

静力学部分

(几何静力学)

静力学的任务：**物体**在**力系**作用下的**平衡**规律。

具体主要掌握以下三方面内容：

1. 物体的受力分析 -----**基础**
2. 力系的等效（或简化） -----**桥梁**
3. 力系的平衡条件及其应用 -----**目标**

第一章 静力学基础

§ 1-1 基本概念

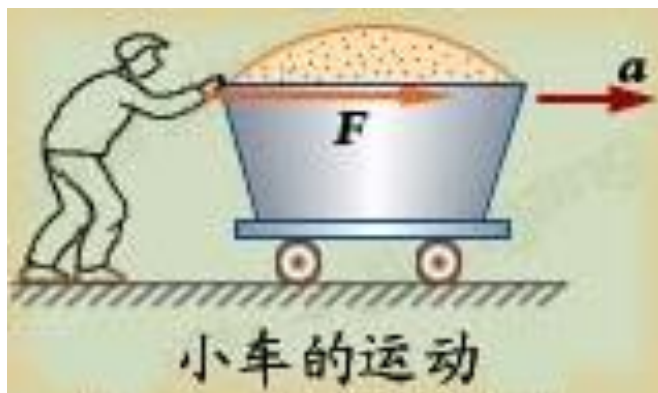
1. 力(force)的概念

*力的定义：物体间相互的机械作用。

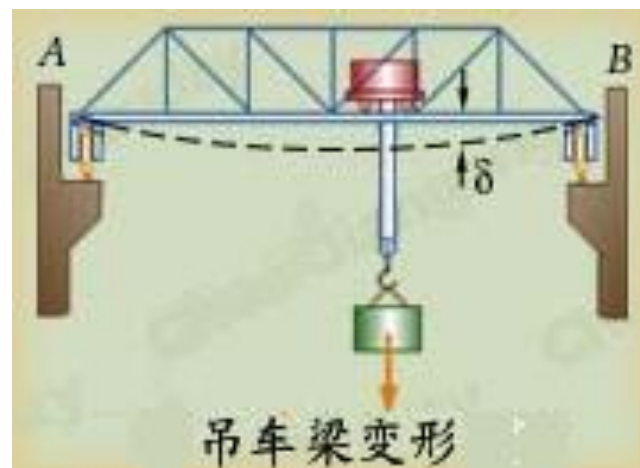
施力物体与受力物体

*力的作用效果：

力的运动效应或外效应



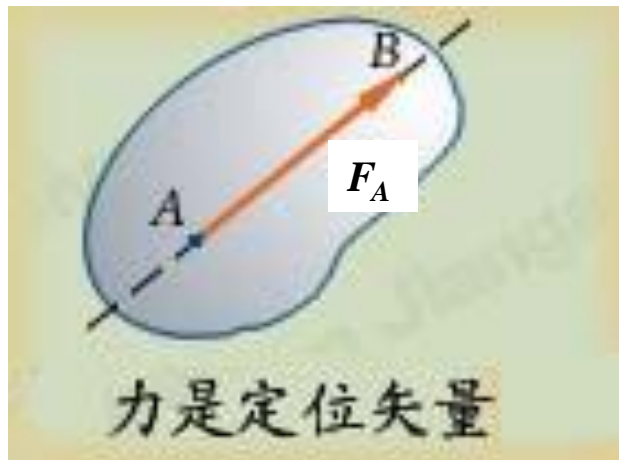
力的变形效应或内效应



1. 力(force)的概念

*力的三要素：**大小**、**方向**和**作用点**。——力的表示

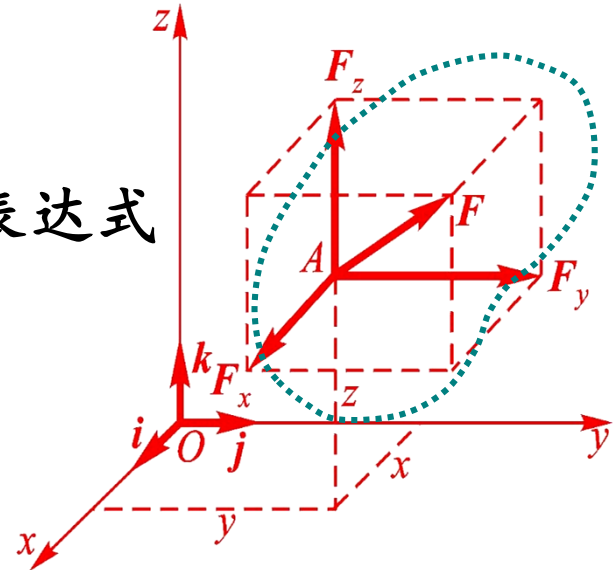
力的**几何**表示——定位矢量+力的名称



$$F_A = AB$$

力的几何表示法主要用于受力分析(图示).

力的**解析**表达式



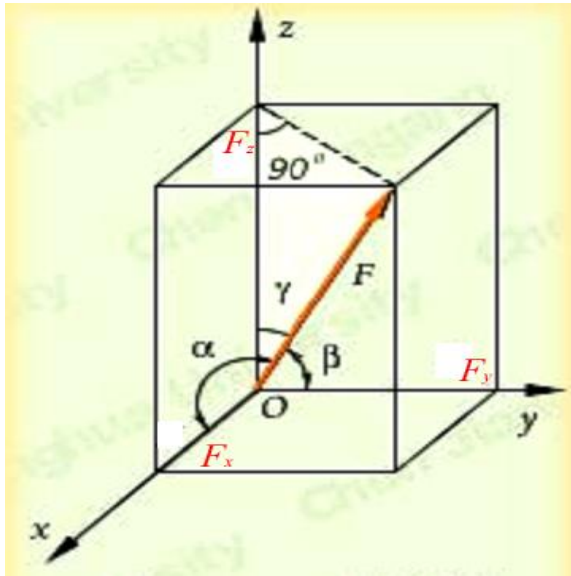
$$F = F_x + F_y + F_z = F_x i + F_y j + F_z k$$

F_x 、 F_y 、 F_z 分别为力矢 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影，为代数量。

1. 力(force)的概念

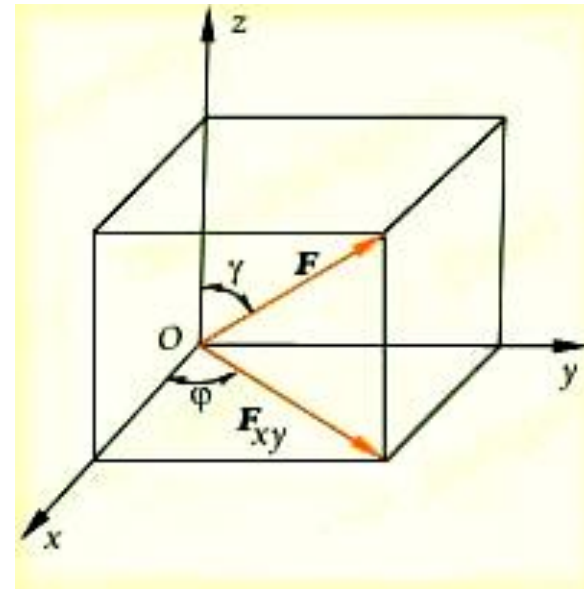
力的解析(分析)表示——力的投影(坐标系、投影轴)

(1) 一次投影法



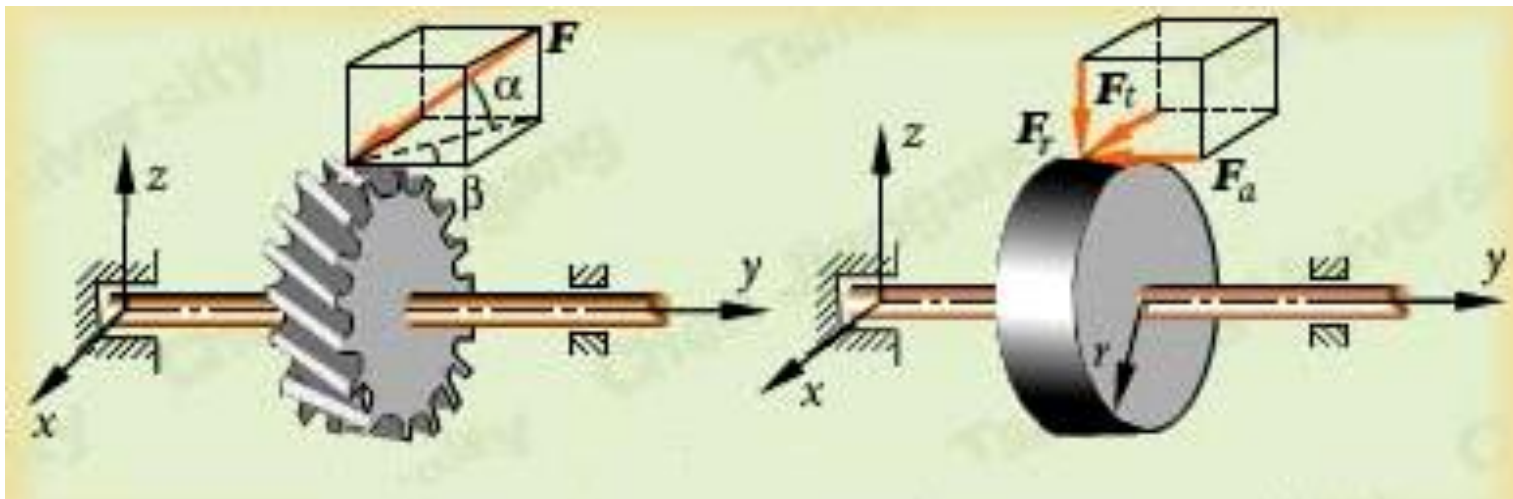
$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\}$$

(2) 二次投影法



$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_{xy} \cos \varphi = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y &= F_{xy} \sin \varphi = F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\}$$

例 半径 r 的斜齿轮，齿轮压力角为 α ，齿倾角(螺旋角)为 β ，其上作用力 F ，如图所示。求力 F 在坐标轴上的投影。



解: $F_z = F_r = -F \sin \alpha$

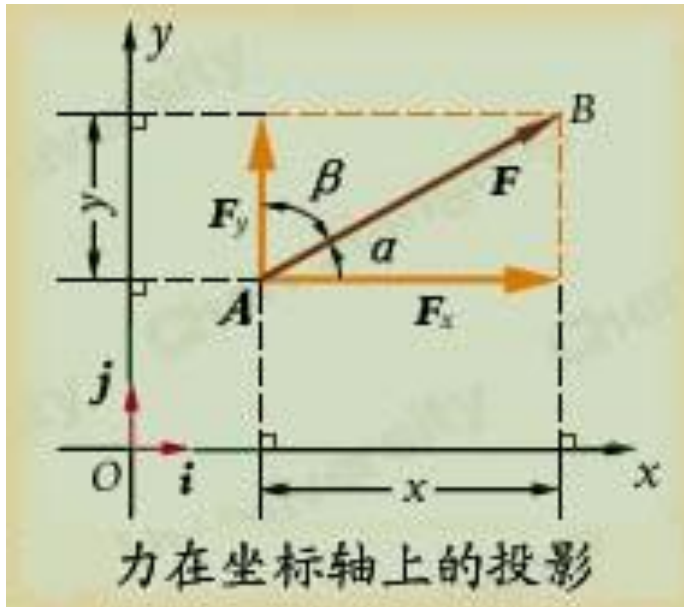
$$F_{xy} = F \cos \alpha$$

$$F_x = F_t = F_{xy} \sin \beta = F \cos \alpha \sin \beta$$

$$F_y = F_a = -F_{xy} \cos \beta = -F \cos \alpha \cos \beta$$

1. 力(force)的概念

特例：xy平面



$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta = F \sin \alpha \end{aligned} \right\}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

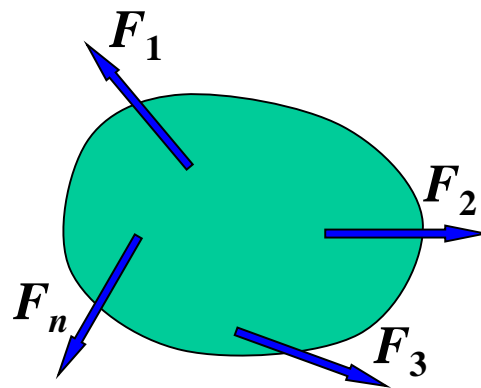
$$\cos(F, \mathbf{i}) = \frac{F_x}{F} \quad \cos(F, \mathbf{j}) = \frac{F_y}{F}$$

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

力的**解析**表示法主要用于数值计算和建立方程。
该法只能描述大小和方向, 作用点仍需图示。

2. 力系的概念

- ✓ 力系的定义：作用在某一研究对象上的一群力。
- ✓ 力系的种类：空间力系、平面力系、平行力系、汇交力系、力偶系等。
- ✓ 等效力系：复杂力系等效简化为简单力系。
分力 \Rightarrow 合力
- ✓ 平衡力系：满足平衡条件的力系。



3. 刚体 (rigid body) 与变形体

定义1: 在力的作用下不变形的物体——理想化模型

依据: 物体实际变形小, 暂不考虑变形

定义2: 物体在力作用下, 任意两点间距离保持不变。

优点: 1. 不考虑变形引起的尺寸改变
2. 便于运动研究, 描述运动简单。
3. 力系的简化。

一个物体能否视为刚体, 不仅取决于变形的大小,
而且和问题本身的要求有关。

非刚体: 受力明显变形的物体

刚体的组合

4. 平衡 (balance) 的概念

【平衡】

- ◆ 指的是物体机械运动的一种特殊运动状态：
若物体相对于**惯性参考系**保持静止或作匀速直线运动.
- ◆ 此时物体受力之间存在特定的关系
-----平衡条件(平衡方程)

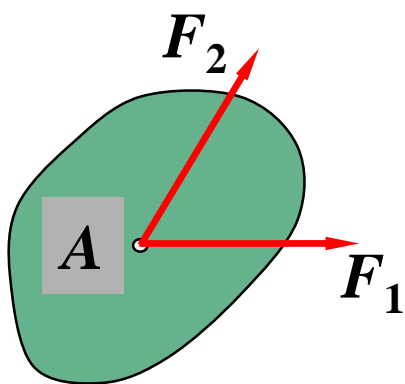
刚体平衡与变形体平衡之间的关系？



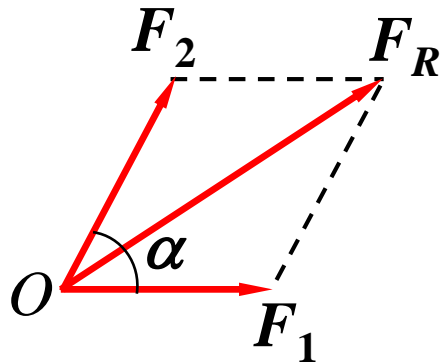
§ 1-2 静力学基本公理

公理1 力的平行四边形公理

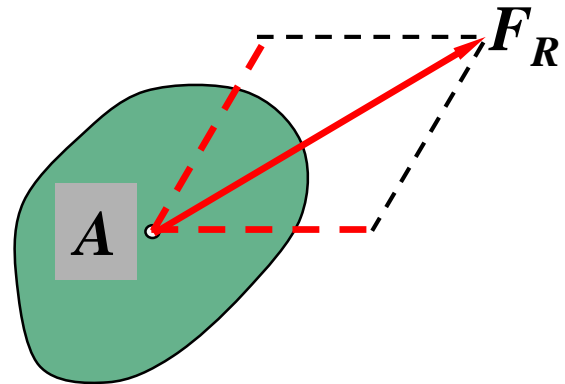
作用在**物体**上同一点的两个力，可合成一个合力，合力的作用点仍在该点，其大小和方向由以此两力为边构成的平行四边形的对角线确定。



受力图



运算图



受力图

矢量式

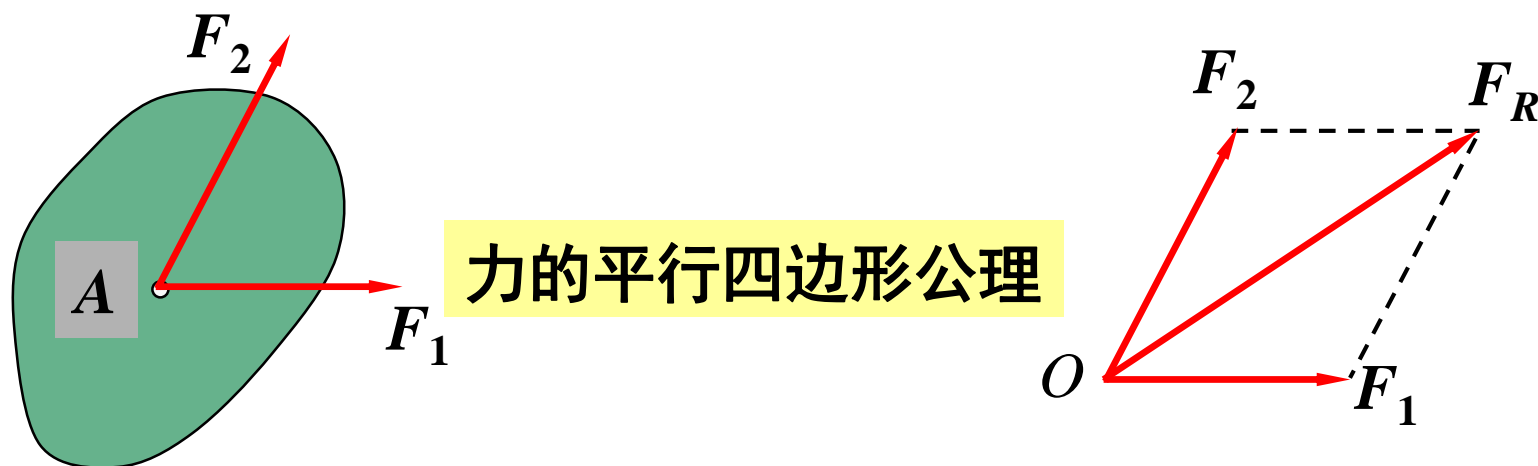
$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

代数式

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha$$

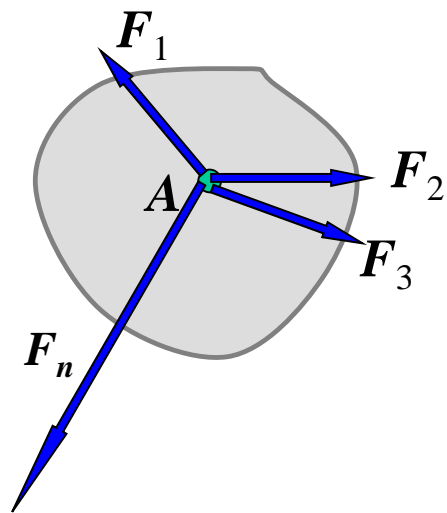
公理1 力的平行四边形公理

- 此公理给出了力系简化的基本方法。
- 平行四边形法则是力的合成（**唯一**）法则，也是力的分解（**无数**）法则，多为**正交**分解。
- 力的平行四边形法则是运算法则，而非真实受力图，合力和分力不应同时出现在一张受力图中。



推广：共点力系的合成

共点力系：（一种特殊的力系）是指力系中各力作用于
物体的同一点。



共点力系 \longrightarrow 合力

$$F_R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum F_i$$

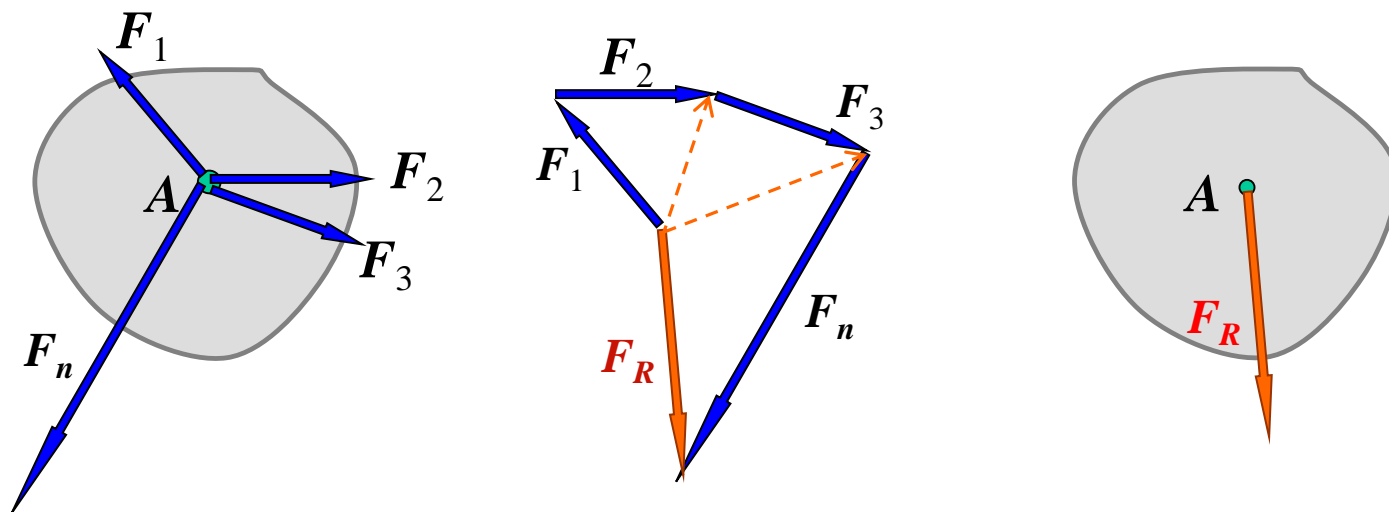
作用点过汇交点

处理的具体方法

几何法 “图”

解析法 “代数式”

推广：共点力系的合成—几何法



力多边形法则：共点力系中各分力依次首尾相连，多边形的封闭边就是合力的大小和方向，作用线过汇交点。

- 区分受力图与力多边形
- 合成的次序不影响结果

推广：共点力系的合成—解析法

合力投影定理：合力在任一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F}_i$$

$$\mathbf{F}_R = F_{Rx} \mathbf{i} + F_{Ry} \mathbf{j} + F_{Rz} \mathbf{k}$$

$$= \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k}$$

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}$$

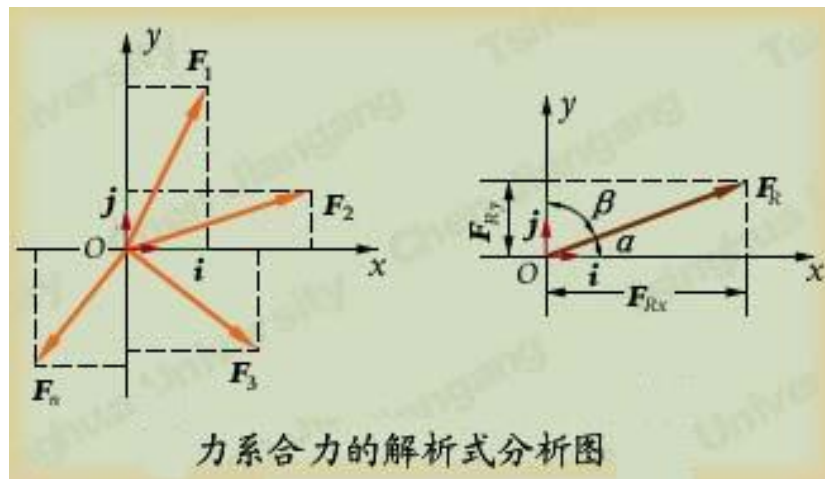
$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}$$

$$\sum F_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz}$$

特例：平面共点力系

$$\mathbf{F}_R = F_{Rx} \mathbf{i} + F_{Ry} \mathbf{j}$$

$$= \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j}$$



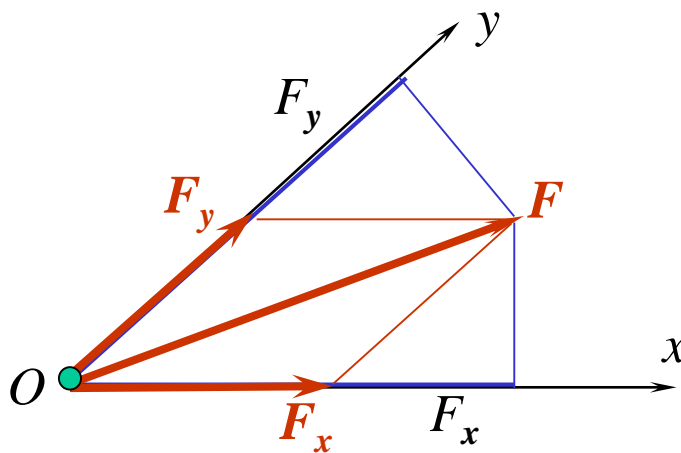


思考题

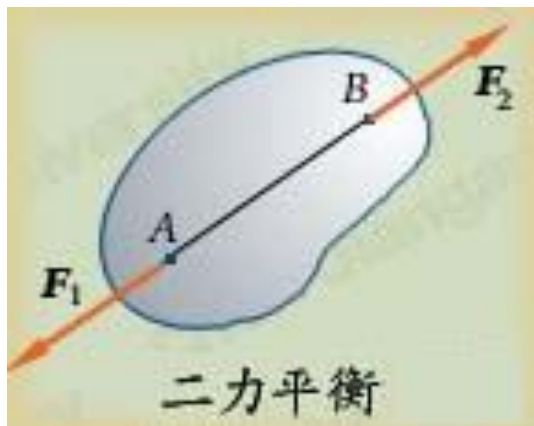
● 应用解析法求解平面共点力系合成问题，取不同的直角坐标系时，所求合力是否相同？

● 力的分力和投影的关系？

● 力沿两轴分力的大小和在该两轴上的投影大小相等吗？



公理2 二力平衡公理

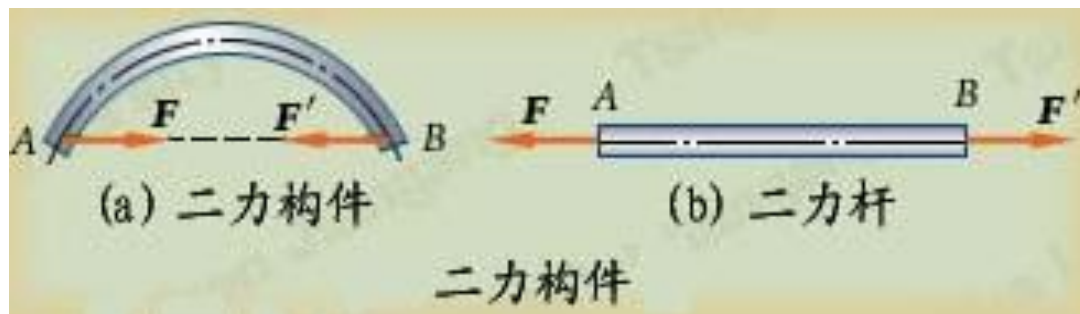


作用在**刚体**上的两个力，使刚体平衡的充要条件是：两个力等值、反向、共线。

$$F_1 = -F_2$$

- ◆ 一对基本的平衡力系（最简单的平衡力系）。
- ◆ 仅适于刚体。对于非刚体（变形体）只是必要条件而非充分条件。
- ◆ 在受力分析和力系简化中应用，此类杆件称作**二力构件**或**二力杆**。

$$F = -F'$$



公理3 作用与反作用公理

两**物体**间的相互作用力，大小相等，方向相反，作用线沿同一直线。

*此公理概括了物体间力的传递规律，表明作用力与反作用力成对出现，并分别作用在**不同**的物体上。

公理4 加减平衡力系公理

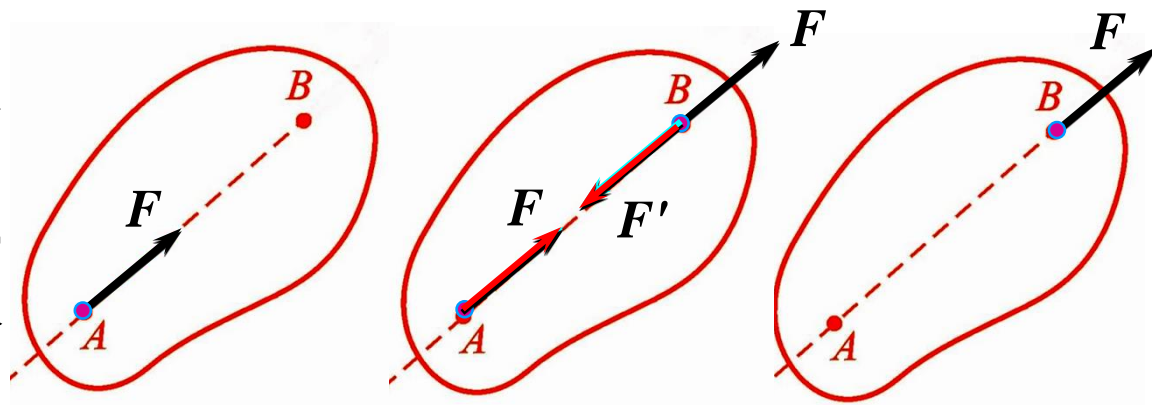
在已知力系上加上或减去任意平衡力系，并不改变原力系对**刚体**的作用。

即原力系与加减平衡力系后得到的新力系等效。

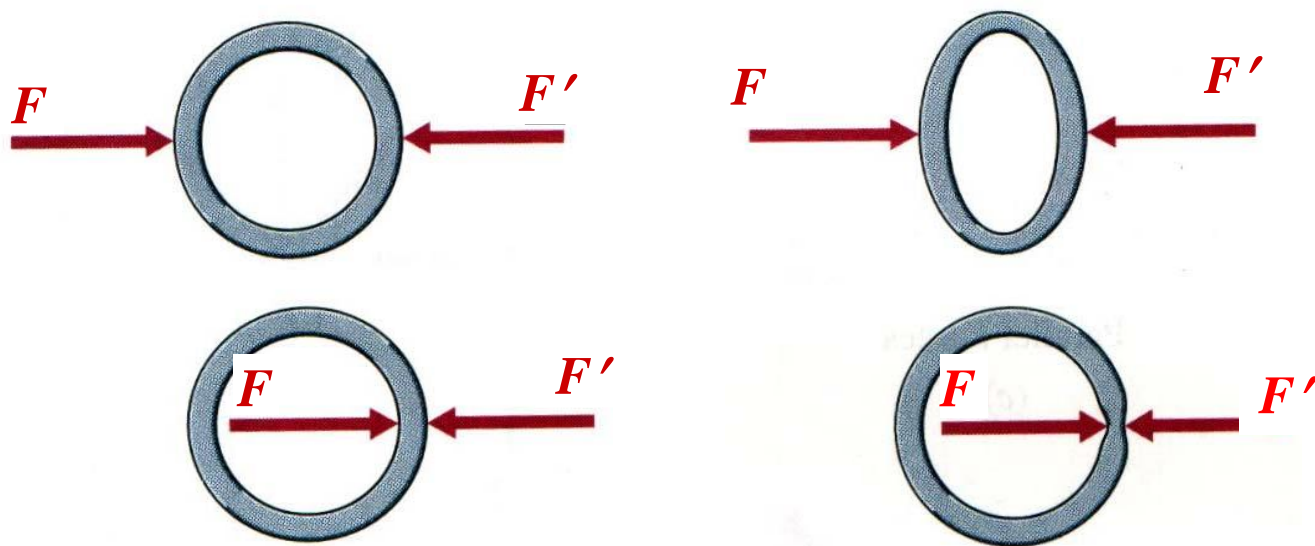
*此公理是研究力系等效与简化的重要依据。

推理1 刚体上力的可传性

作用于**刚体**上某点的力，可以沿其作用线任意移动，并不改变该力对刚体的作用。



作用于刚体上的力三要素：**力的大小、方向、作用线**

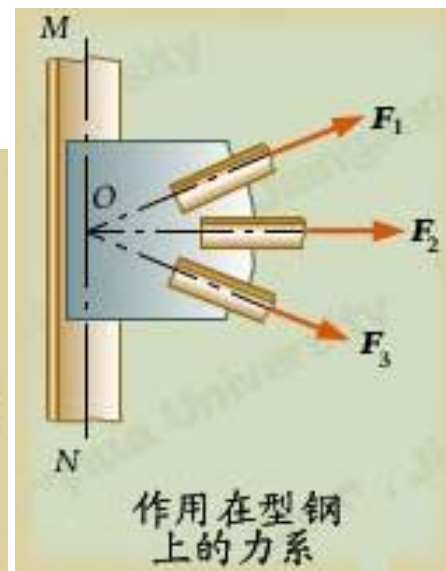
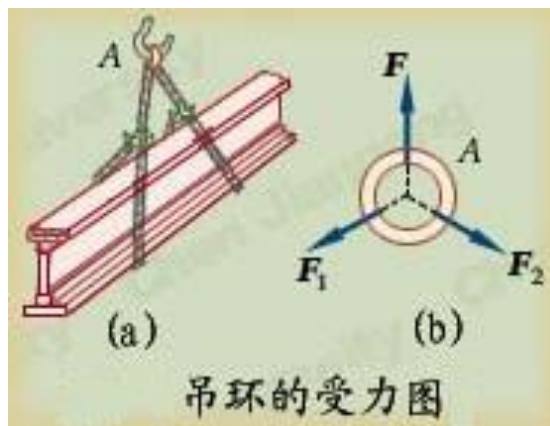
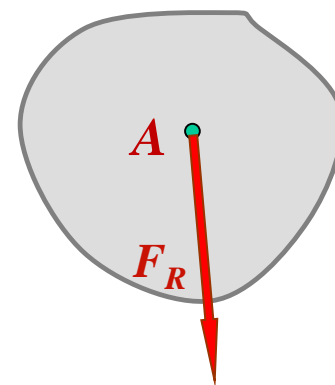
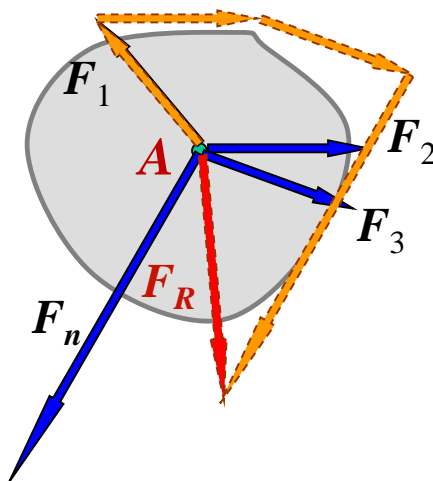
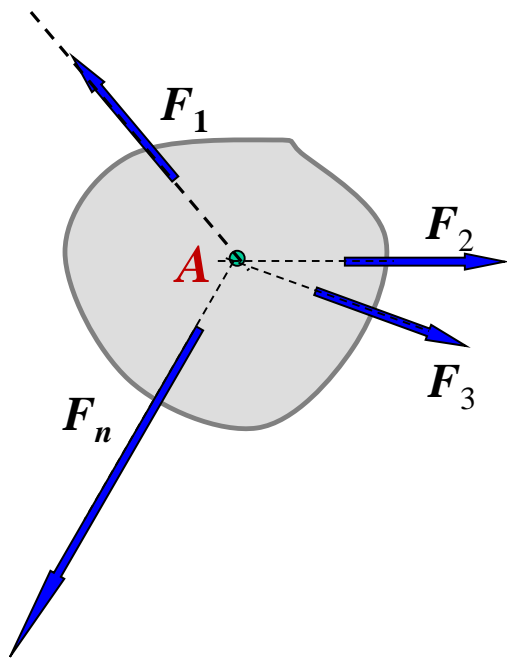


推广：汇交力系的合成

汇交力系：作用在**刚体**上的各力的作用线汇交于一点的力系。

汇交力系

→ 共点力系



例 如图所示，一汇交力系 (F_1, F_2, F_3) 的作用点在边长2m的正六面体相应的顶点上，各力的指向如图，大小分别为 $F_1=3\text{N}$, $F_2=\sqrt{2}\text{N}$, $F_3=2\sqrt{2}\text{N}$ ，求合力的大小与方向。

解： $F_1 = 3k$

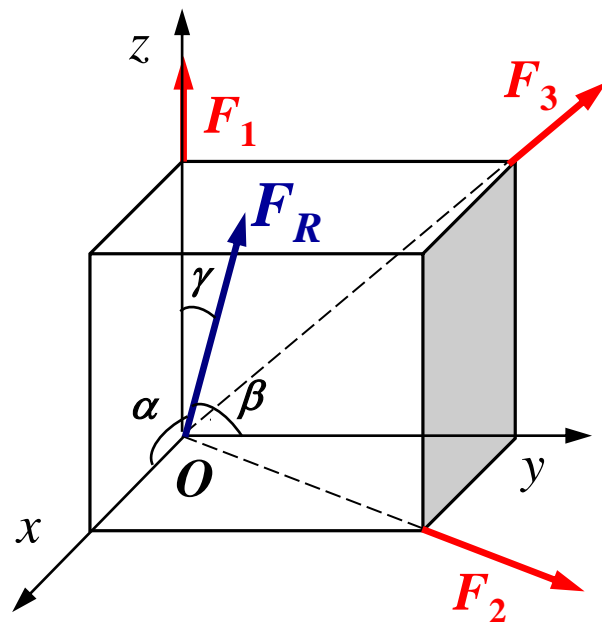
$$F_2 = i + j$$

$$F_3 = 2j + 2k$$


$$F_R = i + 3j + 5k$$

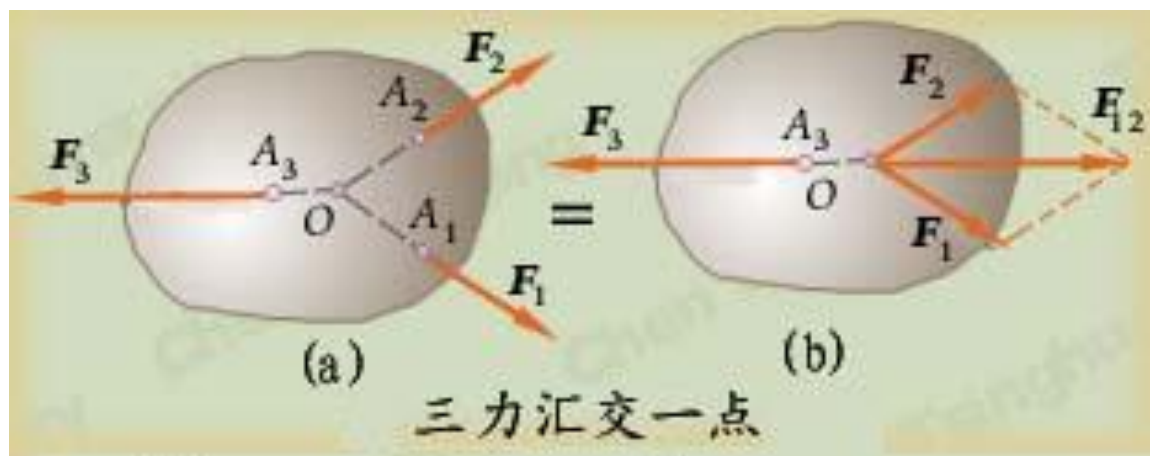
$$F_R = \sqrt{35}\text{N}$$

$$\alpha = 80.27^\circ, \beta = 59.53^\circ, \gamma = 32.31^\circ$$



推理2 三力平衡汇交定理

若**刚体**在三个力作用下处于平衡，且其中二力作用线已知并相交于一点， 此三力共面，且作用线汇交于一点。

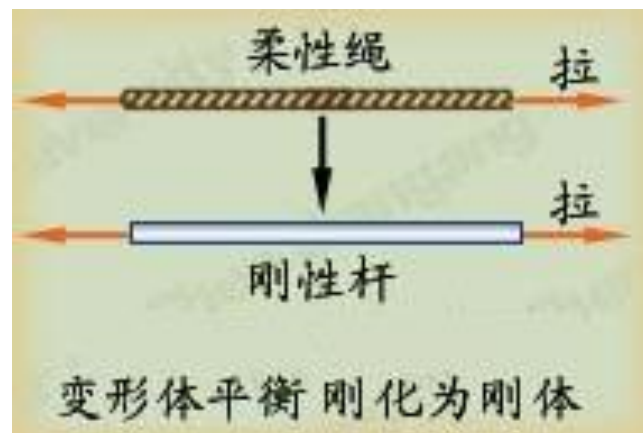
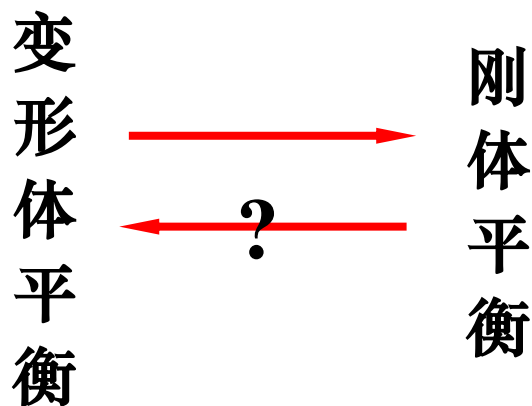


- ◆ 三力汇交与三力平衡无关系。
- ◆ 二力作用线必须是已知的，不可假设。
- ◆ 此定理主要用于受力分析中，判定第三力的方位。

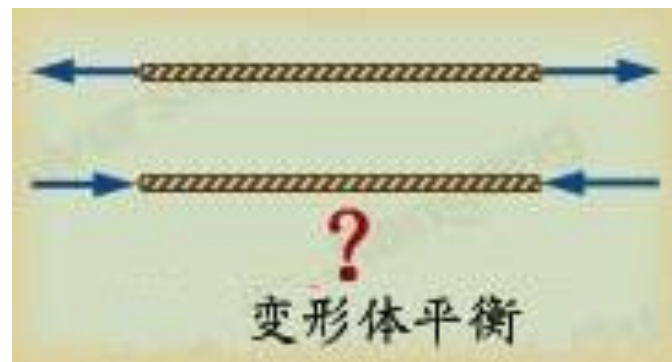
注意

公理5 刚化公理

变形体在某力系作用下处于平衡时，如将其假想为刚体，则此刚体在该力系作用下仍保持平衡。



刚体平衡条件是变形体平衡的必要条件而非充分条件。



本章小结

1. 静力学研究作用在物体上力系的平衡。
2. 静力学公理是力学的最基本、最普遍的客观规律。研究的依据。
3. 研究的模型是刚体，但适用于变形体。

