

2119116s 佐野 海徳

HW47

$64k + 1$ という形をもつ数を下から探索していくと、641 で F_5 が割り切れることが分かる。これを改めて試し割りするとこれは素数であるので 641 が F_5 の素因数の 1 つ。

HW48

$x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x - 2 = 0$ は因数分解すると $(x^2 + x + 1)(x^3 - 2) = 0$ となり、左辺の因数となっている式はそれぞれ複素数の範囲で一次式に分解できる。それらの根を \mathbb{Q} に添加し、その体を L とすると L/\mathbb{Q} はべき根による拡大であり、 $x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x - 2$ は L 係数と見れば 1 次式の積に分解できるためこれが具体例である。