

B 板右侧 $$E_{\mathrm{III}} = \frac{\sigma_4}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

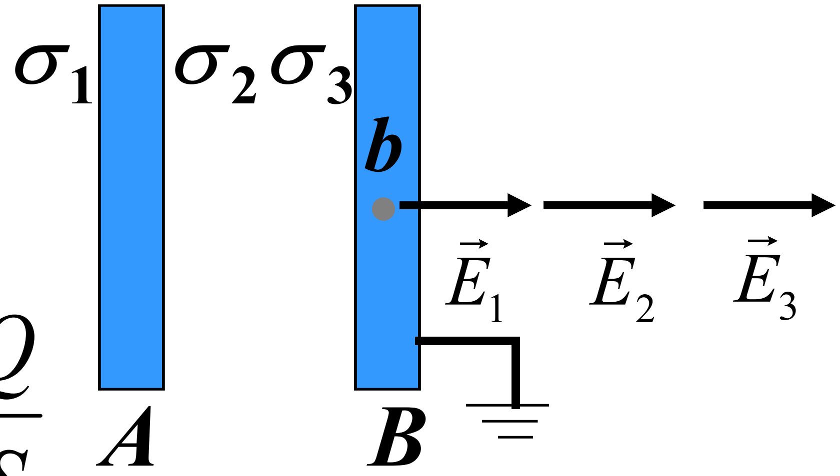
(2)将B板接地，求电荷及场强分布

接地时 $\sigma_4 = 0$



a点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = 0$$

b点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = 0$$

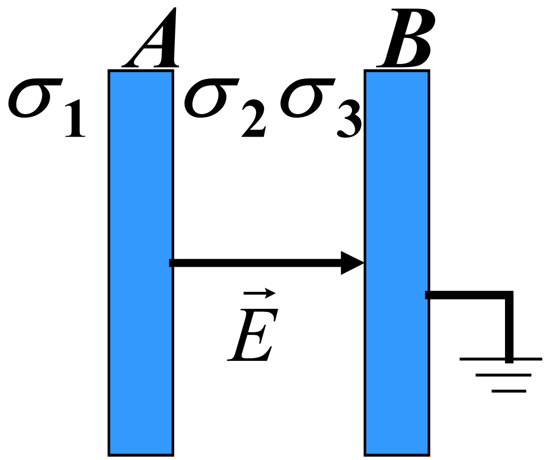


A板 $\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q$

电荷分布

$$\sigma_1 = 0 \qquad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q}{S}$$

电荷分布 $\sigma_1 = 0$ $\sigma_2 = -\sigma_3 = \dfrac{Q}{S}$



场强分布

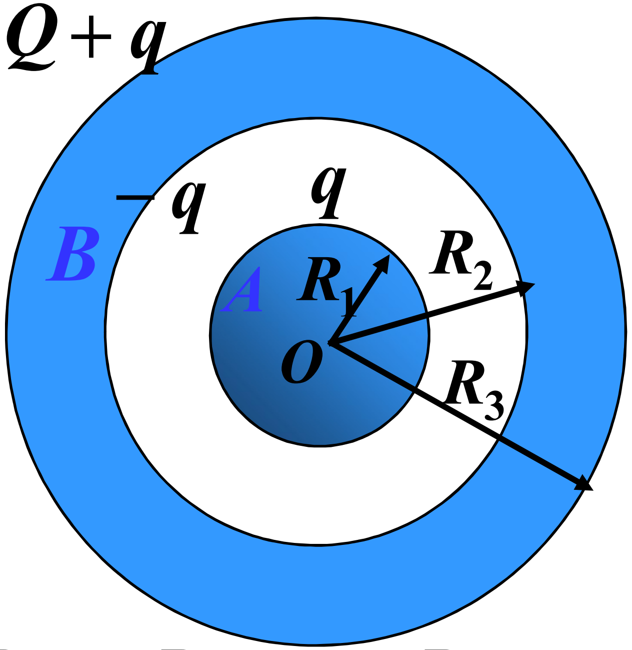
两板之间 $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

两板之外 $E = 0$

例2.已知$R_1\quad R_2\quad R_3\quad q\quad Q$

求 ①电荷及场强分布；球心的电势

②如用导线连接A、B，再作计算



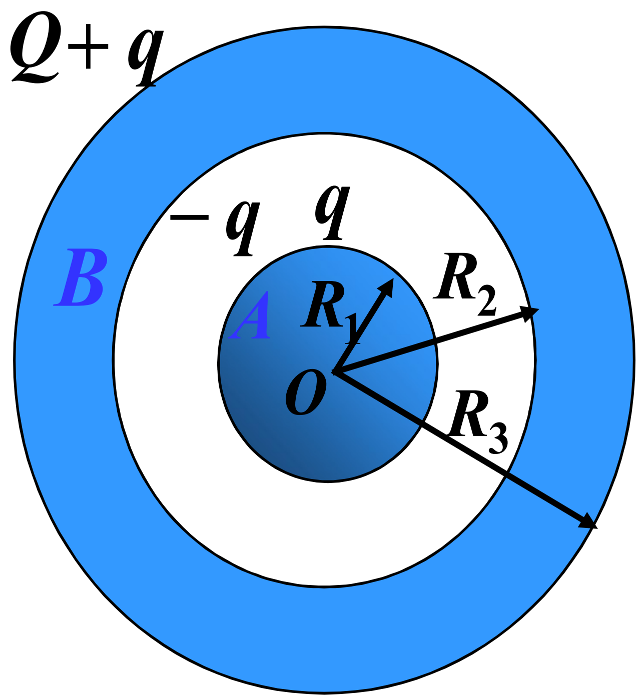
解：电荷分布　q　$-q$　$Q+q$

场强分布

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1 \quad R_2<r<R_3\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & R_1<r<R_2\\ \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R_3\end{cases}$$

场强分布

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1 \quad R_2<r<R_3\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & R_1<r<R_2\\ \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R_3\end{cases}$$



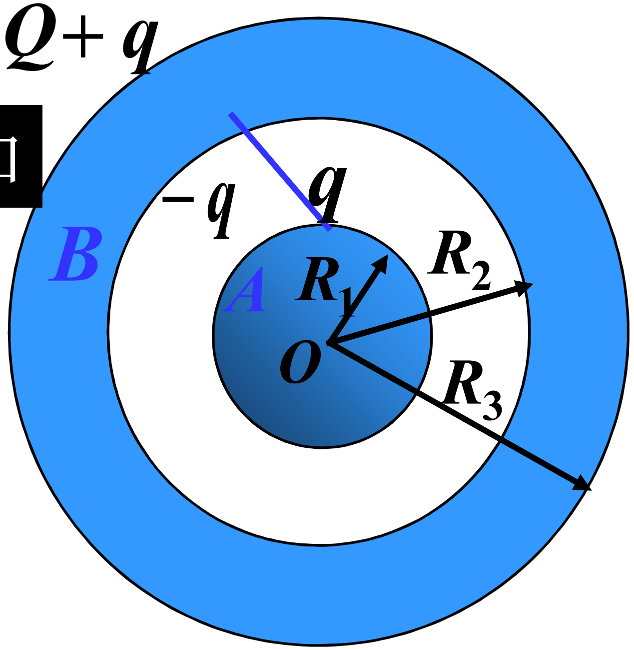
球心的电势

$$U_o=\int_0^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_0^{R_1}E\mathrm{d}r+\int_{R_1}^{R_2}E\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{R_3}E\mathrm{d}r+\int_{R_3}^{\infty}E\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q+Q}{R_3}$$

②用导线连接A、B，再作计算

连接A、B，　$q \ +(-q)$　中和



球壳外表面带电　$Q+q$

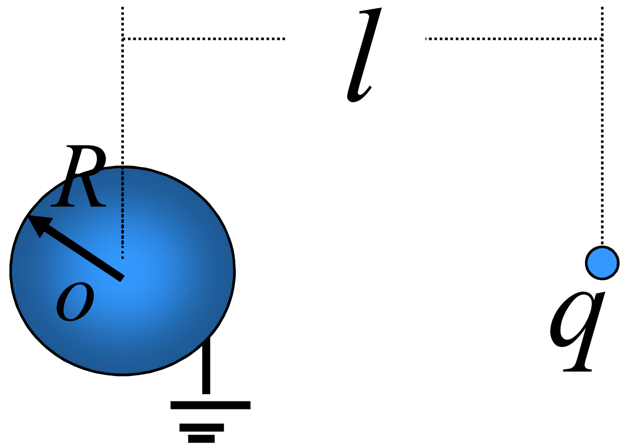
$r<R_3$　$E=0$

$r>R_3$　$$E=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$U_o=\int_0^{R_3}E\mathrm{d}r+\int_{R_3}^{\infty}E\mathrm{d}r=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$U=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

例3　接地导体球附近有一点电荷q,如图所示
求:导体上感应电荷的电量



解: 接地 即 $U=0$

设:感应电量为Q

由导体是等势体 知

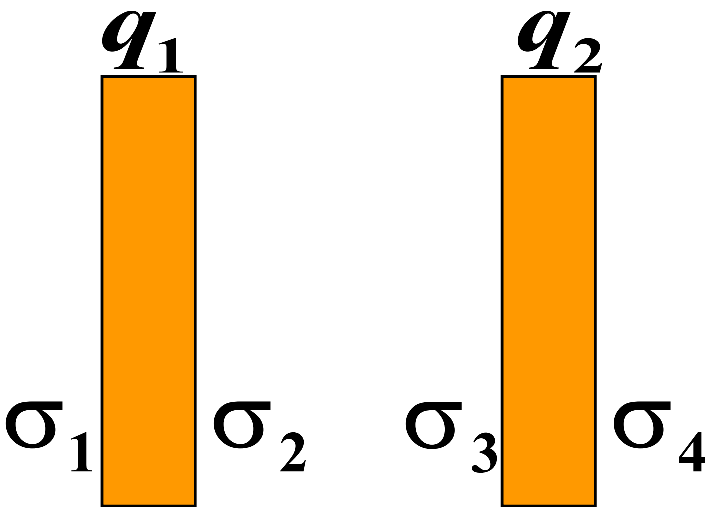
O点的电势为0， 由电势叠加原理有关系式:

球面上的电荷可以不是均匀分布的，仍然可以使用电势叠加原理

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}=0 \Rightarrow \boxed{Q=-\frac{R}{l}q}$$

练习1 已知: 两金属板带电分别为q_1、q_2

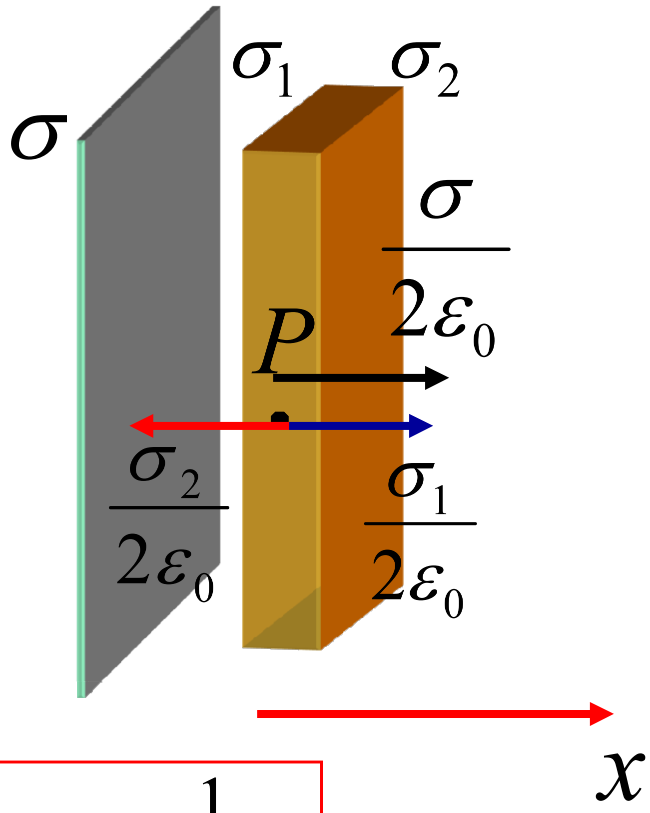
求：σ_1、σ_2、σ_3、σ_4



$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_1 + q_2}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_1 - q_2}{2S}$$

练习2 无限大的带电平面的场中平行放置一无限大金属平板。求：金属板两面电荷面密度.



解:设金属板面电荷密度σ_1 、σ_2

由对称性和电量守恒

$$\sigma_1 = -\sigma_2 \qquad (1)$$

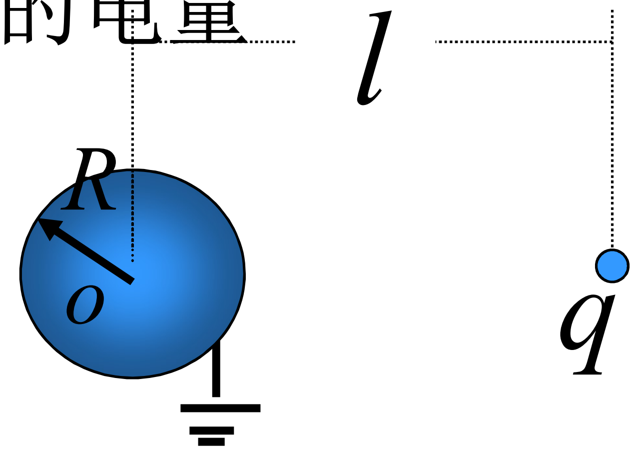
导体内任一点P场强为零

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2)$$

$$\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} \boxed{\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma} \\ \boxed{\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma} \end{matrix}$$

例3　接地导体球附近有一点电荷q,如图所示

求:导体上感应电荷的电量



解: 接地 即 $U = 0$

设:感应电量为Q

由导体是等势体 知

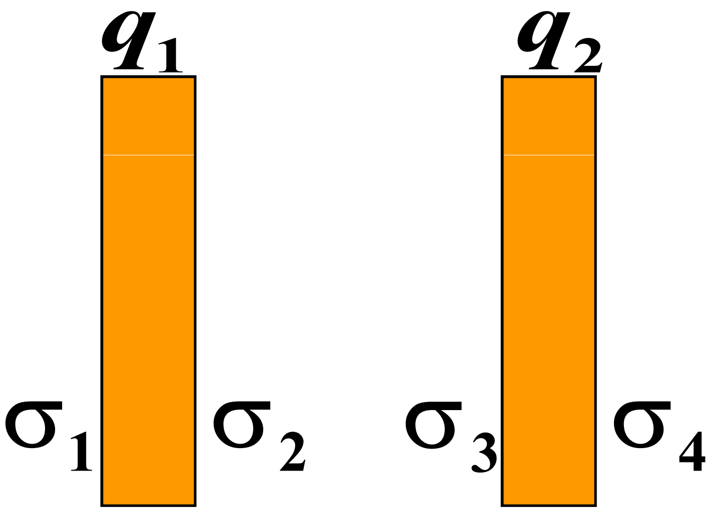
o点的电势为0 由电势叠加原理有关系式:

球面上的电荷可以不是均匀分布的，仍然可以使用电势叠加原理

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} = 0 \Rightarrow \boxed{Q = -\frac{R}{l}q}$$

练习1　　已知: 两金属板带电分别为q_1、q_2

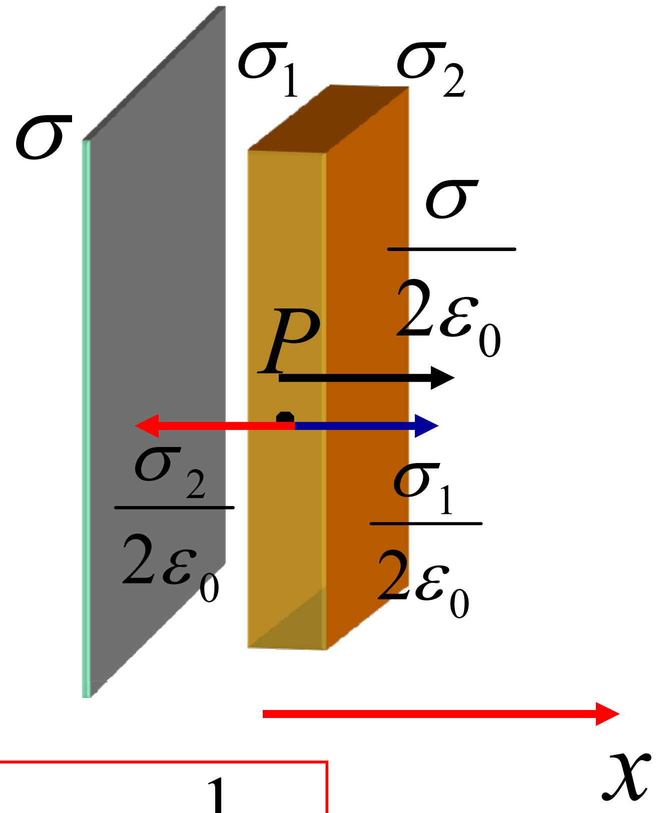
求：σ_1 、σ_2 、σ_3 、σ_4



$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_1 + q_2}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_1 - q_2}{2S}$$

练习2 无限大的带电平面的场中平行放置一无限大金属平板。求：金属板两面电荷面密度.



解:设金属板面电荷密度σ_1 、σ_2

由对称性和电量守恒

$$\sigma_1 = -\sigma_2 \qquad (1)$$

导体内任一点P场强为零

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2)$$

$$\left.\right\} \begin{array}{l} \boxed{\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma} \\ \boxed{\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma} \end{array}$$

§1-4-2 静电场中的电介质

电介质 *(Dielectric)*，就是绝缘体

—无自由电荷，不导电。

本节讨论：

电介质如何影响电场？

在电场作用下，电介质的电荷如何分布？

如何计算有电介质存在时的电场分布？

一、电介质的极化

1. 电介质的电结构

电中性的电介质分子中，带负电的电子(或负离子)与带正电的原子核(或正离子)束缚得很紧，不能自由运动

2. 电偶极子模型：

每一个分子中的正电荷集中于一点，称正电荷中心；

负电荷集中于另一点，称为负电荷中心。

—— 两者构成电偶极子

3. 分类：

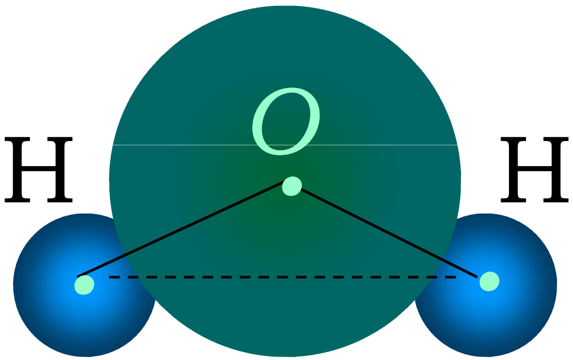
极性分子：分子正负电荷中心不重合；

非极性分子：分子正负电荷中心重合。

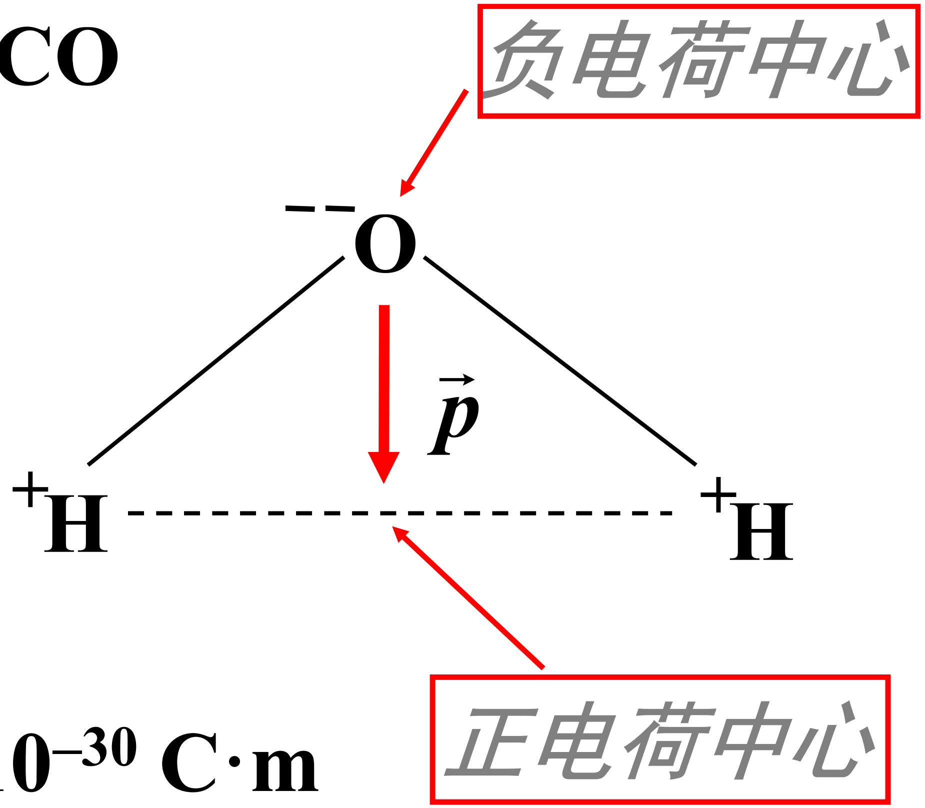
（1）极性分子—— 极性电介质（也称有极分子）

分子正负电中心不重合 有固有电偶极矩

例如 HCl、 H_2O、CO



H_2O

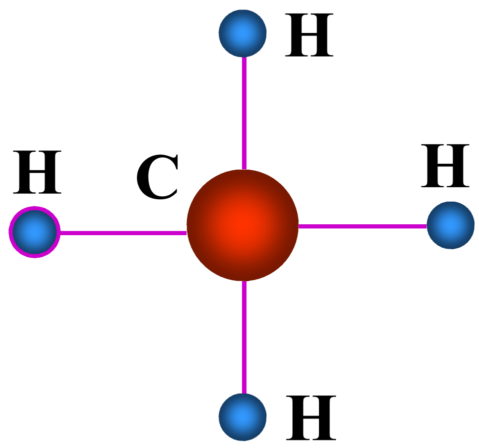


固有电偶极矩 ~ 10^{-30} C·m

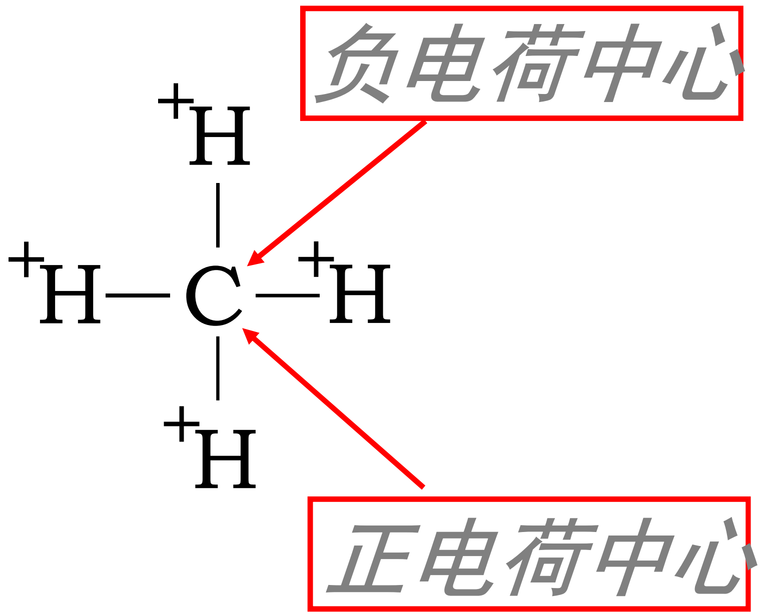
（2）非极性分子— 非极性电介质（也称无极分子）

分子正负电中心重合 无固有电偶极

例如 H_2、O_2、CO_2、CH_4

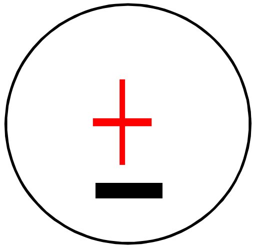


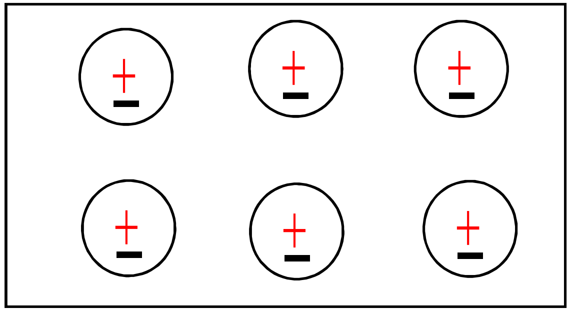
$\vec{p}_e = 0$



CH_4

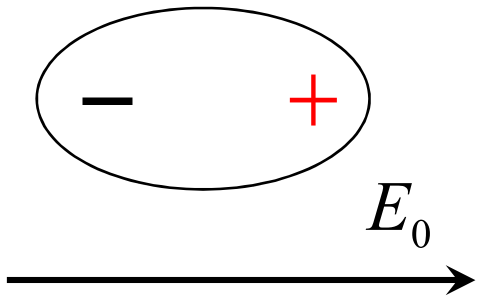
3. 电介质的极化

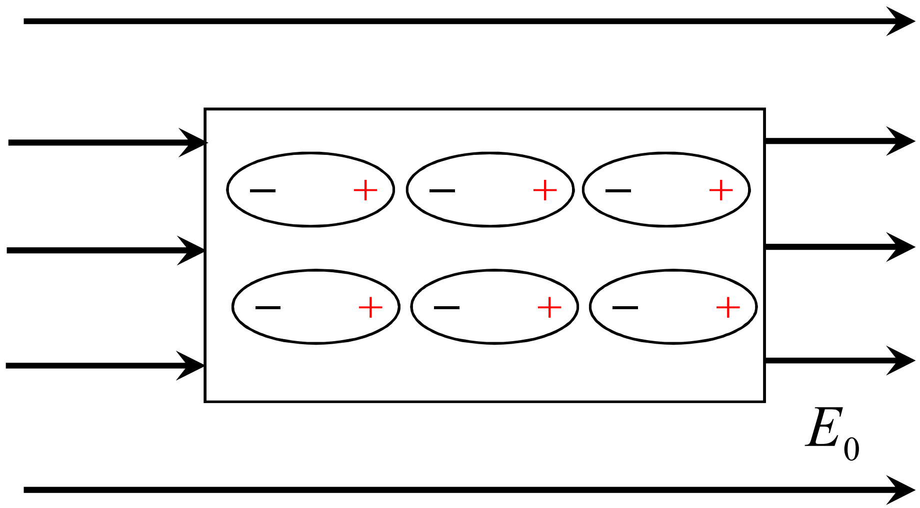




非极性分子在没有外场作用时，其正负电荷“中心”是重合的。

非极性分子电介质

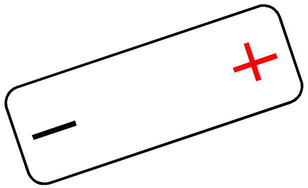


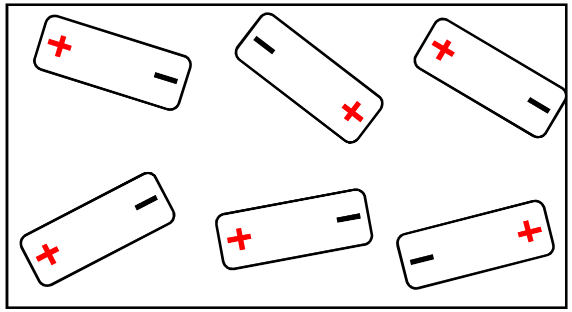


当非极性分子处于外电场中时，其正负电荷所受的电场力方向相反，正负电荷中心发生相对位移，形成电偶极子，非极性分子电介质被极化----位移极化。

非极性分子电介质

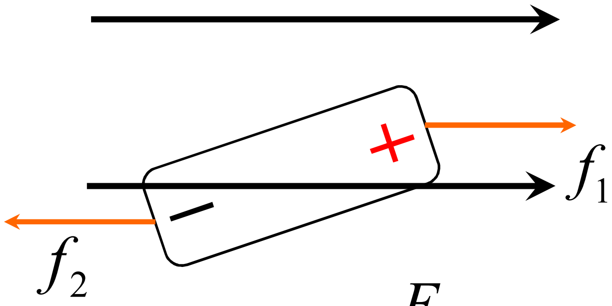
极化的效果：端面出现束缚电荷

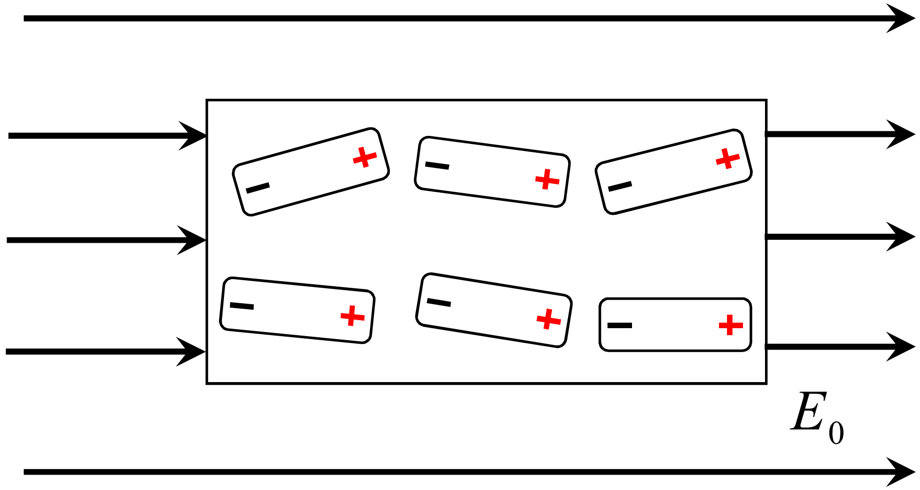




极性分子即使没有外场作用时，其正负电荷“中心”也不是重合的。

极性分子电介质





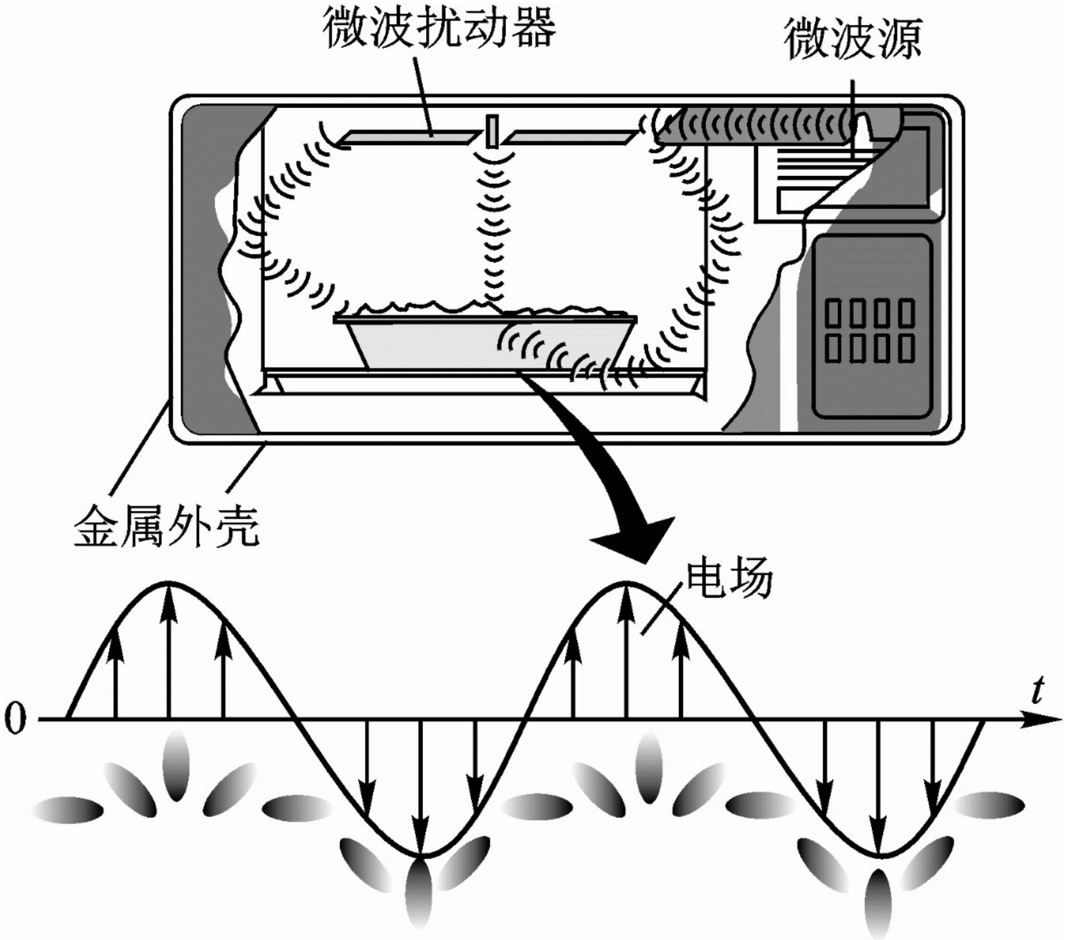
极性分子的固有电偶极矩在外电场作用下发生转向，从而实现了极性分子的极化，在电介质的两个端面上出现极化电荷----取向极化。

极性分子电介质

极化的效果：端面出现束缚电荷

束缚电荷：电介质表面的极化电荷，不能自由移动，不能用传导的方法引走

家用微波炉



二. 电介质中的电场

1.电极化强度和极化电荷

电极化强度(矢量)　　$\vec{P}=\dfrac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$

单位体积内分子电偶极矩的矢量和

描述了电介质极化程度的强弱，反映了电介质内分子电偶极矩排列的有序或无序程度。

$\vec{P}=\alpha\vec{E}$　　当电介质中的电场强度不太强时)

$\alpha=\varepsilon_0\chi_e$　　χ_e —电介质的极化率

极化电荷和电极化强度关系

(1)均匀介质极化时，其表面上某点的极化电荷面密度，等于该处电极化强度沿外法线方向的分量。

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n$$

(2)在电场中，穿过任意闭合曲面的电极化强度通量等于该闭合曲面内包围的极化电荷代数和的负值。

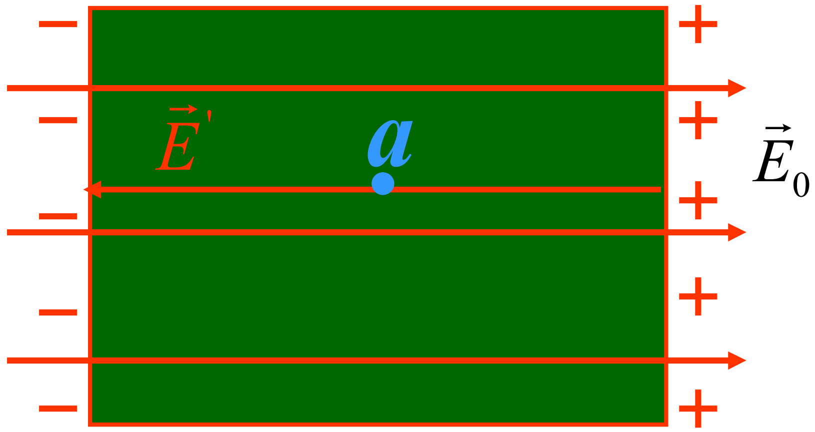
$$\oint_S \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum_S q_i'$$

$\sum\limits_S q_i'$ — S面内包围的极化电荷代数和

2.电介质中的电场

$$\vec{E} = \underline{\vec{E}_0} + \underline{\vec{E}'\quad}$$ 极化电荷的场

自由电荷的场



$$\because \left|\vec{E}'\right| < \left|\vec{E}_0\right| \qquad \therefore \left|\vec{E}\right| < \left|\vec{E}_0\right|$$

无限大均匀电介质中

$$E = E_0 - E' = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

ε_r ——相对介电常数

充满电场空间的各向同性均匀电介质内部的场强大小等于真空中场强的 $1/\varepsilon_r$ 倍，方向与真空中场强方向一致。

三. 电位移矢量 电介质中的高斯定理

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}(\underline{\sum q} + \underline{\sum q'})$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum_S q'$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sum q - \oint\!\!\!\oint_S \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{S})$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \underline{(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$ 电位移矢量

介质中的高斯定理 $\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q$ 自由电荷

通过任意闭合曲面的电位移通量，等于该闭合曲面所包围的自由电荷的代数和。

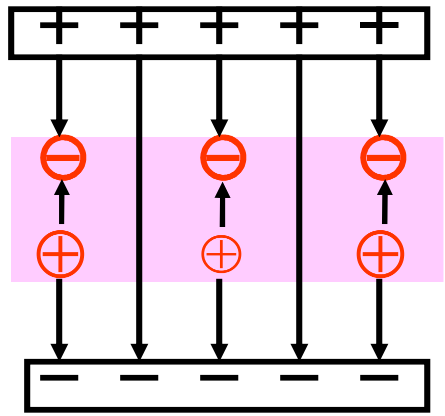
介质中的高斯定理微分形式

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho \quad 或 \quad div\vec{D}=\rho$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0\vec{E}+\varepsilon_0\chi_e\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E} \qquad \varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}$$

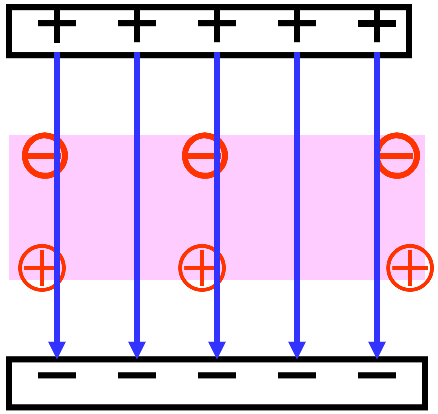
$$\vec{D} = \begin{cases} \varepsilon_0 \vec{E} & \text{真空中} \\ \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} & \text{介质中} \end{cases}$$



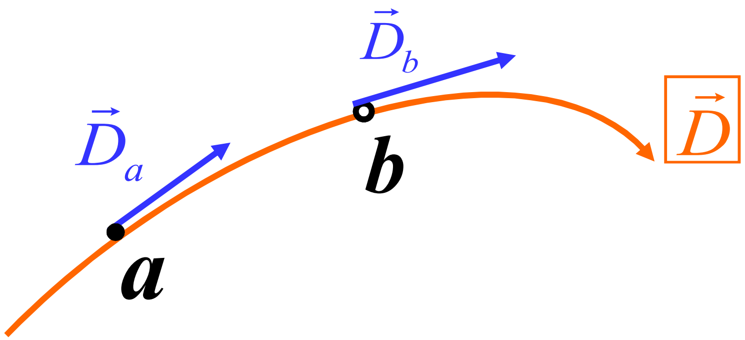
$\vec{E}$

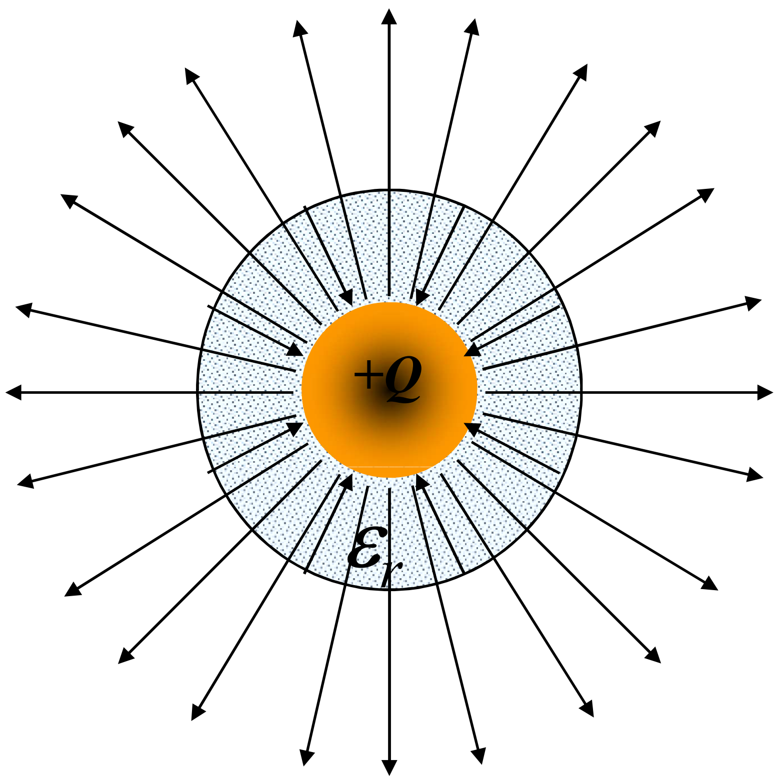
电位移线

$$\vec{D} \begin{cases} \text{方向:切线} \\ \text{大小:} \dfrac{\text{电位移线条数}}{S_\perp} \end{cases}$$

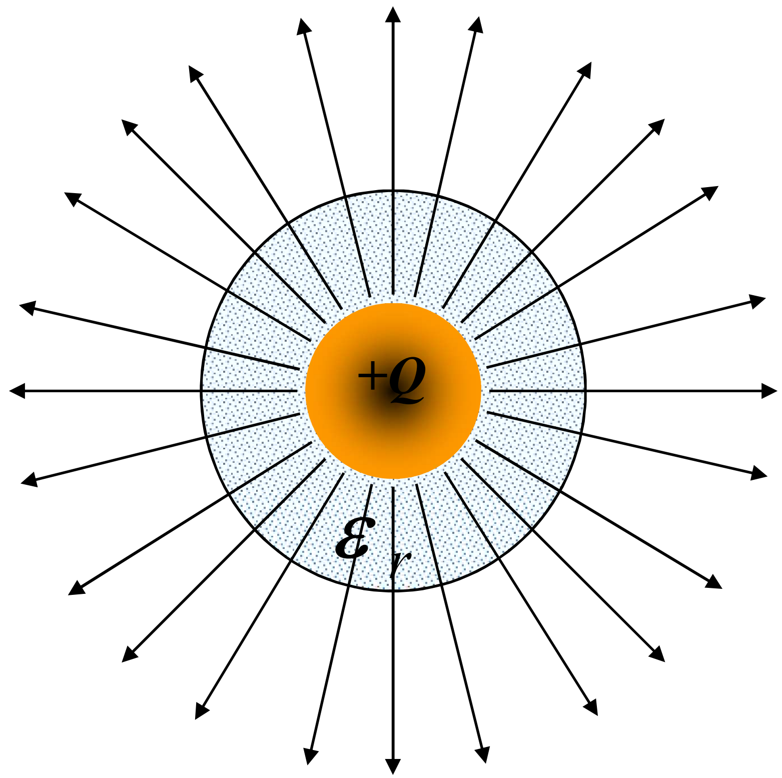


$\vec{D}$





E 线

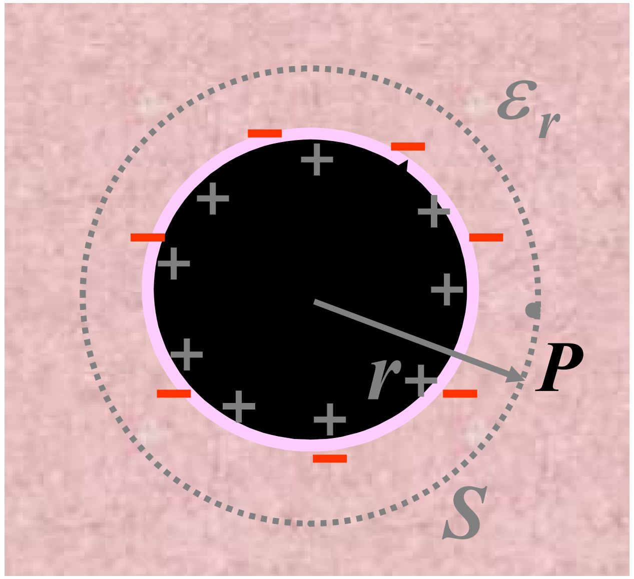


D 线

例.已知:导体球 R Q 介质 ε_r

求:1. 球外任一点的 $\vec{E}$

2. 导体球的电势 U



解: 过P点作高斯面得

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q \qquad D\cdot 4\pi r^2 = Q$$

$$\therefore \quad D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\because \quad \vec{D} = \varepsilon_0\,\varepsilon_r\,\vec{E}$$

$$\therefore \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

$$U = \int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\,dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$$