

2119116s 佐野海徳

HW43

$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ は 2 次であり、 $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ も 2 次。よって、 $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ は連鎖律より 4 次以下。一方再び連鎖律より 2 の倍数であるので 2 の倍数である。よって $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ の次数は 2 である。

HW44

生成多項式を $x^3 + x + 1$ とする。このときの 0 以外の元の積の逆元を求める。まずは 1 について求めるとこの体では $1 \times 1 = 1$ である。よって 1 の逆元は自分自身である。x について求めると、 $x \times (1 + x^2) = 1$ であるから、x の逆元は $1 + x^2$ である。同様にすると、 $1 + x$ の逆元は $x + x^2$ 、 x^2 の逆元は $1 + x + x^2$ 、 $1 + x^2$ の逆元は x 、 $x + x^2$ の逆元は $1 + x$ 、 $1 + x + x^2$ の逆元は x^2 である。