2119116s 佐野　海徳

HW49

HW50

$L = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})/\mathbb{Q}$ の次数は 4 であり、$\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}))/\mathbb{Q}(\sqrt{2}), \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})/(\sqrt{3})$ はそれぞれ次数が 2 次、$\mathbb{Q}(\sqrt{2})/\mathbb{Q}, \mathbb{Q}(\sqrt{3})/\mathbb{Q}$ はそれぞれ次数が 2 である。ここで、Galois 群は位数 4 であるから c_4 か $c_2 \times c_2$ と同型。この中で位数 2 の部分群を 2 つ持つのは $c_2 \times c_2$。$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ に $\{(0,0),(1,0)\}$,$H' = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ に $H''\{(0,0),(0,1)\}$ を対応させる。このとき、$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = L^{H'}, \mathbb{Q}(sqrt3) = L^{H''}$ と対応するので、L の中間体は $L, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}(\sqrt{2}), \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ の 4 つである。