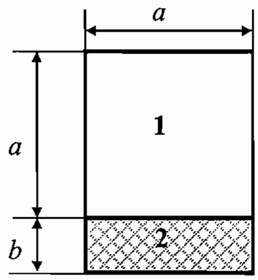
A

班号__________ 学号__________ 姓名__________ 成绩__________

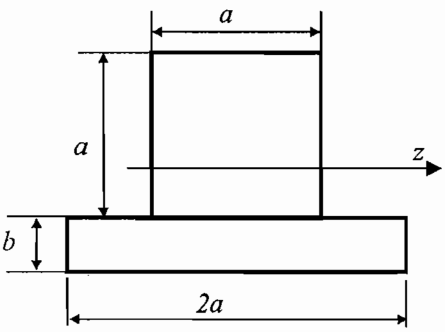
《材料力学A》期末试卷

题目：

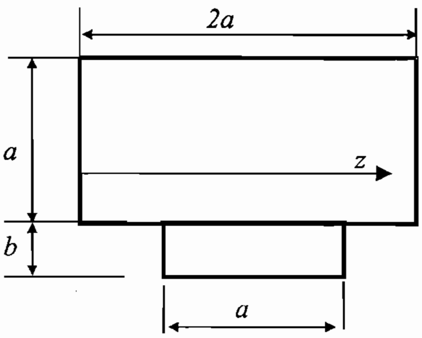
一、选择题……………………(每题 4 分)



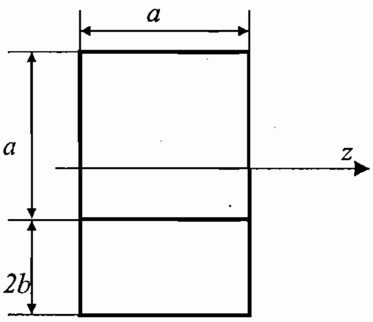
1．上图所示截面材料 1 和材料 2 的弹性模量分别是 E_1 和 E_2，且 $E_2=2E_1$，可通过等效截面确定中性轴位置与弯曲刚度，等效截面是____A____。



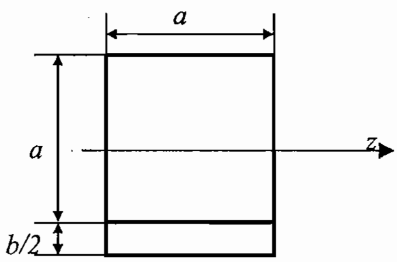
（A）



（B）



（C）



（D）

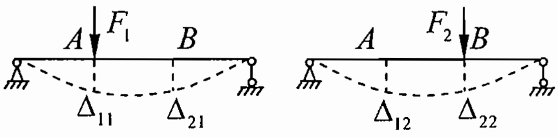
2．图示简支梁有（a）和（b）两种受力状态，虚线表示承载后挠曲线形状，我们有 B 。

A．$F_1\Delta_{21}=F_2\Delta_{12}$

B．$F_1\Delta_{12}=F_2\Delta_{21}$

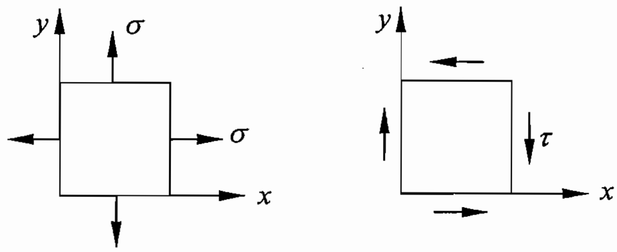
C．$F_1\Delta_{11}=F_2\Delta_{22}$

D．$F_1\Delta_{22}=F_2\Delta_{11}$



（a）　　（b）

3．图（1）和（2）微体均为平面应力状态微体，设 ε_z 是垂直于 xy 平面方向的正应变，则 D 。



(1)　　(2)

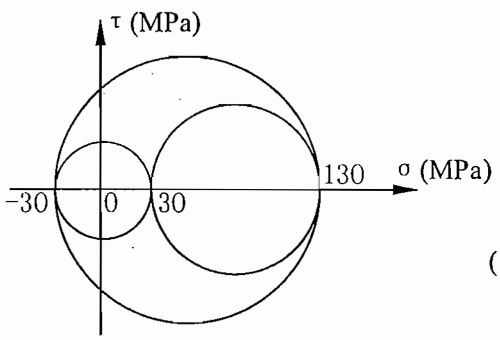
A．两微体 ε_z 均等于零；　　B．两微体 ε_z 均小于零

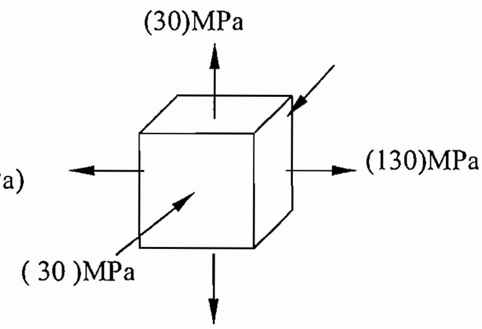
C．两微体 ε_z 均大于零；　　D．微体（1）ε_z 小于零，微体（2）ε_z 等于零

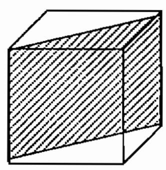
E．微体（1）ε_z 等于零，微体（2）ε_z 小于零

二、填空题

1．（8 分）试在三向应力圆对应的主平面微体上填写各主应力之值，并画出最大切应力的作用面



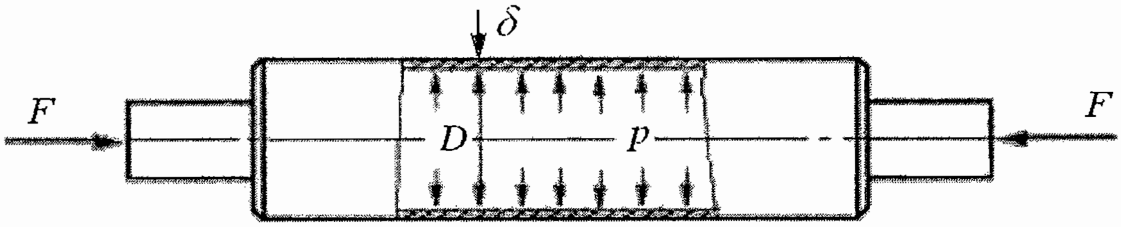




2.（6 分）某恒幅循环应力循环特征 r=1/7，平均应力 $\sigma_m = 40MPa$，则最大应力 $\sigma_{max} =$（ 70MPa ），最小应力 $\sigma_{min} =$（ 10MPa ），应力幅 $\sigma_a =$（ 30MPa ）。

三、计算题 ……………………………………………………………（ 75 分）

1.（15 分）图示铸铁构件，中段为一内径 $D = 200mm$、壁厚 $\delta = 10mm$ 的圆筒，圆筒内的压力 $p = 2MPa$，两端的轴向压力 $F = 300KN$，材料的泊松比 $\mu = 0.25$，许用拉应力 $[\sigma_t] = 30MPa$。试校核圆筒部分的强度。



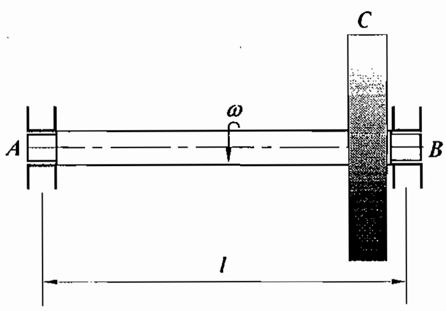
解：$\sigma_x = \sigma_p + \sigma_F = \dfrac{pD}{4\delta} - \dfrac{F}{A} = -37.75MPa$（或 $-35.47MPa$）

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = 20MPa$$

选用第二强度理论。

$$\sigma_{r2} = \sigma_t - \mu\sigma_x = 29.44MPa < [\sigma_t] \text{（或 28.87）}$$

2.（15 分）图示圆截面轴 AB，B 端装有飞轮 C，轴与飞轮以角速度 ω 等速旋转，旋转轴在 A 端突然被刹停，求轴内的最大扭转切应力。轴径为 d，飞轮转动惯量为 J。（轴的转动惯量与飞轮的变形均忽略不计）



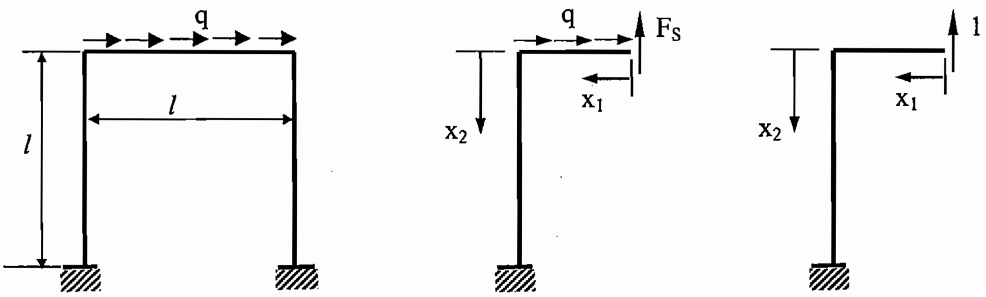
解：$\frac{1}{2}T_d\theta_d = \frac{1}{2}J\omega^2$　改

$$\theta_d = \frac{T_d l}{GI_P} \qquad I_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

解得：$T_d = \omega d^2\sqrt{\frac{G\pi J}{32l}}$

$$\tau_{\max} = \frac{T_d}{W_P} = \frac{4\omega}{d}\sqrt{\frac{GJ}{2\pi l}}$$

3．（15 分）试画图示刚架的弯矩图，设弯曲刚度 EI 为常数。



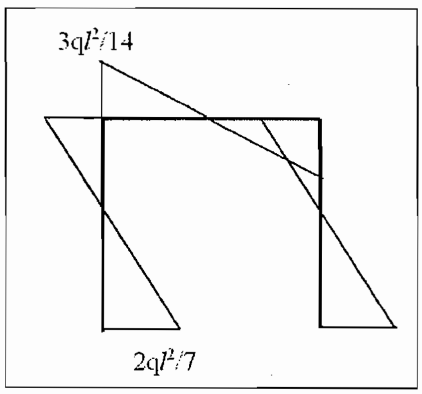
解：$M(x_1) = F_s x_1 \qquad M(x_2) = F_s\frac{l}{2} - \frac{ql}{2}x_2$

$\bar{M}(x_1) = x_1 \qquad \bar{M}(x_2) = \frac{l}{2}$

$$f_A = \frac{1}{EI}\left[\int_0^{l/2} M(x_1)\bar{M}(x_1)dx_1 + \int_0^{l} M(x_2)\bar{M}(x_2)dx_2\right] = 0$$

解得：$F_s = \frac{3}{7}ql$

弯矩图为

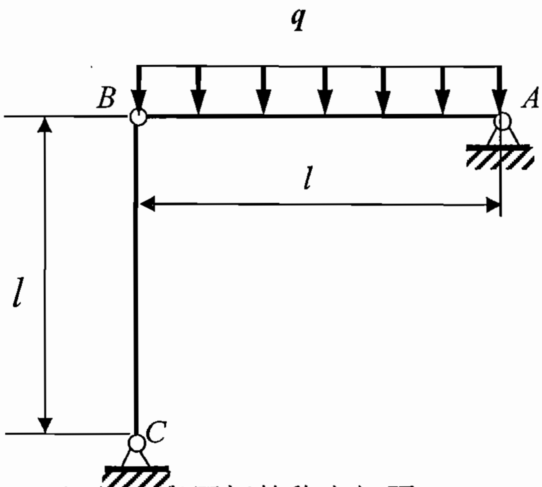


4、（**15** 分）图示结构，$l = 1m$，梁 AB 许用应力$[\sigma] = 160MPa$，梁 AB 截面为高宽比 $h/b = 2$ 的矩形，压杆 BC 为直径 $d = 20mm$ 的圆杆，$E = 200GPa$，稳定安全系数 $n_{st} = 3$，对中柔度杆 $\sigma_{cr} = a - b\lambda$，$a = 304MPa$，$b = 1.12MPa$，

$\lambda_0 = 61$， $\lambda_p = 100$,

（1）若梁的截面高度可变，试确定结构的许用均布载荷[q]；

（2）试在安全与经济的前提下设计梁的截面尺寸。



解：1）只考虑压杆的稳定问题。

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1\times 1000}{20/4} = 200 > \lambda_p \quad \text{为大柔度压杆}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = 15.5KN$$

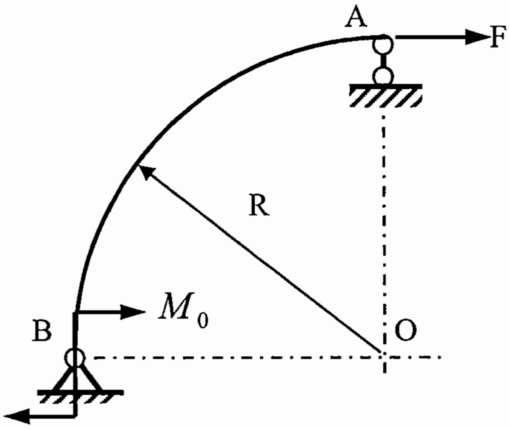
$$\frac{1}{2}[q]l = \frac{F_{cr}}{n_{st}}$$

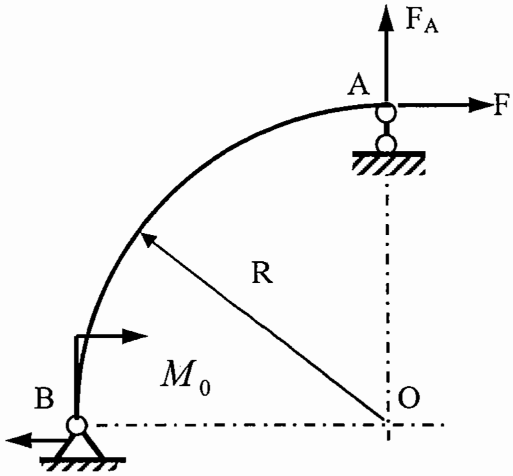
解得： $q = 10.33KN/m$

2） $\frac{M_{\max}}{W_z} = [\sigma]$　　　$M_{\max} = \frac{1}{8}ql^2$　　　$W_z = \frac{bh^2}{6}$

解得： $b = 23mm$
$h = 46mm$

5.（15 分）图示四分之一圆弧构件，其平均半径为 R，弯曲刚度 EI 为常数，略去拉压、剪切变形的影响，试用卡氏定理求 A 端的水平位移及转角。





解：1）求 A 端水平位移。

$$F_A = F + \frac{M_0}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) - (F + \frac{M_0}{R})R\sin\theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial F} = R(1-\cos\theta) - R\sin\theta$$

$$\Delta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2}\frac{\partial M(\theta)}{\partial F}M(\theta)Rd\theta = \frac{(\pi-2)M_0R^2 + 4(\pi-3)FR^3}{4EI}$$

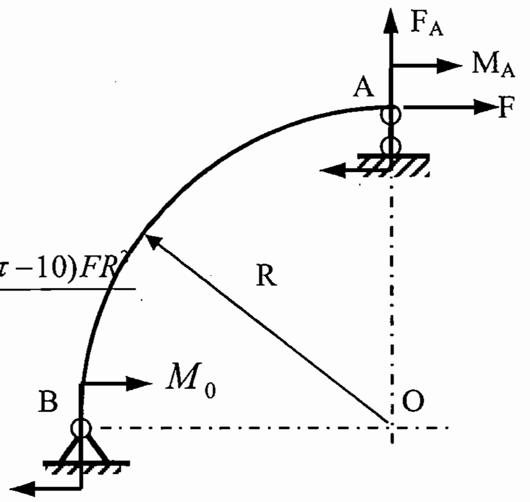
2）求 A 截面转角。

$$F_A = F + \frac{M_0 + M_A}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) + M_A - (F + \frac{M_0 + M_A}{R})R\sin\theta$$

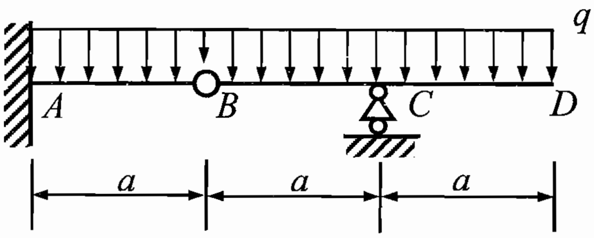
$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} = 1 - \sin\theta$$

$$\theta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2}\frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A}M(\theta)Rd\theta = \frac{(\pi-4)M_0R + (3\pi-10)FR^2}{4EI}$$

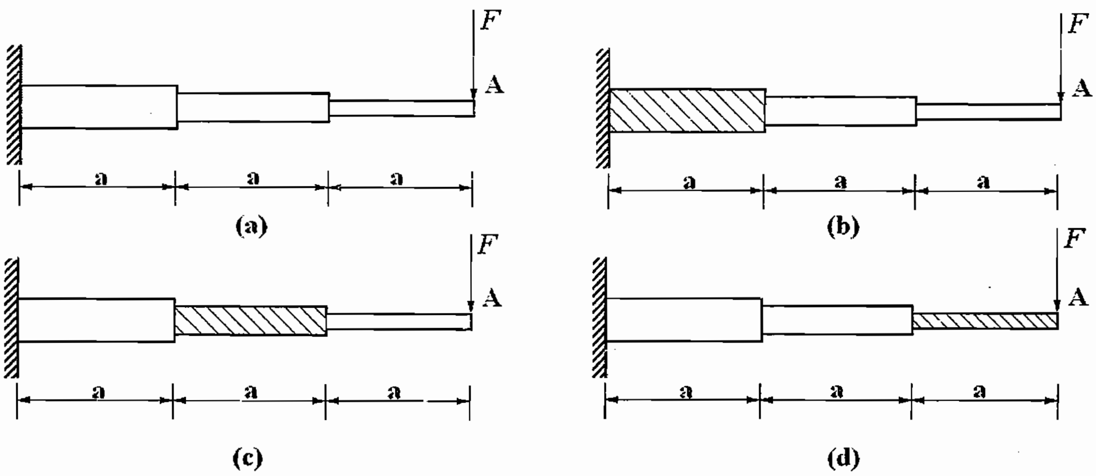


一、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

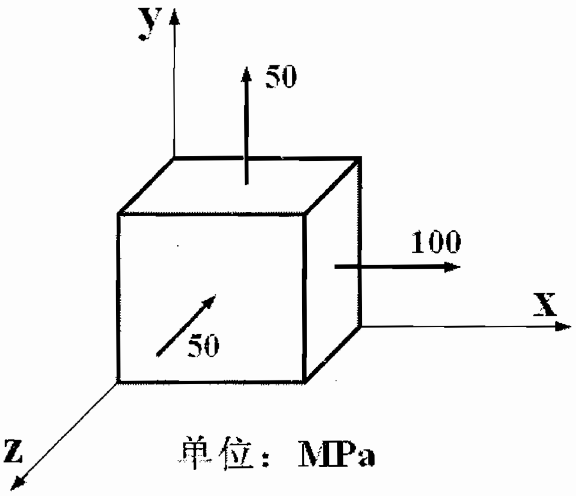
1、使用积分法求图示组合梁的挠曲轴方程时，应把梁划分成___3____段。确定积分常数的位移条件（位移条件表示位移边界条件与位移连续条件），图中 A 处有___2___个，B 处有____1___个，C 处有____3___个，D 处有____0___个。



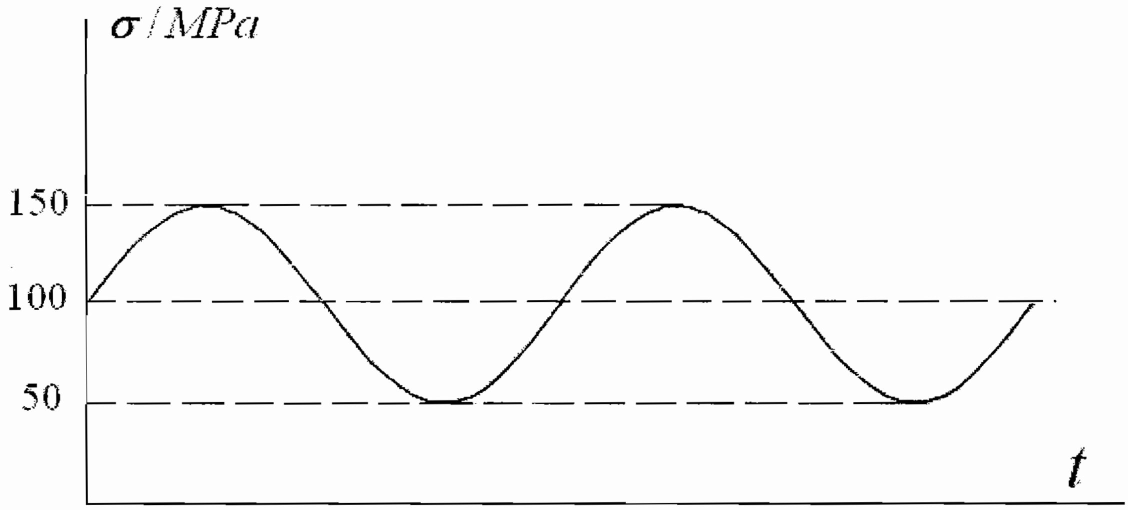
2、图示各悬臂阶梯梁几何尺寸、材料与外载荷均相同，但加阴影线梁段表示已刚化（即该段弯曲刚度无穷大），设各梁自由端挠度分别为 w_a， w_b， w_c 和 w_d，则 $w_a = w_b + w_c + w_d$ 是____错误的____(填“正确的”或“错误的”)，如果不正确，则 $w_a =$ _$(w_b + w_c + w_d)/2$_。



3、图示主应力微体的三个主应力分别为 $\sigma_1 =$ ____100___MPa，$\sigma_2 =$ ____50____MPa，$\sigma_3 =$ ___-50____MPa，最大切应力 $\tau_{\max} =$ ____75___MPa，沿 x 方向正应变 $\varepsilon_x =$ __0.0005__。设材料为各向同性，弹性模量 $E = 200\text{GPa}$。



4、疲劳是指__在循环应力作用下，构件产生可见裂纹或完全断裂的现象_。图示应力循环的最大应力为___150___MPa，平均应力为____100____MPa，应力幅为_____50_____MPa，循环特征_______1/3_________。

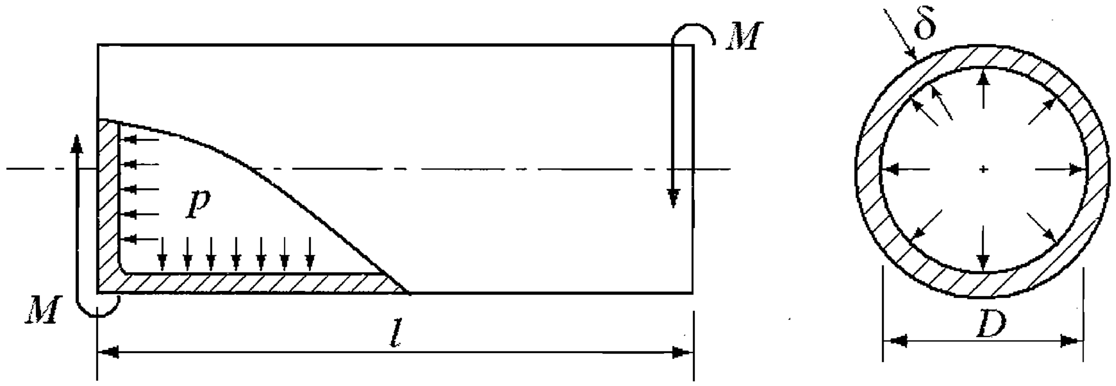


二、计算题（5 道小题，共 80 分）

1、（15 分）图示薄壁圆筒，同时承受内压 p 与扭力偶矩 M 作用。已知圆筒的内径为 D，壁厚为 δ，筒体的长度为 l，材料的许用应力为 $[\sigma]$，弹性模量为 E，泊松比为 μ，扭力偶矩 $M=\pi D^3 p/4$，试求：

(a) 根据第三强度理论建立筒体的强度条件；

(b) 计算筒体内径的改变量。



上册书中 p286 例题 9-10 的(1)和(3)两问。

解：$\sigma_x=\dfrac{pD}{4\delta}$，$\sigma_t=\dfrac{pD}{2\delta}$，$\tau_T=\dfrac{2M}{\pi D^2\delta}=\dfrac{pD}{2\delta}$，——4 分

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_t}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_t}{2}\right)^2+\tau_T^2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\frac{pD}{\delta},$$

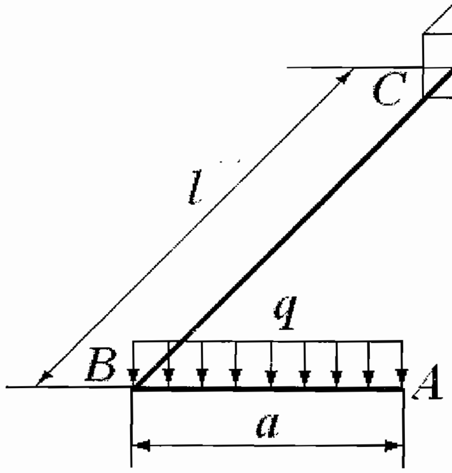
$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\frac{pD}{\delta},\quad \sigma_2=0 \quad \text{——4 分}$$

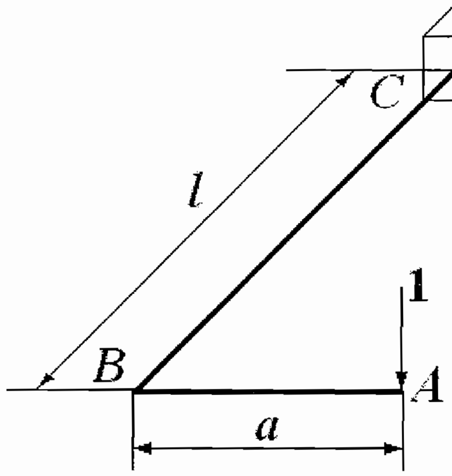
$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{\sqrt{17}pD}{4\delta}\le[\sigma] \quad \text{——2 分}$$

$$\varepsilon_t=\frac{1}{E}(\sigma_t-\sigma_x)=\frac{pD(2-\mu)}{4\delta E} \quad \text{—— 3 分}$$

$$\varepsilon_t=\frac{\pi(D+\Delta D)-\pi D}{\pi D}=\frac{\Delta D}{D},\quad \Delta D=\varepsilon_t D=\frac{pD^2(2-\mu)}{4\delta E} \quad \text{——2 分}$$

2、（15 分）图示等截面刚架，承受均布载荷 q 作用。试用单位载荷法计算截面 A 的铅垂位移 Δ_A。设弯曲刚度 EI 与扭转刚度 GI_t 均为已知常数。(剪切应变能忽略不计)





下册书中 p66 习题 12-22。

解：AB 段，原始状态，$M(x)=\dfrac{qx^2}{2}$；

BC 段，原始状态，$M(x)=qax$，$T=\dfrac{qa^2}{2}$； ——4 分

AB 段，单位载荷状态，$M(x)=x$；

BC 段，单位载荷状态，$M(x)=x$，$T=a$。——4 分

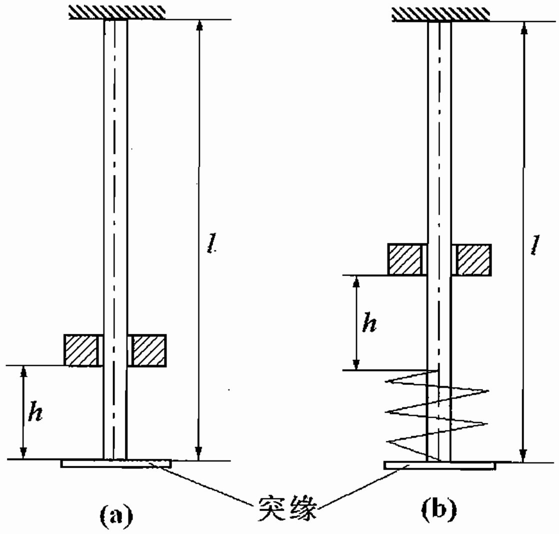
$$\Delta_A=\frac{1}{2EI}\int_0^a qx^3dx+\frac{1}{EI}\int_0^l qax^2dx+\frac{1}{2GI_t}\int_0^l qa^3dx \text{——5 分}$$

$$\Delta_A=\frac{qa^4}{8EI}+\frac{qal^3}{3EI}+\frac{qa^3l}{2GI_t} \quad \text{——2 分}$$

3、（15 分）图示圆截面钢杆，直径 $d=20mm$，杆长 $l=2m$，弹性模量 $E=210GPa$，一重量为 $P=500N$ 的冲击物，沿杆轴自高度 $h=100mm$ 处自由下落。试在下列两种情况下计算杆内横截面上的最大正应力。杆与突缘的质量以及突缘与冲击物的变形均忽略不计。

(a) 冲击物直接落在杆的突缘上(图 a)；

(b) 突缘上放有弹簧，其弹簧常量 $k=200N/mm$ (图 b)。



下册书中 p88 习题 13-3。

解：(a)状态的静态变形：$\Delta_{st}=\dfrac{Pl}{EA}=\dfrac{500\times2\times4}{210E9\times\pi\times0.02^2}=0.01516mm$ ——2 分

冲击载荷，$P_d=P(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\Delta_{st}}})=57.932kN$ ——3 分

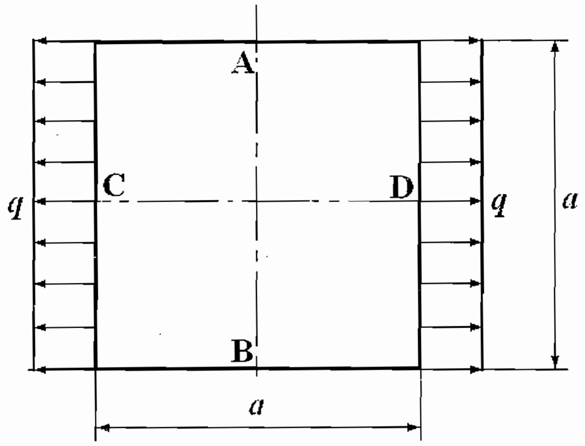
冲击应力，$\sigma_{\max}=\dfrac{P_d}{A}=184.4MPa$ ——2 分

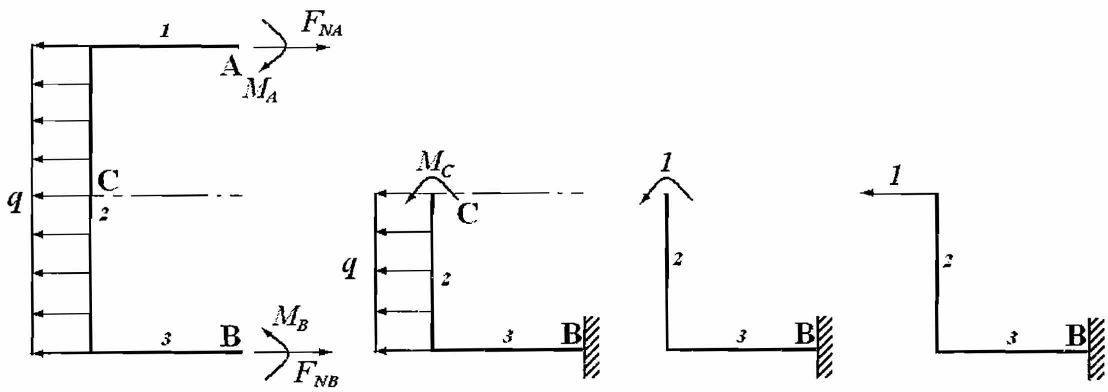
(b)状态的静态变形：$\Delta_{st}=\dfrac{Pl}{EA}+\dfrac{P}{k}=2.515mm$ ——3 分

冲击载荷，$P_d=P(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\Delta_{st}}})=4.987kN$ ——3 分

冲击应力，$\sigma_{\max}=\dfrac{P_d}{A}=15.87MPa$ ——2 分

4、（15 分）图示正方形刚架弯曲刚度为EI，A、B、C、D 均为各边中点，试计算 A、B 两点的内力及 C、D 两点的相对位移。(剪力与轴力的影响忽略不计)





(a) (b) (c) (d)

解：1) 对 A、B 点由对称性可得$M_A = M_B$未知，$F_{NA} = F_{NB} = qa/2$

对 C、D 点进行对称性分析，仅$M_C = M_D$未知，$F_{NC} = F_{ND} = 0$（2 分）

2) 如图(c)构造单位载荷状态，使用$\theta_C = 0$的条件。(2 分)

原始状态 $M_2 = M_C + \frac{q}{2}x^2$ $M_3 = M_C + \frac{q}{8}a^2$

单位载荷状态 $\bar{M}_2 = 1$ $\bar{M}_3 = 1$（3 分）

$$\theta_C = \frac{1}{EI}[\int_0^{a/2}(M_C + \frac{q}{2}x^2)dx + \int_0^{a/2}(M_C + \frac{q}{8}a^2)dx = 0$$

$M_C = -\frac{1}{12}qa^2$ (顺时针) (3 分)

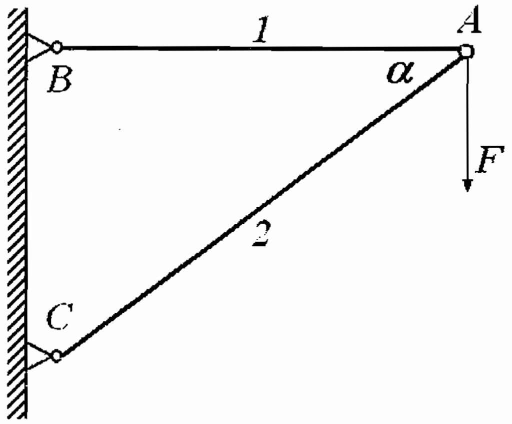
3) 如图(d)构造单位载荷状态，使用$\Delta_{C/D} = 2\Delta_C$。(2 分)

原始状态 $M_2 = -\dfrac{qa^2}{12} + \dfrac{q}{2}x^2$ $M_3 = \dfrac{qa^2}{24}$

单位载荷状态 $\bar{M}_2 = x$ $\bar{M}_3 = a/2$ （2 分）

$$\Delta_{C/D} = 2\Delta_C = \frac{2}{EI}[\int_0^{a/2}(-\frac{qa^2}{12}x + \frac{q}{2}x^3)dx + \int_0^{a/2}\frac{qa^3}{48}dx = \frac{1}{64}\frac{qa^4}{EI}\ \text{（1 分）}$$

5、（20 分）图示桁架两杆材料及截面尺寸相同，弹性模量 $E = 200GPa$，横截面积 $A = 10\times10mm^2$ (方形)，水平杆 1 长 $l_1 = 400mm$，屈服应力 $\sigma_s = 320MPa$，安全因数 $n = 2$，杆 2 的 $\lambda_p = 100$，稳定安全因数 $n_{st} = 3$，两杆夹角为 α。



(a) 设 $\alpha = 30^\circ$，试计算结构的许用载荷；

(b) 若夹角 α 可设计，则 α 为多大时结构许用载荷最大？设 C 点总在 B 点下方，只需列出计算 α 的三角函数方程。

解：(1) 由节点 A 的平衡：$F_{N1} = Fctg\alpha = \sqrt{3}F$，$F_{N2} = F/\sin\alpha = 2F$ (3 分)

杆 1 为拉杆，结构许用载荷 $[F]_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}[F_{N1}] = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\dfrac{\sigma_s A}{n} = 9.238kN$；（3 分)

杆 2 的惯性半径 $i = \sqrt{\dfrac{I}{A}} = 2.887mm$，$\lambda = \dfrac{\mu l_2}{i} = 160 > \lambda_p$ 为大柔度杆(3 分)

$[F]_2 = \dfrac{[F_{N2}]_{cr}}{2n_{st}} = 1.285kN$ (2 分)

结构许用载荷 $[F] = \min\{[F]_1, [F]_2\} = 1.285kN$ (1 分)

(2) $\lambda = \dfrac{\mu l_1}{i\cos\alpha}$，当 $\alpha = 0^\circ$ 时，λ 最小，此时 $\lambda = 139 > \lambda_p$，

所以杆 2 始终是大柔度杆。(2 分)

由杆 2，结构的许用载荷 $[F]_2 = \dfrac{[F_{N2}]_{cr}\sin\alpha}{2n_{st}} = \dfrac{\pi^2 EI}{l_1^2 n_{st}}\cos^2\alpha\sin\alpha$ (3 分)

当结构许用载荷最大时，$\frac{d[F]_2}{d\alpha}=0$，$\cos^3\alpha-2\cos\alpha\sin^2\alpha=0$，(2 分)

因为$\cos\alpha=0$不是本问题的解，故$tg^2\alpha=1/2$(1 分)