

HW29

(n)  $\supset$  (6) になるのは、6 が n の倍数のとき、またそのときに限る。よって  $n = 1, 2, 3, 6$ 。 (1) =  $\{\dots, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  なので  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  はイデアル。 (2) =  $\{\dots, 0, 2, 4, \dots\}$  なので  $\{0, 2, 4\} \subset \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  はイデアル。 (3) =  $\{\dots, 0, 3, \dots\}$  なので  $\{0, 3\} \subset \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  はイデアル。 (6) からできるイデアルは  $0 \subset \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ 。 よって答えは  $\{0\}, \{0, 3\}, \{0, 2, 4\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  の 4 つである。

HW30

0 次の元は、0 と 1 の 2 つである。 1 次の元は  $x, x + 1$  の 2 つである。 2 次の元は  $x^2, (x + 1)^2 = x^2 + 1, x(x + 1) = x^2 + x, x^2 + x + 1$  の 4 つ。 3 次の項は  $x \times x^2 = x^3, x(x^2 + 1) = x^3 + x, x(x^2 + x) = x^3 + x^2, x(x^2 + x + 1) = x^3 + x^2 + x, (x + 1)x^2 = x^3 + x^2, (x + 1)(x^2 + 1) = x^3 + x^2 + x + 1, (x + 1)(x^2 + x) = x^3 + 1$  と  $x^3 + x^2 + 1$  の重複を除いて 8 個である。 よって、0 次の元は 0, 1, 1 次の元は  $x, x + 1$ , 二次の元は  $x^2, x^2 + x + 1, x^2 + 1, x^2 + x$  の 4 つ, 3 次の元は  $x^3, x^3 + x^2, x^3 + x, x^3 + 1, x^3 + x^2 + x, x^3 + x^2 + 1, x^3 + x^2 + x + 1, x^3 + x + 1$  の 8 つである。 この内、既約元は  $0, 1, x, x + 1, x^2 + x + 1, x^3 + x^2 + 1, x^3 + x + 1$  である。