2119116s 佐野　海徳

HW31

$T \geq 2$ とする。

(1) イデアルのうち、T から 2 つ以上の元を除いた集合の冪集合で構成されるもの。(ex. T = {1,2,3} なら {1},{2},{3},{ϕ} それぞれの冪集合を例として考えれば良い。) 取り除いた元を a,b,c.... とすると、この中の任意の 2 つの元のみを要素に持つ部分集合同士の積 (ex.{a}{b}) で ϕ が計算されるが、このとき、そのイデアルを I として $\{a\} \notin I, \{b\} \notin I$ が仮定より明らかである。よって定義を満たさず素イデアルではない。

(2)S からひとつだけ元を除いたものの冪集合で構成されるイデアル I。除いた元を x とし、x とその他の任意の元を含む集合の冪集合を X, その元のうち、x を元として含む集合の集合の元を Y(ex. T = {1,2,3} で 3 をのぞいたなら、3 を元にもつ集合の集合は {{1,3},{2,3},{1,2,3},{3}} であるから Y の候補は {1,3},{2,3},{1,2,3},{3} である。) とし、イデアル内の任意の元を V とすると、$YV = \phi$ となるのは、V が x を元として持つ集合でありえないことから明らかである。また、これは仮定より $V \in I, \phi \in I$ であるから素イデアルの定義を満たす。よって、T:finite set pe(T) のイデアルのうち、素イデアルとなるのは $\mathfrak{P}(T-x)$(x は T の任意の元 1 つ) に限られる。

HW32

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$ であるから、$\phi(84) = \phi(2^2) \times \phi(3) \times \phi(7) = (2^2 - 2^1) \times (3^1 - 3^0) \times (7^1 - 7^0) = 2 \times 2 \times 6 = 24$ である。よって (Z/84Z)x̂ の位数は 24。