

1

(1)

$$(\text{与式}) = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 & 6 \\ 3 & 3 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

(2)

1×3 行列と 3×3 では型が異なるので引き算は計算不可能である。

(3)

1×4 行列と 3×3 行列では左の行列の列数と、右の行列の行数が異なるので掛け算は定義されておらず計算不可能

2

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \vdots & 0 \\ 2 & 1 & \vdots & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & \vdots & 0 \\ 1 & 0 & \vdots & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

よって $x = 4, y = 4$ 。

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & \vdots & 1 \\ -1 & 4 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & \vdots & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & \vdots & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & \vdots & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & \vdots & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \vdots & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & \vdots & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \vdots & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & 9 \end{pmatrix}$$

よって解は $x = 0, y = -1, z = -3, w = 9$ 。

3

$$(1)(\text{左辺}) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \end{pmatrix}。$$

(右辺) =

$$\begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & (x_1 - x_2 + x_3 - x_4) & -(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) & -(x_1 - x_2 - x_3 + x_4) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & -(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) & -(x_1 - x_2 - x_3 + x_4) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & -(x_1 - x_2 + x_3 - x_4) & -(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \end{pmatrix} \quad \text{と}$$

なり、確かにこの等式は成り立つ。

$$(2)(\text{与式}) = x_1^4 + x_2^2 x_4 + x_3^4 + x_2^2 x_4^2 - x_4^4 - x_1^2 x_3^2 - x_2^4 - x_1^2 x_3^2 = (x_1^2 - x_3^2)^2 - (x_2^2 - x_4^2)^2。$$