密码分析——ZUC 算法（祖冲之序列密码算法）

一、S 盒

32 比特 S 盒 S 由 4 个小的 8×8 的 S 盒并置而成，即 $S=(S_0,\ S_1,\ S_2,\ S_3)$,其中 $S_0=S_2$，$S_1=S_3$。S_0 和 S_1 的定义分别见表 1 和表 2。设 S_0(或 S_1)的 8 比特输入为 x，将 x 视作两个 16 进制数的连接，即 $x=h\|l$,则表 1(或表 2)中第 h 行和第 l 列交叉的元素即为 S_0(或 S_1)的输出 $S_0(x)$（或 $S_1(x)$）。

设 S 盒 S 的 32 比特输入 X 和 32 比特输出 Y 分别为：

$$X=x_0\|x_1\|x_2\|x_3$$

$$Y=y_0\|y_1\|y_2\|y_3$$

其中 x_i 和 y_i 均为 8 比特字节，$i=0,1,2,3$，则有 $y_i=S_i(x_i)$，$i=0,1,2,3$。

表 1 S_0 盒

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	3E	72	5B	47	CA	E0	00	33	04	D1	54	98	09	B9	6D	CB
2	7B	1B	F9	32	AF	9D	6A	A5	B8	2D	FC	1D	08	53	03	90
3	4D	4E	84	99	E4	CE	D9	91	DD	B6	85	48	8B	29	6E	AC
4	CD	C1	F8	1E	73	43	69	C6	B5	BD	FD	39	63	20	D4	38
5	76	7D	B2	A7	CF	ED	57	C5	F3	2C	BB	14	21	06	55	9B
6	E3	EF	5E	31	4F	7F	5A	A4	0D	82	51	49	5F	BA	58	1C
7	4A	16	D5	17	A8	92	24	1F	8C	FF	D8	AE	2E	01	D3	AD
8	3B	4B	DA	46	EB	C9	DE	9A	8F	87	D7	3A	80	6F	2F	C8
9	B1	B4	37	F7	0A	22	13	28	7C	CC	3C	89	C7	C3	96	56
10	07	BF	7E	F0	0B	2B	97	52	35	41	79	61	A6	4C	10	FE
11	BC	26	95	88	8A	B0	A3	FB	C0	18	94	F2	E1	E5	E9	5D
12	D0	DC	11	66	64	5C	EC	59	42	75	12	F5	74	9C	AA	23
13	0E	86	AB	BE	2A	02	E7	67	E6	44	A2	6C	C2	93	9F	F1
14	F6	FA	36	D2	50	68	9E	62	71	15	3D	D6	40	C4	E2	0F
15	8E	83	77	6B	25	05	3F	0C	30	EA	70	B7	A1	E8	A9	65
16	8D	27	1A	DB	81	B3	A0	F4	45	7A	19	DF	EE	78	34	60

表 2 S_1 盒

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	55	C2	63	71	3B	C8	47	86	9F	3C	DA	5B	29	AA	FD	77
2	8C	C5	94	0C	A6	1A	13	00	E3	A8	16	72	40	F9	F8	42
3	44	26	68	96	81	D9	45	3E	10	76	C6	A7	8B	39	43	E1
4	3A	B5	56	2A	C0	6D	B3	05	22	66	BF	DC	0B	FA	62	48
5	DD	20	11	06	36	C9	C1	CF	F6	27	52	BB	69	F5	D4	87
6	7F	84	4C	D2	9C	57	A4	BC	4F	9A	DF	FE	D6	8D	7A	EB
7	2B	53	D8	5C	A1	14	17	FB	23	D5	7D	30	67	73	08	09
8	EE	B7	70	3F	61	B2	19	8E	4E	E5	4B	93	8F	5D	DB	A9
9	AD	F1	AE	2E	CB	0D	FC	F4	2D	46	6E	1D	97	E8	D1	E9
10	4D	37	A5	75	5E	83	9E	AB	82	9D	B9	1C	E0	CD	49	89
11	01	B6	BD	58	24	A2	5F	38	78	99	15	90	50	B8	95	E4
12	D0	91	C7	CE	ED	0F	B4	6F	A0	CC	F0	02	4A	79	C3	DE
13	A3	EF	EA	51	E6	6B	18	EC	1B	2C	80	F7	74	E7	FF	21
14	5A	6A	54	1E	41	31	92	35	C4	33	07	0A	BA	7E	0E	34
15	88	B1	98	7C	F3	3D	60	6C	7B	CA	D3	1F	32	65	04	28
16	64	BE	85	9B	2F	59	8A	D7	B0	25	AC	AF	12	03	E2	F2

二、差分分布表

设计思路：由于 ZUC 算法的 S 盒是并置的，输入 X 中的各部分 x_i 经过对应 S_i 盒置换变换后得到各部分输出 $y_i = S_i(x_i)$，$i = 0,1,2,3$。因此，计算 S 盒的差分分布表即计算各小 S 盒的差分分布表即可。

对于每一小 S 盒，输入差分 Δx_i 的取值为 0x00-0xff，共 256 种。而每一差分取值又对应 256 种值分别为 0x00-0xff 的输入 x_i，通过异或运算得到另一输入 $x_i' = x_i \oplus \Delta x_i$。再分别计算两输入对应的输出 $y_i = S_i(x_i)$ 和 $y_i' = S_i'(x_i)$，以及其对应的差分值 $\Delta y_i = y_i \oplus y_i'$，统计各 Δy_i 出现的频数，记录在表中对应的 $(\Delta x_i, \Delta y_i)$ 位置。每个小 S 盒对应的差分分布表的大小为 256*256。

运算结果如表 3 和表 4 所示。

表 3 S_0 盒 DDT（部分）

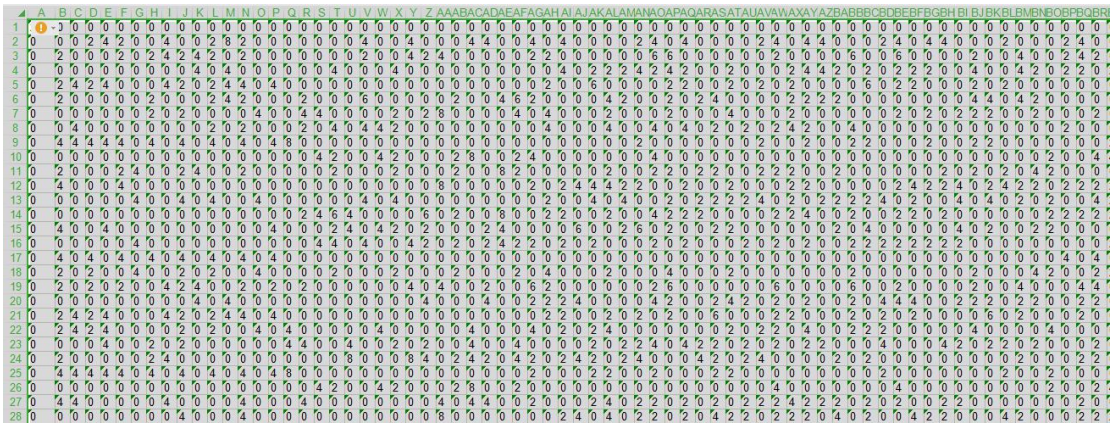
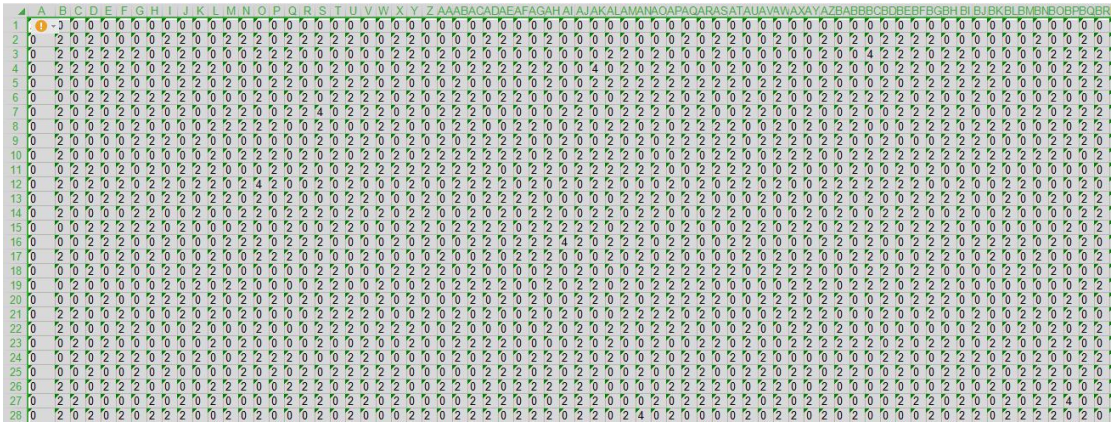


表 4 S_1 盒 DDT（部分）



三、线性渐进表

设计思路：与差分分析表相似，计算 ZUC S 盒的线性渐进表仅需计算各小 S 盒的线性渐进表即可。

对于每一小 S 盒，输入 x_i 的组合可表示为 $c_0x_0 \oplus c_1x_1 \oplus ... \oplus c_7x_7$，其中 c_0，c_1，…，c_7 的取值为 0 或 1，共对应 2^8=256 种情况。同理，对于输出 y_i 来说，也存在着 $d_0y_0 \oplus d_1y_1 \oplus ... \oplus d_7y_7\left(d_0,\ d_1,\ d_2,\ d_3 = 0或1\right)$共 256 种情况，统计满足每一种输入组合与输出组合相等 $c_0x_0 \oplus c_1x_1 \oplus ... \oplus c_7x_7 = d_0y_0 \oplus d_1y_1 \oplus ... \oplus d_7y_7$ 的频数，并计算其偏差值（频数-256/2），将偏差值记录在对应的表项 $\left(c_0c_1c_2c_3,\ d_0d_1d_2d_3\right)$ 中。每个小 S 盒对应的线性渐进表的大小为 256*256。

运算结果如表 5 和表 6 所示。

表 5 S_0 盒 LAT（部分）

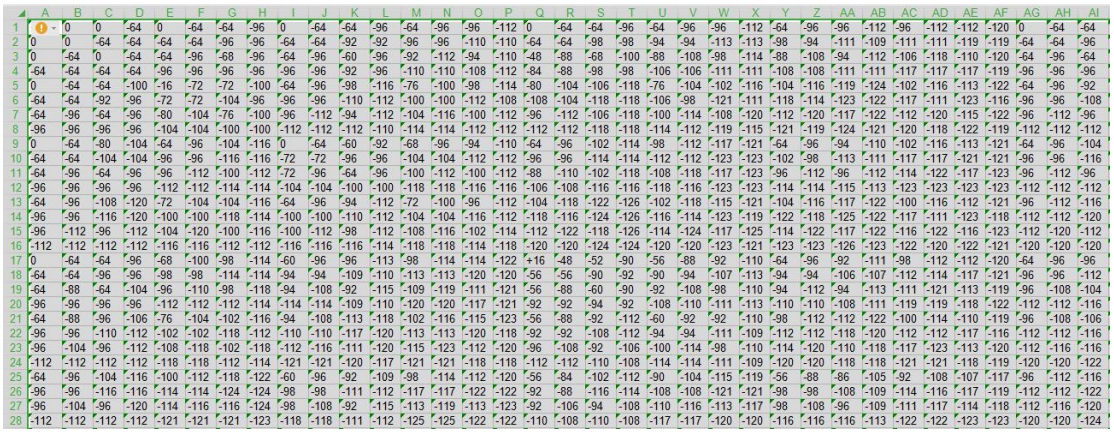


表 4 S_1 盒 LAT（部分）