2119116s 佐野海徳

(1).b)$E[E[x]]$ は $E[x]$ が定数であることから $V[E[x]]$ は 0 に等しい。よって、X の値がすべて期待値に等しいときは分散は等しいがそれ以外の場合は X そのものの分散より明らかに小さくなる。よって結果としてはどちらとも言えない。

(1).c) 現実では株価指数への組入れの際にインデックスファンドが大量購入し組み入れられる銘柄の株価は上昇するが、効率的市場仮説が成り立っているとき株価指数への組入れなどは株価のファンダメンタルズに影響を与えないはずなので株価の需要曲線は水平になる。よって需要曲線は右下がりにはならない。

(2).a) 資産 3 は資産 1 を 2 単位、資産 2 を 1 単位購入すると全く同じペイオフを複製できる。このとき、組み合わせて作られた資産の価格は $2 \times 0.6 + 1.4 = 2.6$ であるから、どちらを買っても同じ金額であり、同一ペイオフを作り出す資産の金額が等しいので無裁定条件を満たしている。

(2).b) 複製可能な資産 3 を除いた資産は 2 つで、この経済の状態は 2 つであるから、この 2 資産からなるペイオフ・ベクトルが一次独立であればよい。

(2).c) 短期投資であれば d) で求めた 2 期間投資ではリスクが高いので投資を行うべきではない。しかし、これが長期の投資でありランダムウォーク仮説が成り立っているとした場合、長期になればなるほど値動きの確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ に近くなっていく。またどちらに動くかも予測ができなくなっていくので結果的には c) までで求めた投資プランで投資するのと同じ結果になる。また、長期になればなるほど求めた期待値を超える利益を出すことは難しくなる。よって、長期投資を行うのであれば、c) までの場合と d) までの場合では全くと行っていいほどリスクの差がなくなり、最終的に求めた期待値に期待リターンも収束していく。$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

となり、rank が 2 であることから一次独立性が示され、この市場は完備であるといえる。

(3).a)　一期間での期待値は $\frac{15-5}{2} = 5$ であり、分散は $\frac{1}{2}(15-5)^2 + \frac{1}{2}(-5-5)^2 = 100$ である。二期間での期待値は $\frac{1}{4}(30+10+10-10) = 10$ であり、分散は $\frac{1}{4}\{(30-10)^2 + (10-10)^2 + (10-10)^2 + (-10-10)^2\} \quad = 200$ である。

(3).b) 求める比率は $\frac{5}{100}\frac{1}{RRA} = \frac{1}{20 \times RRA}$ である。

(3).c) 求める比率は $\frac{10}{200}\frac{1}{RRA} = \frac{1}{20 \times RRA}$ である。

(3).d) 一期間での利益変動の確率には変化がないので一期間の期待値、分散は変化がない。二期間での変動を考えると、期待値は $\frac{1}{8}\{30 + 3*10 + 3*10 - 10\} = 10,$ 分散は$\frac{1}{8}(30-10)^2 + \frac{3}{8}(30-10)^2 + \frac{3}{8}(10-10)^2 + \frac{1}{8}(-10-10)^2 = \frac{1}{8}(400 + 400*3 + 400) = 250$ である。また、b) の解答に変化は起こらない。c) の解答は $\frac{10}{250}\frac{1}{RRA} = \frac{1}{25 \times RRA}$ となる。

(4).a) 不完全分散ポートフォリオのリスク資産を r_{im}、市場ポートフォリオのリスク資産を r_M、無リスク資産を r_f とすると不完全分散ポートフォリオのシャープレシオの分子において、CAPM が成り立っていることから $E[r_{im}] - r_f = \beta(E[r_M - r_f])$。$\beta = \frac{\sigma_{im,M}}{\sigma_M^2}$ であることから、$\frac{S_{im}}{S_M} = \frac{\beta(E[R_M]-r_f)}{\sigma_{im}}\frac{\sigma_M}{(E[R_M]-r_f)} = \frac{\sigma_{im,M}\sigma_M}{\sigma_M^2\sigma_{im}} = \frac{\sigma_{im,M}}{\sigma_M,\sigma_{im}}$

となり求める式が証明できた。