

第四章 力系的平衡

§ 4-1 空间任意力系的平衡

§ 4-2 平面任意力系的平衡

§ 4-3 静定与静不定问题

§ 4-4 物体系统的平衡

§ 4-1 空间任意力系的平衡

1. 空间任意力系的平衡方程

空间力系平衡

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_R = \sum F = 0 \\ M_O = \sum M_O(F) = 0 \end{array} \right. \longleftrightarrow \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \\ \sum M_x(F) = 0 \\ \sum M_y(F) = 0 \\ \sum M_z(F) = 0 \end{array}$$

1. 空间任意力系的平衡方程

空间
力系
平衡



$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \\ \sum M_x(F) &= 0 \\ \sum M_y(F) &= 0 \\ \sum M_z(F) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- 一个研究对象可以列6个独立平衡方程.
- 3个投影方程和3个对轴的矩方程.
- 平衡方程的其他形式(至少三矩).
- 方程的求解次序, 避免解联立方程.

2. 空间特殊力系的平衡方程

空间汇交力系 解析条件
$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

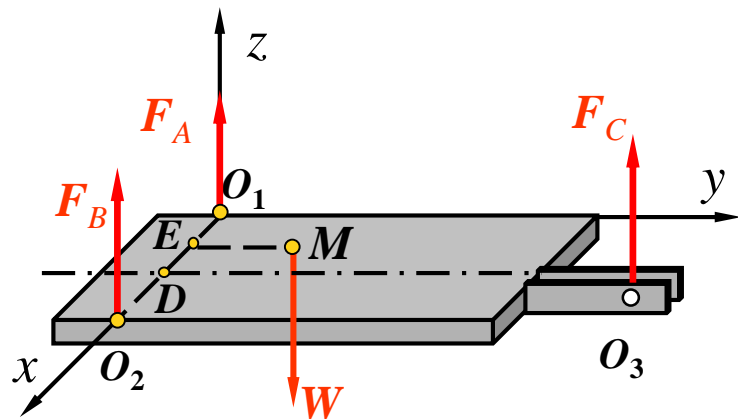
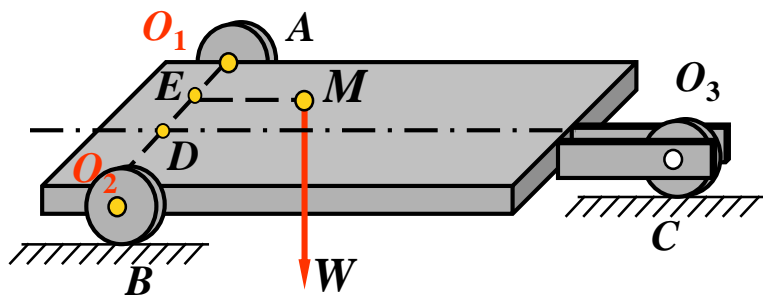
几何条件 力系的力多边形自行封闭。

空间力偶系 解析条件
$$\left. \begin{aligned} \sum M_{ix} &= 0 \\ \sum M_{iy} &= 0 \\ \sum M_{iz} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

几何条件 力系的力偶矩多边形自行封闭。

空间平行力系
$$\left. \begin{aligned} \sum F_z &= 0 \\ \sum M_x &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{解析条件}$$

例1 在三轮货车上放着一重 $W=1000\text{kN}$ 的货物，重力 W 的作用线通过矩形底板上的点 M 。已知 $O_1O_2=1\text{m}$ ， $O_3D=1.6\text{m}$ ， $O_1E=0.4\text{m}$ ， $EM=0.6\text{m}$ ，点 D 是线段 O_1O_2 的中点， $EM \perp O_1O_2$ 。试求 A ， B ， C 各处地面的铅直反力。



解: 1. 取货车为研究对象

2. 受力分析如图

3. 列平衡方程

$$\sum M_x = 0, \quad F_C \cdot O_3D - W \cdot EM = 0$$

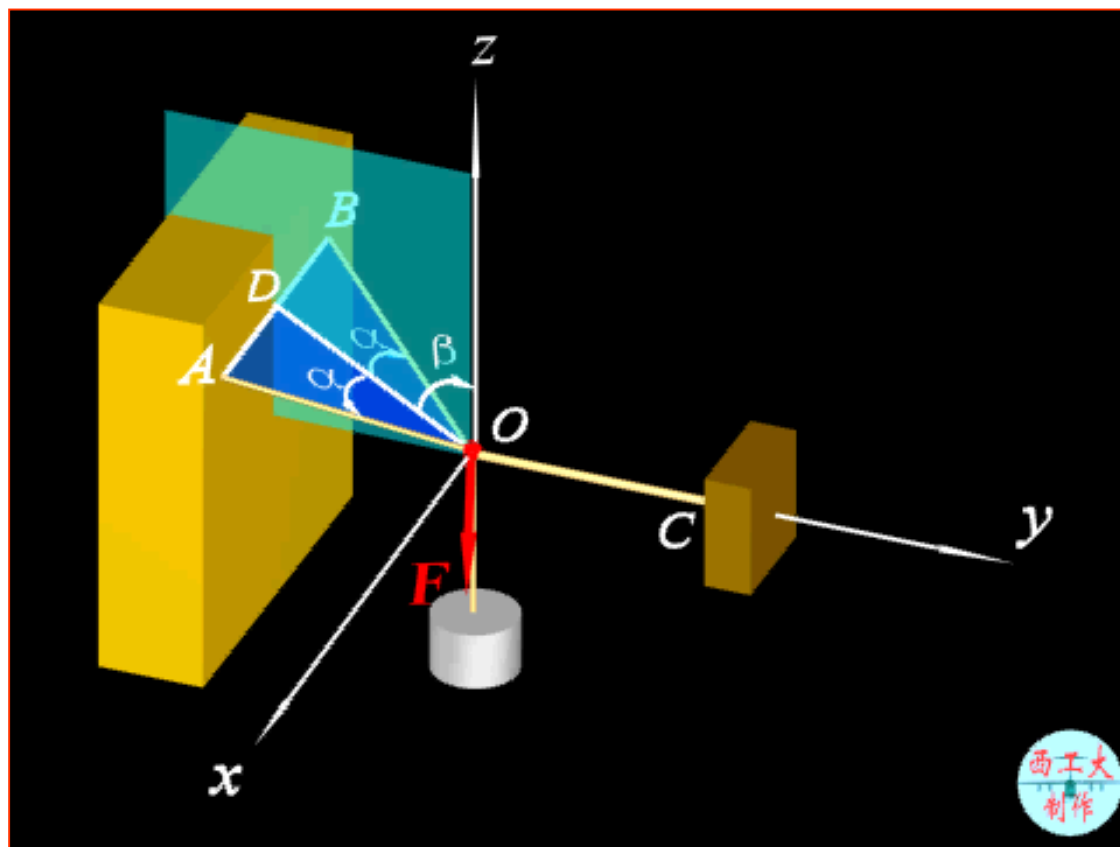
$$\sum M_y = 0, \quad W \cdot O_1E - F_C \cdot O_1D - F_B \cdot O_1O_2 = 0$$

4. 联立求解

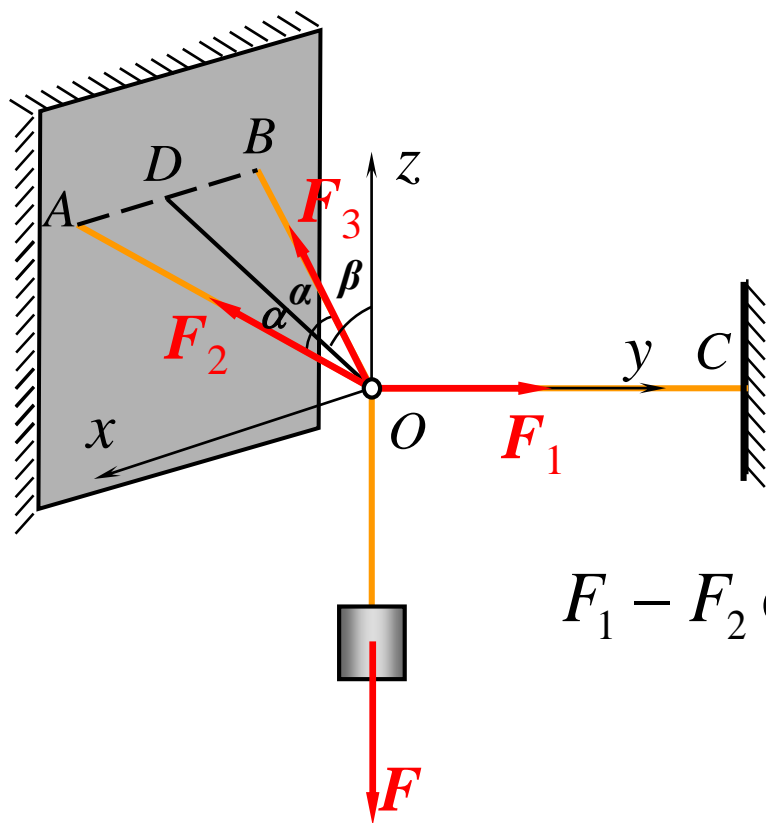
$$\sum F_z = 0, \quad F_A + F_B + F_C - W = 0$$

$$F_C = 375\text{kN}, F_B = 213\text{kN}, F_A = 412\text{kN}$$

例2 如图所示为空气动力天平上测定模型所受阻力用的一个悬挂节点 O ，其上作用有铅直载荷 F 。钢丝 OA 和 OB 所构成的平面与铅直平面 Oyz 相交于 OD ， AB 平行于 x 轴，而钢丝 OC 则沿水平轴 y 。已知 OD 与轴 z 间的夹角为 β ，又 $\angle AOD = \angle BOD = \alpha$ ，试求各钢丝中的拉力。



解：取悬挂节点O为研究对象



受力分析如图所示

$$\sum F_x = 0,$$

$$F_2 \sin \alpha - F_3 \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$F_1 - F_2 \cos \alpha \sin \beta - F_3 \cos \alpha \sin \beta = 0$$

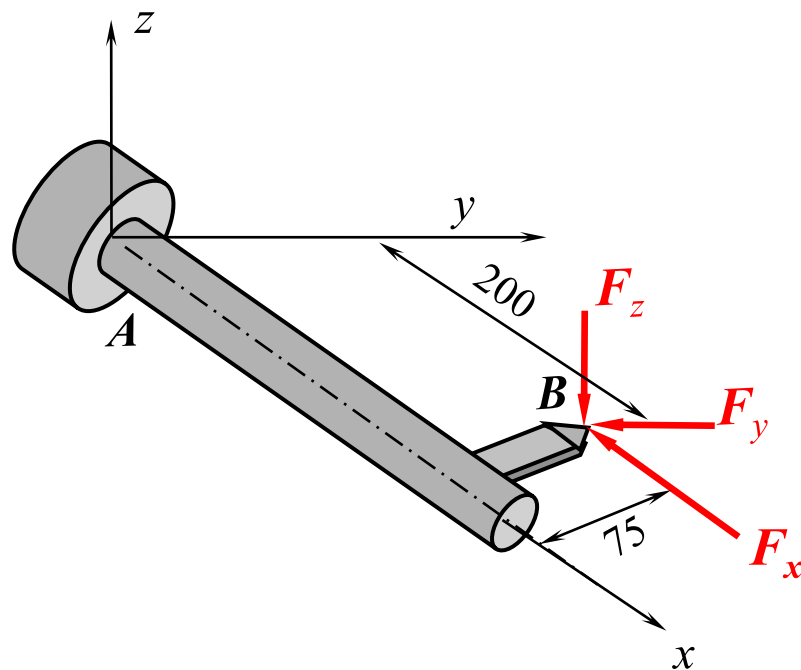
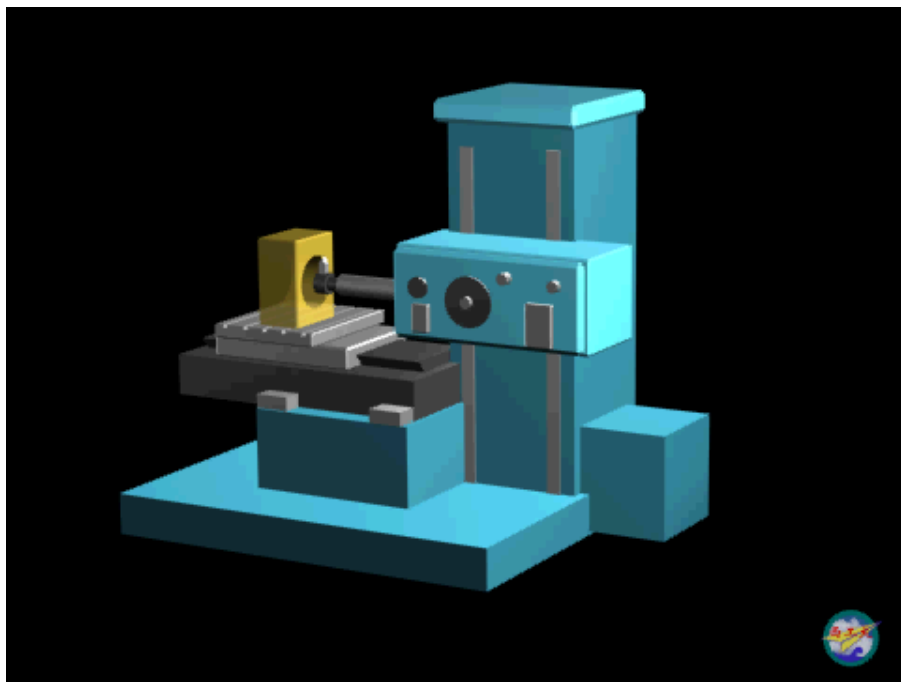
$$\sum F_z = 0,$$

$$F_2 \cos \alpha \cos \beta + F_3 \cos \alpha \cos \beta - F = 0$$

$$F_1 = F \tan \beta$$

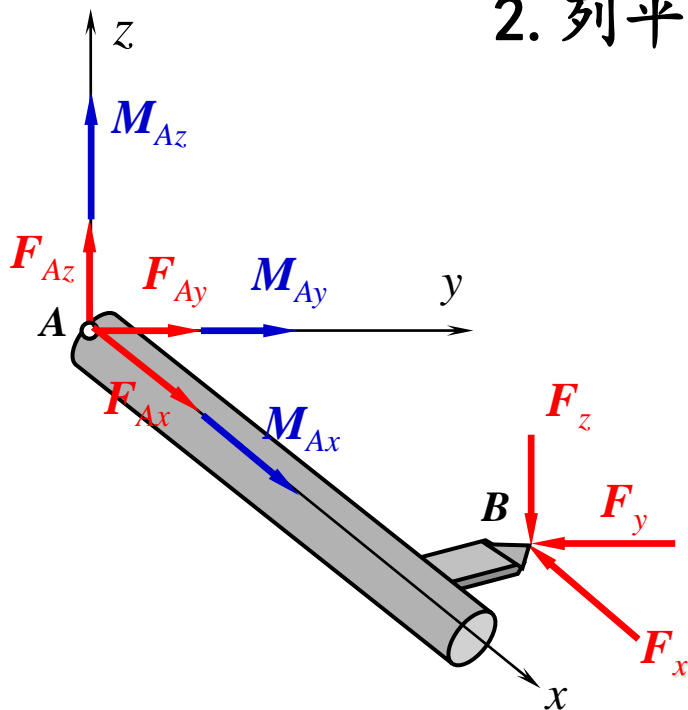
$$F_2 = F_3 = \frac{F}{2 \cos \alpha \cos \beta}$$

例3 镗刀杆的刀头在镗削工件时受到切向力 F_z ，径向力 F_y ，轴向力 F_x 的作用。各力的大小 $F_z=5000\text{N}$ ， $F_y=1500\text{N}$ ， $F_x=750\text{N}$ ，而刀尖 B 的坐标 $x=200\text{mm}$ ， $y=75\text{mm}$ ， $z=0$ 。如果不计刀杆的重量，试求刀杆根部 A 处的约束反力。



解：1. 取镗刀杆为研究对象，受力分析如图。

2. 列平衡方程。



$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0, \quad F_{Az} - F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0, \quad M_{Ax} - 0.075F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0, \quad M_{Ay} + 0.2F_z = 0$$

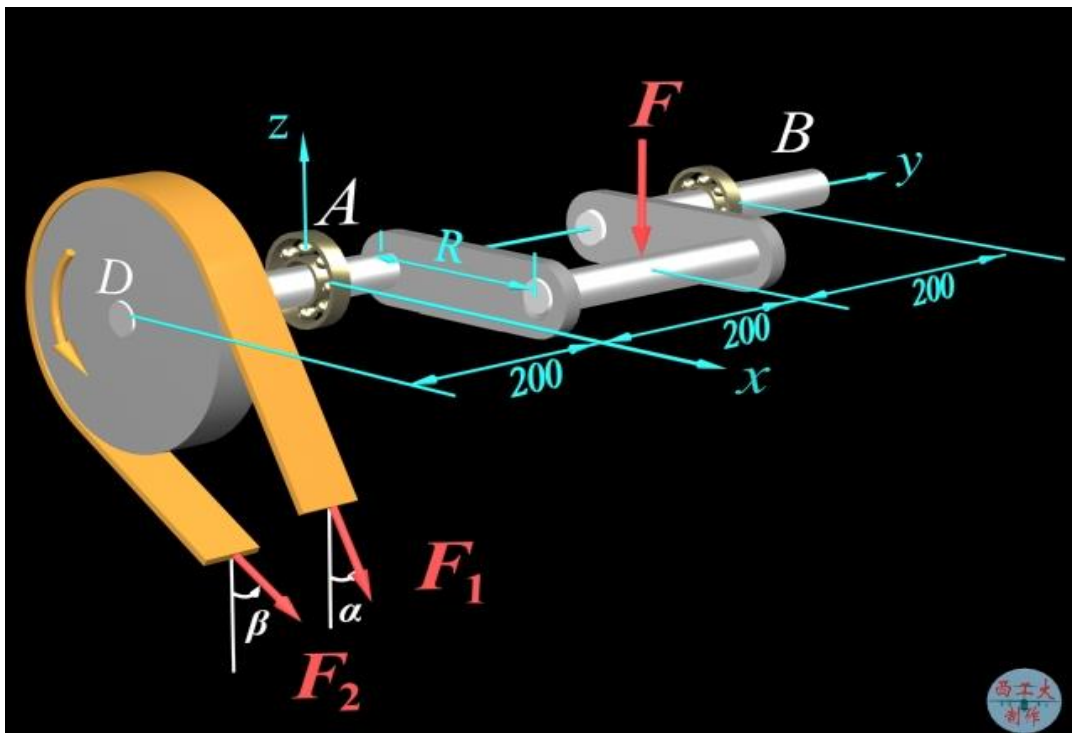
$$\sum M_z = 0,$$

$$M_{Az} + 0.075F_x - 0.2F_y = 0$$

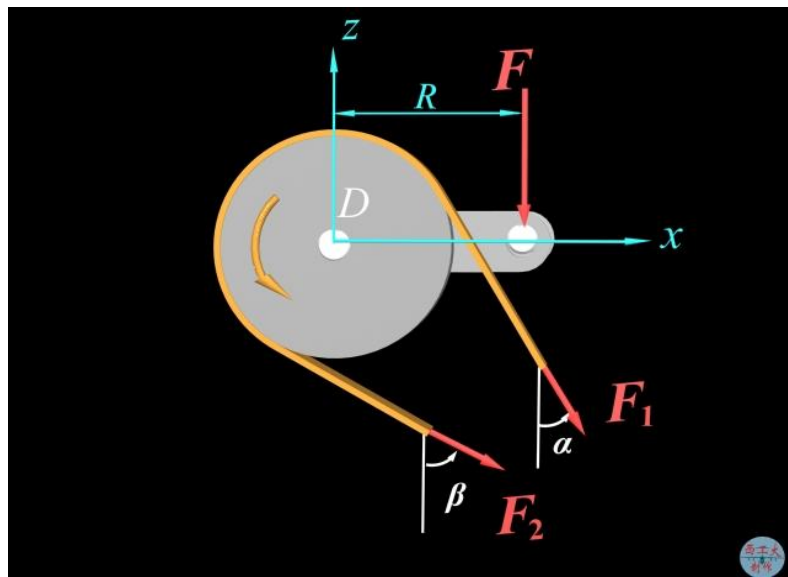
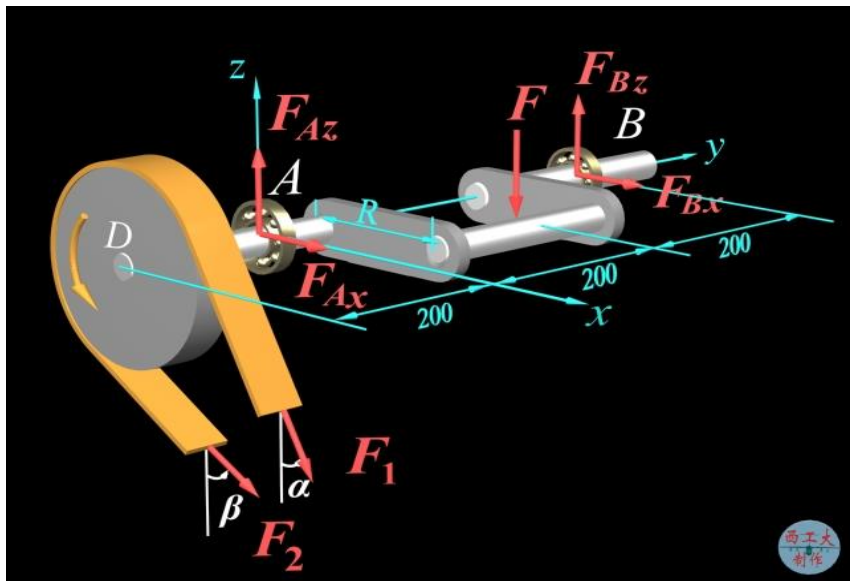
$$F_{Ax} = 750 \text{ N}, \quad F_{Ay} = 1500 \text{ N}, \quad F_{Az} = 5000 \text{ N}$$

$$M_{Ax} = 375 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad M_{Ay} = -1000 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad M_{Az} = 243.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

例4 在图中皮带的拉力 $F_2=2F_1$ ，曲柄上作用有铅垂力 $F=2000\text{N}$ 。已知皮带轮的直径 $D=400\text{mm}$ ，曲柄长 $R=300\text{mm}$ ，皮带1和皮带2与铅垂线间夹角分别为 α 和 β ， $\alpha=30^\circ$ ， $\beta=60^\circ$ ，其它尺寸如图所示，求皮带拉力和轴承约束力。



解：以整个轴为研究对象，受力分析



$$\sum M_y = 0 \quad FR + \frac{D}{2}(F_1 - F_2) = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad F_1 \cos 30^\circ \cdot 200 + F_2 \cos 60^\circ \cdot 200 - F \cdot 200 + F_{Bz} \cdot 400 = 0$$

$$\sum M_z = 0 \quad F_1 \sin 30^\circ \cdot 200 + F_2 \sin 60^\circ \cdot 200 - F_{Bx} \cdot 400 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ + F_{Ax} + F_{Bx} = 0$$

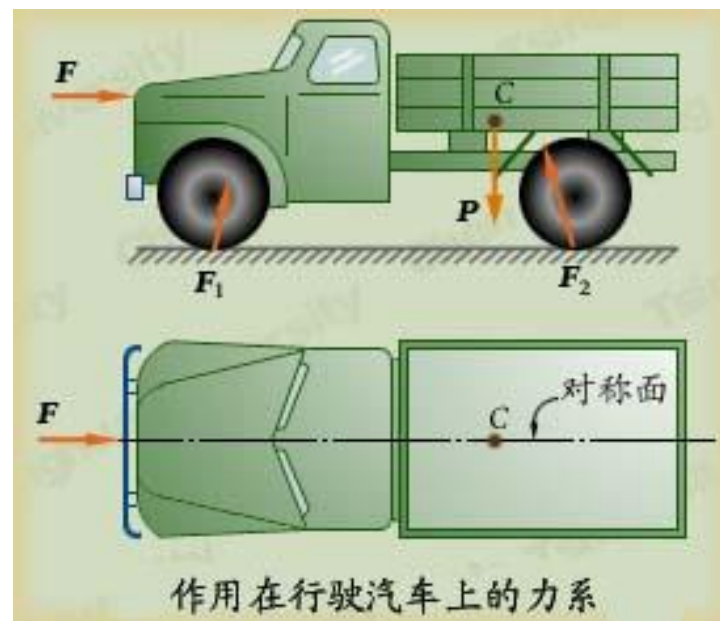
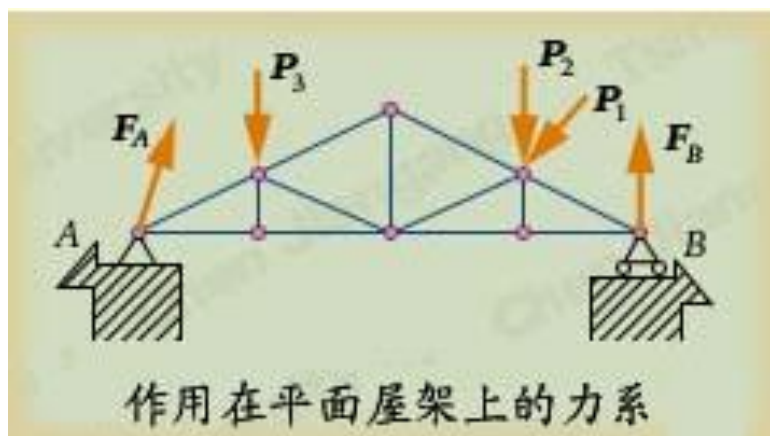
$$\sum F_z = 0 \quad -F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ - F + F_{Az} + F_{Bz} = 0$$

$$F_1 = 3000\text{N}, F_{Ax} = -1004\text{N}, F_{Az} = 9397\text{N}, F_{Bx} = 3348\text{N}, F_{Bz} = -1799\text{N}$$

§ 4-2 平面任意力系的平衡

力作用线在同一平面内，但彼此不汇交一点，且不都平行的力系称为**平面力系**。

- ◆ 力系中各力近似作用在同一平面
- ◆ 力系有对称平面



1. 平面任意力系的平衡方程

平面力系可以简化为一个力和一个力偶。

$$\begin{array}{l} \text{平面力系平衡} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{F'_R = \sum F = 0} \longleftrightarrow \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \\ \boxed{M_O = \sum M_O(F) = 0} \longleftrightarrow \boxed{\sum M_O(F) = 0} \end{array} \right. \end{array}$$

1. 平面任意力系的平衡方程

平衡方程的基本形式

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_o(F) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

力系中各力在任选的两正交坐标轴上投影的代数和为0，
力系中各力对任一点之矩的代数和也等于0。

- ◆ 对一个研究对象建立的独立方程数为3个.
- ◆ 方程中至少有一个矩方程.
- ◆ 投影轴及矩心均为任意.

1. 平面任意力系的平衡方程

平衡方程的其它形式

二矩式

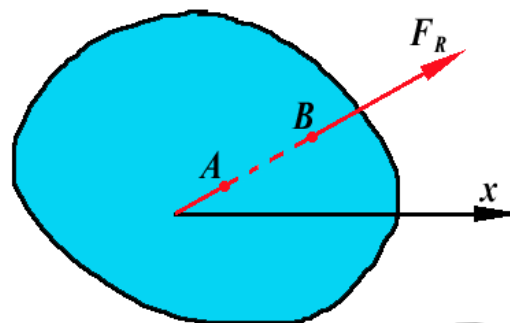
$$\left. \begin{aligned} \sum M_A(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum M_B(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum F_x &= 0 \end{aligned} \right\}$$

附加条件: AB 连线不能与 x 轴垂直

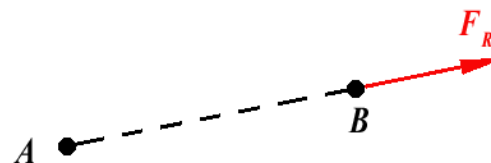
三矩式

$$\left. \begin{aligned} \sum M_A(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum M_B(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum M_C(\mathbf{F}) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

附加条件: A 、 B 、 C 不能共线



为什么?



2. 平面特殊力系的平衡方程

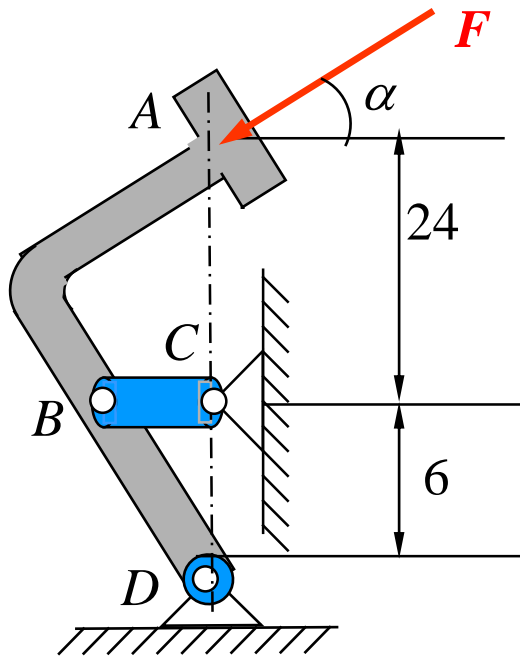
平面汇交力系 解析条件
$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned} \right\}$$

几何条件 力系的力多边形自行封闭。

平面力偶系 解析条件
$$\Sigma M_i = 0$$

平面平行力系 解析条件
$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_z &= 0 \\ \Sigma M_o &= 0 \end{aligned} \right\}$$

例1 如图所示是汽车制动机构的一部分。司机踩到制动蹬上的力 $F=212\text{N}$ ，方向与水平面成 $\alpha=45^\circ$ 。当平衡时， BC 水平， AD 铅直，试求拉杆 BC 所受的力。已知 $CA=24\text{cm}$ ， $DC=6\text{cm}$ ，又 B ， C ， D 都是光滑铰链，机构的自重不计。



解1 1. 取制动蹬ABD作为研究对象。

2. 画出受力图。

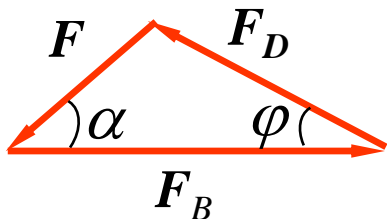
3. 应用平衡条件画出 F , F_B
和 F_D 的闭合力三角形。

4. 由几何关系得

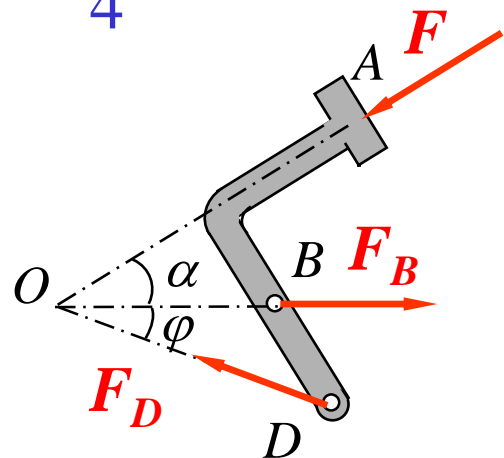
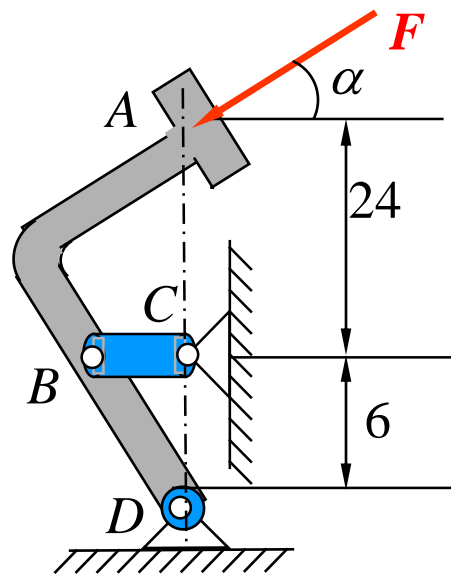
$$OC = CA = 24 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{DC}{OC} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow \varphi = \arctan \frac{1}{4} = 14^\circ 2'$$

$$F_B = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - \varphi)}{\sin \varphi} F$$



$$F_B = 750 \text{ N}$$



解2 1. 取制动蹬ABD作为研究对象。

2. 画出受力图。

3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0,$$

$$F_B - F \cos 45^\circ - F_D \cos \varphi = 0$$

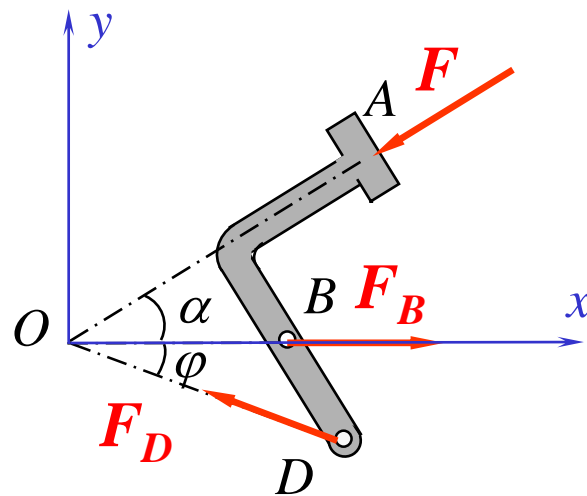
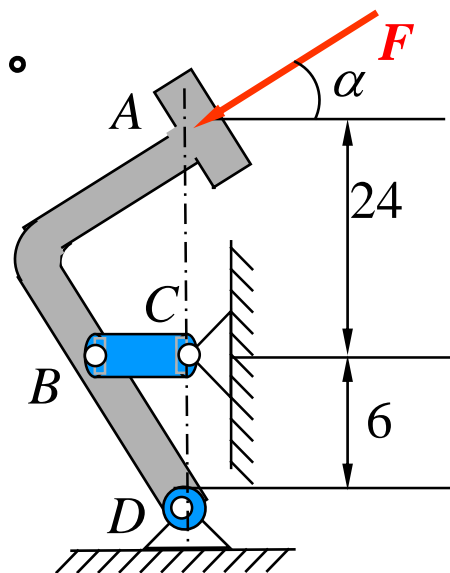
$$\sum F_y = 0, \quad F_D \sin \varphi - F \sin 45^\circ = 0$$

$$\varphi = 14^\circ 2'$$

$$\sin \varphi = 0.243, \quad \cos \varphi = 0.969$$

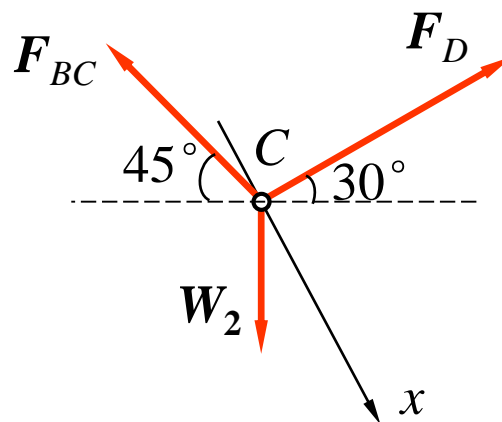
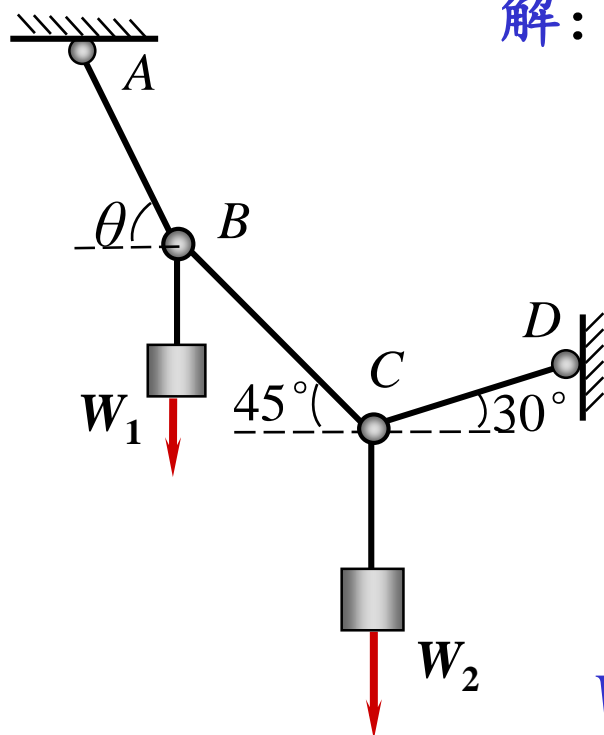
$$F_B = 750 \text{ N}$$

问：若不用三力平衡汇交定理？



例2 如图已知 $W_1=100\text{kN}$, $W_2=250\text{kN}$ 。不计各杆自重, A, B, C, D 各点均为光滑铰链。试求平衡状态下杆AB内力及与水平的夹角。

解: 1. 取销钉C作为研究对象。

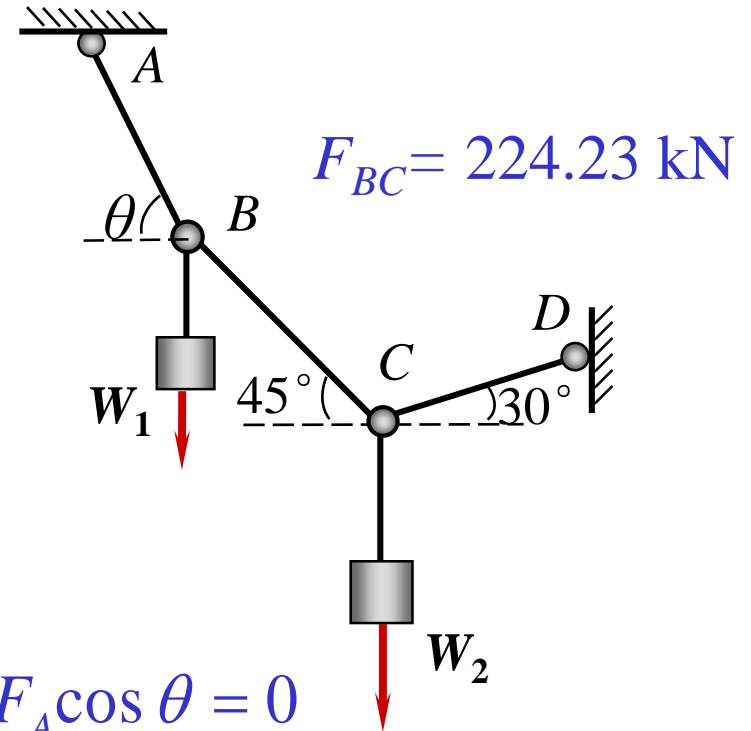
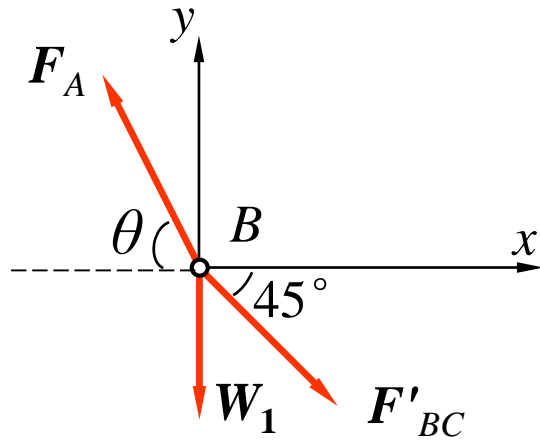


$$\sum F_x = 0$$

$$W_2 \cos 30^\circ - F_{BC} \cos 15^\circ = 0$$

$$F_{BC} = 224.23\text{kN}$$

2. 取销钉B作为研究对象。

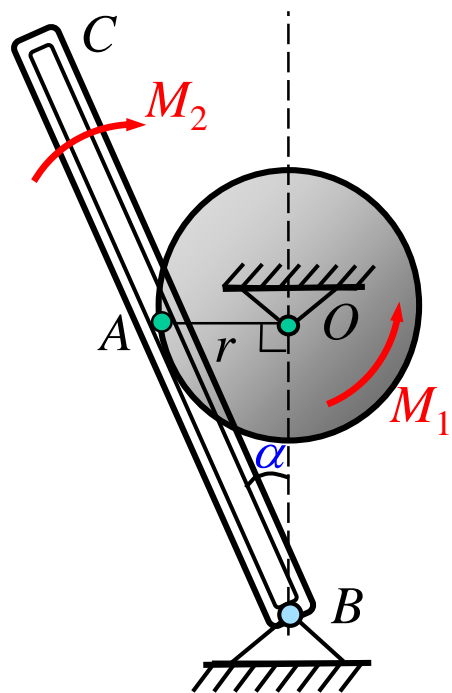


$$\sum F_x = 0 \quad F'_{BC} \cos 45^\circ - F_A \cos \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_A \sin \theta - W_1 - F'_{BC} \sin 45^\circ = 0$$

$$F_A = 303.29 \text{ kN}$$

$$\tan \theta = 1.631 \quad , \quad \theta = 58.5^\circ$$



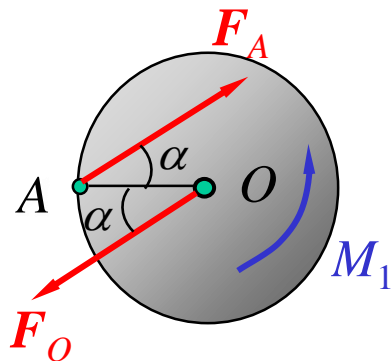
例3 如图所示机构的自重不计。圆轮上的销子A放在摇杆BC上的光滑导槽内。圆轮上作用一力偶，其力偶矩为 $M_1=2\text{kN}\cdot\text{m}$ ， $OA=r=0.5\text{m}$ 。图示位置时OA与OB垂直， $\alpha=30^\circ$ ，且系统平衡。求作用于摇杆BC上的力偶矩 M_2 及铰链O，B处的约束力。

解： 先取圆轮为研究对象

$$F_A = F_O$$

$$\sum M = 0, \quad -M_1 + F_A r \sin \alpha = 0$$

$$F_A = \frac{M_1}{r \sin 30^\circ}$$

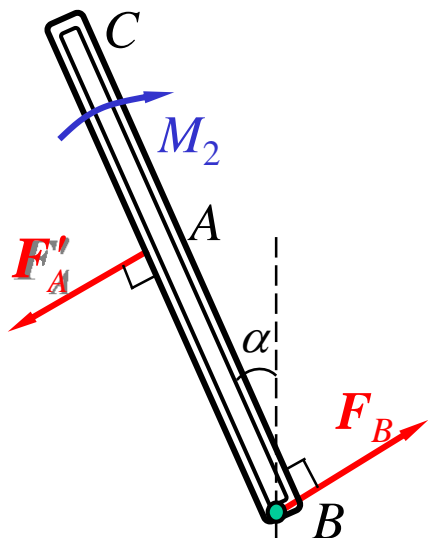


取摇杆BC为研究对象

$$\sum M = 0, \quad -M_2 + F'_A \frac{r}{\sin \alpha} = 0$$

$$M_2 = 4M_1 = 8\text{kN}\cdot\text{m}$$

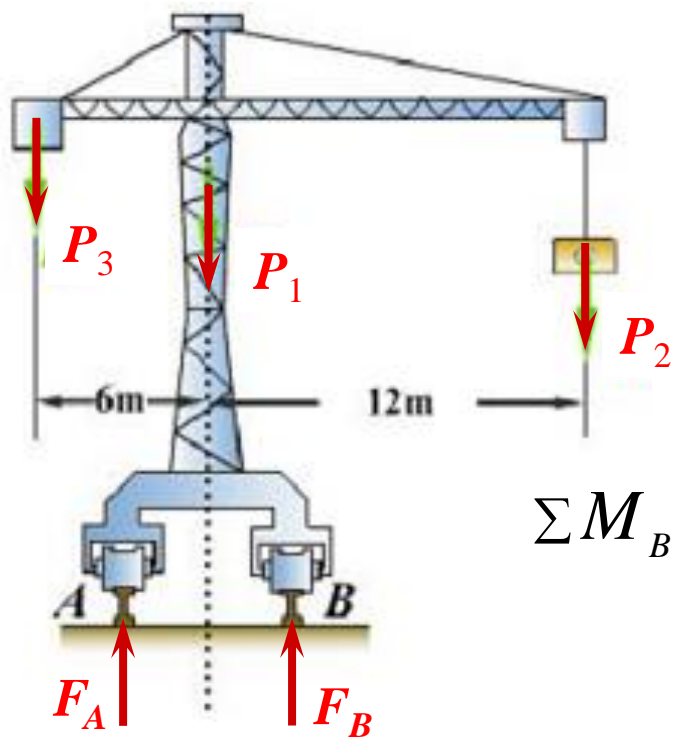
$$F_O = F_B = F_A = \frac{M_1}{r \sin 30^\circ} = 8\text{kN}$$



例4 已知： $P_1=700\text{kN}$, $P_2=200\text{kN}$, $AB=4\text{m}$.

求(1) 起重机满载和空载时不翻倒时的平衡载重 P_3 ；

(2) $P_3=180\text{kN}$, 轨道AB给起重机轮子的约束力。



解：研究起重机，受力分析

空载时， $F_B = 0$

$$\sum M_A = 0 \quad 4P_{3\max} - 2P_1 = 0$$

$$P_{3\max} = 350\text{kN}$$

满载时， $F_A = 0$

$$\sum M_B = 0 \quad P_{3\min} \cdot 8 + 2P_1 - 10P_2 = 0$$

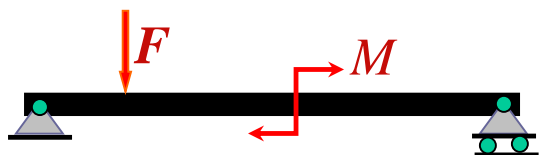
$$P_{3\min} = 75\text{kN}$$

$$75\text{kN} \leq P_3 \leq 350\text{kN}$$

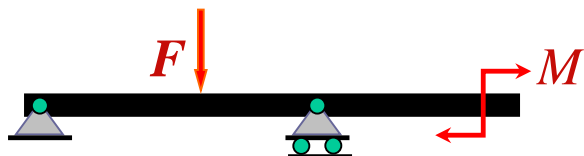
$$\sum M_A = 0 \quad 4P_3 - 2P_1 - 14P_2 + 4F_B = 0 \quad F_A = 210\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_A + F_B - P_1 - P_2 - P_3 = 0 \quad F_B = 870\text{kN}$$

在轴线平面内受横向力或力偶作用的杆件—梁



简支梁



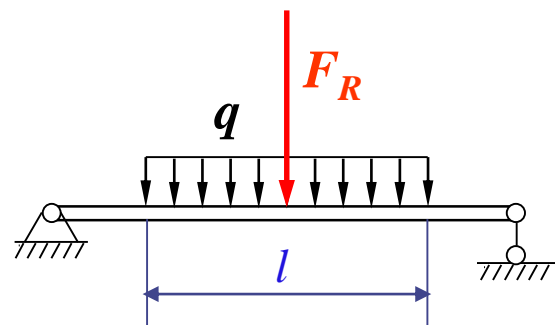
外伸梁



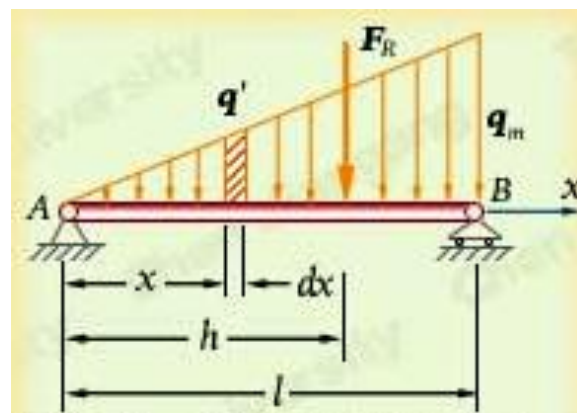
悬臂梁

连续梁

组合梁

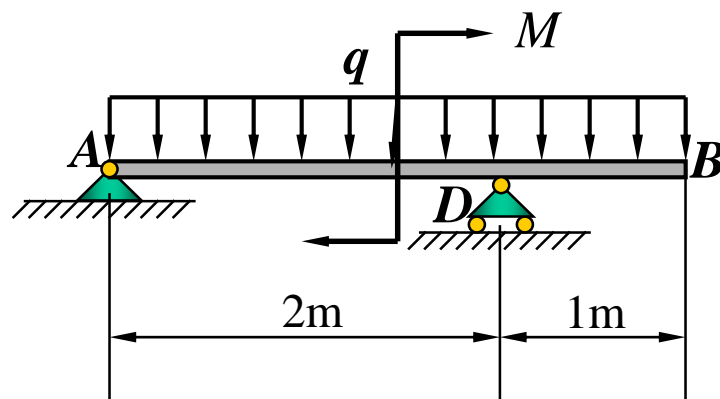
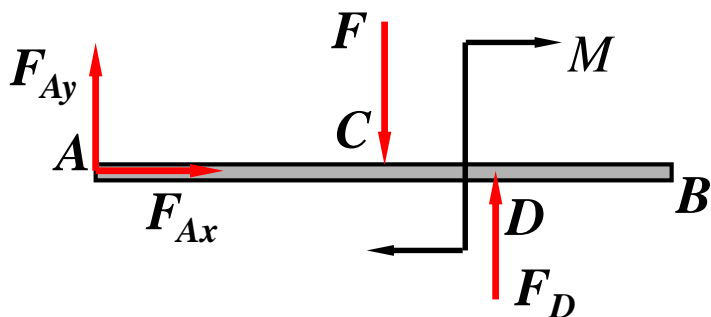


分布载荷的处理



例5 梁AB上受到一个均布载荷和一个力偶作用，已知载荷集度（即梁的每单位长度上所受的力） $q=100\text{ N/m}$ ，力偶矩大小 $M=500\text{ N}\cdot\text{m}$ 。长度 $AB=3\text{ m}$ ， $DB=1\text{ m}$ 。求支座D和A处的约束力。

解：取AB梁为研究对象，受力如图所示。



$$F = q \times AB = 100 \times 3 = 300\text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_A(F) = 0 \quad -F \times \frac{AB}{2} + F_D \times 2 - M = 0 \quad F_D = 475\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F + F_D = 0 \quad F_{Ay} = -175\text{ N}$$

例6 已知： $P=100\text{kN}$, $M=20\text{kN}\cdot\text{m}$,
 $q=20\text{kN/m}$, $F=400\text{kN}$, 求固定端A
 处的约束力.

解： 研究T型刚架，画受力图.

$$F_1 = \frac{1}{2} q \times 3l = 30\text{kN}$$

列平衡方程

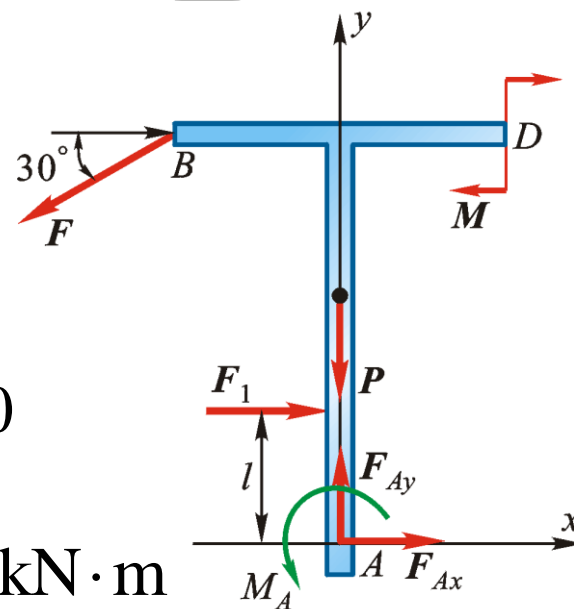
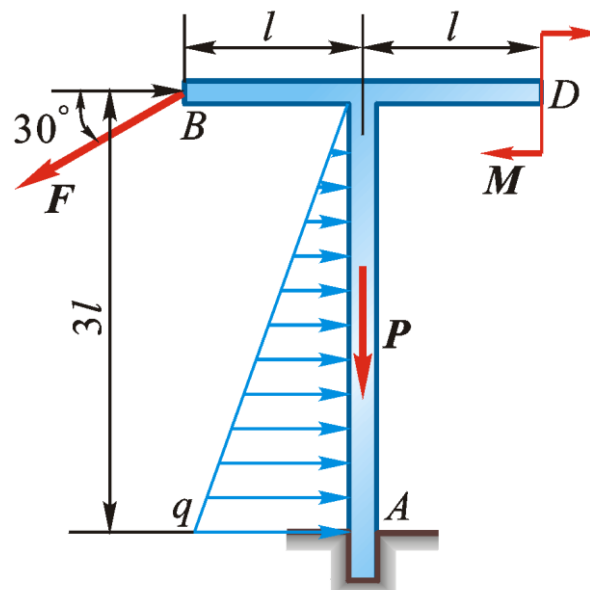
$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} + F_1 - F \sin 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - P - F \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$M_A - M - F_1 \cdot l + F \cos 60^\circ \cdot l + F \sin 60^\circ \cdot 3l = 0$$

$$F_{Ax} = 316.4\text{kN} \quad F_{Ay} = 300\text{kN} \quad M_A = -1188\text{kN}\cdot\text{m}$$



求解平面力系平衡问题的方法和步骤归纳如下：

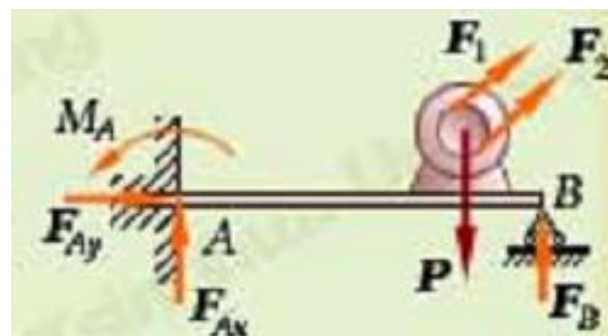
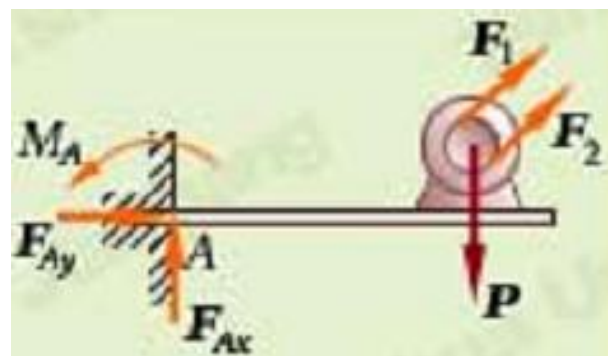
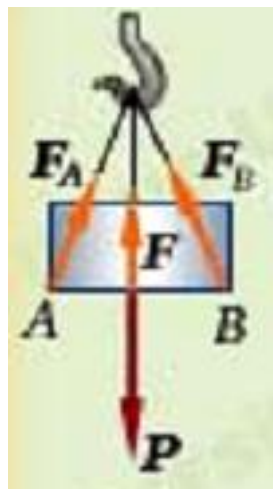
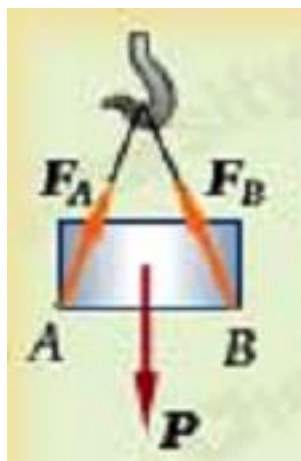
1. 根据问题条件和要求，**选取研究对象**。
2. **分析**研究对象的**受力**情况，画受力图。画出研究对象所受的全部主动力和约束力。
3. 根据力系类型**写平衡方程**。平面一般力系只有三个独立平衡方程。为计算简捷，应选取适当的坐标系和矩心，以使方程中未知量最少。
4. **求解**。**校核**和讨论计算结果。

§ 4-3 静定与静不定问题

静定与静不定概念

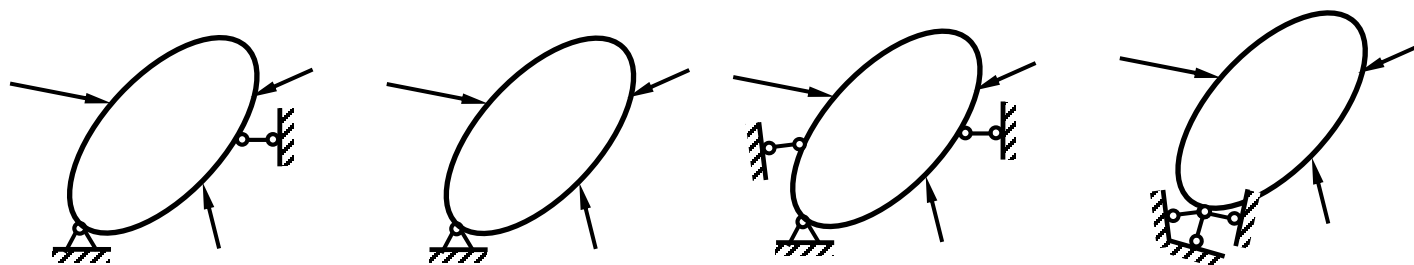
静定问题：未知量个数=独立的平衡方程个数；由平衡条件可求出全部确定的未知量。

静不定问题：未知量个数>独立的平衡方程个数。不能由平衡条件求出全部确定的未知量。



1. 如何判定?

- ◆ 比较独立平衡方程个数与未知量个数。
- ◆ 约束类型(完全约束、不完全约束、多余约束)



2. 静不定次数

静不定次数=未知量个数-独立方程个数

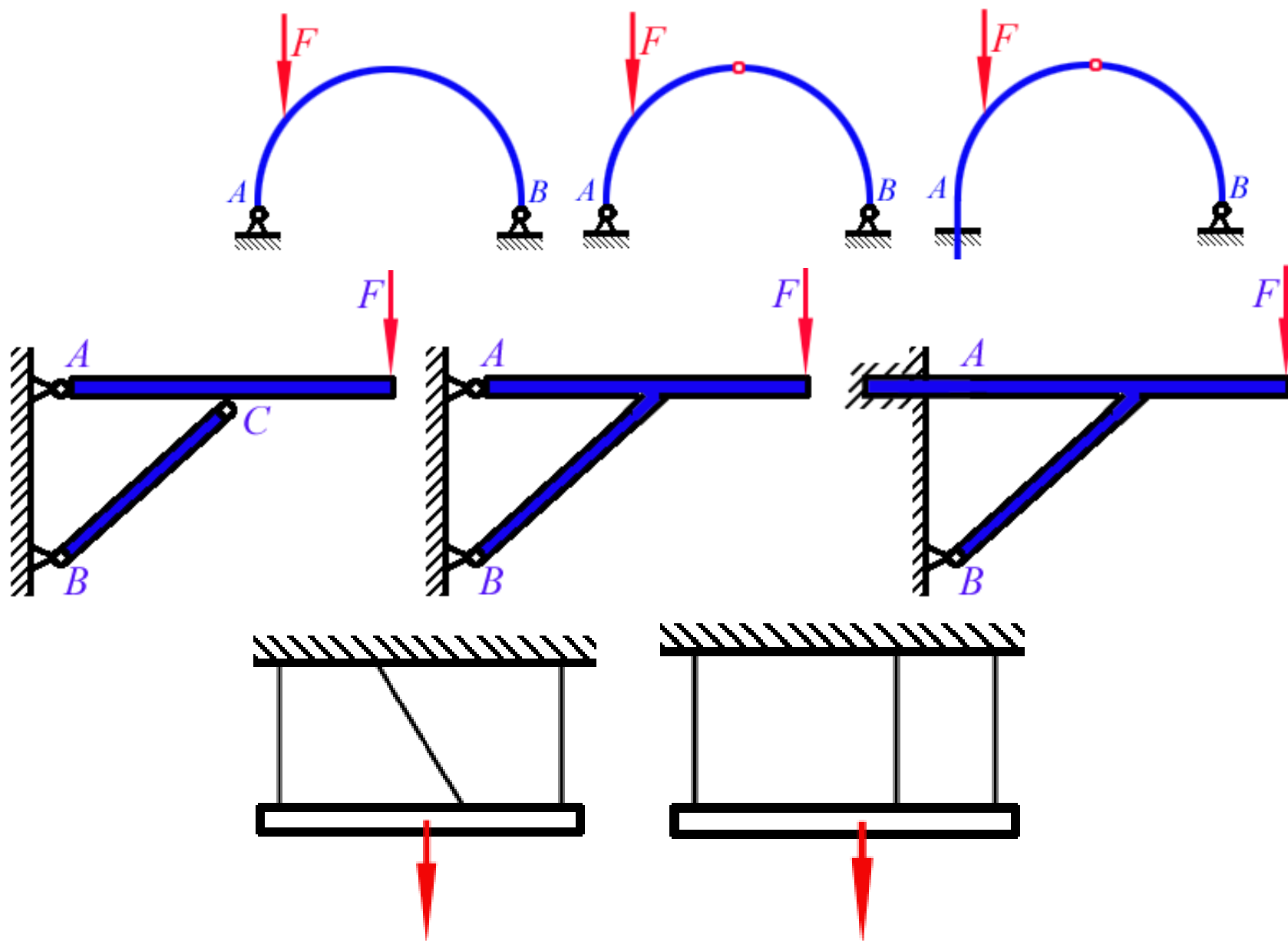
3. 静不定问题的求解

在刚体已无自由度的基础上, 增加“多余”约束.

“多余”约束, 力“多余”, 刚度不多余.

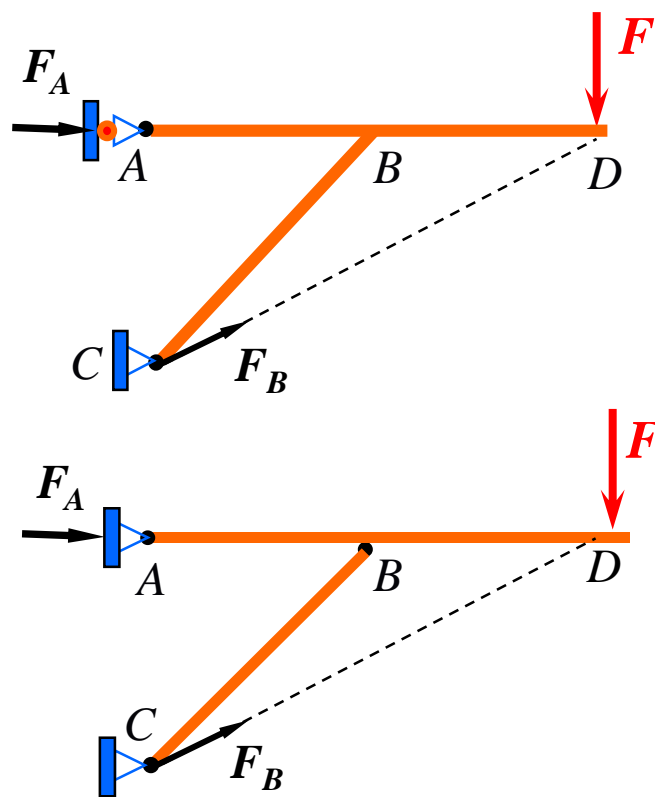
约束反力与变形有关, 需补充变形协调方程(材力)

判断下面结构是否静定？静不定次数？



拓展思考

1. 静定问题代表的是所有未知量都可以由平衡方程唯一确定。
2. 物体系统力系的主矢与主矩为零只是平衡的必要条件而非充分条件。
3. 如何判定物体系统是否平衡或静定，需讨论每个刚体的受力，所有的平衡方程是否均满足。
4. 具体问题中并不要求出所有未知力，无需列出全部方程。恰当的选取研究对象，并用最少的方程求解是问题的关键。



§ 4-4 物体系统的平衡

物体系统是指由几个物体通过约束组成的系统。

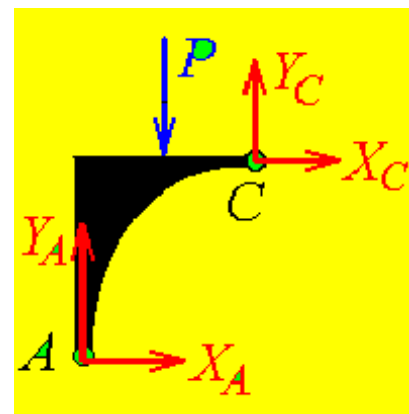
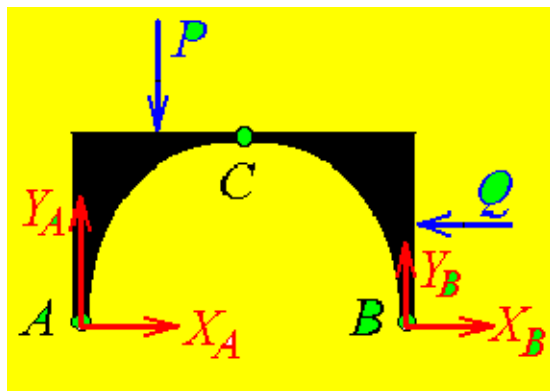
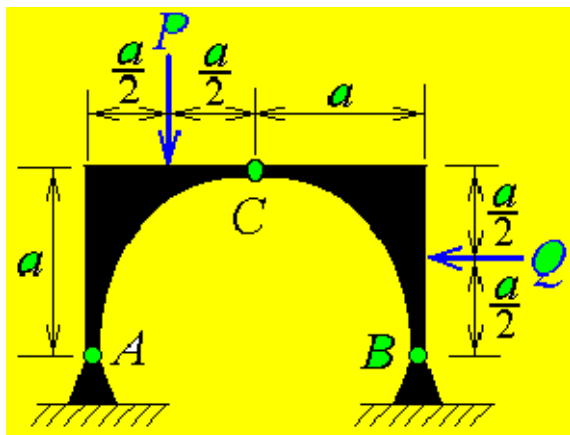
(1) 整体系统平衡，每个物体也平衡。因此，可取**整体**或**部分系统**(有关联的若干物体)或**单个物体**为研究对象。

(2) 分清系统内力和外力。

(3) 如系统由 n 个物体组成，而每个物体在平面力系作用下平衡，则有 $3n$ 个独立的平衡方程，可解 $3n$ 个未知量。

(4) 灵活选取研究对象和列写平衡方程。

分析例 已知： a 、 P 、 Q 。求 A 、 B 的约束反力。



解： (1) 考虑整体，受力如图

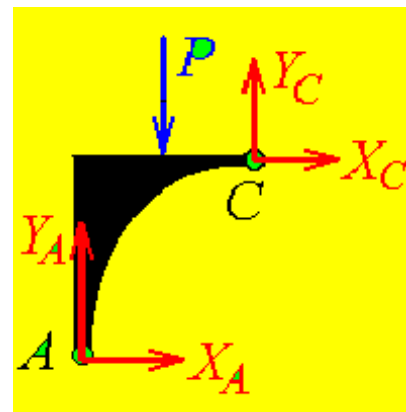
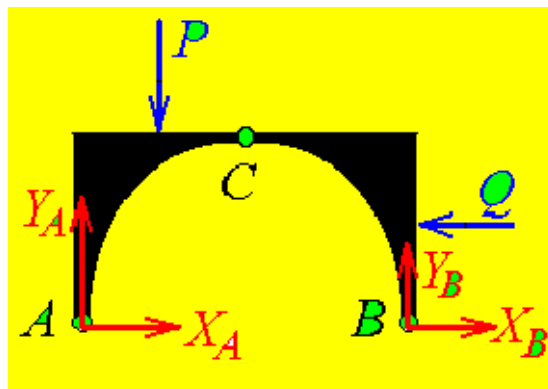
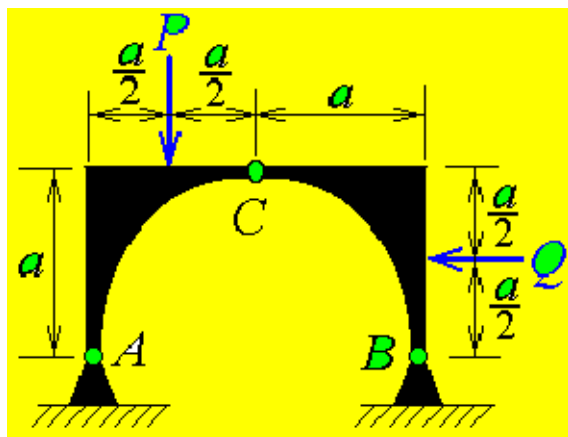
$$\sum M_A = 0 \rightarrow Y_B \cdot 2a + Q \cdot \frac{1}{2}a - P \cdot \frac{1}{2}a = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow Y_A \cdot 2a - P \cdot \frac{3}{2}a - Q \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow X_A + X_B - Q = 0$$

(2) 考虑左半部，受力如图所示

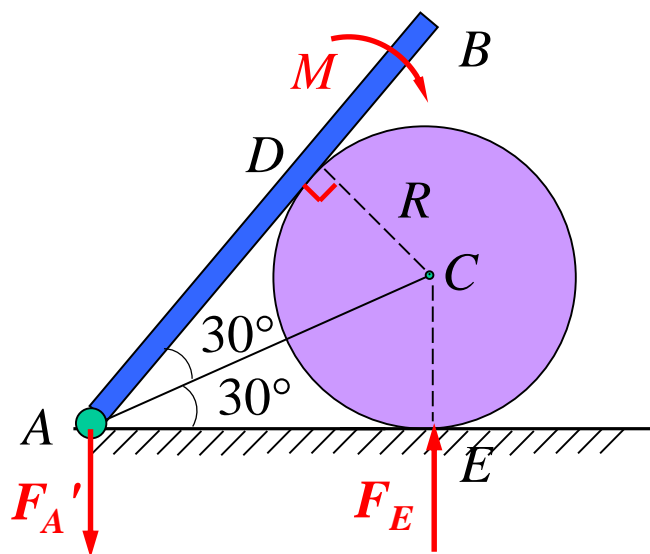
$$\sum M_C = 0 \rightarrow X_A = \frac{1}{4}(P + Q)$$



讨论

1. 分别研究左、右部分列6个方程也可求解。
2. 若以整体为研究对象列4个方程求解，是否可行？
3. 若以整体、左、右部分分别为研究对象列9个方程求解，是否可行？

例1 刚杆AB，轮C和绳子AC组成的物体系统. 已知：杆上受到一主动力偶M的作用， $AC=2R$ ，轮半径R，各杆自重不计，接触面光滑. 试确定绳子的拉力及铰链A对AB杆的约束反力及地面对轮C的反力。



解： 1. 研究AB杆

$$\sum M = 0$$

$$M = F_D \cdot AD = \sqrt{3}R \cdot F_D$$

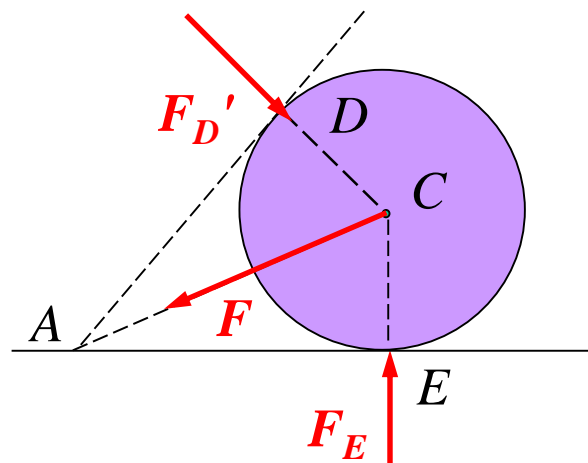
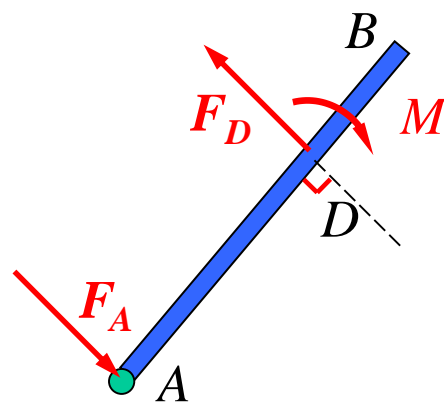
$$F_A = F_D = \sqrt{3}M / 3R$$

2. 研究轮C

$$\sum F_x = 0 \quad F_D' \cos 30^\circ - F \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_E - F_D' \cos 60^\circ - F \sin 30^\circ = 0$$

$$F = F_E = \sqrt{3}M / 3R$$



若以整体为研究对象？

例2 已知：四连杆机构ABCD

受力 P 、 Q 作用。

求：机构平衡时 P 、 Q 的关系。

解：考虑整体DABC的平衡：

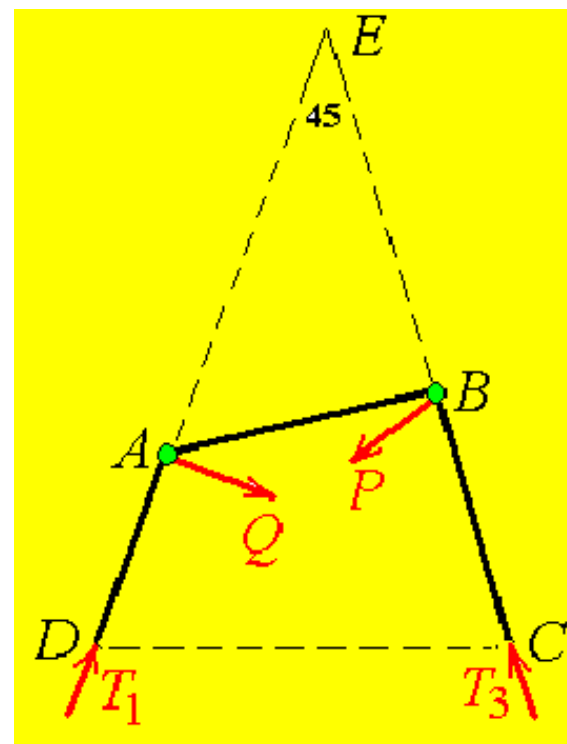
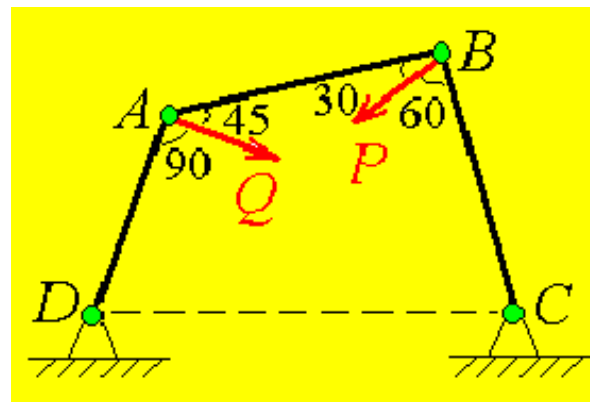
$$\sum M_E = 0$$

$$P \cos 30^\circ \cdot BE = Q \cdot AE$$

$$\therefore AE = \sqrt{2} BE$$

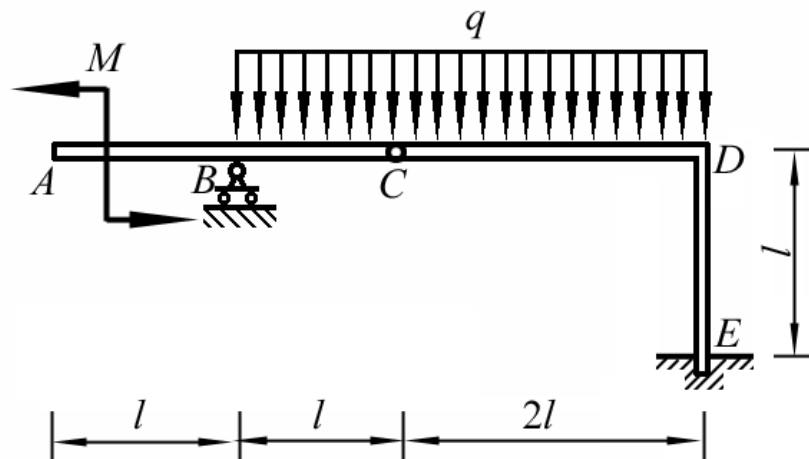
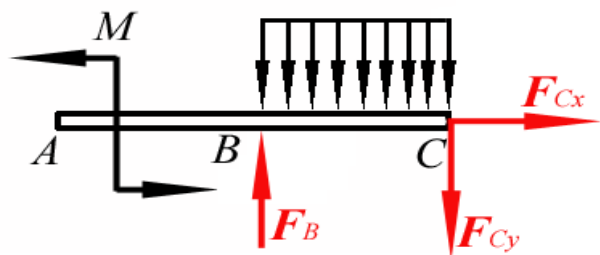
$$\therefore \sqrt{2} Q = \frac{\sqrt{3}}{2} P$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0.61$$

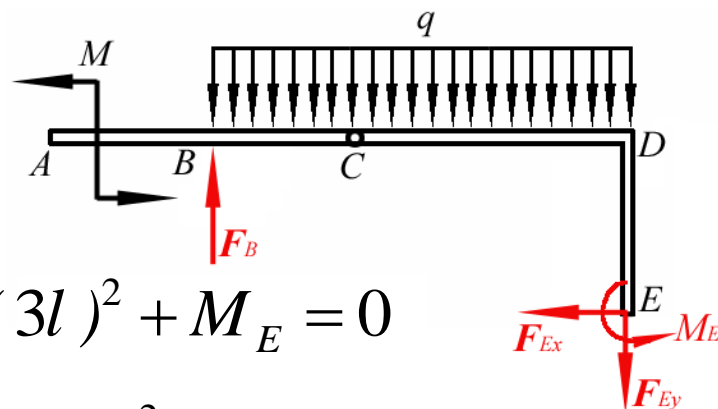


例3 图示结构，各杆自重不计。已知： l, q, M 。试确定固定端E处约束反力。

解：首先以AC杆为研究对象，受力如图所示。



以整体为研究对象，受力如图



$$\sum M_C(F) = 0$$

$$M - F_B l + \frac{1}{2} q l^2 = 0$$

$$F_B = \frac{M}{l} + \frac{1}{2} q l$$

$$\sum M_E(F) = 0$$

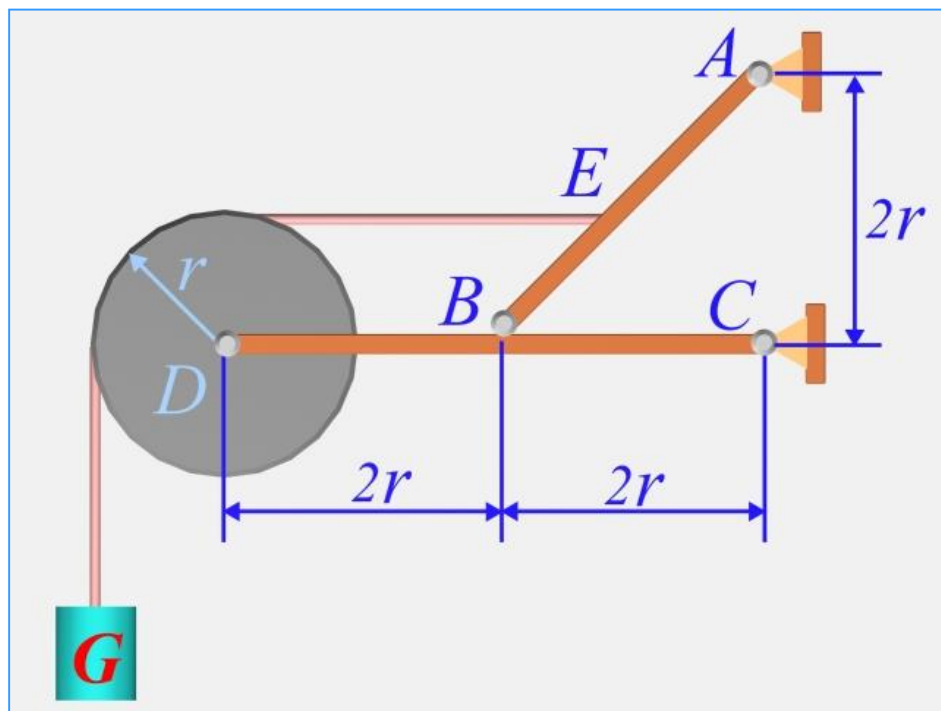
$$M - F_B 3l + \frac{1}{2} q (3l)^2 + M_E = 0$$

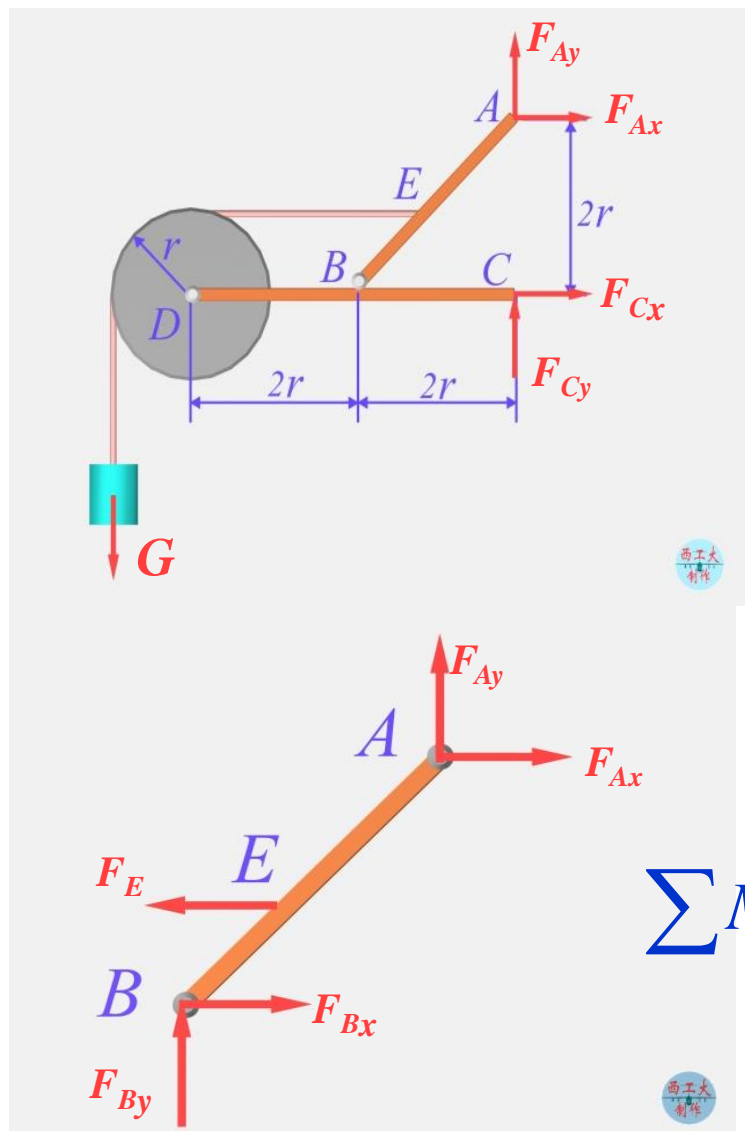
$$M_E = 2M - 3ql^2$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ex} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_B - 3ql - F_{Ey} = 0 \quad F_{Ey} = \frac{M}{l} - 2.5ql$$

练习1 A , B , C , D 处均为光滑铰链, 物块重为 G , 通过绳子绕过滑轮水平地连接于杆 AB 的 E 点, 各构件自重不计, 试求 B 处的约束力。





解： 1. 取整体为研究对象。

2. 受力分析如图。

3. 列平衡方程。

$$\sum M_C(F) = 0, \quad 5r \times G - 2r \times F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ax} = 2.5G$$

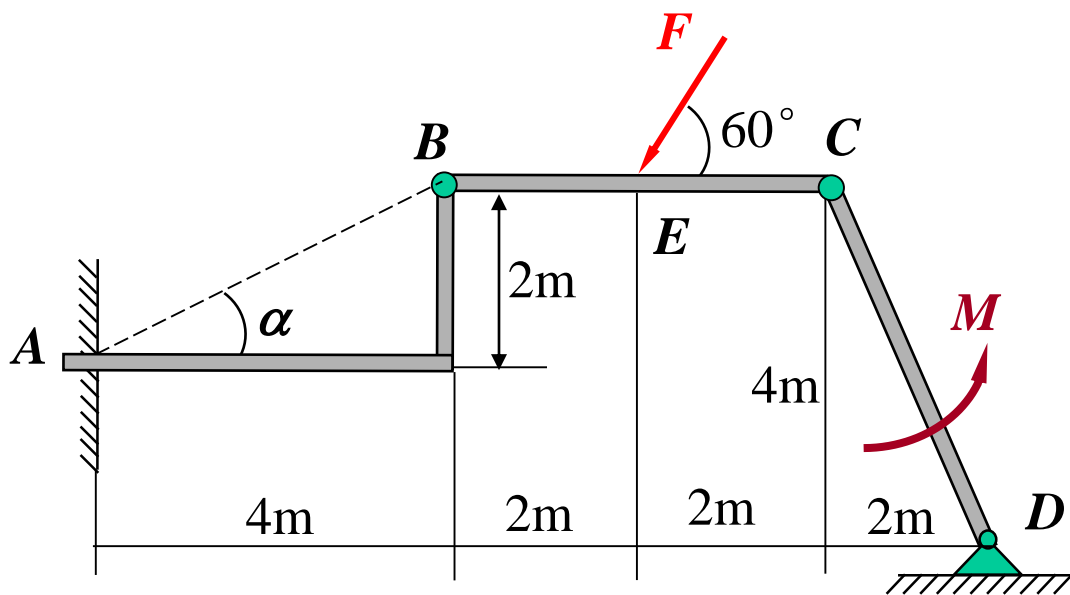
4. 取杆AB为研究对象，受力分析如图。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{Bx} - F_E = 0$$

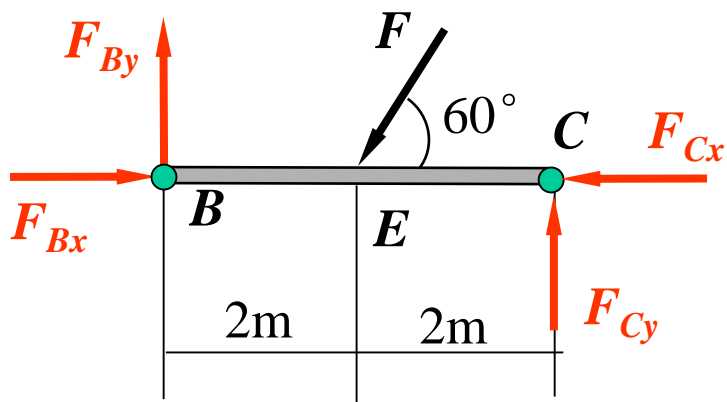
$$\sum M_A(F) = 0, \quad 2r \times F_{Bx} - 2r \times F_{By} - rF_E = 0$$

$$F_{Bx} = -1.5G, \quad F_{By} = -2G$$

练习2 如图已知 $F=15\text{ kN}$, $M=40\text{ kN}\cdot\text{m}$ 。各杆件自重不计, 试求 D 和 B 处的支座约束力。



解：1. 先取BC为研究对象，受力分析如图。



$$\sum M_C(F) = 0,$$

$$F \sin 60^\circ \times 2 - F_{By} \times 4 = 0$$

$$F_{By} = 6.5 \text{ kN}$$

2. 再取BCD为研究对象，

$$\sum M_D(F) = 0$$

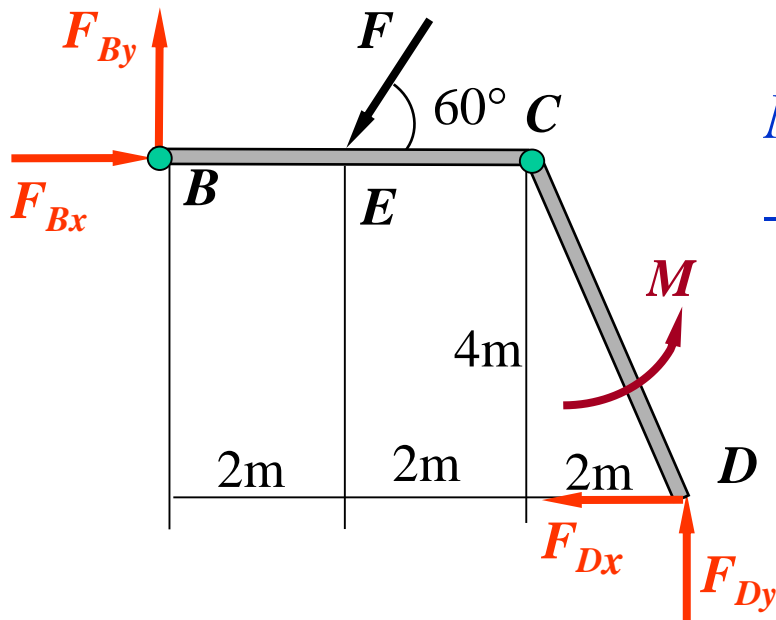
$$M + F \sin 60^\circ \times 4 + F \cos 60^\circ \times 4 - F_{By} \times 6 - F_{Bx} \times 4 = 0$$

$$\sum F_x = 0,$$

$$F_{Bx} - F \cos 60^\circ - F_{Dx} = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$F_{By} - F \sin 60^\circ + F_{Dy} = 0$$



$$F_{Bx} = 20.75 \text{ kN}$$

$$F_{Dx} = 13.25 \text{ kN}$$

$$F_{Dy} = 6.5 \text{ kN}$$

求解策略

● 研究对象的选取, 尤其是第一个研究对象.

—— 问题的突破.

● 平衡方程的选取, 尤其是第一个方程.

—— 矩式(矩心)和投影式(投影轴)

● 求解的次序, 先解含一个未知量的方程.

—— 避免解联立方程.

注意: 1. 销钉处的力如何处理

2. 中间结果为负值时, 代入为代数值, 受力图遵守作用力反作用力不变.

例4 如图所示，已知重力 G ， $DC=CE=AC=CB=2l$ ；定滑轮半径为 R ，动滑轮半径为 r ，且 $R=2r=l$ ， $\theta=45^\circ$ 。试求： A ， E 支座的约束力及 BD 杆所受的力。

解： 1. 选取整体研究对象，

$$\sum M_E(F) = 0, \quad F_A \times \sqrt{2} \times 2l + G \times \frac{5}{2}l = 0$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_A \cos 45^\circ + F_{Ex} = 0$$

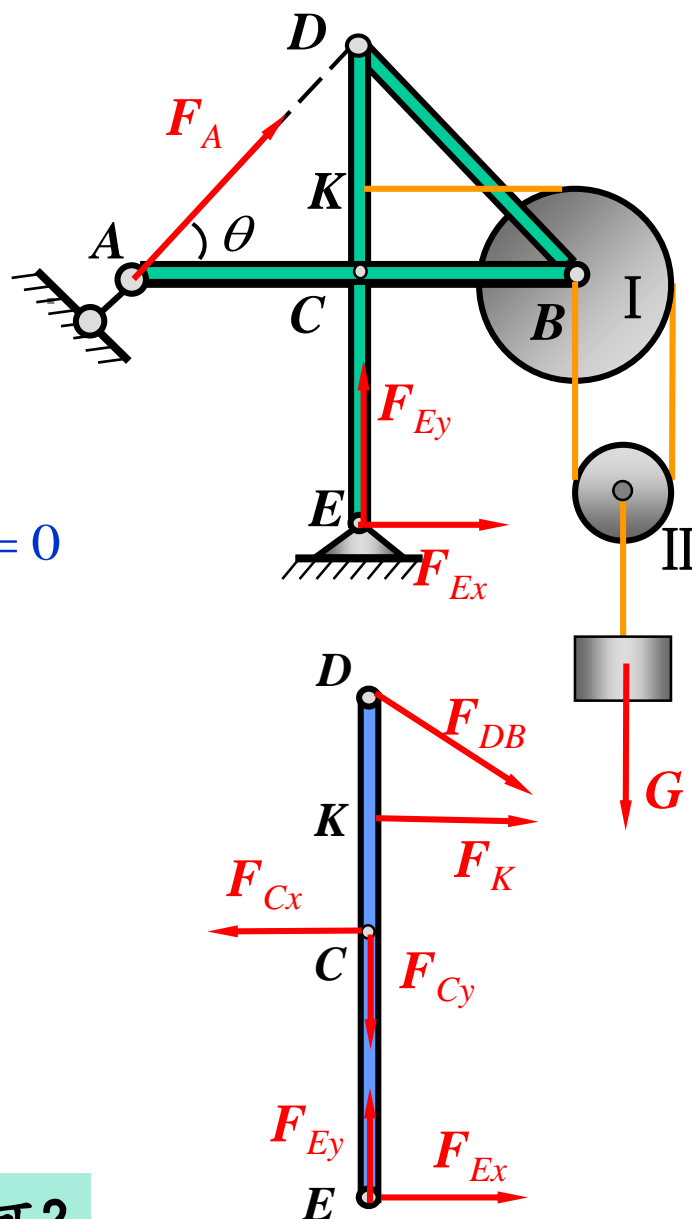
$$\sum F_y = 0, \quad F_A \sin 45^\circ + F_{Ey} - G = 0$$

2. 研究对象 DCE ，

$$\sum M_C(F) = 0,$$

$$F_{DB} \cos 45^\circ \times 2l + F_K \times l - F_{Ex} \times 2l = 0$$

若求销钉 B 给 AB 杆的力，如何？



本章小结

1. 空间任意力系平衡的必要与充分条件

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \\ \sum M_x(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum M_y(\mathbf{F}) &= 0 \\ \sum M_z(\mathbf{F}) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{空间力系平衡方程}$$

2. 平面任意力系平衡的必要与充分条件

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_o(\mathbf{F}) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{平面力系平衡方程}$$

3. 静定与静不定问题

4. 物体系统的平衡问题：

注意研究对象的选取，
正确的受力分析，
合适的投影和矩方程。

5. 静力学的任务：

分析受力→平衡条件→约束反力