

2.1

$F_2$  では  $1 + 1 = 0, 1 + 0 = 0 + 1 = 0, 0 + 0 = 0$  であり、 $1 \times 1 = 1, 0 \times 1 = 1 \times 0 = 0, 0 \times 0 = 0$  である。(a)  $1 + 1 = 0$

(b)  $1 / 1 = 0$

(c)  $1(0110) = 0110$

(d)  $0(0110) = 0$

(e)  $(011) + (001) = 010$

(f)  $(111) / (111) = 1$

2.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \vdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \end{pmatrix} \text{ となるから } x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1 \text{ である。}$$

2.3

(a) 基底は  $(01), (10)$  であり、次元は 2、生成行列は  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  最小距離は 1、

符号化率は  $\frac{1}{2} \log_2 |3|$  である。

(b) 基底は  $(11111), (01001), (00100), (10010)$  であり、次元は 4。生成行列は

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ であり、最小距離は 1、符号化率は } \frac{1}{5} \log_2 |8| = \frac{3}{5} \text{ であ}$$

る。

(c)  $(11011) + (11111) = (00100)$  だが  $(00100)$  は  $C_3$  上に存在しないので二元線系符号でない。

2.4

$F_5$  上の長さ 5 の繰り返し符号は  $(11111), (00000)$  であるが、0 倍、1 倍スカラー倍をかける操作をして両方の符号を生成できるのは  $(11111)$  だから求める G は  $(11111)$ 。

パリティ検査行列は定義より 1 が偶数個含まれる符号であるから

$$C = \{00000, 11000, 10100, 10010, 10001, 11110, 11101,$$

11011,11011,10111,01111,01100,01010,01001,00110,00101,00011} である。

2.5 パリティ検査行列  $H$  に適当な変形をほどこすと 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

となる。どの 2 列、3 列を取り出しても異なるが、1 列目、2 列目、3 列目、8 列目を取り出すと線形従属であるから、(11100001) は符号語であり  $d(C)$  は 4 であることが示された。

2.6

(a)  $Hy^t = (100)$  であるから  $s = (100)$  である。

(b) 以降はわかりませんでした。

2.7, 2.8 はわかりませんでした。

2.9

$$G' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{となるから } G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(b) H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(c)  $H$  は  $C^\perp$  の生成行列であるから  $G^\perp = H$ 。

2.10 パリティ検査行列の生成について復習していたとき、授業資料だけだとちょっと分かりづらかったです。コセットがあまりよく理解できませんでした。