

9. 若 $\|x\| \geq \|y\|$: $\|x\| = \|(x-y) + y\| \leq \|x-y\| + \|y\| \Rightarrow \|x\| - \|y\| \leq \|x-y\|$

若 $\|x\| < \|y\|$: $\|y\| = \|(y-x) + x\| \leq \|x-y\| + \|x\| \Rightarrow \|y\| - \|x\| \leq \|x-y\|$

综上 $|\|x\| - \|y\|| \leq \|x-y\|$

10. $\|I\| = \max_{\|x\|=1} \|Ix\| = \max_{\|x\|=1} \|x\| = 1$

11. (1) 由定理 4 知: $\|x^{k+1} - x^*\| \leq \|G\| \cdot \|x^* - x^k\|$

$$\leq \|G\| \cdot \| (x^* - x^{k+1}) + (x^{k+1} - x^k) \|$$

$$\leq \|G\| (\|x^* - x^{k+1}\| + \|x^{k+1} - x^k\|)$$

故移项可得: $\|x^* - x^{k+1}\| \leq \frac{\|G\|}{1-\|G\|} \|x^{k+1} - x^k\|$

(2) 要证 $\|x^* - x^k\| \leq \frac{\|G\|^k}{1-\|G\|} \|x^1 - x^0\|$

由定理 4: $\|x^* - x^k\| \leq \|G\|^k \|x^0 - x^*\|$

故只需证 $\|x^0 - x^*\| \leq \frac{1}{1-\|G\|} \|x^1 - x^0\|$

即证 $\|x^0 - x^*\| - \|x^1 - x^0\| \leq \|G\| \|x^0 - x^*\|$

$$\|x^0 - x^*\| - \|x^1 - x^0\| \leq \|x^* - x^1\| - \|x^1 - x^0\| \leq \|x^* - x^1\|$$

由定理 4: $\|x^1 - x^*\| \leq \|G\| \|x^0 - x^*\|$

故得证.