弹性波动力学实验报告

规则格网有限差分法地震波正演模拟



姓 名:程鑫

学 号: 16040032004

专业年级: 16 级地球信息科学与技术

日期: 2019.6.1

规则格网有限差分法地震波正演模拟

程鑫

(中国海洋大学 海洋地球科学学院 16级地球信息科学与技术)

摘要:地震波数值模拟较物理模拟有着巨大的经济优势,因此在地震勘探中有着重要的作用,是进行地震资料处理以及地震剖面解释的基础。实验利用 C 语言与 Matlab 语言作为工具,采用有限差分方法对地震波在弹性介质中的传播情况进行了模拟,观察了地震波在均匀介质、水平层状介质、起伏界面、倾斜地层等不同地层模型中的传播规律,并采用吸收边界条件处理边界反射波,具有实际参考价值。

关键词: 二阶标量声波方程: 规则格网: 数值模拟: 有限差分法: 吸收边界条件:

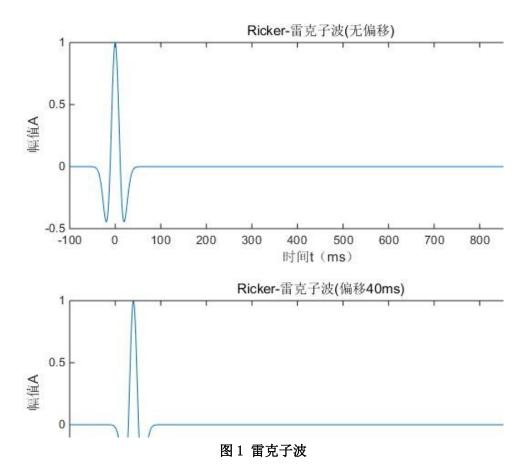
一、绘制雷克子波

雷克子波是地震子波中的一种,它有确定起始时间和有限能量,在很短时间内衰减的一个信号。实际中的地震子波是一个很复杂的问题,因为地震子波与地层岩石性质有关。为了研究方便,目前普遍采用雷克子波作为震源信号进行模拟。

雷克子波的表达式为:

$$s(t) = e^{-(2\pi f/\gamma)^2 t^2} \cos 2\pi f t$$

f 为雷克子波的主频, r 为控制频带宽度的参数。实验设置 f=20HZ, r=3, 采样间隔 dt=0.001 对雷克子波进行离散化, 并用 Mat1ab (源程序见附件 1) 进行绘制。



二、有限差分法原理

该方法将求解域划分为差分格网,用有限个格网节点代替连续的求解域。有限差分方法以 Taylor 级数展开等方法,把二阶标量声波方程中的导数用格网节点上的函数值的差商代替进行离散,从而建立以格网节点上的函数值为未知数的代数方程组。具体过程如下:

1、建立二阶标量声波方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + S(t)$$

v(x,z) 是介质在点(x,z) 处的纵波速度,u 为描述速度位或者压力的波场,s(t) 为 震源函数。

2、区域离散化

求二阶标量声波方程的数值解,必须将方程离散化。为此,先将空间模型网格化(如图 2)。本次模拟中 dh(格网间隔长度)=5,G 取 2,满足 $\Delta h \leq v_{\min}$ /(Gf_N) 的频散关系式且满足稳定性条件 $v_{\max}*\Delta t/\Delta h < \sqrt{\frac{3}{8}}$,不会积累大量误差。

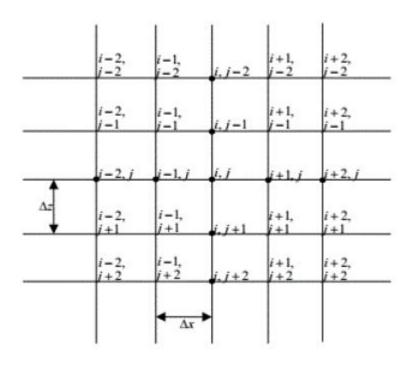


图 2 空间模型格网化

3、近似替代与求解。

用格网节点上的函数值的差商代替二阶标量声波方程中的导数,运用泰勒展开并略去高阶小量,将差商带入声波方程,形成差分方程,可通过递推求解差分方程(初值条件实验中设为零)。最终得到时间二阶,空间四阶的声波方程的差分格式:

$$u_{i,j}^{k+1} = 2u_{i,j}^{k} - u_{i,j}^{k-1} + \frac{v^{2}\Delta t^{2}}{\Delta h^{2}} \left\{ -\frac{1}{12} \left[u_{i-2,j}^{k} + u_{i+2,j}^{k} \right] + \frac{4}{3} \left[u_{i-1,j}^{k} + u_{i+1,j}^{k} \right] - \frac{5}{2} u_{i,j}^{k} \right\} + \frac{v^{2}\Delta t^{2}}{\Delta h^{2}} \left\{ -\frac{1}{12} \left[u_{i,j-2}^{k} + u_{i,j+2}^{k} \right] + \frac{4}{3} \left[u_{i,j-1}^{k} + u_{i,j+1}^{k} \right] - \frac{5}{2} u_{i,j}^{k} \right\} + \omega(t) * \delta(i - i_{0}) * \delta(j - j_{0}) \right\}$$

三、均匀介质模型

1、地层模型建立

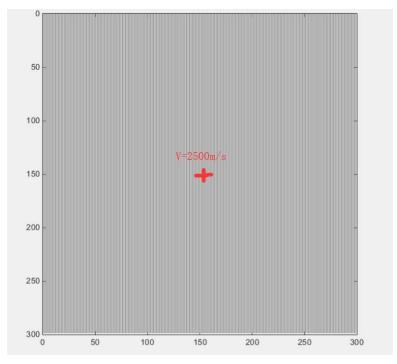


图 3 均匀介质模型

实验模拟 1500m*1500m 区域, 地层均匀分布, 各向同性, 地层速度为 2500m/s, 震源位于区域中心。

2、波前快照

分别记录 t=0.28s (图 4) 和 t=0.37s (图 5) 的波前快照,可以看出地震波的波前面为球面且随时间呈球面传播,当地震波到达模型边界时,会发生狄利克雷人工边界反射。(源程序见附件 2)

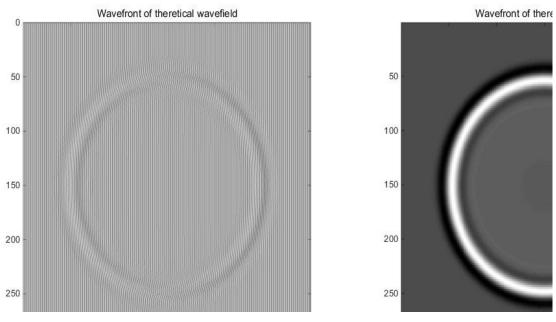


图 4 均匀介质模型 (时间 280ms)

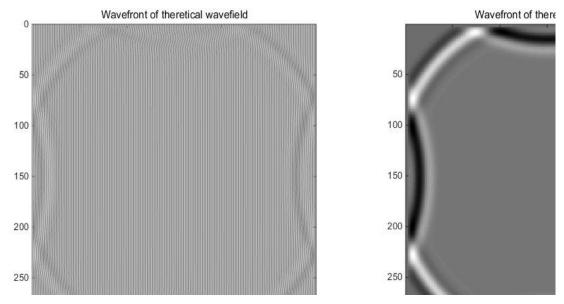


图 5 均匀介质模型边界反射(时间 370ms)

四、水平层状介质模型

1、地层模型建立

在实验区域建立三层均匀介质地层模型,第一层厚度 600m,层速度为 1800m/s,第二层厚度 500m,层速度为 2600m/s,第三层厚度 400m,层速度为 3000m/s。震源位于实验模型(150,5) 坐标点处(图 6)。(源程序见附件 3)

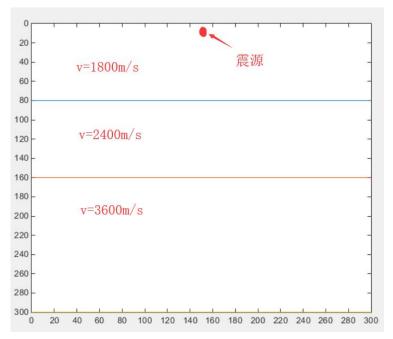


图 6 均匀层状介质模型

2、波前快照及地震记录

由第一层层厚以及地层速度可以估算出约 230ms 后地震波传播到一二层地层界面。实验取 t=0.3s 时的波前,可以明显观察到地震波在地层界面处的反射波和透射波和地层中的直达波,并且由波前面的大小可以看出透射波的波速大于反射波波速,即透射波波速受下层地层影响,反射波波速受上层地层影响(图7)。为了观察到第二与第三层地层界面地震波传

播情况,适当延长雷克子波的采样时间,由之前的 400ms 延长到 1000ms,观察 480ms 时的波前,即可观察到地层分界面的反射波与透射波(图 8)。

在地震记录中可以清楚的观察到直达波(直线)和反射波(双曲线)的时距曲线,并且可以明显观察到,直达波能量很强,随着地层变深,反射波能量明显降低,并且双曲线弯曲程度减小(图 9)。因此在地震资料处理时,要消除直达波的干扰,并需要速度谱对不同深度的反射波进行动校正,并且要进行振幅恢复,使深层反射波在地震剖面上更清楚。

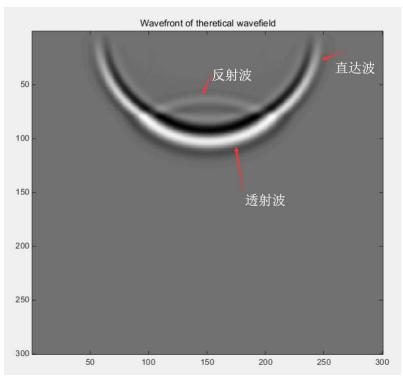


图 7 水平层状介质地震波传播(t=0.3s)

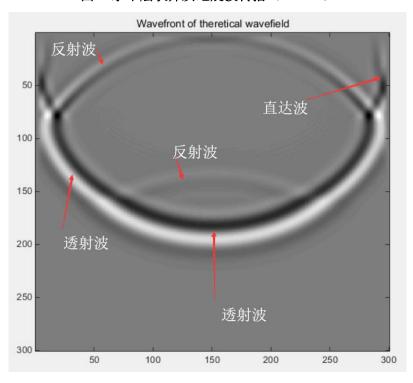


图 8 水平层状介质地震波传播(t=480ms)

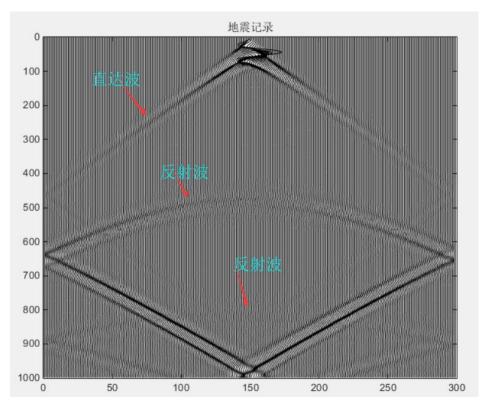


图 9 t=480ms 的地震记录

五、其他模型设计

1、多次波模拟

多次波是地震波经地表或地下某些反射系数较大的反射界面时一次反射波重新折回地 层形成的,为了使多次被反射明显,设计如下地层模型(图 **10**)。

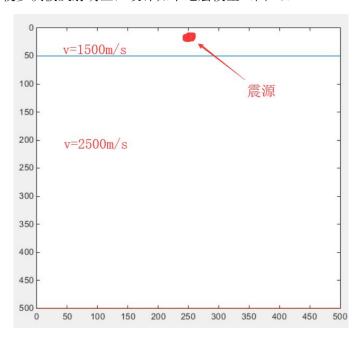


图 10 多次波模拟地层

为了更清楚的看到完整的多次波,适当将模型扩大到 2500m*2500m,上层地层波速设置为 1500m/s,厚度为 250m,下部地层速度为 2500m/s 且都为均匀地层。观察 t=850ms 时

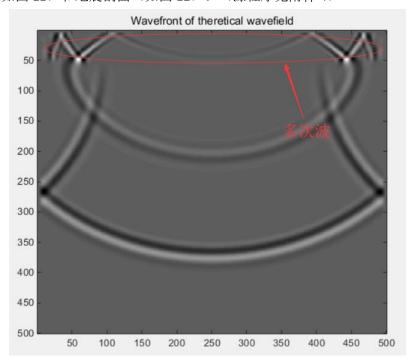


图 11 多次波波前快照

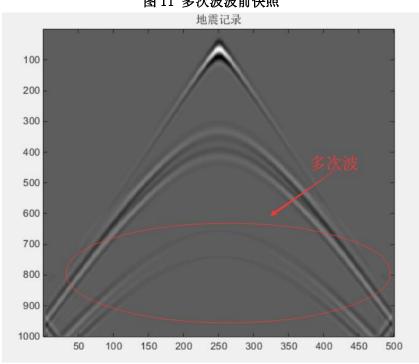


图 12 多次波地震记录

由波前以及地震记录可以清楚的看到多次波对于有效信号(反射波)产生的巨大的干扰,在地质资料处理中应该将其去除。由地震记录可以看出,多次波与一次反射波之间有一定的时间间隔且波形近乎平行,说明多次波的波速仍是上层地层速度。因此在动校正的过程中,由于其与下层地层存在速度差,可以利用此差异设法将多次波剔除。

2、绕射波模型

在地震勘探的过程中,常常会遇见地下岩性突变的情况,地震波在遇到这些岩性的突变 点时,往往会产生绕射现象。因此实验设计如下模型(图13)。

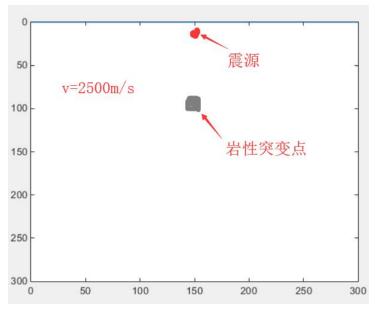


图 13 绕射波地层模型

模型大小为 1500m*1500m,震源设置在上图模型(150, 5)点处,岩性突变点设置在深 500-525m,震源正下方处,地层速度为 2500m/s,地震波在岩性突变点处速度为 0,记录 t=0.3s 时的波前快照(图 14)以及地震记录(图 15)。(源程序见附件 5)

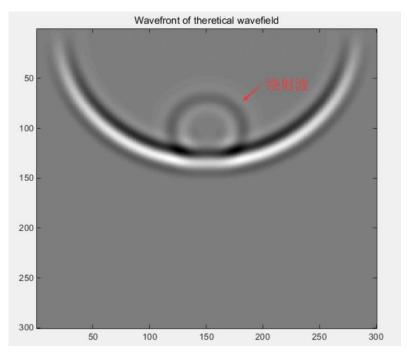


图 14 绕射波波前快照

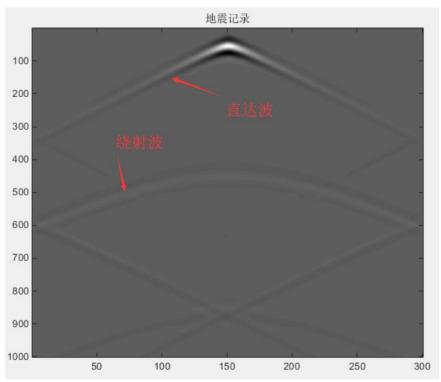


图 15 绕射波地震记录

由波前快照可以看出地震波传播过程中遇到地下突起物时,在地下突起物处形成"二次震源",此时地震波速度发生突变而形成绕射波。由波前快照中明暗程度可以得知绕射波的能量远小于原地震波的能量。由地震记录可以看出绕射波波形与反射波相似,都为双曲线,但其频率和有效速度均低于正常反射波,能量衰减较快,可以设计频率滤波器来将其剔除。

六、拓展

1、倾斜界面模型模拟

先建立如下地层模型(图 16)

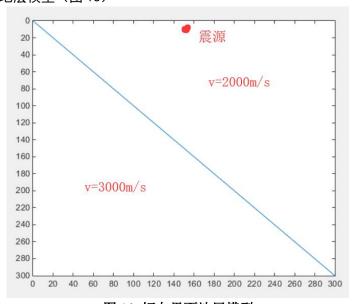


图 16 倾向界面地层模型

模型大小为 1500m*1500m,震源设置在上图模型(150, 5)点处,上层地层层速度 v=2000m/s,下层地层层速度 v=3000m/s,且各地层均为均匀地层。记录 t=0.4s 时的波前快

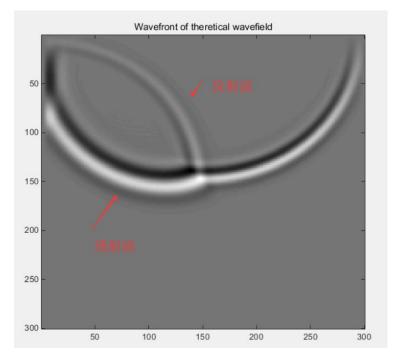


图 17 波前快照

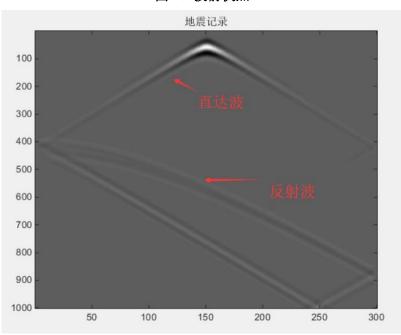


图 18 地震记录

由波前快照可以看出倾向界面地震波传播与水平界面相似,都在界面处产生反射波和透射波,但在地震记录中可以观察到两者的区别。倾斜界面的反射波不在直达波的正下方且与直达波之间有交点,由此特点可以在地震记录中区分水平界面与倾斜界面。

2、盆地模型模拟

建立如下的盆地模型(图19)

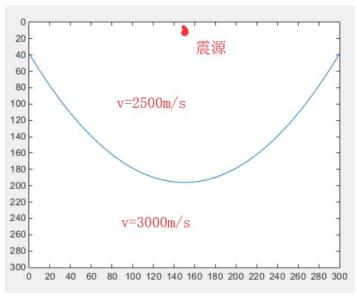


图 19 盆地模型

如图,实验区域为 $1500m\times1500m$,用抛物线模拟盆地的形态,抛物线方程为 $Zn=-0.007*((Xn-150)^2-28000)$,盆地上部地层层速度设置为 2500m/s,下部地层层速度设置为 3000m/s,震源在表面(150,5)处。记录 t=450ms 时的波前快照(图 20)以及地震记录(图 21)。(源程序见附件 7)

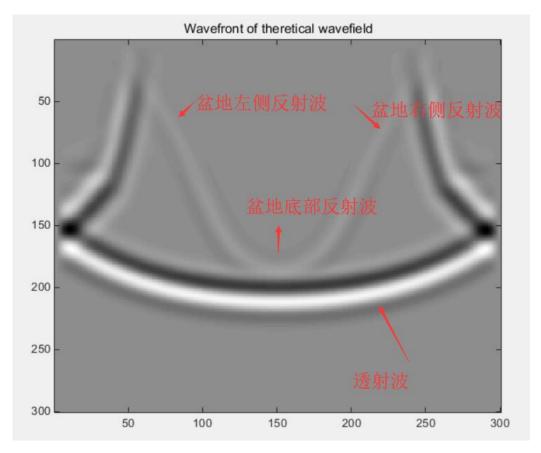


图 20 盆地模型波前快照

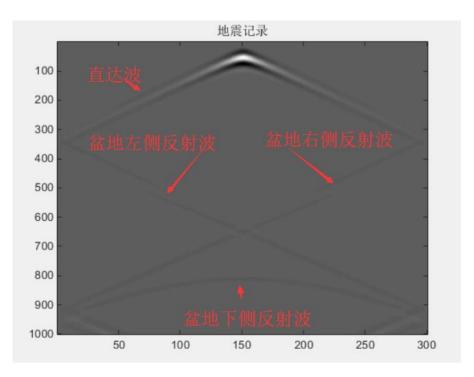


图 21 盆地模型地震剖面

从波前快照中可以看出地震波传播过程中遇到盆地界面将发生反射与透射。图中左边偏暗部分为盆地左侧反射波,右边对称位置为盆地右侧反射波,两侧波清晰地描绘出盆地的大致形状。下面明亮部分为能量更高的透射波。

从地震记录可以看到能量较强的直达波和反射波。图像的左下和右下部分可以清楚的看到盆地的反射波,分别是盆地左侧反射波和右侧反射波,在图像最下端是盆地下端形成的反射波图像。因此可以看出盆地在地震剖面上所呈现的蝴蝶结形态,并且可以从地震剖面上估算出盆地的规模。

3、断层模型模拟

设计下图所示地层模型 (图 22)

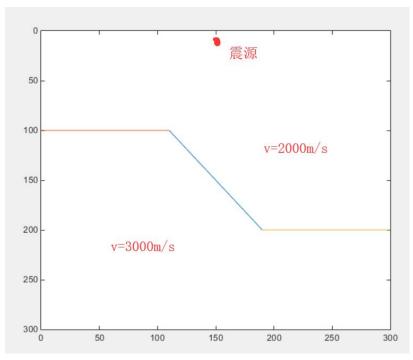


图 22 断层模型

地震模型大小为 1500m*1500m,介质分两层,上层波速为 v=2000m/s,下层波速为 v=3000m/s。震源位于第一层介质表面(150,5)处。记录 t=400ms 时的波前快照(图 23)和地震记录(图 24)。(源程序见附件 8)

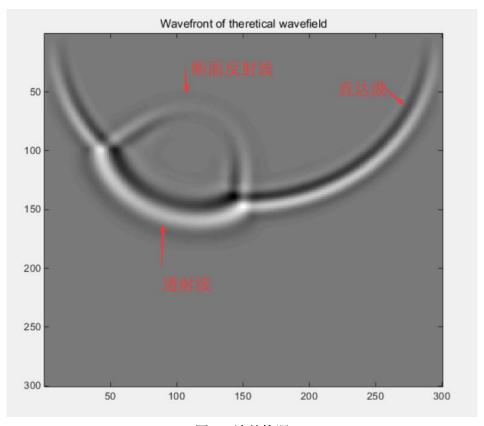


图 23 波前快照

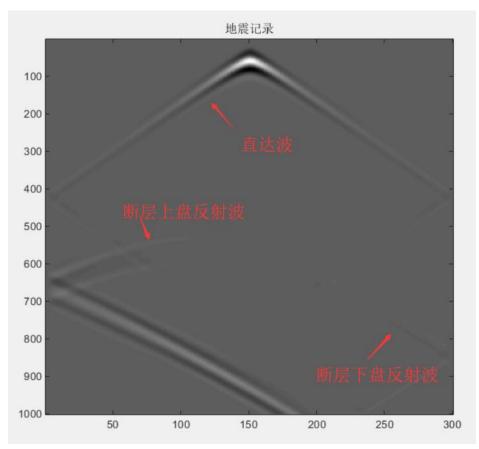


图 24 地震记录

从波前快照可以看出,地震波传播过程中遇到断层结构时,会发生透射和反射,上升盘 反射波将更早的到达检波面,而下降盘反射波后到达。同时由地震快照可知,反射波和透射 波的所携带的能量均小于原地震波。

地震记录中可以看到直达波,在图的下方的有两段不连续的弧线,分别是上升盘和下降盘反射波。随着时间的推移,地震波传播深度的增加,从地震记录可以明显看出下降盘反射波的能量小于上升盘反射波和直达波。因此可以通过地震剖面同相轴不连续来判断断层的位置以及断层的性质。

4、起伏地层模型模拟

设计如下图所示起伏地层模型(图 25):

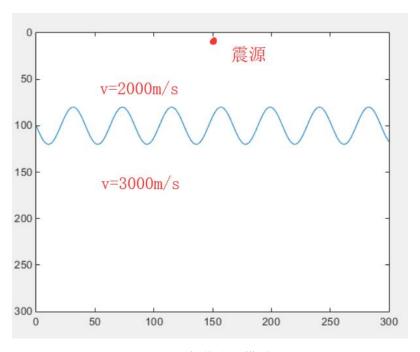


图 25 起伏地层模型

设置模拟区域大小为 1500mx1500m,用正弦函数 y=20*sin(0.15*t)+100 的波形来模拟起伏地层界面,界面之上波速 v=2000m/s,界面之下波速 v=3000m/s,震源在表面(150,5)处。获取 t=400ms 时的波前面(图 26)以及地震记录(图 27)。(源程序见附件 9)

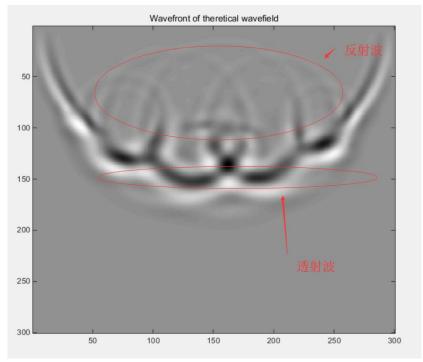


图 26 波前快照

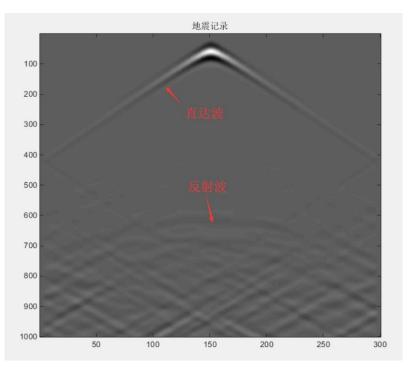


图 27 地震记录

从波前快照中可以看出,地震波在遇到起伏界面前,是以直达波形式传播。当波传播到 起伏界面时,形成反射波以及透射波。由于起伏界面不平整,有较多的波峰与波谷,故波前 快照中出现多个反射波,且均呈弧状反射。

从地震记录中首先可以清晰地看到 V 字型直达波,且能量很强。直达波下面有很多地震波传播过程中碰到起伏界面的反射波,反射波在地震中的记录均为弧形,交错在一起,能量明显低于直达波。因此可以通过同一个时间段产生交错的反射弧的特征,从地震剖面中判断起伏地层的位置以及计算其深度。

5、吸收边界的处理

Reynolds边界条件

对于二维声波波动方程 ,应用二维声波方程的微分算子可以得到:

$$\begin{split} &\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\right] \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z}\right] + 2\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ &= \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})^{1/2}\right] \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})^{1/2}\right] \end{split}$$

离散化得到右边界的计算公式, 其中M, N分别表示横向网格数和纵向网格数

$$u_{M,j}^{n+1} = u_{M,j}^{n} + u_{M-1,j}^{n} - u_{M-1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t}{\Delta x} \left(u_{M-1,j}^{n} - u_{M,j}^{n} - u_{M-2,j}^{n-1} + u_{M-1,j}^{n-1} \right)$$

同理, 上边界、左边界和下边界的离散公式为

$$u_{i,0}^{n+1} = u_{i,0}^{n} + u_{i,1}^{n} - u_{i,1}^{n-1} + \frac{c\Delta t}{\Delta x} \left(u_{i,1}^{n} - u_{i,0}^{n} - u_{i,2}^{n-1} + u_{i,1}^{n-1} \right)$$

$$u_{0,j}^{n+1} = u_{0,j}^{n} + u_{1,j}^{n} - u_{1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t}{\Delta x} \left(u_{1,j}^{n} - u_{0,j}^{n} - u_{2,j}^{n-1} + u_{1,j}^{n-1} \right)$$

$$u_{i,N}^{n+1} = u_{i,N}^{n} + u_{i,N-1}^{n} - u_{i,N-1}^{n-1} + \frac{c\Delta t}{\Delta x} \left(u_{i,N-1}^{n} - u_{i,N}^{n} - u_{i,N-2}^{n-1} + u_{i,N-1}^{n-1} \right)$$

其中 c--地震波波速。

利用均匀介质,地层速度 2000m/s,震源位于模型中心,进行吸收边界效果的检验。如下分别为进行吸收边界处理前后,t=500ms 时的波前快照以及地震记录。(源程序见附件 10)

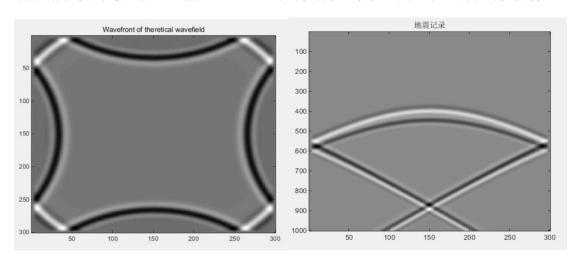


图 28 狄利克雷边界波前快照

图 29 狄利克雷边界地震记录

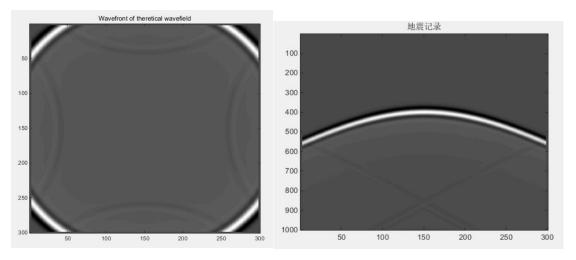


图 30 吸收边界波前快照

图 31 吸收边界地震记录

通过对吸收边界处理前后的波前快照以及地震记录可以明显的看出,利用 Reynolds 边

界条件可以有效的解决边界反射问题,但此方法并不能完全消除边界反射,从处理后的波前快照中可以看见仍有边界反射,但是边界反射波的能量很小。相比狄利克雷边界的地震记录,经过 Reynolds 边界条件处理后的地震记录大大减小了边界反射的影响,因此在实际地震波正演模拟中,Reynolds 边界条件可以有效的处理边界反射对地震记录的影响。

参考文献

[1]杨莹. 二维地震波场有限差分法数值模拟研究[D].中国地质大学(北京),2009.

[2]王开燕,周妍,刘丹,郝菲.有限差分波动方程正演模拟中的吸收边界条件[J].当代化工,2014,43(05):752-755.

[3]谢圣朝,谢久安,唐铁生.高阶精度交错网格有限差分法正演模拟及完全匹配层吸收边界[J]. 中国石油和化工标准与质量,2014,34(10):263.

[4] 杨飞,张建彬,巩固.二维声波高阶有限差分地震波场模拟[J].山东煤炭科技,2018(04):201-203.

[5]付萌. 基于可变交错网格的声波方程有限差分数值模拟[A]. 中国地球物理学会国家安全地球物理专业委员会、陕西省地球物理学会军事地球物理专业委员会.国家安全地球物理丛书(十一)——地球物理应用前沿[C].中国地球物理学会国家安全地球物理专业委员会、陕西省地球物理学会军事地球物理专业委员会:中国地球物理学会,2015:7.

[6]梁文全,杨长春,王彦飞,刘红伟.用于声波方程数值模拟的时间-空间域有限差分系数确定新方法[J].地球物理学报,2013,56(10):3497-3506.

```
附件 1:
%雷克子波
clear all;
f=20;
dt=0.001;
t=-100:1000;
y1=(1-2*(pi*f*t*0.001).^2).*exp(-(pi*f*t*0.001).^2);
y2=(1-2*(pi*f*(t-40)*0.001).^2).*exp(-(pi*f*(t-40)*0.001).^2);
subplot (211)
plot(t, y1);
title('Ricker-雷克子波(无偏移)');
xlabel('时间 t (ms)');
ylabel('幅值 A');
axis([-100, 1000, -0.5, 1]);
subplot (212)
plot(t, y2);
title('Ricker-雷克子波(偏移 40ms)');
xlabel('时间 t (ms)');
ylabel('幅值 A');
axis([-100, 1000, -0.5, 1]);
附件 2:
/*(一)正演模拟程序*/
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#define PI 3.1415926
#define FM 20.0
```

```
#define R 3
#define e 2.71828
int main(int argc, char *argv[])
   FILE *fp;
   int i, j, k, m, n, p, Xn=300, Zn=300, Tn=400;
    double temp, tem, mid, dt=0.001, dh=5.0;
    double *w, **v, **u0, **u1, **u2, **u3, **u4;
    tem=280;//波前快照时间
   p=10;//检波面位置
   /*********数组开辟(略)***********/
   w=(double*)calloc(Tn, sizeof(double));
   v = (double**)calloc(Zn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Zn; i++)
       v[i] = (double*)calloc(Xn, sizeof(double));
   }
   u0 = (double**)calloc(Xn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Xn; i++)
       u0[i] = (double*)calloc(Zn, sizeof(double));
   }
   u1 = (double**) calloc(Xn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Xn; i++)
       u1[i] = (double*)calloc(Zn, sizeof(double));
   u2 = (double**) calloc(Xn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Xn; i++)
       u2[i] = (double*)calloc(Zn, sizeof(double));
   }
   u3 = (double**) calloc(Xn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Xn; i++)
       u3[i] = (double*)calloc(Zn, sizeof(double));
   }
   u4 = (double**) calloc(Xn, sizeof(double*));
   for (i = 0; i < Xn; i++)
```

```
{
       u4[i] = (double*)calloc(Tn, sizeof(double));
    for (k=0; k<Tn; k++)
    w[k] = pow(e, (-pow(2 * PI*FM / R, 2)*pow((k - 40)*dt, 2)))*cos(2 * PI*FM*(k - 40)*dt, 2)))
- 40)*dt);//雷克子波采样
    /*均匀介质*/
    for (i = 0; i < Xn; i++)
       for (j = 0; j < Zn; j++)
           v[i][j] = 2500.0;
   }
    /**************************/
    for (k=1; k< Tn-1; k++)
     for (i = 2; i < Xn - 2; i++)
           for (j = 2; j < Zn - 2; j++)
               if (i == 150 && j ==150)//震源点
                   temp = 1;
               else temp = 0;
               u2[i][j] = 2 * u1[i][j] - u0[i][j] + pow(v[i][j], 2) * pow(dt, 2) /
pow(dh, 2) * 
                           (-1 / 12 * (u1[i - 2][j] + u1[i + 2][j]) + 4 / 3 * (u1[i
+1[j]+
                            u1[i-1][j]) - 5 / 2 * u1[i][j]) + pow(v[i][j], 2) *
pow(dt, 2) / pow(dh, 2)*\
                            (-1 / 12 * (u1[i][j - 2] + u1[i][j + 2]) + 4 / 3 *
(u1[i][j + 1] + \
                            u1[i][j-1]) - 5 / 2 * u1[i][j]) + 10 * w[k] * temp;
     for (m = 0; m < Xn; m++)
       for (n = 0; n < Zn; n++)
           u0[m][n] = u1[m][n];
           u1[m][n] = u2[m][n];
```

```
for (i = 0; i < Xn; i++)
        u4[i][k + 1] = u2[i][p];
    if (k == tem)
        for (i = 0; i < Xn; i++)
            for (j = 0; j < Zn; j++)
                u3[i][j] = u2[i][j];
}
//三个二维数组表示出一个三维数组的波场运算
/***************************/
if((fp=fopen("F:\wavefront.dat", "w"))!=NULL)
    fprintf(fp, "%d\n", Xn);
    fprintf(fp, "%d\n", Zn);
    for (i=0; i \le Xn; i++)
        for (j=0; j \le Zn; j++)
            {
                fprintf(fp, "%f\n", u3[i][j]);
    fclose(fp);
}
if((fp=fopen("F:\Seis_Record.dat", "w"))!=NULL)
{
    fprintf(fp, "%d\n", Xn);
    fprintf(fp, "%d\n", Tn);
    for (i=0; i \le Xn; i++)
        for (k=0; k< Tn; k++)
                fprintf(fp, \%f\n", u4[i][k]);
    fclose(fp);
}
/*内存释放*/
free(w);
for (i=0; i \le Xn; i++)
    free(v[i]);
free(v);
for (i=0; i \le Xn; i++)
    free(u0[i]);
```

```
free(u0);
    for (i=0; i < Xn; i++)
         free(u1[i]);
    free(u1);
    for (i=0; i \le Xn; i++)
         free(u2[i]);
    free(u2);
    for (i=0; i \le Xn; i++)
         free(u3[i]);
    free(u3);
    for (i=0; i < Xn; i++)
         free(u4[i]);
    free(u4);
    return 0;
附件 3:
    //水平层状介质模型
    for (i=0; i \le Xn; i++)
         for (j=0; j<80; j++)
           v[i][j]=1800;
         for(; j<160; j++)
         v[i][j]=2400;
         for (; j \le Zn; j++)
         v[i][j]=3600;
附件 4:
    //多次波模型
    for (i=0; i \le Xn; i++)
    {
         for (j=0; j<50; j++)
         v[i][j]=1500;
         for(; j<Zn; j++)
         v[i][j]=2500;
    }
附件 5:
    //绕射波模型
    for (i=0; i \le Xn; i++)
    for (j=0; j \le Zn; j++)
```

```
if((i)=145\&\&i<=150)\&\&(j>=100\&\&j<=105))
    v[i][j]=0;
    else
    v[i][j]=2500;
    }
附件 6:
    //倾向界面模型
    for (i = 0; i < Xn; i++)
    for (j = 0; j < Zn; j++)
      if(i-j>=0)
        v[i][j]=2000;
      else if (i-j<0)
        v[i][j]=3000;
    }
    }
附件 7:
    //盆地模型
    for (i=0; i \le Xn; i++)
        for (j=0; j \le Zn; j++)
        if(j < (-0.007*((i-150)*(i-150)-28000)))
            v[i][j]=2500;
        else
            v[i][j]=3000;
    }
附件 8:
    //断层模型
    for (i = 0; i < Xn; i++)
        for (j = 0; j < 100; j++)
            v[i][j]=2000.0;
        for (j=100; j<200; j++)
            if (j \le 1.25 * i - 37.5)
```

```
v[i][j]=2000.0;
                                       else
                                                    v[i][j]=3000.0;
                          }
                          for (j = 200; j < Zn; j++)
                                       v[i][j]=3000.0;
            }
附件 9:
            //起伏地层模型模拟
             for (i = 0; i < Xn; i++)
                          for (j=0; j<Zn; j++)
                          if(j < (20*sin(0.15*i)+100))/20*sin(0.15*x)+100;
                                       v[i][j]=2000;
                          else
                                       v[i][j]=3000;
            }
附件 10:
             double A = v[i][j]*dt / dh;
            u2[Xn - 3][j] = (2 - 2 * A - pow(A, 2))*u1[Xn - 3][j] + 2 * A*(1 + A)*u1[Xn - 2][j]
4][j] - \
             pow(A, 2)*u1[Xn - 5][j] + (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 3][j] - 2 * A*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*u0[Xn - 4][j]; // (2 * A - 1)*
右边界
            u2[i][2] = (2 - 2 * A - pow(A, 2))*u1[i][2] + 2 * A*(1 + A)*u1[i][3] - pow(A, 2)
2)*u1[i][4] +\
                 (2 * A - 1)*u0[i][2] - 2 * A*u0[i][3];//上边界
             u2[2][j] = (2 - 2 * A - pow(A, 2))*u1[2][j] + 2 * A*(1 + A)*u1[3][j] - pow(A, 2)
2)*u1[4][j] + 
                 (2 * A - 1)*u0[2][j] - 2 * A*u0[3][j];//左边界
            u2[i][Zn - 3] = (2 - 2 * A - pow(A, 2))*u1[i][Zn - 3] + 2 * A*(1 + A)*u1[i][Zn - 3]
                pow(A, 2)*u1[i][Zn - 5] + (2 * A - 1)*u0[i][Zn - 3] - 2 * A*u0[i][Zn - 4];//
下边界
```