

## 第十次课学习要求:

1、结合课件“恒定磁场-3-2020”，观看金课建设平台上的8.12-8.19视频.

2、要求掌握以下知识点

- (1) 洛伦兹力和洛伦兹关系及其应用;
- (2) 安培定律的理解及应用;
- (3) 磁场对载流线圈的作用力矩，区分开磁矩、磁通量、磁力矩。

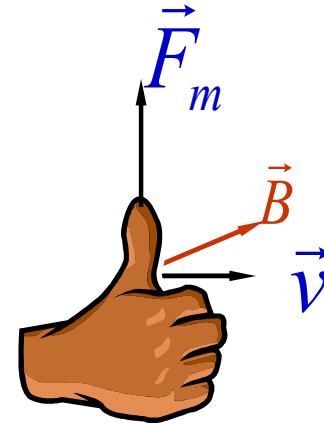


## § 2-3 带电粒子在磁场中的运动

运动电荷在磁场中受到的磁场力称为洛仑兹力

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{其大小为: } F_m = qvB \sin \theta$$

其方向为：垂直于 $q\vec{v}$ 与 $\vec{B}$ 所确定的平面  
用右手螺旋关系判断



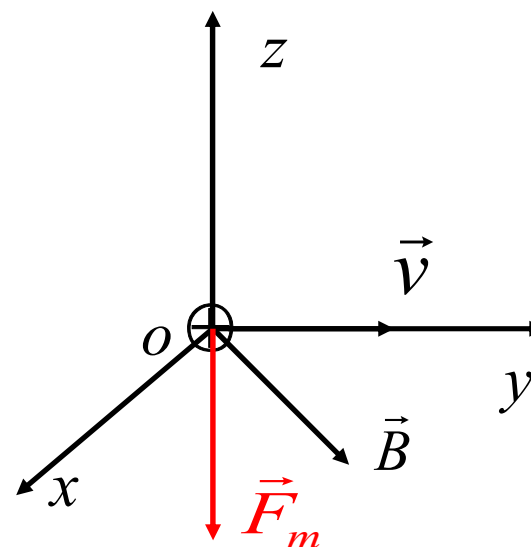
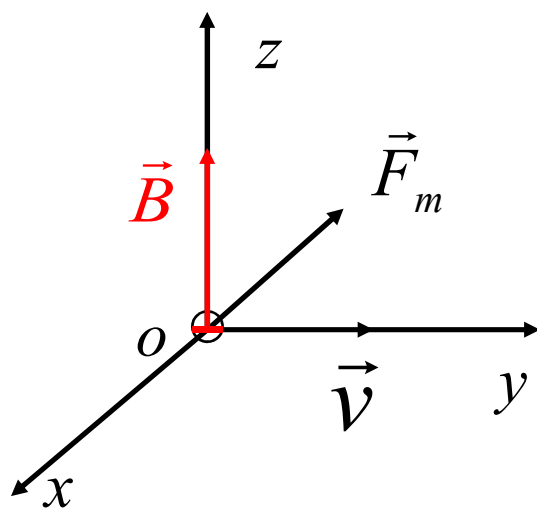
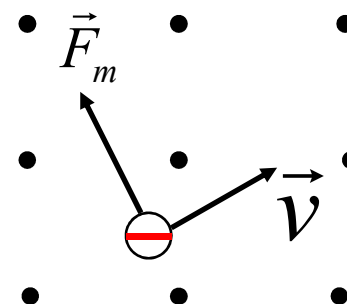
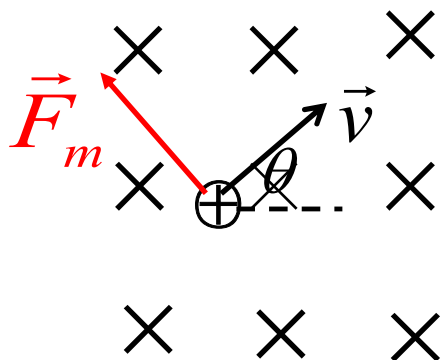
洛仑兹力的特点：

洛仑兹力始终与运动电荷的速度垂直，洛仑兹力不做功，只改变电荷的运动方向，不改变其大小。

若空间中既有电场又有磁场，则运动电荷受到的力为

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$



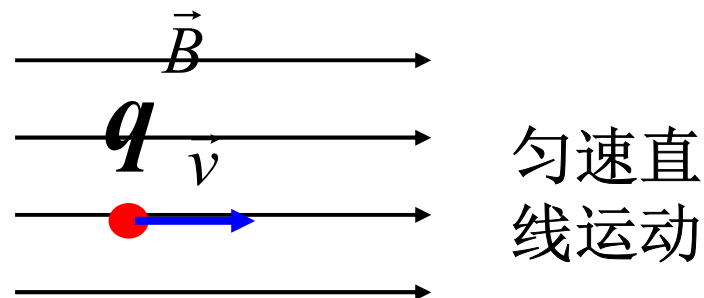


磁场对运动电荷和电流的作用



# 一、带电粒子在均匀磁场中的运动

(1)  $\vec{v} // \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m = 0$



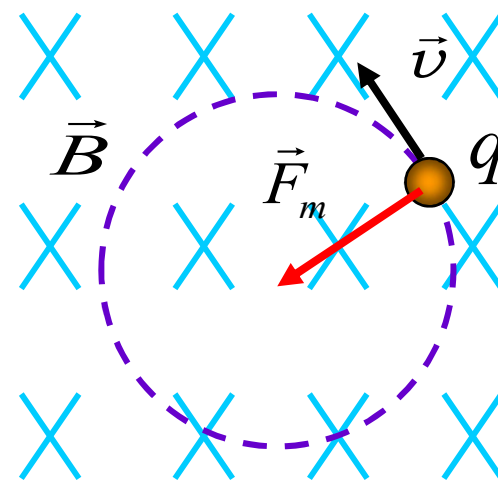
(2)  $\vec{v} \perp \vec{B}$  磁力提供向心力。

$$qvB \sin \frac{\pi}{2} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

粒子回转周期与频率

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow \omega = \frac{qB}{2\pi m}$$

周期和频率与速度无关。



匀速率  
圆周运动



# 质谱仪

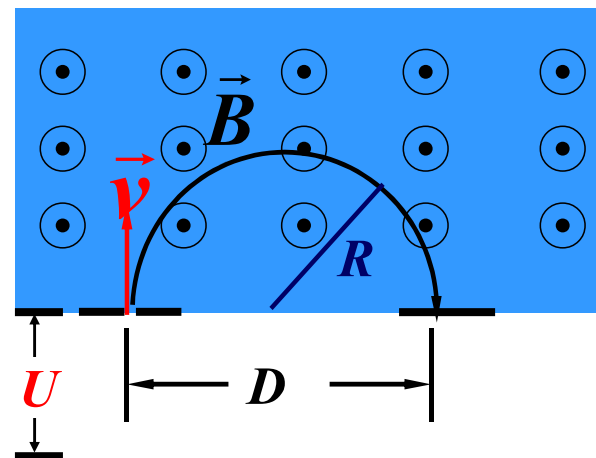
**实验：**加速电压  $U$ ，均匀磁场  $B$ ，粒子垂直入射，进入到胶片记录位置间距为  $D$ ，计算粒子的  $Q/m$  值。

粒子进质谱仪时动能

$$\frac{1}{2}mv^2 = QU \Rightarrow m^2v^2 = 2QUm$$

进磁场后做匀速率圆周运动，

$$R = \frac{mv}{QB} \Rightarrow QBR = mv$$



$$2R = D$$

$$\left(QB\frac{D}{2}\right)^2 = 2QUm$$

测定荷质比  $\frac{Q}{m} = \frac{8U}{(BD)^2}$

分离同位素  $m = \frac{(BD)^2}{8U} Q$



# 回旋加速器 (cyclotron)

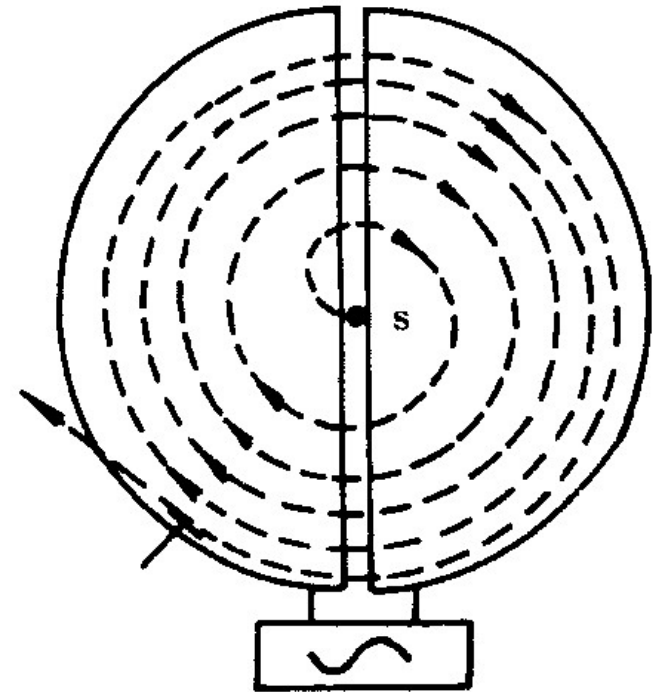
电子回旋周期与速度无关，  
所以带电粒子每次经过缝隙  
(电场区域) 均被加速。

交变电场  $\sim 10^5 V$

$$v_{\max} = \omega R = \frac{qBR}{m}$$

$$E_T = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

磁场对运动电荷和电流的作用



所加的交流电的频率必须  
与带电粒子的回旋频率相等

巴特维亚同步加速器，  
质子可以在其中加速到  
**500~1000GeV**



$$(3) \quad \vec{v} \perp \vec{B} = \theta$$

$$v_{//} = v \cos \theta$$

$$v_{\perp} = v \sin \theta$$

半径

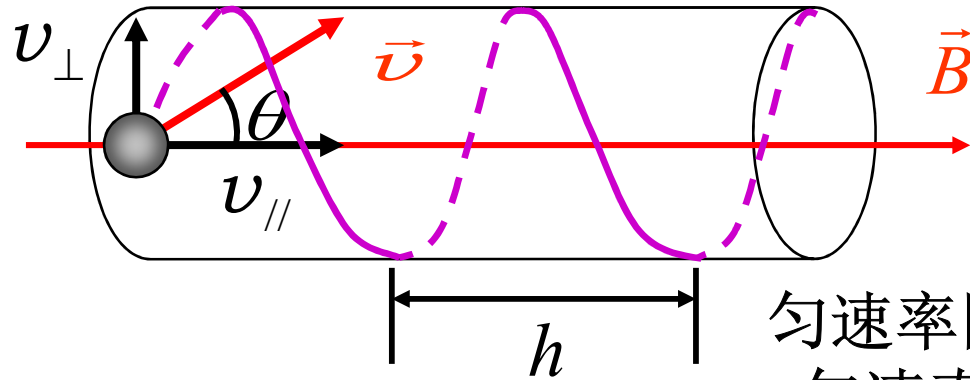
$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

周期

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

螺距

$$h = Tv_{//} = \frac{2\pi m}{qB} v_{//}$$



匀速率圆周运动  
+ 匀速直线运动  
= 螺旋运动

周期与速度无关.

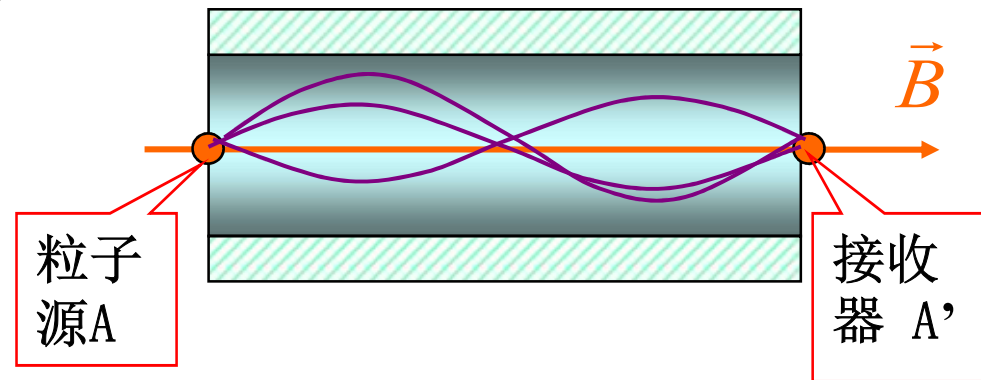


# 磁聚焦原理

从磁场中某一点A发射出一束很窄的带电粒子流，它们的荷质比相同，各粒子的运动速率接近相等，速度方向与磁场方向之间的夹角各不相同，但 $\theta$ 都很小时

$$v_{//} \approx v \quad v_{\perp} \approx v\theta$$

$$h = v_{//}T \approx \frac{2\pi m v}{qB}$$



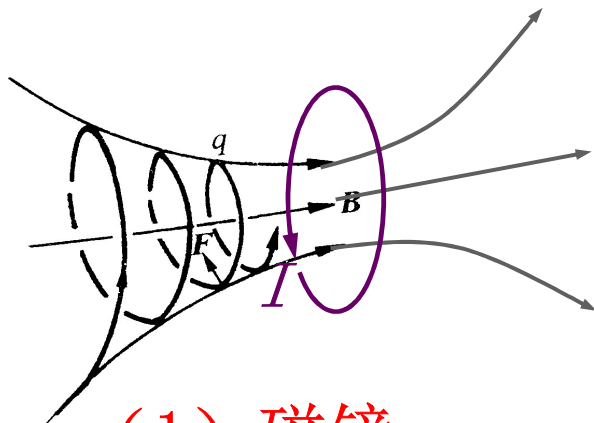
发散角不太大的带电粒子束，经过一个周期后，重新会聚——磁聚焦



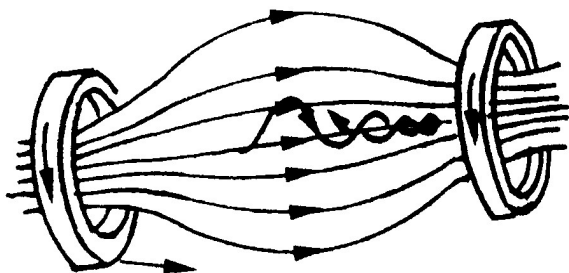


## 二、非均匀磁场

(也是螺旋运动,  $R$ 、 $h$  都在变化)



(1) 磁镜



(2) 磁瓶

用于高温等离子体约束

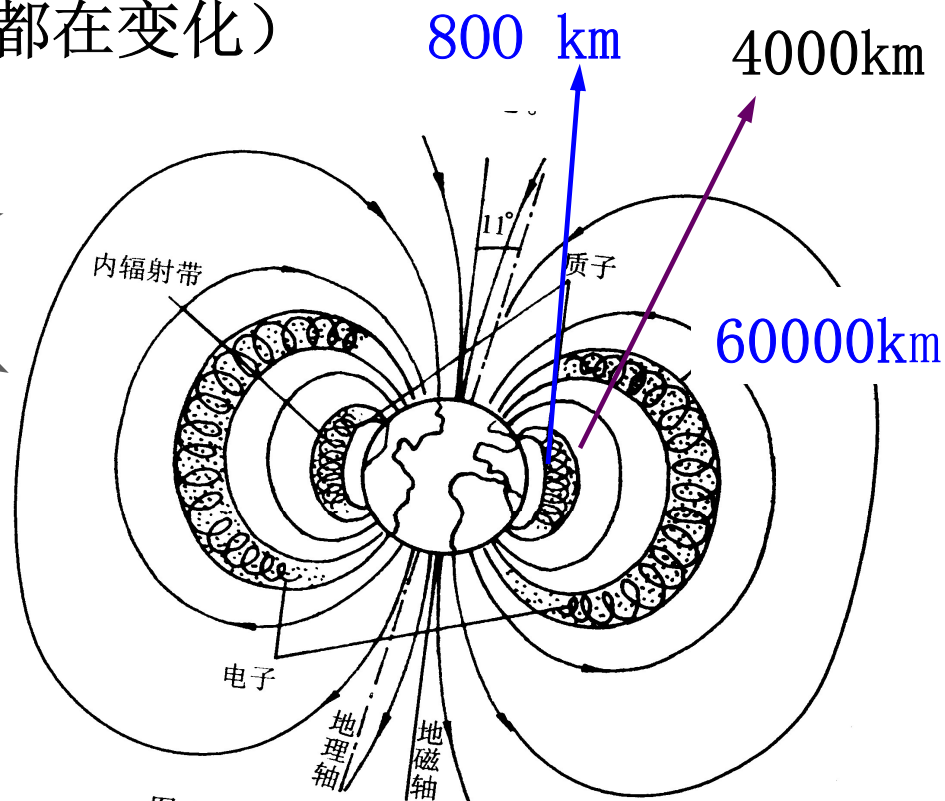


图 7 14

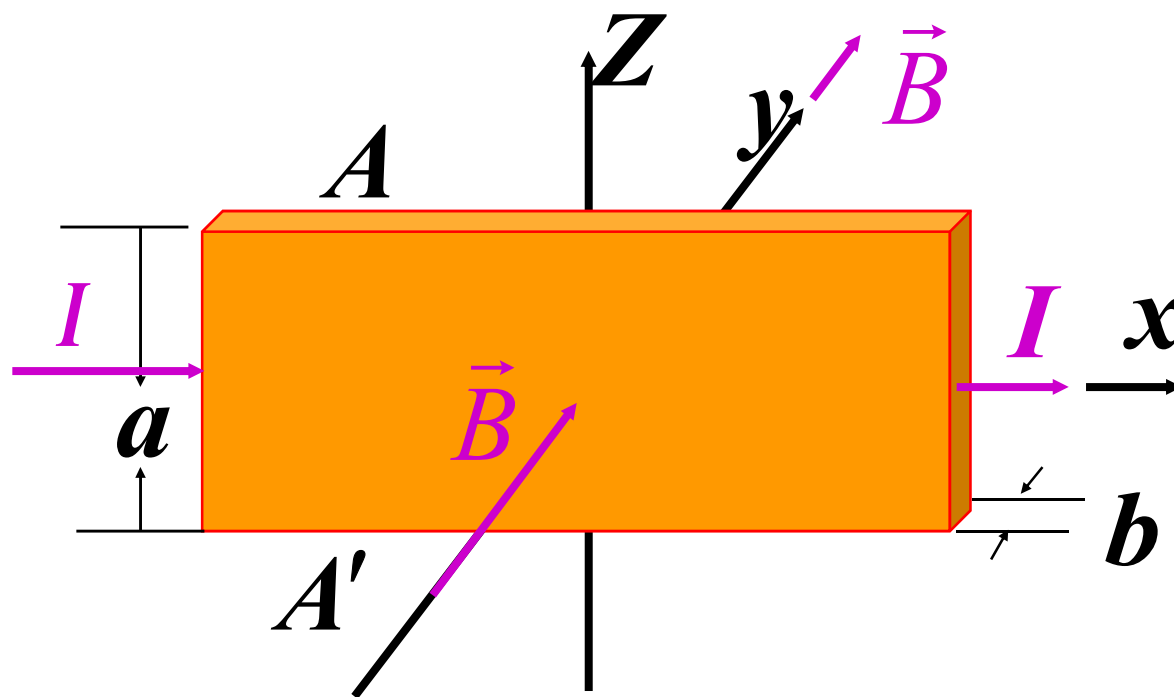
(3) 地磁场内的  
范艾仑辐射带

磁场对运动电荷和电流的作用



### 三、霍尔效应

厚度 **$b$** ,宽为 **$a$** 的导电薄片, 沿 **$x$** 轴通有电流强度 **$I$** , 当在 **$y$** 轴方向加以匀强磁场 **$B$** 时, 在导电薄片两侧 ( **$A, A'$** ) 产生一电势差 **$U_H$** , 这一现象称为霍尔效应



$$U_H = R_H \frac{IB}{b}$$

$R_H$ ---霍尔系数

磁场对运动电荷和电流的作用

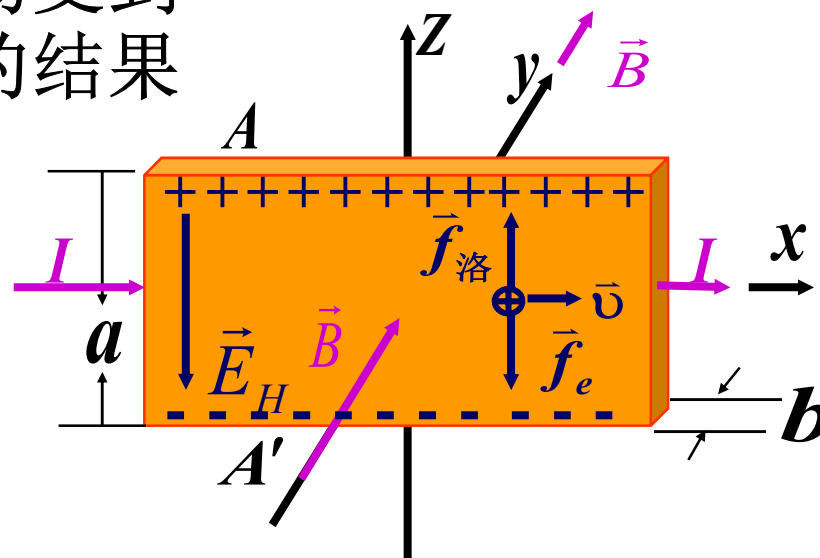


霍尔效应原理——导体中的载流子  
 （形成电流的运动电荷）在磁场受到  
 洛伦兹力作用而发生横向漂移的结果

$$q > 0 \quad \vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{f}_e = q\vec{E}_H$$

$$f_m = f_e \Rightarrow E_H = vB \quad F_{\text{合}} = 0$$



此时载流子将作匀速直线运动，同时  $A, A'$  两侧  
 停止电荷的继续堆积，从而在  $A, A'$  两侧建立一个稳  
 定的电势差

$$E_H = \frac{U_H}{a} \quad U_H = avB$$

$$\because I = nqvab \therefore U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{b}$$

磁场对运动电荷和电流的作用



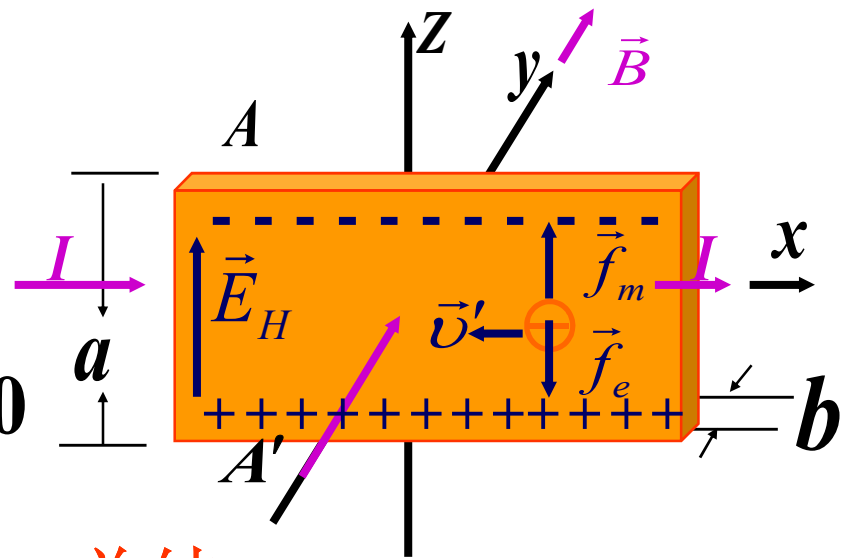
$$q < 0 \quad \begin{aligned} \vec{f}_m &= -|q|\vec{v}' \times \vec{B} \\ \vec{f}_e &= -|q|\vec{E}_H \end{aligned}$$

$$f_m = f_e \Rightarrow E_H = v'B \quad F_{\text{合}} = 0$$

$$E_H = \frac{U_H}{a} \quad U_H = av'B$$

$$\therefore I = nqv'ab$$

$$\therefore U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{b}$$



总结

(1)  $q > 0$  时,  $R_H > 0$ ,

$$\therefore U_H > 0$$

(2)  $q < 0$  时,  $R_H < 0$ ,

$$\therefore U_H < 0$$



## 霍尔效应的应用

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{b}$$

### 1、确定半导体的类型

$n$ 型半导体载流子为电子

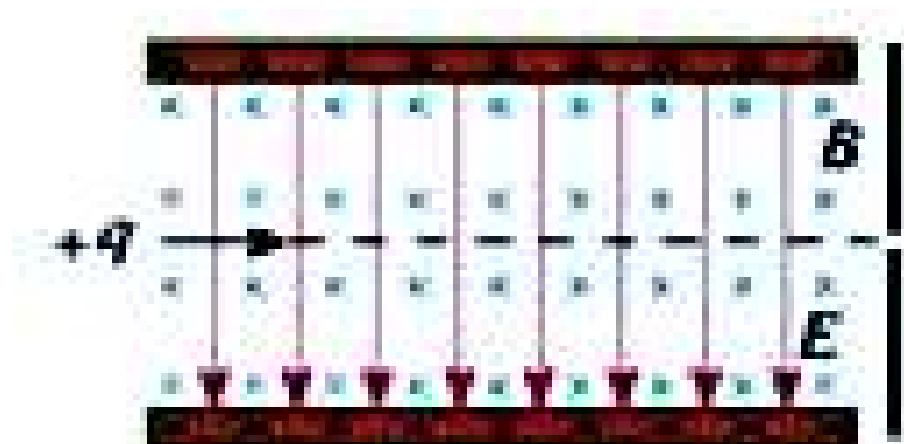
$p$ 型半导体载流子为带正电的空穴

### 2、根据霍尔系数的大小的测定， 可以确定载流子的浓度

### 3、根据霍尔电势差来测磁感应强度、电流

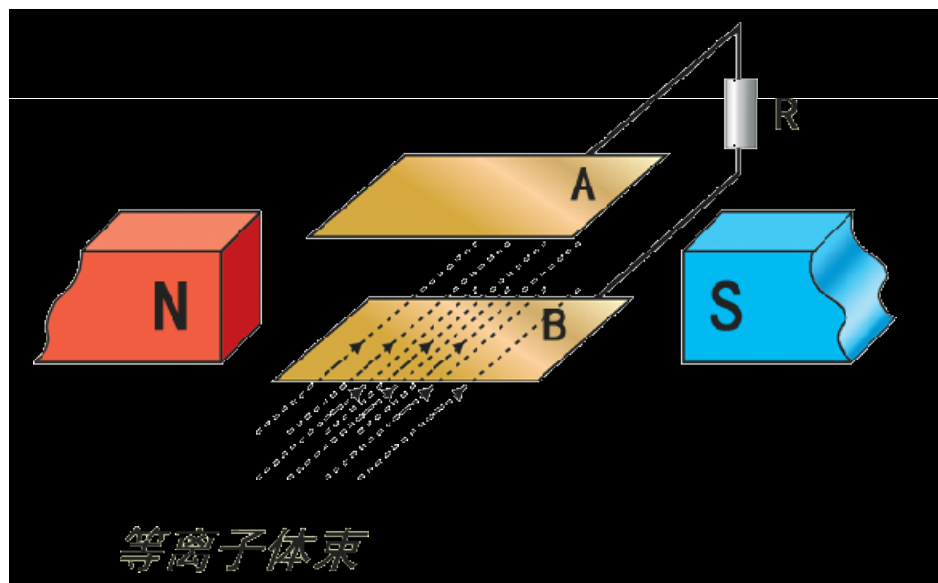


# 速度选择器

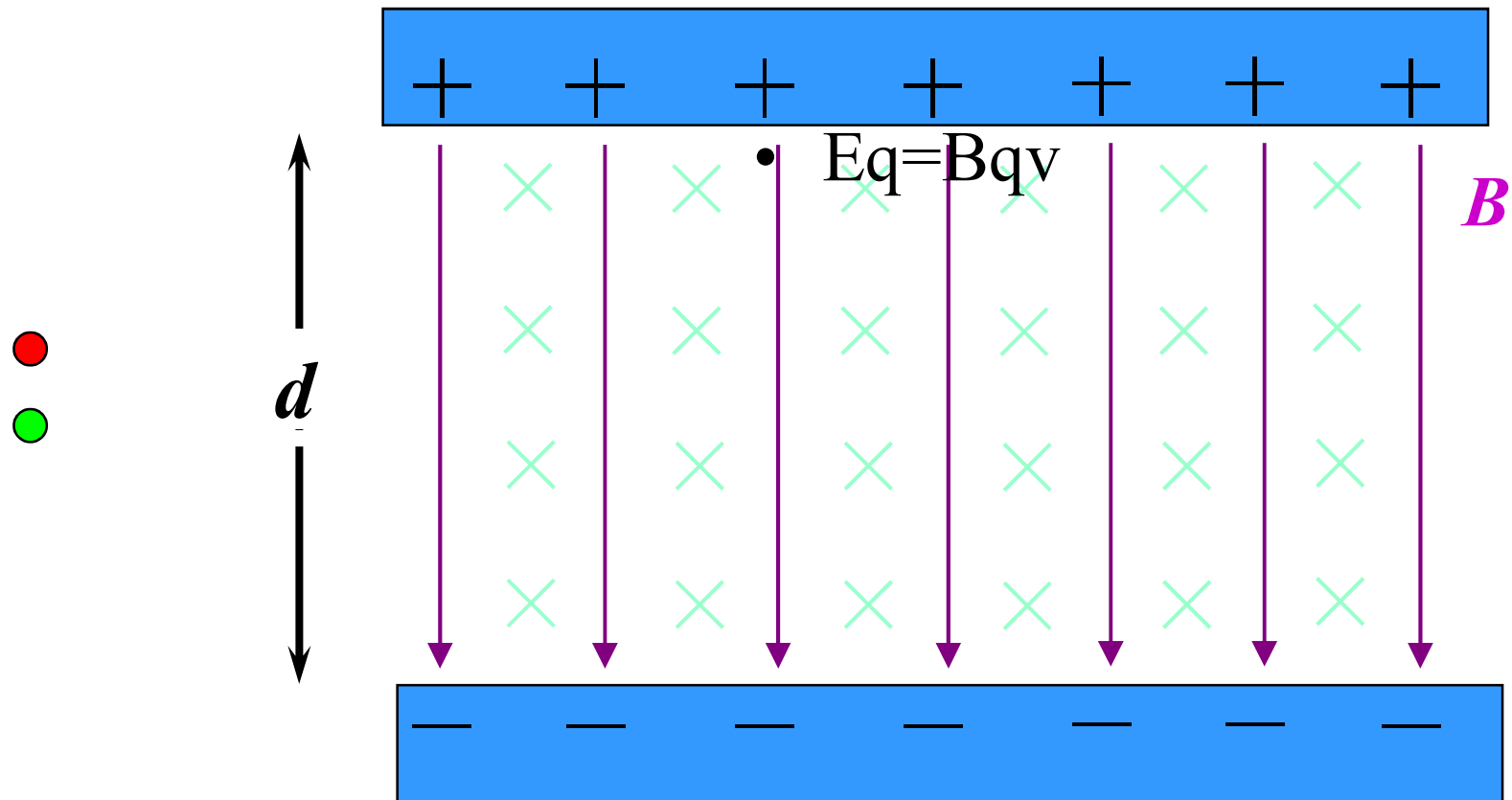


# 磁流体发电机

磁流体发电是一项新兴技术，它可以把物体的内能直接转化为电能。将混有易电离的碱金属化合物的气体加热到很高温度，气体会高度电离成为正、负离子数相等的等离子体。在平行金属板A、B之间有一个很强的磁场，使等离子体以一定速度喷入磁场。最终，在洛伦兹力和电场力的共同作用下，A、B两板间便产生稳定电场。如果把AB与一外电路接通时，电路中就会形成电流。



# 原理



● 正电荷

● 负电荷

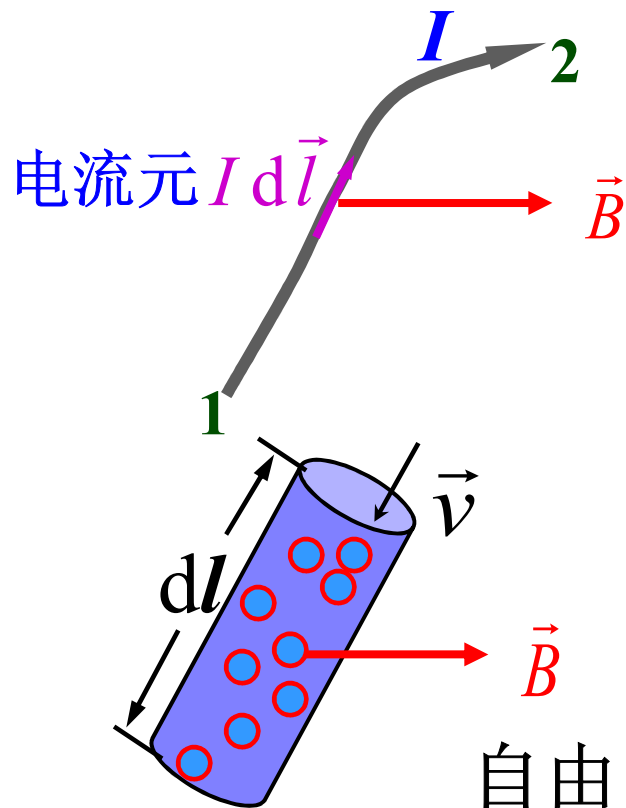
磁场对运动电荷和电流的作用



## § 2-4 磁场对电流的作用

### 一、安培定律、安培力

1、安培力：载流导体在磁场中受到的磁力



1个电子受力  $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$

N个电子受力  $\vec{F} = N\vec{F}_m$

$$dN = n dV = \mathbf{nS dl}$$

$$d\vec{F} = dN\vec{F}_m = -(nS dl)e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$I = nSev \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

自由电子运动的负方向为电流的方向





# 一、安培定律、安培力

## 2、安培定律

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \text{——安培定律}$$

大小  $dF = IdlB \sin \theta \quad \theta = \arcsin( Id\vec{l}, \vec{B} )$

方向判断 右手螺旋

载流导线受到的磁力

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$



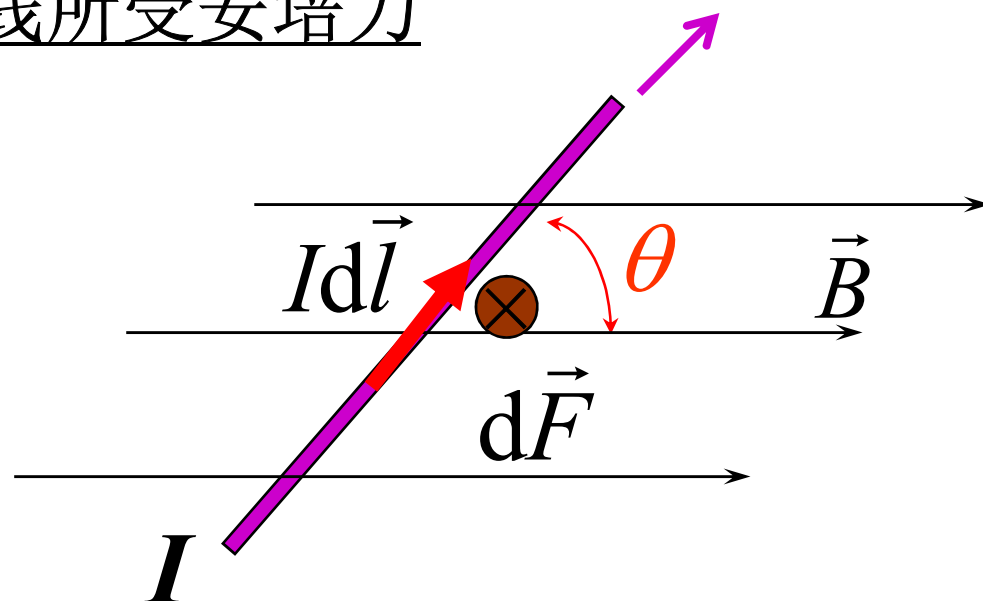
## 均匀磁场中载流直导线所受安培力

取电流元  $I d\vec{l}$

受力大小

$$dF = B I dl \sin \theta$$

方向  $\otimes$



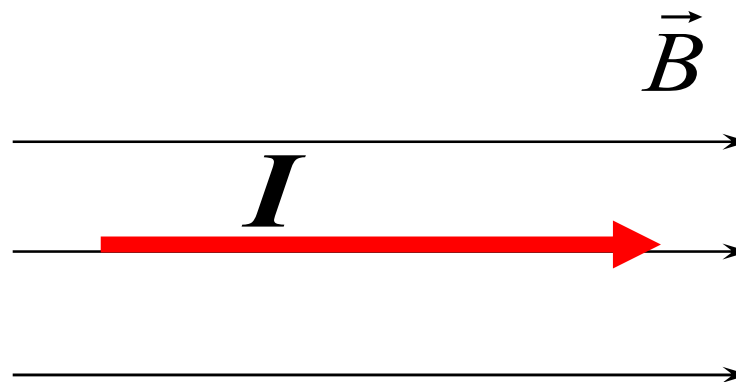
积分  $F = \int_L B I dl \sin \theta = B I L \sin \theta$

结论  $F = B I L \sin \theta$       方向  $\otimes$



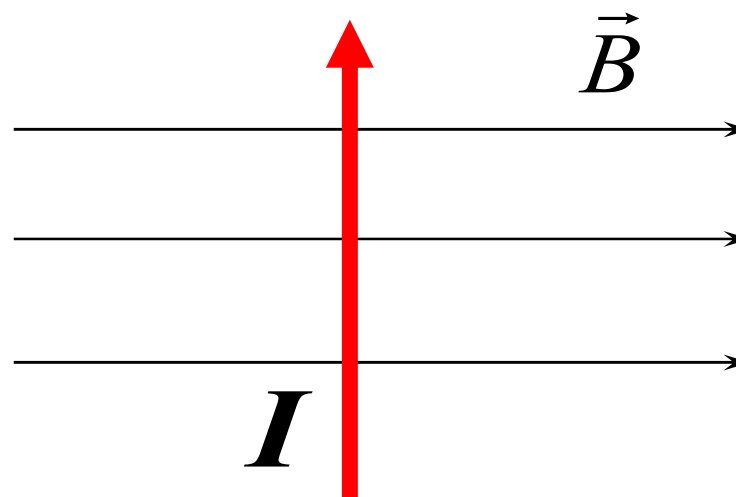
$$\theta = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

$$F = 0$$



$$\theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$F_{\max} = BLI$$



例 在均匀磁场中放置一任意形状的导线，电流强度为I

求 此段载流导线受的磁力。

解 在电流上任取电流元  $I d\vec{l}$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}, \quad dF = IB dl$$

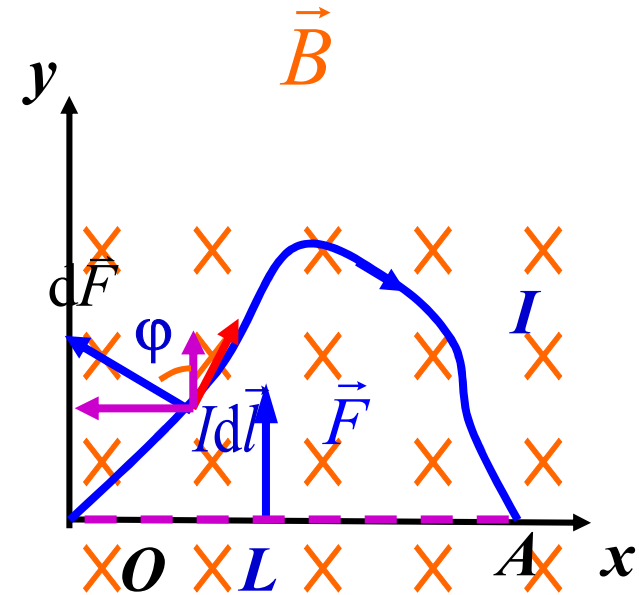
$$dF_x = IB dl \sin \varphi = IB dy$$

$$dF_y = IB dl \cos \varphi = IB dx$$

$$F_x = \int_0^0 IB dy = 0$$

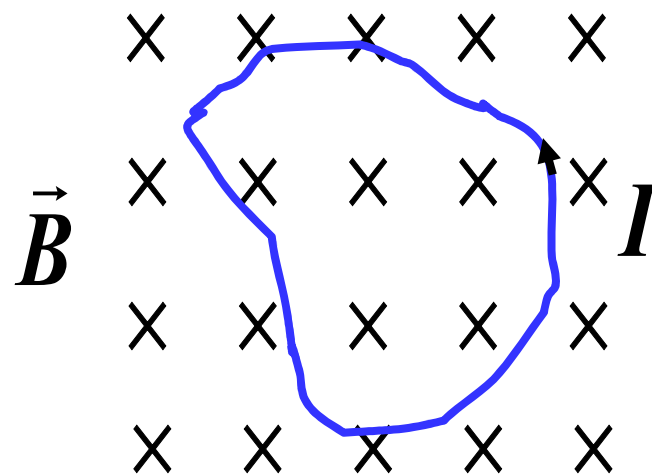
相当于载流直导线  $\overline{OA}$

$$F_y = \int_0^L IB dx = IBL \quad \text{在匀强磁场中受的力，方向沿 } y \text{ 向。}$$



## 推论

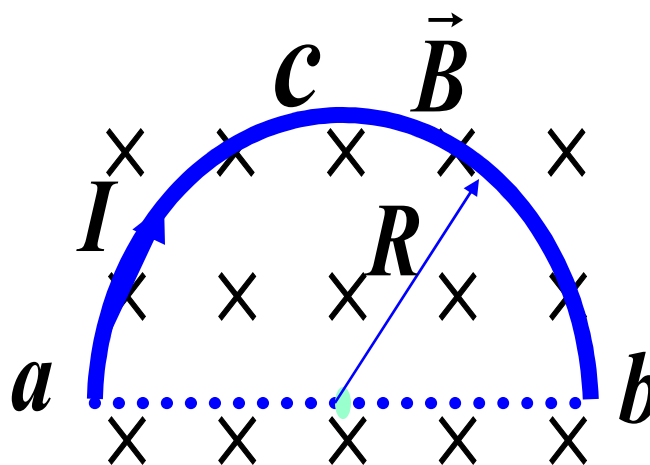
在均匀磁场中任意形状闭合载流线圈受合力为零



练习 如图 求半圆导线所受安培力

$$F = 2BIR$$

方向竖直向上

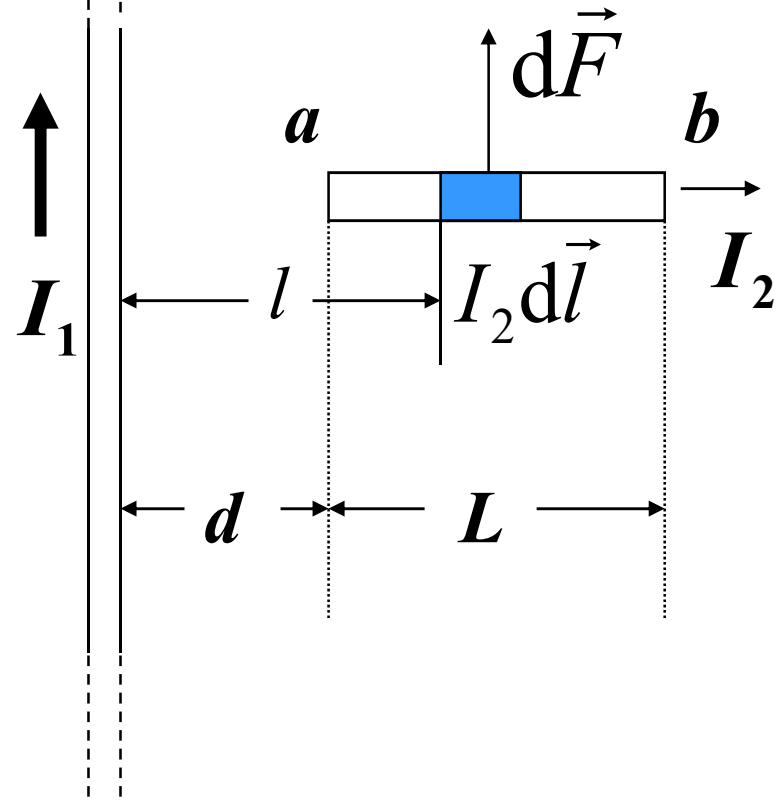


## 非均匀磁场中

例：求一无限长直载流导线的磁场对另一直载流导线 $ab$ 的作用力。已知： $I_1$ 、 $I_2$ 、 $d$ 、 $L$

解：
$$dF = BI_2 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi l} dl$$

$$F = \int_L dF = \int_d^{d+L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi l} dl$$
$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$$



## 二、磁场对载流线圈的作用

$$F_1 = F_1' = B l_1 \sin \varphi$$

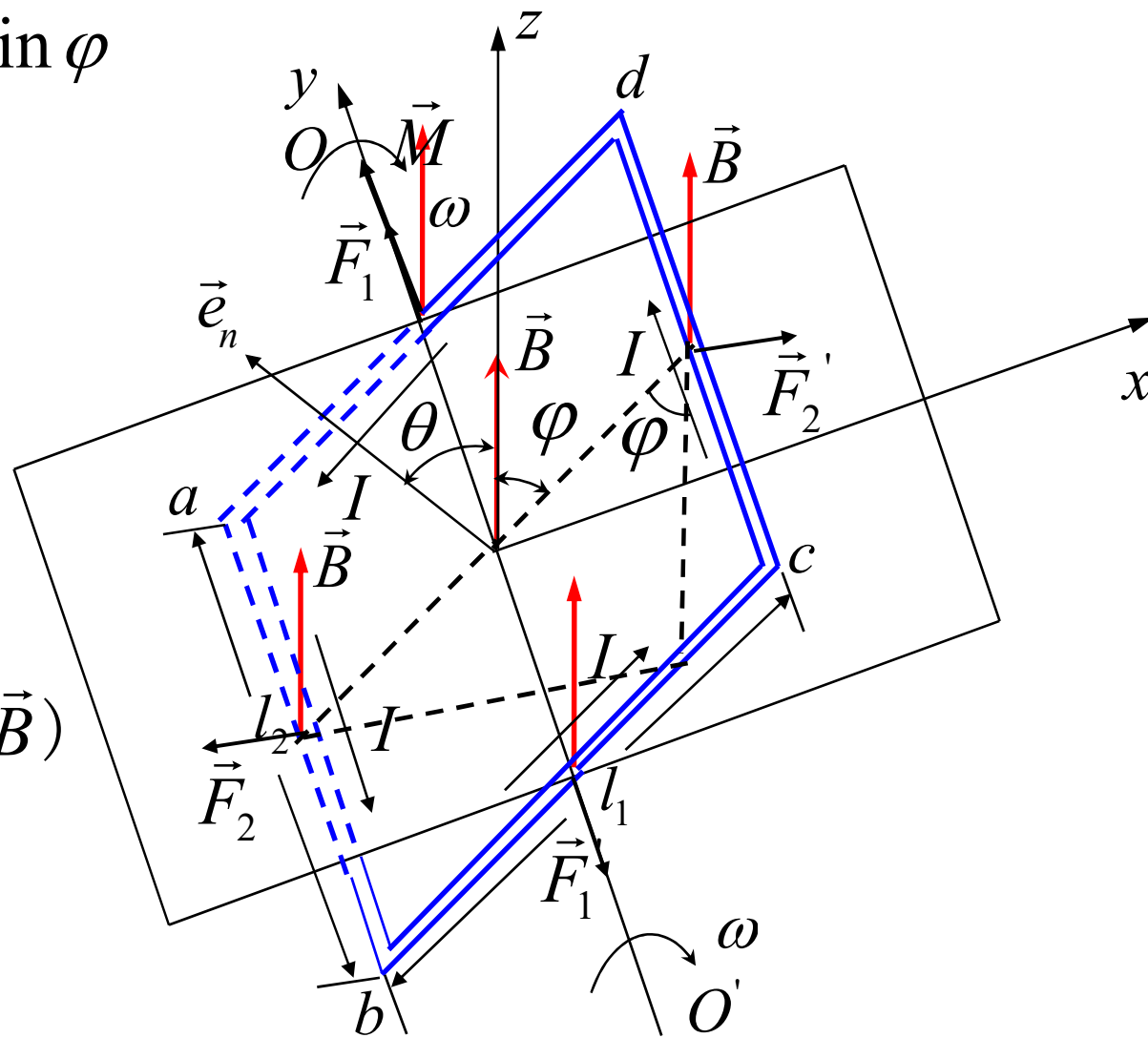
$$F_2 = F_2' = B l_2$$

$$M = F_2 l_1 \sin \theta$$

$$= B l_2 l_1 \sin \theta$$

$$= B I S \sin(\vec{e}_n, \vec{B})$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$



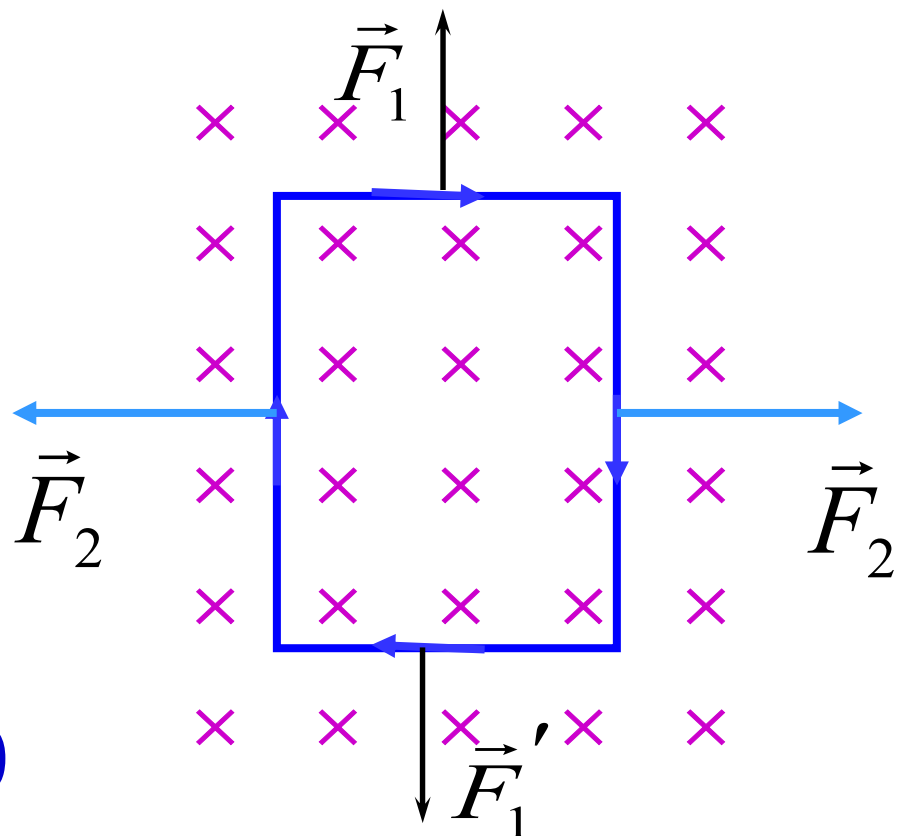
$$M = Bm \sin \theta$$

如果线圈为 $N$ 匝  $\vec{m} = NIS\vec{e}_n$

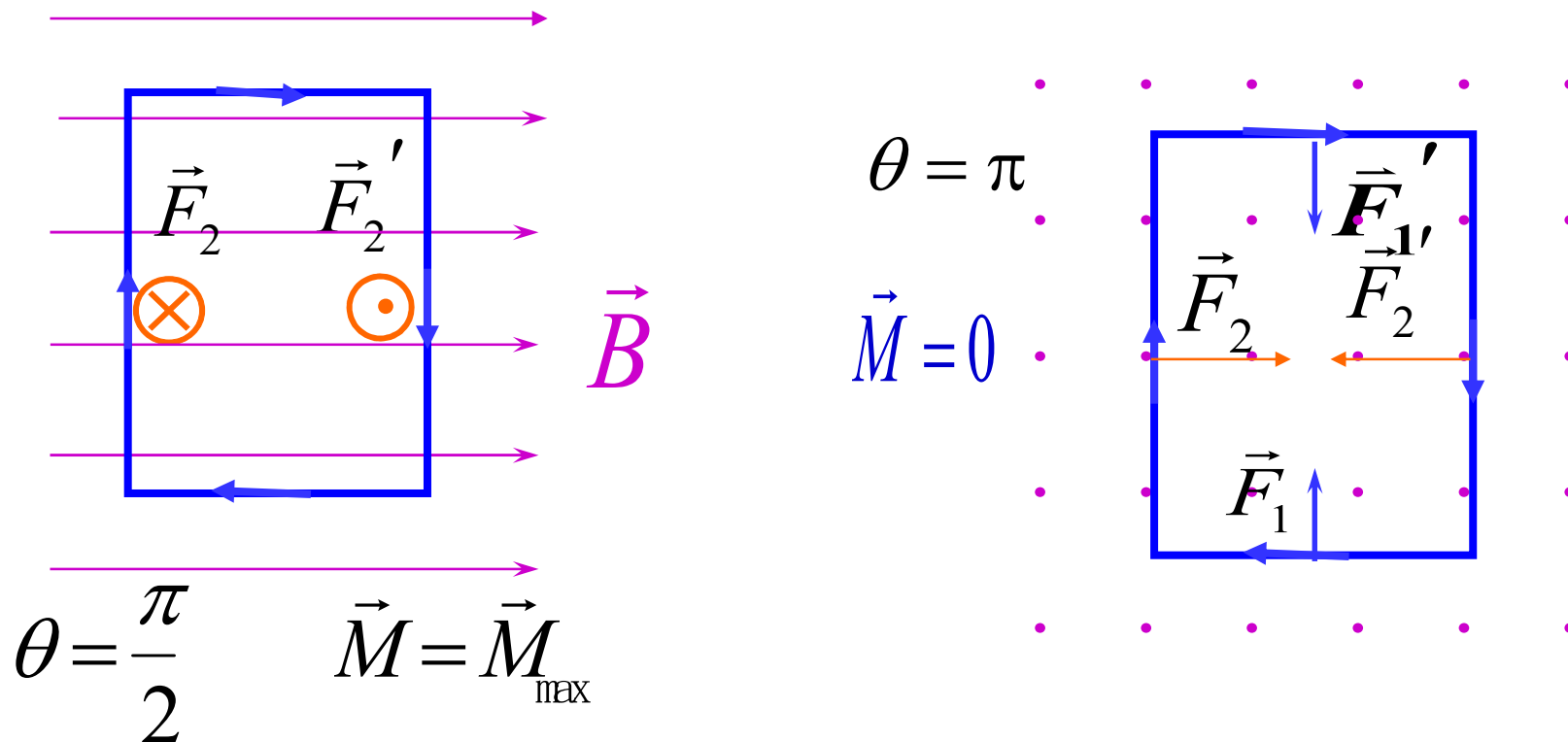
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

讨论

$\theta = 0$      $\vec{M} = 0$







(1)  $M$  作用下, 磁通量增加  $\theta = 0$   $\vec{M} = 0$  稳定平衡

$\theta = \pi$   $\vec{M} = 0$  非稳定平衡

(2) 非均匀磁场中的平面电流环

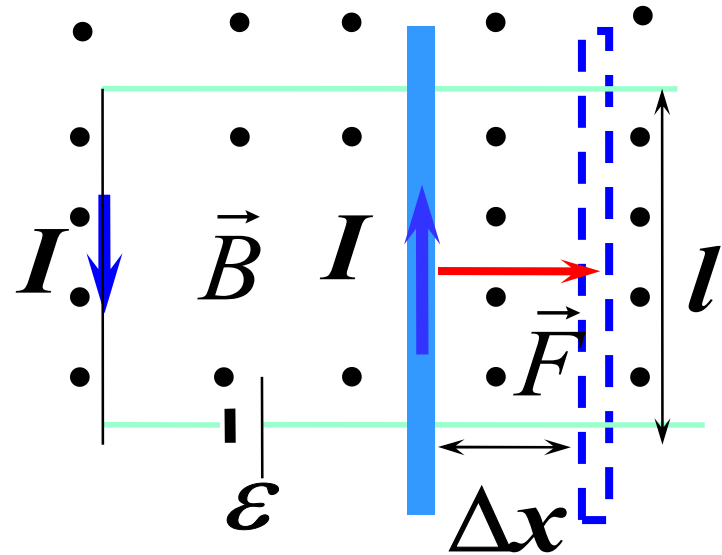
$\sum \vec{F}_i \neq 0$   $\vec{M} \neq 0$  线圈有平动和转动



### 三、 磁力做功

#### 1. 磁力对载流导线做功

$$\begin{aligned} A &= F\Delta x \\ &= BIl\Delta x \\ &= I\Delta\Phi_m \end{aligned}$$



## 2. 磁力矩对转动载流线圈做功

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

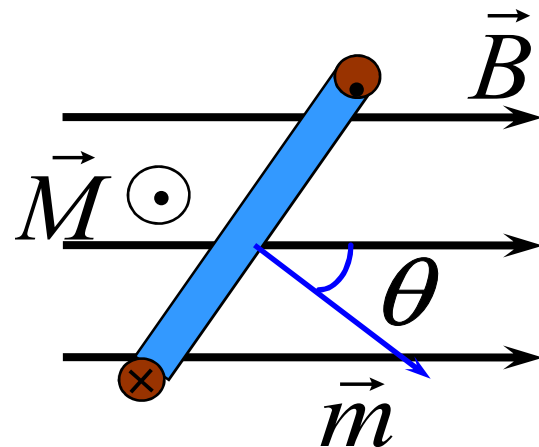
$$M = mB \sin \theta = \mathbf{ISB} \sin \theta$$

$$dA = -M d\theta = -BIS \sin \theta d\theta$$

$$= Id(BS \cos \theta) = Id\Phi_m$$

$$A = \int dA = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m = I\Delta\Phi_m$$

$$A = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m$$



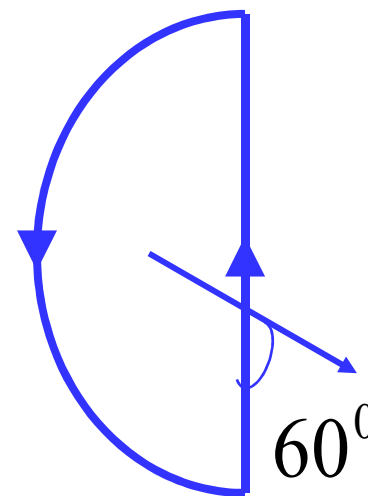
**例：**一半径为 $R$ 的半圆形闭合线圈，通有电流 $I$ ，线圈放在均匀外磁场 $B$ 中， $B$ 的方向与线圈平面成 $30^\circ$ 角，如右图，设线圈有 $N$ 匝，问：

- (1) 线圈的磁矩是多少？
- (2) 此时线圈所受力矩的大小和方向？
- (3) 图示位置转至平衡位置时，  
磁力矩做功是多少？

**解：** (1) 线圈的磁矩

$$\vec{m} = NIS\vec{e}_n = NI\frac{\pi}{2}R^2\vec{e}_n$$

$m$ 的方向与 $B$ 成 $60^\circ$ 夹角



(2) 此时线圈所受力矩的大小为

$$M = mB \sin 60^\circ = NIB \frac{\sqrt{3}\pi}{4} R^2$$

磁力矩的方向由  $\vec{m} \times \vec{B}$  确定，为垂直于  $B$  的方向向上。即从上往下俯视，线圈是逆时针

(3) 线圈旋转时，磁力矩做功为

$$A = NI \Delta \Phi_m = NI (\Phi_{2m} - \Phi_{1m})$$

$$= NI \left( B \frac{\pi}{2} R^2 - B \frac{\pi}{2} R^2 \cos 60^\circ \right)$$

$$= NIB \frac{\pi}{4} R^2$$

可见，磁力矩做正功

