2119116s 佐野海徳

$\boxed{1}$

$u(x,t) = \phi(x)\varphi(t)$ が解である。変形して $\phi(x)\varphi''(x) = \phi''(t)\phi(x)$ ここから $\frac{\phi''}{\phi(x)} = \frac{\varphi''(t)}{\phi(t)} = \alpha$(定数) となる。故に $\phi''(x) = \alpha\phi(x), \varphi''(t) = \alpha\varphi(t)$。$\phi(0) = \phi(\pi) = 0$ から $\alpha < 0$, $\boxed{2}$

(1) f_a をフーリエ変換すると、$\hat{f}_a = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{infty} e^{-|a|x}e^{-i\xi x}dx = \frac{1}{\pi}\frac{1}{a^2+\xi^2}$ であり、$g_a(\xi) = \frac{1}{\xi+a^2}$、$\hat{f}_a = \frac{1}{\pi}g_a(\xi)$。

(2) g_a をフーリエ変換すると、$\hat{g}_a = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}e^{a}|\xi|}{a}$ である。