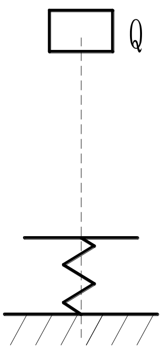
材料力学模拟试题（一）解答



一、　一、　**填空题（每小题 5 分，共 10 分）**

1、 如图，若弹簧在 Q 作用下的静位移 $\Delta_{st}=20mm$，在 Q 自由下落冲击时的最大动位移 $\Delta_d=60mm$，则弹簧所受的最大冲击力 P_d 为：3Q。

2、 在其它条件相同的情况下，用内直径为 d 的实心轴代替直径 d 的实心轴，若要使轴的刚度不变（单位长度的扭转角 φ 相同），则实心轴的外径 D＝ $\sqrt[4]{2}d$ 。

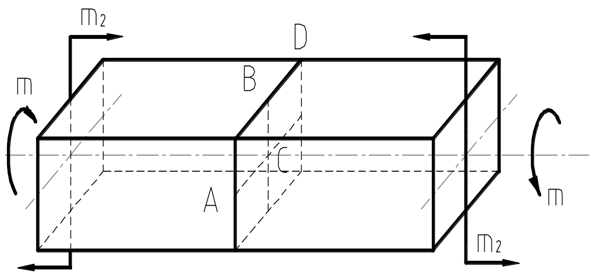
二、　二、　**选择题（每小题 5 分，共 10 分）**

1、 图示正方形截面杆承受弯扭组合变形，在进行强度计算时，其任一截面的危险点位置有四种答案：

(A)截面形心； （B）竖边中点 A 点；

（C）横边中点 B；（D）横截面的角点 D 点。

正确答案是： C

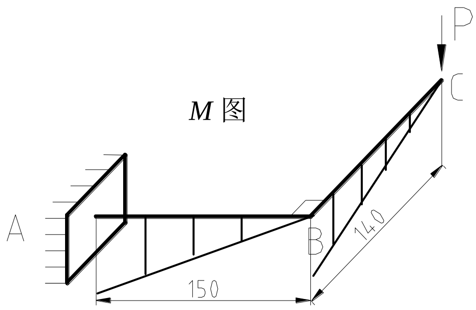


2、 若压杆在两个方向上的约束情况相同；且 $\mu_y>\mu_z$。那么该正压杆的合理截面应满足的条件有四种答案：

（A） $I_y=I_z$；（A） $I_y>I_z$；（A） $I_y<I_z$；（A） $\lambda_z=\lambda_y$。正确答案是： D

三、　三、　**计算题（共 80 分）**

1、（15 分）图示拐轴受铅垂载荷 P 作用。试按第三强度理论确定 AB 轴的直径 d。已知：P=20KN, $[\sigma]=160MPa$。



解：AB 梁受力如图：

$M_n=20000\times0.14=2800(Nm)$

AB 梁内力如图：

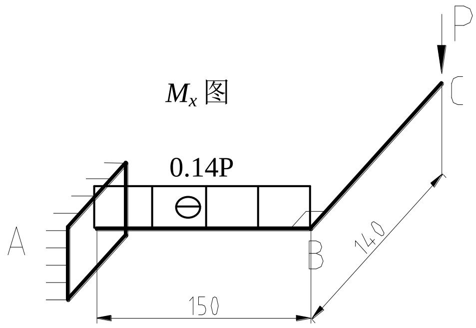
$M_{\max}=20000\times0.15=3000(Nm)$

危险点在 A 截面的上下两点

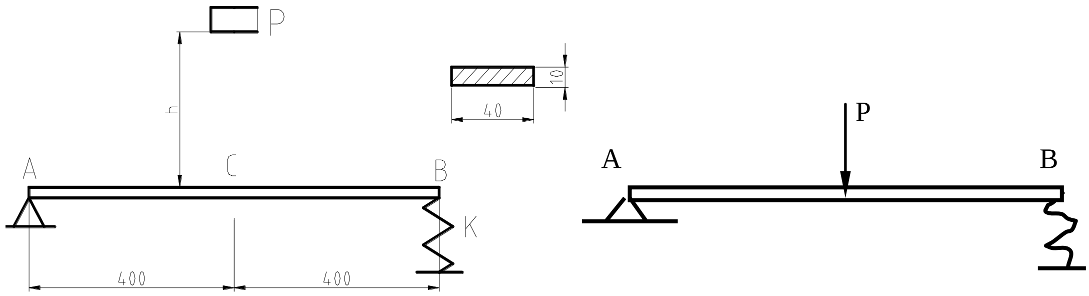
由圆轴弯扭组合第三强度理论的强度条件：

$$\frac{\sqrt{M^2+M_n^2}}{W}=\frac{\sqrt{3000^2+2800^2}}{\pi d^3/32}\le[\sigma]=160\times10^6$$

$$\therefore d\ge\sqrt[3]{\frac{32\times4.1\times10^3}{3.14\times160\times10^6}}=0.0639(m)=64(mm)$$



2、图示矩形截面钢梁，A 端是固定铰支座，B 端为弹簧支承。在该梁的中点 C 处受到的重量为 P＝40N 的重物，自高度 h＝60mm 处自由落下冲击到梁上。已知弹簧刚度 K＝25.32N/mm，钢的 E＝210GPa，求梁内最大冲击应力（不计梁的自重）。（15 分）



解：（1）求 δ_{st}、$\sigma_{st\max}$。

将重力 P 按静载方式沿铅垂方向加在梁中心 C 处，点 C 的挠度为 δ_{st}、静应力为 $\sigma_{st\max}$，

惯性矩 $I=\dfrac{bh^3}{12}=\dfrac{0.04\times0.016^3}{12}(m^4)$

由挠度公式 $\delta_{st}=\dfrac{Pl^3}{48EI}+\dfrac{1}{2}(\dfrac{P}{2K})$ 得，

$$\delta_{st}=\frac{40\times0.8^3}{48\times210\times10^9\times\dfrac{40\times10^{-3}\times(10^{-3})^3}{12}1.365\times10^{-8}}$$

$$+\frac{1}{2}\times\frac{40}{2\times25.32\times10^3}=0.001m=1mm$$

$$=0.001m=1mm$$

根据弯曲应力公式 $\sigma_{st\max}=\dfrac{M}{W_z}$ 得，其中 $M=\dfrac{Pl}{4}$，$W_z=\dfrac{bh^2}{6}$ 代入 $\sigma_{st\max}$ 得，

$$\sigma_{st\max}=\frac{Pl/4}{bh^2/6}=\frac{40\times0.8\times6}{0.04\times0.01^2\times4}=12MPa$$

（2）动荷因数 K_d

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_{st}}}=1+\sqrt{1+\frac{2\times60}{1}}=12$$

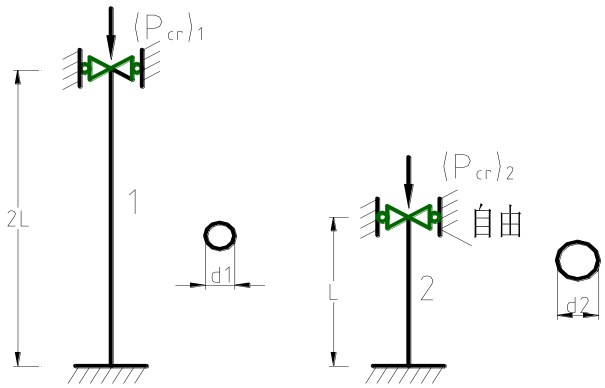
（3）梁内最大冲击应力

$$\sigma_d=K_d\sigma_{st\max}=12\times12=144MPa$$

3、（10 分）图中的 1、2 杆材料相同，均为园截面压杆，若使两杆在大柔度时的临界应力相等，试求两杆的直径之比 d_1/d_2，以及临界力之比 $(P_{cr})_1/(P_{cr})_2$。并指出哪根杆的稳定性较好。

解：由 $\sigma_{cr}=\dfrac{\pi^2E}{\lambda_1^2}=\dfrac{\pi^2E}{\lambda_2^2}$

即：$\lambda_1=\dfrac{\mu_1 l_1}{i_1}=\lambda_2=\dfrac{\mu_2 l_2}{i_2}$；



$$\frac{0.7\times 2l}{d_1/4}=\frac{2\times l}{d_2/4}$$

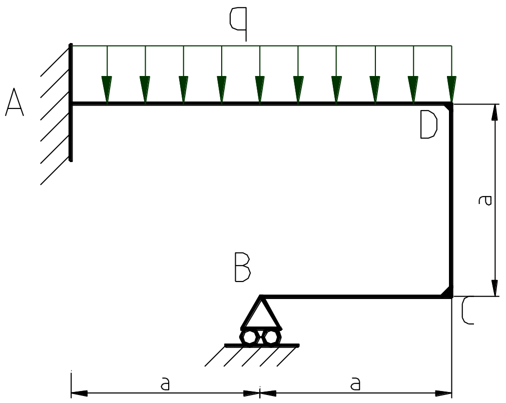
$$\therefore \quad \frac{d_1}{d_2}=0.7$$

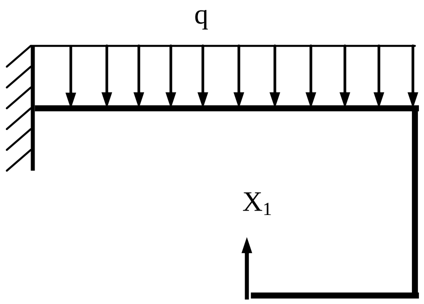
又：$$\frac{(p_{cr})_1}{(p_{cr})_2}=\frac{\sigma_{cr1}A_1}{\sigma_{cr1}A_2}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{d_1^2}{d_2^2}=0.49$$；

4、（15 分）等截面钢架如图所示，各杆段的抗弯刚度 EI 相同。试求钢架横截面上的最大弯矩，

并说明发生在何处。

解：一次超静定问题，解除多余约束 B。作当基本静定系上只有外载荷 q 时，he 和 B 点沿 X_1





方向作用一单位力时，钢架各段的弯矩如图（忽略剪力和轴力的影响）

基本静定系。多余的约束反力为 X_1。

由 $\delta_{11}X_1+\Delta_{1p}=0$

应用图乘法求系数：

$$\delta_{11}=\frac{1}{EI}\left[(\frac{1}{2}a\times a\times\frac{2}{3a}\times 3)+(a\times a)\times a\right]=\frac{2a^3}{EI}$$

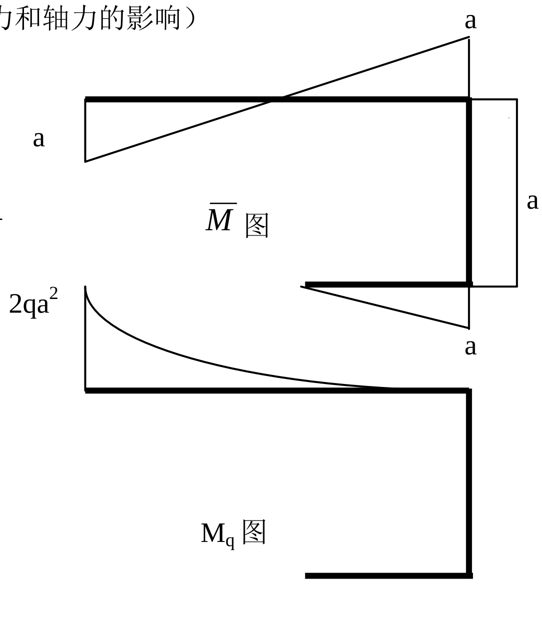
$$\Delta_{1p}=-\frac{1}{EI}\left[(\frac{1}{3}\times 2qa^2\times 2a)\times\frac{1}{2}a\right]=-\frac{2qa^4}{3EI}$$

将计算结果代入方程：$\delta_{11}X_1+\Delta_{1p}=0$；得：

$$\frac{2a^3}{EI}X_1-\frac{2qa^4}{EI}=0$$

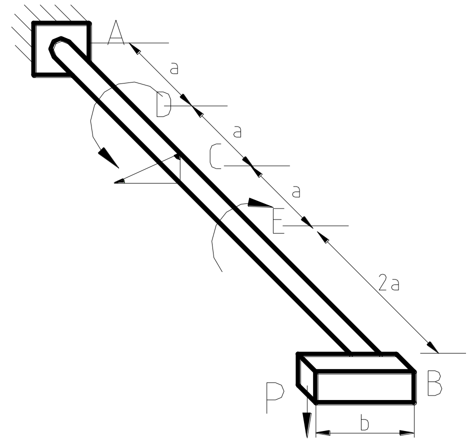
因此解得：

$$X_1=\frac{1}{3}qa$$



将计算结果代入方程：$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0$ 得：

$$\frac{2a^3}{EI}X_1-\frac{2qa^4}{EI}=0$$；



因此解得：

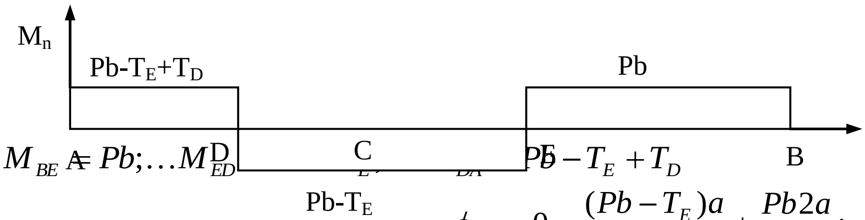
$$X_1=\frac{1}{3}qa$$

如图：最大弯矩为 qa^2 在 AD 段的 A 截面无限右侧处。

$$M_{\max}=\left|\frac{q(2a)^2}{2}-\frac{qa^2}{3}\right|=\frac{5qa^2}{3}$$

5、（15 分）一根在 A 端固定的园截面杆 AB 如图所示，图中的 a、b 及此杆的抗扭刚度 GI_p 均为已知：杆在 B 端有一不计自重的刚性臂，在 C 截面处有一固定指针。当杆未受载荷时，刚性臂及指针均处于水平位置。如在刚性臂端部加一向下的载荷 P，同时在 D、E 处作用有扭转力偶矩 T_D 和 T_E，当刚性臂与指针仍保持水平时，试确定此时的 T_D 和 T_E。

解：忽略弯曲影响，设轴的扭矩图如图示：



$M_{BE}=Pb;\ldots M_{ED}=\ldots$ $Pb-T_E+T_D$

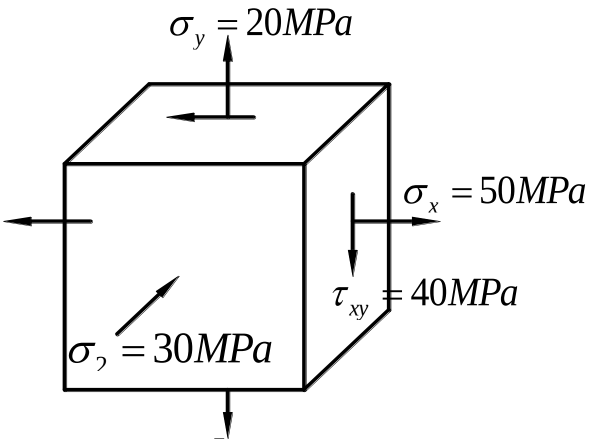
$$\phi_{BC}=0=\frac{(Pb-T_E)a}{GI_P}+\frac{Pb2a}{GI_P};\therefore T_E=3Pb;$$

由 $\phi_{BC}=\phi_{CA}=0$；及 $\phi=\dfrac{Ml}{GI_P}$；

$$\phi_{CA}=0=\frac{(Pb-T_E)a}{GI_P}+\frac{(Pb-T_E+T_D)a}{GI_P};$$

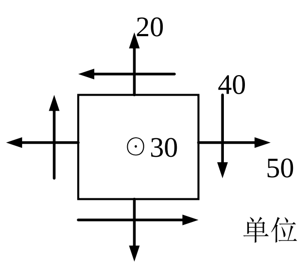
$$\therefore T_D=4pb$$

6、（10 分）构件上的某点应力状态如图所示。试求该点的主应力及最大剪应力之值，并画出三向应力状态的应力圆。

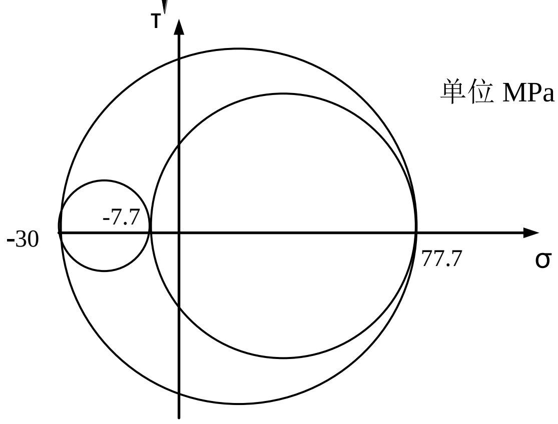


解：求主应力，如图画应力圆：

$$R=\sqrt{15^2+40^2}=42.72(MPa);$$
$$\sigma_1=35+R=77.72(MPa);$$
$$\sigma_2=35-R=-7.72(MPa);$$
$$\sigma_3=-30(MPa);$$
$$\tau_{\max}=(\sigma_1-\sigma_3)/2=53.86(MPa);$$



单位（*Mpa*）

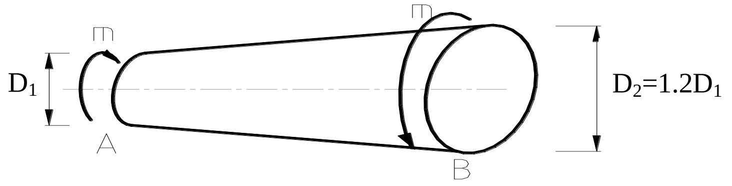


材料力学模拟试题（二）解答

一、一、填空题（共 15 分）

1、　　1、　　（5 分）一般钢材的弹性模量 E＝__210__GPa；吕材的弹性模量 E＝__70__GPa

2、2、　（10 分）图示实心圆锥杆受扭转外力偶作用，材料的剪切弹性模量为 G，该杆的 $\tau_{man}=\dfrac{16m}{\pi D_1^3}$，最大单位长度扭转角 $\varphi_{\max}=\dfrac{32m}{\pi G D_1^4}$。



二、二、选择题（每小题 5 分，共 10 分）

1、（5 分）$G=E/[2(1+\upsilon)]$适用于：

（A）各向同性材料；（B）各向异性材料；

（C）各向同性材料和各向异性材料。（D）正交各向异性。

正确答案是__A__。

2、（5 分）边长为 d 的正方形截面杆（1）和（2），杆（1）是等截面，杆（2）为变截面，如图。两杆受同样的冲击载荷作用。对于这两种情况的动荷系数 k_d 和杆内最大动荷应力 $\sigma_{d\max}$，有下列结论：

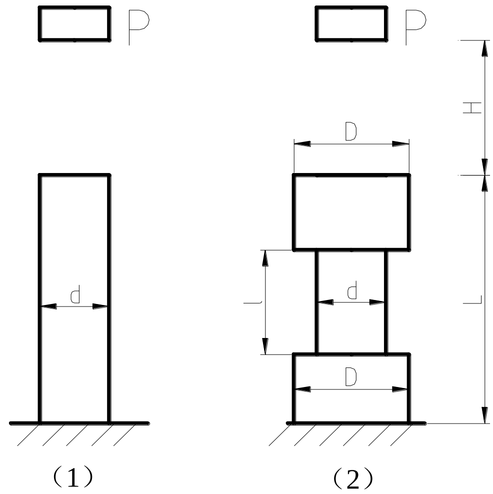
（A）$(k_d)_1<(k_d)_2,(\sigma_{d\max})_1<(\sigma_{d\max})_2$；

（B）$(k_d)_1<(k_d)_2,(\sigma_{d\max})_1>(\sigma_{d\max})_2$；

（C）$(k_d)_1>(k_d)_2,(\sigma_{d\max})_1<(\sigma_{d\max})_2$；

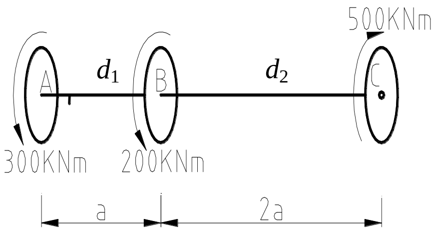
（D）$(k_d)_1>(k_d)_2,(\sigma_{d\max})_1>(\sigma_{d\max})_2$。

正确答案是__A__。



三、三、计算题（共 75 分）

1、（10 分）图示转动轴，已知两段轴的最大剪应力相等，求：（1）直径比 d_1/d_2； (2)扭转角比 ϕ_{AB}/ϕ_{BC}。



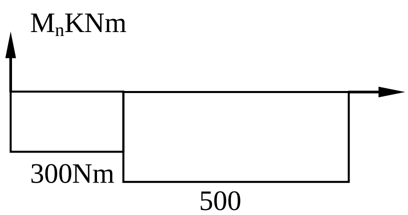
解：AC 轴的内力图：

$$M_{AB}=3\times10^5(Nm);M_{BC}=5\times10^5(Nm)$$

由最大剪应力相等：

$$\tau_{\max}=\frac{M_n}{W_n}=\frac{300\times10^3}{\pi d_1^3/16}=\frac{500\times10^3}{\pi d_2^3/16};$$

$$d_1/d_2=\sqrt[3]{3/5}=0.8434$$



由

$$\phi=\frac{M_n l}{GI_P};\because\Rightarrow\therefore\frac{\phi_{AB}}{\phi_{BC}}=\frac{32M_{n1}a}{G\pi d_1^4}\bullet\frac{G\pi d_2^4}{32M_{n2}}=\frac{M_{n1}}{M_{n2}}\bullet\frac{1}{2}\bullet(\frac{d_2}{d_1})^4=0.594$$

；

2、（15 分）直径为 d 的圆截面钢杆处于水平面内，AB 垂直与 CD，铅垂作用力 P_1＝2KN，P_2＝6KN,如图。已知 d＝7cm，材料$[\sigma]=110MPa$。试用第三强度理论校核该杆的强度。

解：1.作内力图，确定危险截面

杆 AB 的 A 截面的弯矩和扭矩都最大，截面 A 为危险截面，由内力图知：截面 A 上扭矩和弯矩分别为

$$M_n = P_2 \times 0.3 = 1800(Nm)$$

$$M_A = 2000 \times 0.6 + 6000 \times 0.3 = 3000(Nm)$$

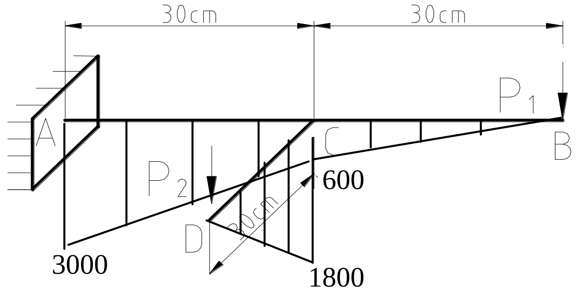
2.强度计算

由圆轴弯扭组合变形的第三强度理论强度条件，有

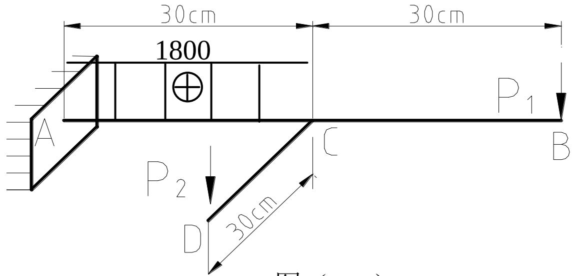
$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + M_n^2}}{W} = \frac{\sqrt{3000^2 + 1800^2}}{\pi 0.07^3 / 32}$$

$$= \frac{1119.54}{1077.02} \times 10^6 = 103.9 \text{ MPa}$$

$\leq [\sigma] = 110$ MPa 该构件满足强度条件。



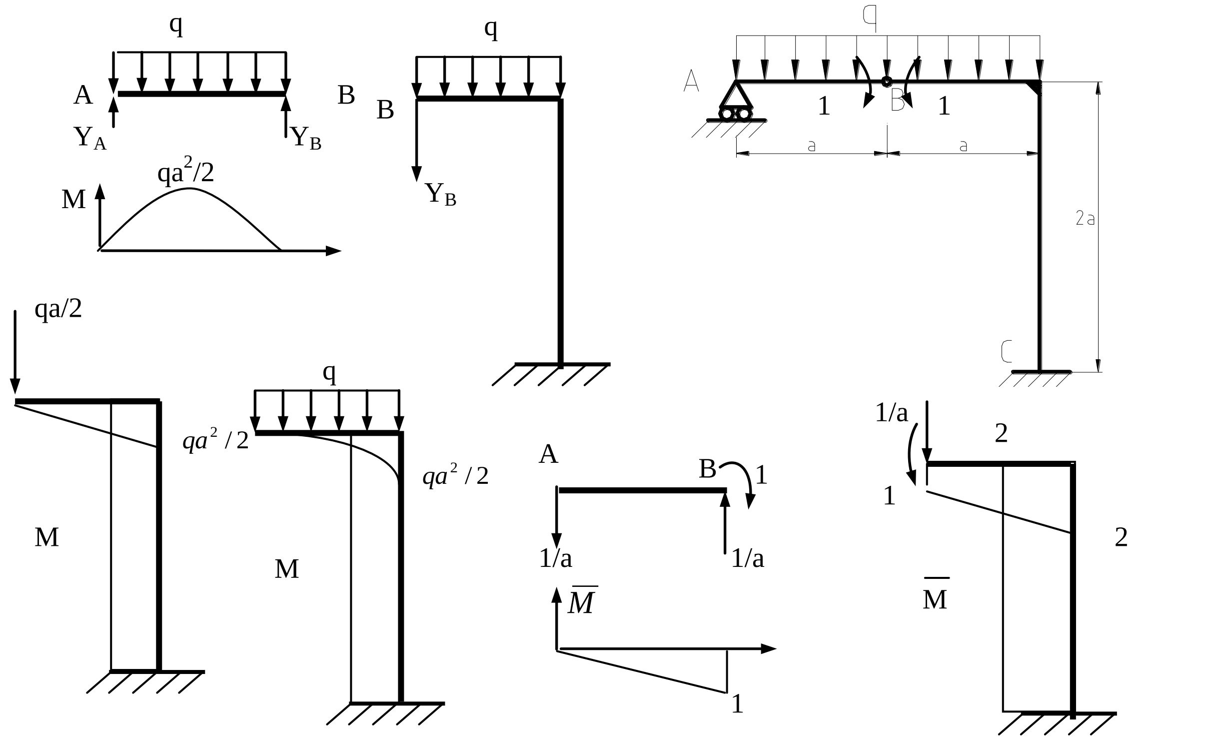
M 图（Nm）



M_x 图（Nm）

3、（15 分）用图乘法求图示刚架铰链 B 处左右两截面的相对转角$\Delta\theta_B$。EI＝常数。略去轴力及剪力对变形的影响。

解：各构件受力如图：$y_A = y_B = qa/2 \qquad qa^2/2$



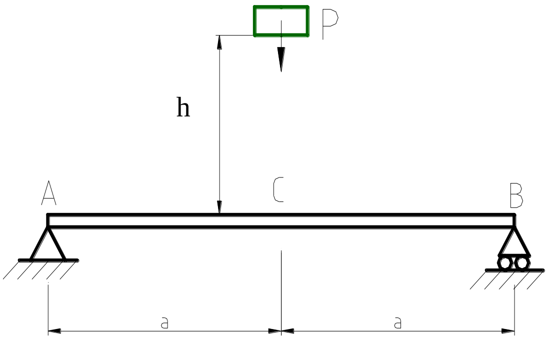
分别作出原载荷和单位力的弯矩图
由图乘法：

$$\Delta\theta_B=\frac{1}{EI}\{(\frac{2}{3}a\times\frac{qa^2}{8})\times(-\frac{1}{2})]+[(\frac{1}{2}\times a\times\frac{qa^3}{2})\times(1+\frac{2}{3})+[(\frac{1}{3}\times a\times\frac{qa^2}{2})\times(1+\frac{3}{4})]$$

$$+[(2a\times\frac{qa^2}{2})\times2\times(2)]\}$$

$$=\frac{14qa^3}{3EI}$$

4、（5 分）图示结构中，当冲击物的重量增加一倍时，其它条件不变，梁上最大冲击应力重量也增加一倍？为什么？



解：结论不正确。
由动载荷公式

$\sigma_d=\mathrm{K}_d\sigma_j$ 和 $\mathrm{K}_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_{st}}}$

又 有 ： $\sigma_{st\max}=\frac{M}{W_z}=\frac{Pa}{2W_z}$ ；

$\delta_j=\frac{P(2a)^3}{48EI}=\frac{Pa^3}{6EI}$ 将上式子整理得：

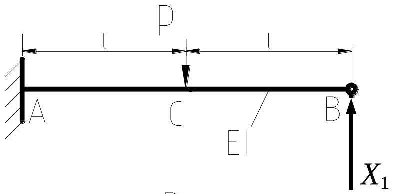
$$\mathrm{K}_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_{st}}}=1+\sqrt{1+\frac{12EIh}{Pa^3}}$$

$$\sigma_{d\max}=K_d\sigma_{st\max}=(1+\sqrt{1+\frac{12EIh}{Pa^3}})\frac{Pa}{2W_z}$$

$\sigma_{d\max}$ 与 P 不成线性关系，所以结论不正确。

5、（20 分）AB 和 BD 材料相同，直径均为 d，且 $l/d=30/1$，BD 杆 $\lambda_P=100$，求当 BD 杆达到临界状态时 P 的数值。

解：结构为一次静不定，对于细长杆件忽略压缩变形，分析 AB 杆弯曲变形时可以认为 B 点挠度为零。解除 B 点约束用 X_1 代替；

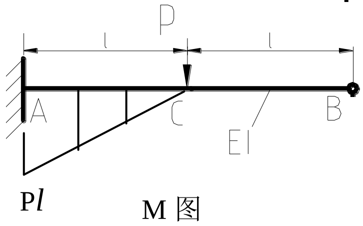


由力法： $\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0$

确定系数

$$\delta_{11}=\frac{(2l)^3}{3EI}=\frac{8l^3}{3EI}$$

$$\Delta_{1P}=-[\frac{1}{2}(l\times Pl)\times(l+\frac{2}{3}l)]=-\frac{5Pl^3}{6EI}$$



M 图

代入上式：$X_1=\dfrac{5Pl^3}{6EI}\dfrac{3EI}{8l^3}=\dfrac{5P}{16}$

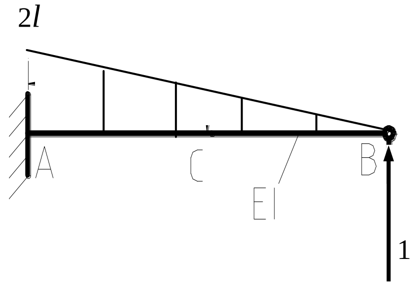
计算 BD 杆的柔度：

由 $\lambda=\dfrac{\mu l}{i}=\mu l\sqrt{\dfrac{64\pi d^2}{4\pi d^4}}=\dfrac{4\mu l}{d}=120>100$

$\therefore \lambda \geq \lambda_p$ 为大柔度杆，则

$$X_1=\frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}=\frac{\pi^2 Ed^2}{57600}$$

临界状态时：$P_{cr}=\dfrac{16}{5}X_1=\dfrac{5P}{16}=\dfrac{\pi^3 Ed^2}{18000}$



$\overline{\text{M}}$ 图

6、（10 分）图示承受气体压力的薄壁圆筒，壁厚为 t，平均直径为 D，材料的弹性模量为 E，泊松比ν已知。现测得 A 点沿 x 方向的线应变为ε_x，求筒内气体压力 p。

解 A 点的应力状态如图所示

其中

$$\sigma_1=\frac{PD}{2t}$$

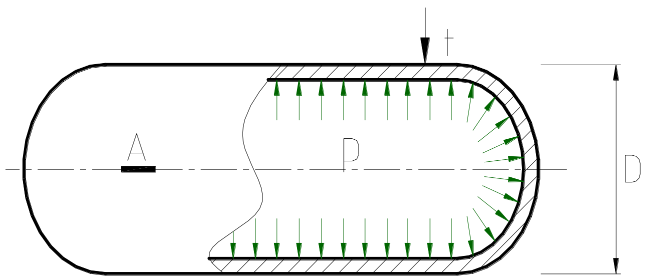
$$\sigma_2=\frac{PD}{4t}$$

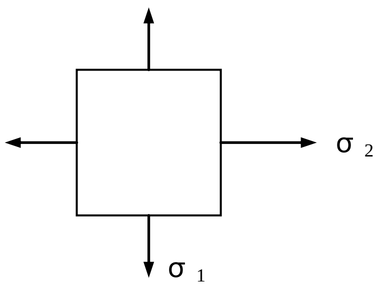
由广义虎克定律有

$$\varepsilon_x=\varepsilon_2=\frac{1}{E}(\sigma_2-\nu\sigma_1)=\frac{PD}{4Et}(1-2\nu)$$

所以

$$P=\frac{4\varepsilon_x Et}{D(1-2\nu)}$$

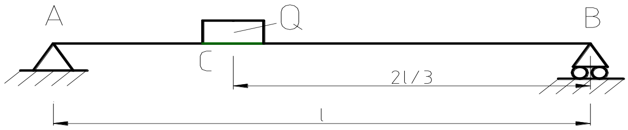




材料力学模拟试题（三）解答

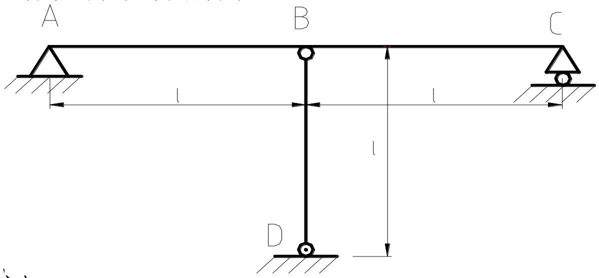
四、一、填空题（每小题 5 分，共 10 分）

1、图示梁在突加载荷作用下，其最大弯矩 $M_{d\max}=$ <u>4QL/9</u>。



2、简支梁 AC 在 B 点与钢索 BD 连接，钢索张紧但无初始拉力。当温度降低 $T^{\circ}C$ 后，为求钢索中轴力所需的变形协调方程和补充方程分别为：$\Delta l_{Bd}(T)-\Delta l_{BD}(N)=f_B$ 和

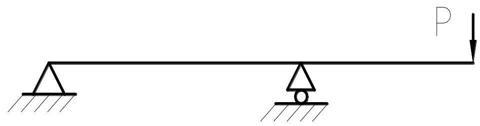
$\alpha Tl-\dfrac{Nl}{EA}=\dfrac{N(2l)^3}{48EI}$。



五、二、选择题（每小题 5 分，共 10 分）

1、　　1、　　形截面铸铁梁受载如图，正应力强度分析，截面的放置方式有四种：

(A) ⊥ (B) ⊣ ⊢ (C) ⊤ (D)



正确方式是<u>D</u>。

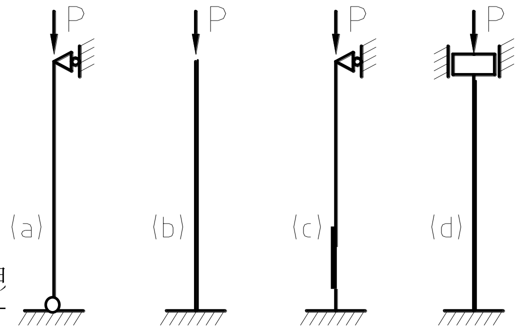
2、如图所示直杆，其材料相同，截面和长度相同，支承方式不同，在轴向压力作用下，那个柔度最大，哪个柔度最小？有四种答案：正确答案是<u>B</u>。

（A）λ_a 大，λ_c 小；

（B）λ_b 大，λ_d 小；

（C）λ_b 大，λ_c 小；

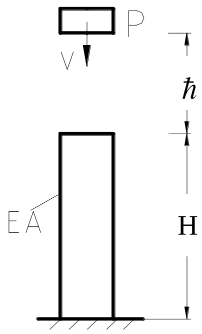
（D）λ_a 大，λ_b 小；



六、三、证明题（15 分）

重物 Q 以初速 v 自 H 处下落杆顶，证

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2H+v^2/g}{\Delta_{st}}}$$



证明：

$$\because \hbar=\frac{v^2}{2g}$$

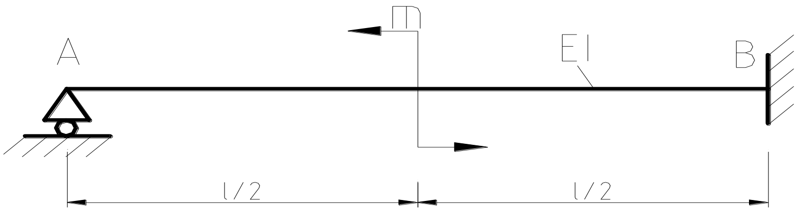
$$\therefore K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}=1+\sqrt{1+\frac{2(\frac{v^2}{2g}+H)}{\Delta_{st}}}$$

即：

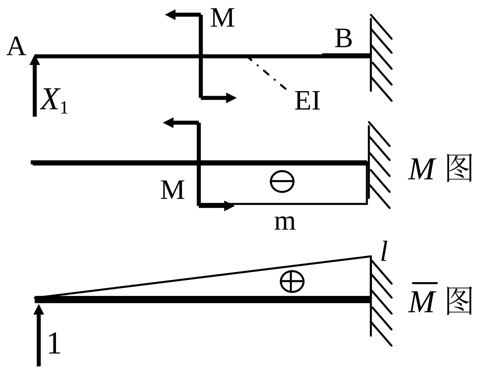
$$K_d=\frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}=1+\sqrt{1+\frac{2H+v^2/g}{\Delta_{st}}}$$

七、四、计算题（共 65 分）

1、（10 分）求图示梁的反力 R_A。



解：由力法：$R_A\delta_{11}+\Delta_{1p}=0$ 得：



$$\because \delta_{11}=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}l\times l\right)\times\frac{2l}{3}=\frac{l^3}{3EI}$$

$$\Delta_{1p}=-\frac{1}{EI}\left(m\times\frac{1}{2}l\right)\times\frac{3l}{4}=\frac{3ml^2}{8EI}$$

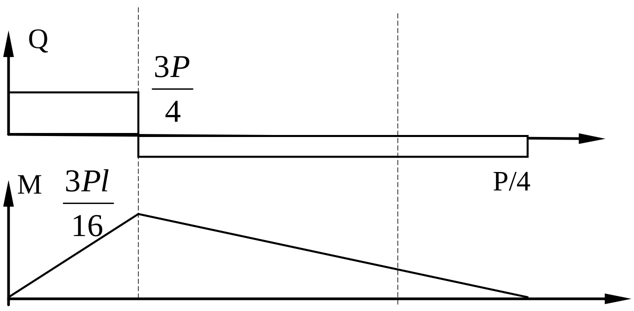
$$\therefore R_A=\frac{\Delta_{1p}}{\delta 11}=\frac{9m}{8l}(\uparrow)$$

2、(15 分)矩形截面简支梁如图。测得在载荷 P 作用下，点 A 处纵向线应变 $\varepsilon_x=-1\times10^{-4}$。已知材料的 E＝200Gpa，试求 P 值。

解：梁的内力如图：

A 点处正应力：

$$\sigma=-\frac{My}{I}=-\frac{0.02Pl/16}{I}$$



忽略切应力影响，由虎克定律：

$$\therefore P=200\times10^5\,\frac{0.04\times0.06^3}{12}\,\frac{1}{0.02\times0.1}$$

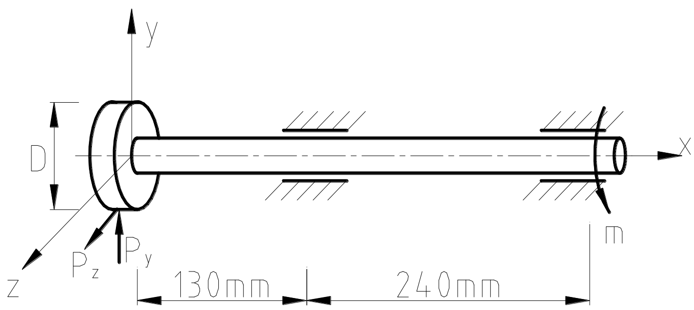
$\varepsilon_x=-1\times10^{-4}=\sigma_x/E$　　$=7.2$ (KN)

3、（15 分）如图示砂轮传递的力偶矩 m＝20.5N.m，砂轮直径 D＝25cm，砂轮重量 Q=275N 磨削力 P_y：P_z＝3：1。砂轮轴材料许用应力$[\sigma]=60Mpa$。

用第四强度理论选择砂轮轴直径。

解：(1)外力分析。

轴受力如图，由扭转平衡有



m＝$P_z\frac{D}{2}$ =20.5N.m，则

Pz= $2\frac{M}{D}$ = 41/0.25 =164（N）

Py = 3Pz = 3×164 = 492（N）

（2）画内力图确定危险截面

由内力图知，截面 A 为危险截面。其上弯矩和扭矩分别为：

弯矩：

$M_{ZA}=0.13\times(492-275)=28.21$（Nm）

$M_{YA}=164\times0.13=21.32$（Nm）

$M_{AMAX}=\sqrt{M_{ZA}^2+M_{YA}^2}=35.36(Nm)$

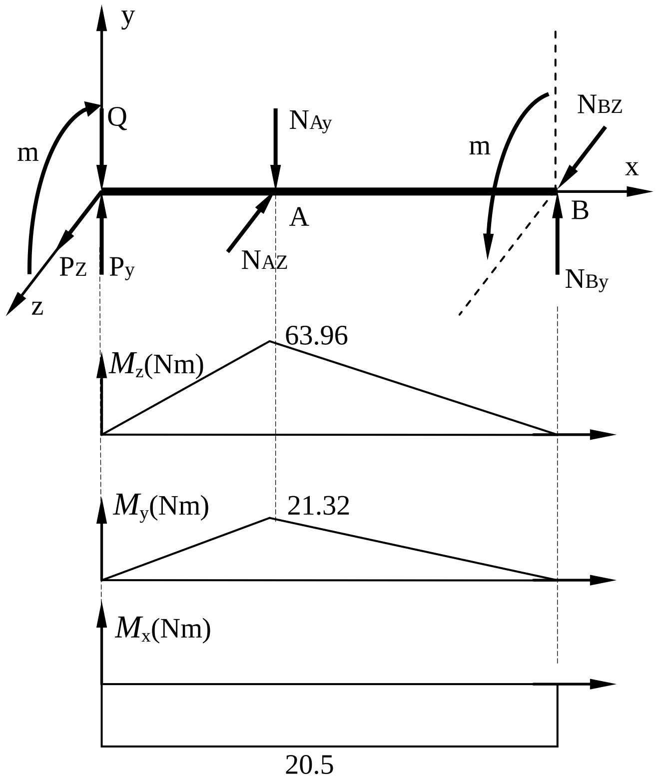
扭矩：

$M_x=20.5$（Nm）

（3）强度计算

在圆轴弯扭组合变形下，

根据第四强度理论的强度条件有



$$\frac{\sqrt{M^2+0.75M_x^2}}{W}\le[\sigma]$$

$$W\ge\frac{\sqrt{M^2+0.75M_x^2}}{[\sigma]}$$

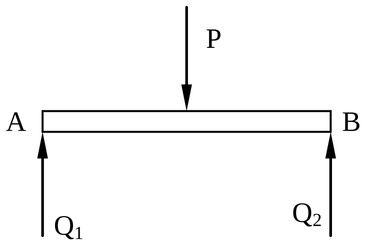
$$\frac{3.14\times d^3}{32}\ge\frac{\sqrt{35.36^2+0.75\times20.5^2}}{60\times10^6}$$

$$\frac{3.14\times d^3}{32}\ge\frac{39.57}{60\times10^6}$$

$$d\ge\sqrt[3]{\frac{39.57\times32}{3.14\times60\times10^6}}=1.887\times10^{-2}(m)$$

取 d=19mm.

4、（15 分）图示结构，1、2 两杆长度、截面积相同，1 杆为圆截面，2 杆为圆环截面($\frac{D_2}{d_2}=0.7$)。l=1200mm,A＝900mm^2，材料的 E＝200Gpa，λ_P＝100，λ_S＝61.4，临界应力经验公式 $\sigma_{cr}=304-1.12\lambda\ (MPa)$，求两杆的临界应力及结构失稳时的载荷 P_{cr}。



解：（1）研究 AB

$$Q_1=Q_2=\frac{P}{2}$$

（2）计算 Q_{1Cr}

$$\because\frac{\pi d_1^2}{4}=A=900mm^2$$

$$\therefore d_1=\sqrt{\frac{4\times900}{3.14}}=33.9mm$$

$$\because\lambda_1=\frac{\mu l}{d_1}=\frac{1\times1200}{33.914}=141.6\succ\lambda_p=100$$

$$\therefore Q_{1Cr}=\frac{\pi^2E}{\lambda^2}\times A=\frac{\pi^2\times200\times10^9}{141.6^2}\times900=88.6KN$$

（3）计算 Q_{2Cr}

$$\because \frac{\pi D_2^2}{4}(1-\alpha^2)=\frac{\pi D_2^2}{4}(1-0.7^2)=A=900mm^2$$

$$\therefore D_2=\sqrt{\frac{4\times 900}{3.14\times(1-0.7)}}=47.4mm$$

$$\lambda_2=\frac{\mu l}{i_2}=\frac{1\times 1200}{\frac{D_2}{4}\sqrt{1+\alpha^2}}=\frac{4\times 1200}{4.74\times\sqrt{1+0.7^2}}=83$$

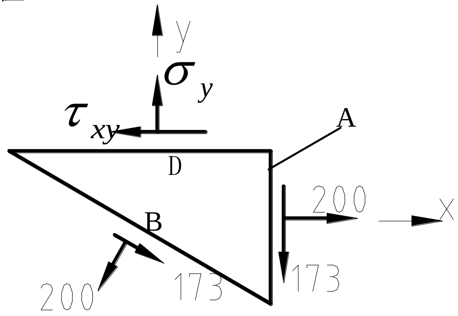
$$\lambda_s=61.4<\lambda<\lambda_p=100$$

$$\therefore Q_{2cr}=(304-1.12\lambda_2)A=(304-1.12\times 83)\times 900=190\times 10^3N=190KN$$

（4）结构失稳载荷为：

$$P_{cr}=2\mathrm{Q}_{1\mathrm{cr}}=177.2KN$$

5、（10 分）作图示单元体所对应的应力圆，求 σ_y、 τ_{yx} 值。



(单位：Mpa)

解：（1）作 a 点（对应面 A）；

（2）作 b 点（对应面 B）；

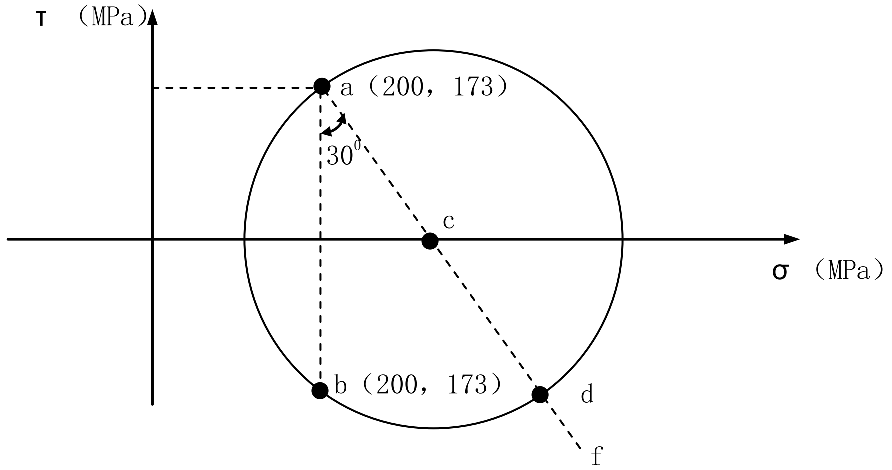
（3）作线 af 与 ab 成 30° 夹角交σ 轴于 c 点；

（4）c 点为圆心、ac 为半径作圆（应力圆）；

（5）应力圆与 af 交点 d 对应面 D 的应力情况；

$$\therefore \sigma_y=200+(173\times tg30^0)\times 2=400MPa$$

$$\therefore \tau_{xy}=-173MPa$$

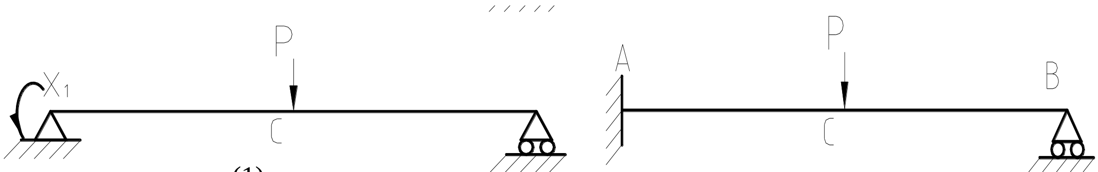


材料力学模拟试题（四）解答

八、　　一、　　填空题（3 道题，共 15 分）

1.（5 分）表示交变应力情况的 5 个量值：σ_m、σ_a、r 及 σ_{max}、σ_{min}，其中只有<u>　2　</u>个是独立的。

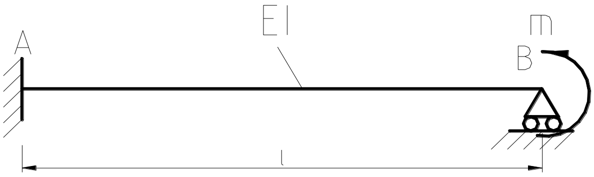
2.（5 分）图（2）是图（1）所示静不定梁的基本静定系，其力法正则方程为 $\delta_{11}\chi_1+\Delta_{1p}=0$ 则 δ_{11} 的几何意义是<u>在静定基上单位力偶 X_1 单独作用在 A 点时，在 A 点沿 X_1 方向的转角</u>。



(1)

Δ_{1p} 的几何意义是<u>在静定基上载荷 P 作用下，A 点沿 X_1 方向的转角</u>。

3.（5 分）图示 B 端的支反力 $R_B = \dfrac{3m}{2l}(\downarrow)$。



二、　　选择题（2 道题，共 15 分）

1.（5 分）圆轴的应力公式 $\tau_\rho=T\rho/I_p$ 是，“平面假设”起的作用有下列四种答案：

（A）“平面假设”给出了横截面上内力与应力的关系 $T=\int_A \tau\rho dA$；

（B）“平面假设”给出了圆轴扭转时的变形规律；

（C）“平面假设”使物理方程得到简化；

（D）“平面假设”是建立剪应力互等定理的基础。

正确答案是<u>　B　</u>。

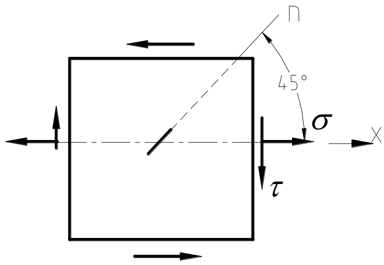
2.（5 分）平面应力状态如图，设 α=45º，求沿 n 方向的正应力 σ_α 和线应变 ε_α。（E、ν 分别表示材料的弹性模量和泊松比）有四种答案：

（A）$\sigma_\alpha=\dfrac{\sigma}{2}+\tau$，$\varepsilon_\alpha=(\dfrac{\sigma}{2}+\tau)/E$

（B）$\sigma_\alpha=\dfrac{\sigma}{2}-\tau$，$\varepsilon_\alpha=(\dfrac{\sigma}{2}-\tau)/E$

（C）$\sigma_\alpha=\dfrac{\sigma}{2}+\tau$，$\varepsilon_\alpha=(1-\nu)\dfrac{\sigma}{E}+(1+\nu)\dfrac{\tau}{E}$

（D）$\sigma_\alpha=\dfrac{\sigma}{2}-\tau$，$\varepsilon_\alpha=(1-\nu)\dfrac{\sigma}{2E}-(1+\nu)\dfrac{\tau}{E}$



正确答案是<u>　D　</u>。

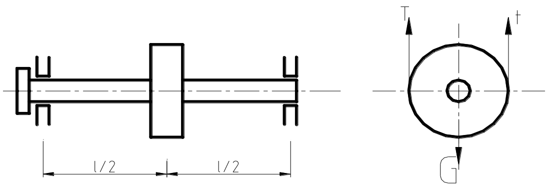
九、　　三、　　计算题（5 道题，共 75 分）

1.（10 分）皮带传动轴由电机带动而匀速转动时，尺寸和受力如图所示，皮带轮重 G=1KN，直径 D=1200mm，

轴的[σ]=50Mpa，$l=1600mm$，T=6KN，t=3KN。试用第四强度理论确定传动轴的直径。

解：1.外力分析

皮带轮轴受力如图：

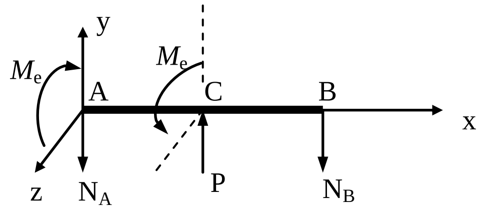


P=T+t-G= 6+3-1=8KN

$$M_e=(T-t)D/2=1800(Nm)$$

$N_A = N_B = 4$ （KN）

2.作内力图，判断危险截面

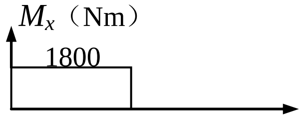


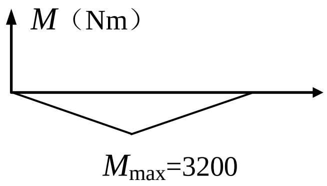
危险截面在中间 C 处，其

$$M_x=M_e=1800(Nm)$$

$$M_{\max}=\frac{pl}{4}=\frac{8000\times1.6}{4}=3200(Nm)$$

3.强度计算





圆轴弯扭组合变形，第四强度理论的强度条件：

$$\frac{\sqrt{M^2+0.75M_n^2}}{W}\le[\sigma]$$

$$W=\frac{\pi d^3}{32}\ge\frac{\sqrt{M^2+0.75M_x^2}}{[\sigma]}=\frac{\sqrt{3200^2+0.75\times1800^2}}{50\times10^6}=\frac{3559.5}{50\times10^6}$$

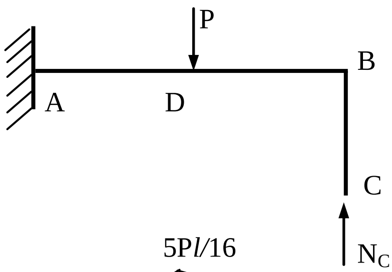
$$\therefore d\ge\sqrt[3]{\frac{3559.5\times32}{3.14\times50\times10^6}}=8.986\times10^{-2}$$ （m）

取 $d=90mm$

2.（15 分）结构如图所示，试求最大弯矩及其作用位置（不计轴力及剪力的影响）。

解：由于不计轴力及剪力的影响，杆 BC 无弯矩，去掉约束后，结构 C 点的位移主要由梁的弯曲变形产生。

则由变形比较法知



$$y_B=0=(\frac{Pl^3}{3EI}+\frac{Pl^3}{2EI})-\frac{N_C(2l)^3}{3EI}$$

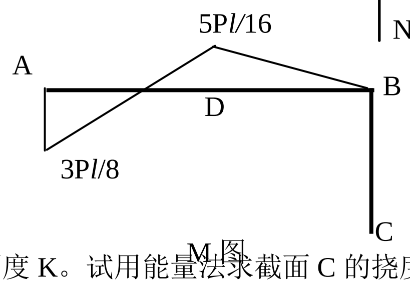
∴N_C =5P/16

作结构的弯矩图：

$$M_D=\frac{5Pl}{16}$$

$$M_A=\frac{3Pl}{8}$$

$$\therefore\ M_{\max}=M_A=\frac{3Pl}{8}$$ （作用在 A 截面）

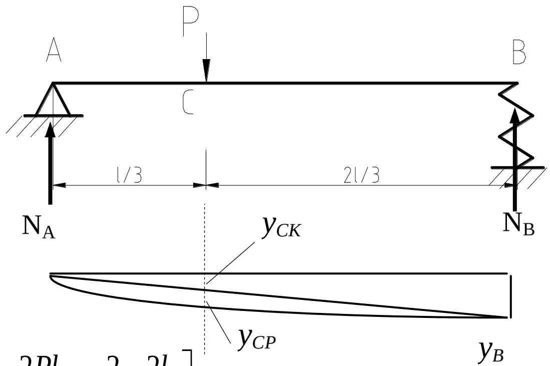


3.（15 分）已知梁的弯曲刚度 EI 和支座 B 的弹簧刚度 K。试用能量法求截面 C 的挠度。

解：计算 AB 梁的外力：

N_A = 2P/3 ； N_B =P/3 ；

由图乘法求截面 C 的挠度：



$$y_{CP}=y_{CK}+y_{CP}$$

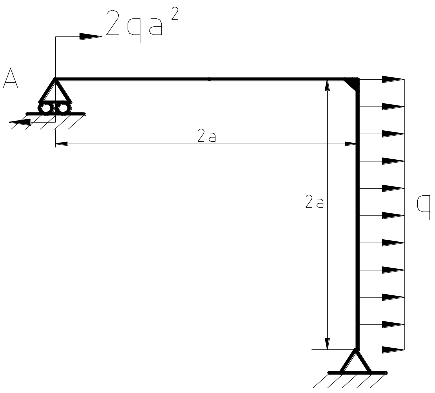
$$y_{CP}=\frac{1}{EI}\left[(\frac{1}{2}\times\frac{l}{3}\times\frac{2Pl}{9})\times(\frac{2}{3}\times\frac{2l}{9})+(\frac{1}{2}\times\frac{2l}{3}\times\frac{2Pl}{9})\times(\frac{2}{3}\times\frac{2l}{9})\right]$$

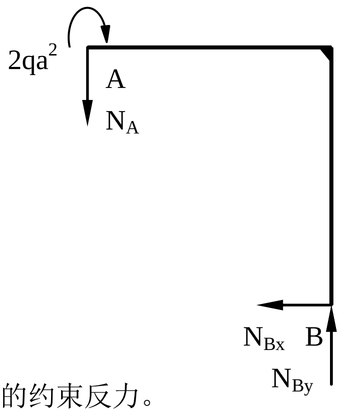
$$=\frac{4Pl^3}{243EI}$$

$$y_C=y_{CP}+y_{CK}=y_{CP}+\frac{y_B}{3}$$

$$=\frac{4Pl^3}{243EI}+\frac{P}{9K}$$

4.（15 分）作刚架 N、Q、M 图。





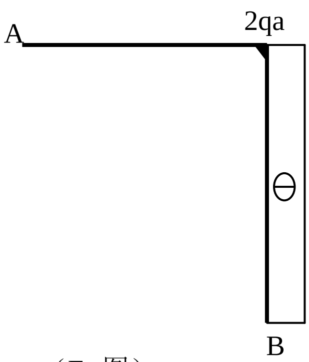
解：（1）求支座的约束反力。

$$\Sigma m_B=0$$

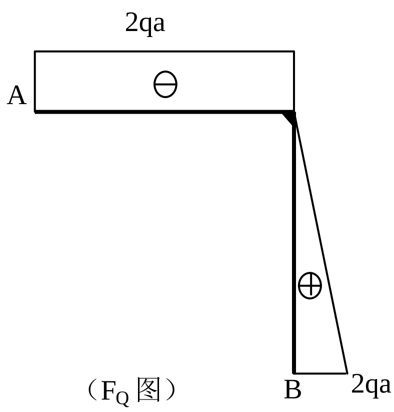
$$2qa^2+2qa^2-N_A\cdot 2a=0$$

$N_A=2qa$， $N_{By}=2qa$， $N_{Bx}=-2qa$

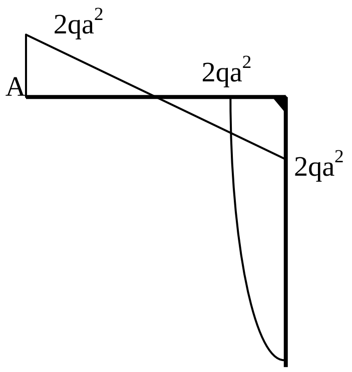
（2）绘制内力图。



（F_N 图）

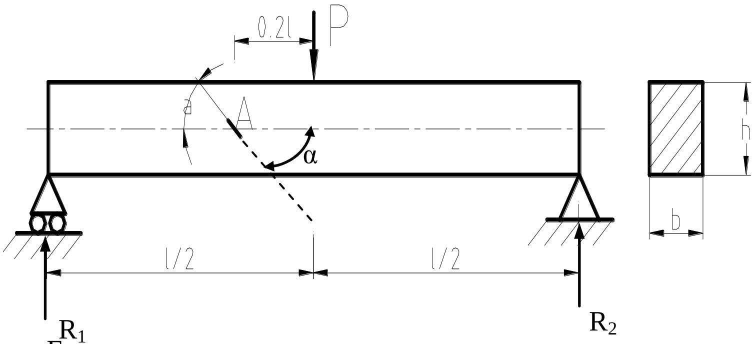


（F_Q 图）



（M 图）

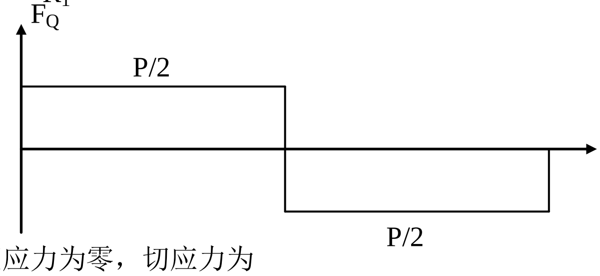
5.（15 分）如图是截面为矩形的简支梁，中间受集中载荷 P，在梁的中性层 A 点任意贴一应变片，测得应变值为 ε_α，若 α、E、ν 为已知。试求载荷 P 的大小。



解 1.求约束力

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$$

2.作剪力图



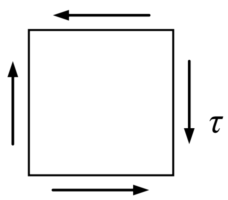
过 A 点横截面上有弯矩和剪力，其中

$$F_Q = \frac{P}{2}$$

3.A 点的应力状态情况

由于 A 点在中性轴上，故 A 点弯曲正应力为零，切应力为

$$\tau = \frac{3F_Q}{2bh} = \frac{3P}{4bh}$$



则斜截面上正应力为

$$\sigma_{-\alpha} = -\tau\sin[2(-\alpha)] = \tau\sin(2\alpha)$$

$$\sigma_{90^0-\alpha} = -\tau\sin[2(90^0-\alpha)] = -\tau\sin(2\alpha)$$

4.利用广义虎克定律，求 P

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E}[\sigma_{-\alpha} - \nu\sigma_{90^0-\alpha}]$$

$$= \frac{\tau\sin 2\alpha}{E}(1-\nu)$$

$$= \frac{3P}{4bh}\frac{\tau\sin 2\alpha}{E}(1-\nu)$$

因此，有

$$P = \frac{4bhE\varepsilon_\alpha}{3(1-\nu)\sin\alpha}$$

材料力学模拟试题（五）解答

十、一、填空题（2 道题，共 10 分）

1.（5 分）利用叠加法求杆件组合变形的条件是：1.为 小变形 ；2.材料处于 线弹性范围 。

2.（5 分）一直径为 D 的实心轴，另一内外直径之比 $d_2/D_2=0.8$ 的空心轴，两轴的长度、材料、扭矩和单位长度扭转角均分别相同，则空心轴与实心轴的重量比 $W_1/W_2=$ 2.13 。

十一、 二、选择题（3 道题，共 15 分）

1.（5 分）判断下列结论的正确性：

（A）杆件某截面上的内力是该截面上应力的代数和；

（B）杆件某截面上的应力是该截面上内力的平均值；

（C）应力是内力的集度；

（D）内力必大于应力。

正确答案是 C 。

2.（5 分）三轮汽车转向架圆轴有一盲孔（图 a），受弯曲交变应力作用，经常发生疲劳断裂后将盲孔改为通孔（图 b），提高了疲劳强度。其原因有四种答案：

（A）提高应力集中系数；　　　　（B）降低应力集中系数；

（C）提高尺寸系数；　　　　　　（D）降低尺寸系数。

正确答案是 B 。

(a)　　　　(b)

3.（5 分）图示结构中，AB 杆将发生的变形为：

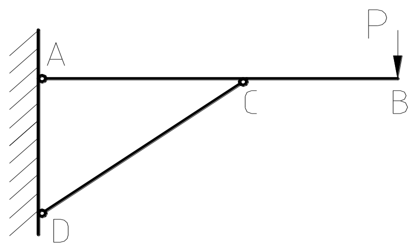
（A）　（A）　弯曲变形；

（B）　（B）　拉压变形；

（C）　（C）　弯曲与压缩的组合变形

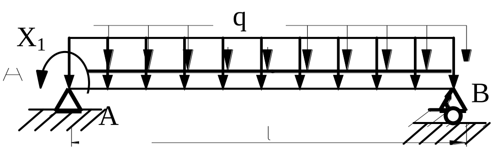
（D）　弯曲与拉伸的组合变形。

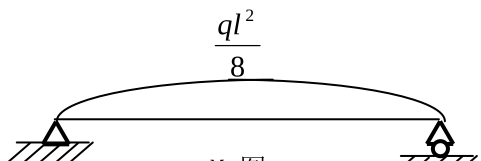
正确答案是 D 。



十二、 三、计算题（5 道题，共 75 分）

1.（10 分）静不定梁 AB 受力如图所示。试用力法求约束反力偶 M_A。梁的抗弯刚度 EI 已知。

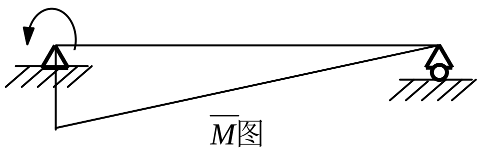




M_p 图

解：解除 A 点多余约束，用 M_A 代替，如图：

由力法求 M_A：



$\overline{M}$图

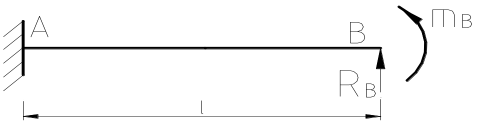
由 $\delta_{11}X_1+\Delta_{1p}=0$

$$\delta_{11}=\frac{1}{Ei}[(\frac{1}{2}\times l\times 1)\times\frac{2}{3}\times 1]=\frac{1}{3EI}$$

$$\Delta_{1p}=-\frac{1}{EI}[(\frac{2}{3}\times\frac{ql^2}{8}\times l)\times(\frac{1}{2}l)]=-\frac{ql^3}{24EI}$$

$$\therefore M_A = X_1 = \frac{ql^3}{24EI} \times \frac{3EI}{l} = \frac{ql^2}{8}$$

2.（15 分）一悬臂梁，抗弯刚度为 EI，在自由端承受力 R_B 和力偶 m_B 。



（1）如果 θ_B=0，试求 R_B 与 m_B 的关系，并求此时的 y_B；

（2）若 y_B=0，试求 R_B 与 m_B 的关系，并求此时的 θ_B。

解：（1）如果 θ_B=0，试求 R_B 与 m_B 的关系，并求此时的 y_B

在 R_B 与 m_B 作用下，B 点的转角为

$$\theta_B = \frac{m_B l}{EI} + \frac{R_B l^2}{2EI}$$

当θ $_B$=0 时，即 $\theta_B = \frac{m_B l}{EI} + \frac{R_B l^2}{2EI}$ =0，得

$$m_B = -\frac{R_B l}{2}$$

此时

$$y_B = \frac{m_B l}{2EI} + \frac{R_B l^3}{3EI} = -\frac{R_B l^3}{4EI} + \frac{R_B l^3}{3EI} = \frac{R_B l^3}{12EI}$$ （方向与 R_B 一致）

（2）若 y_B=0，试求 R_B 与 m_B 的关系，并求此时的 θ_B

在 R_B 与 m_B 作用下，B 点的挠度为

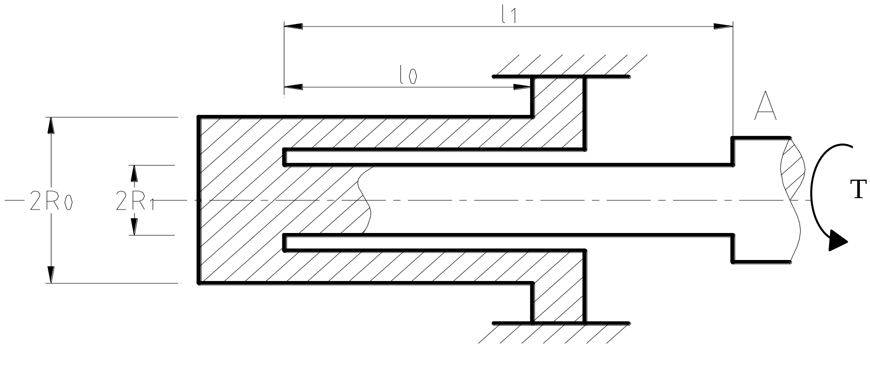
$$y_B = \frac{m_B l^2}{2EI} + \frac{R_B l^3}{3EI}$$

当 y_B=0 时，即 $y_B = \frac{m_B l^2}{2EI} + \frac{R_B l^3}{3EI}$ =0，得

$$m_B = -\frac{2R_B l}{3}$$

$$\theta_B = \frac{m_B l}{EI} + \frac{R_B l^2}{2EI} = -\frac{2R_B l^2}{3EI} + \frac{R_B l^2}{2EI} = -\frac{R_B l^2}{6EI}$$ （方向与 m_B 一致）

3.（15 分）图示实心扭杆弹簧由半径为 R_1 的内轴和外半径为 R_0 的套筒所组成。内轴和套筒的内表面之间有非常小的间隙，材料剪切弹性模量 G。求 A 截面相对于固定端的扭转角。



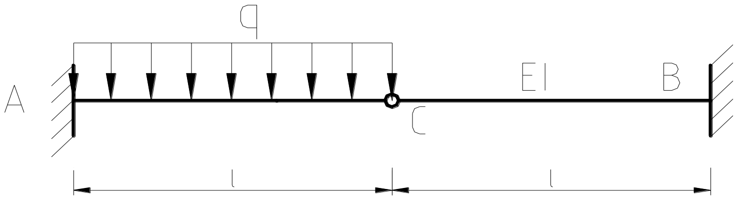
解：扭矩为 M_n=T

由扭转计算公式 $\phi = \dfrac{M_n l}{GI_p}$ 得：

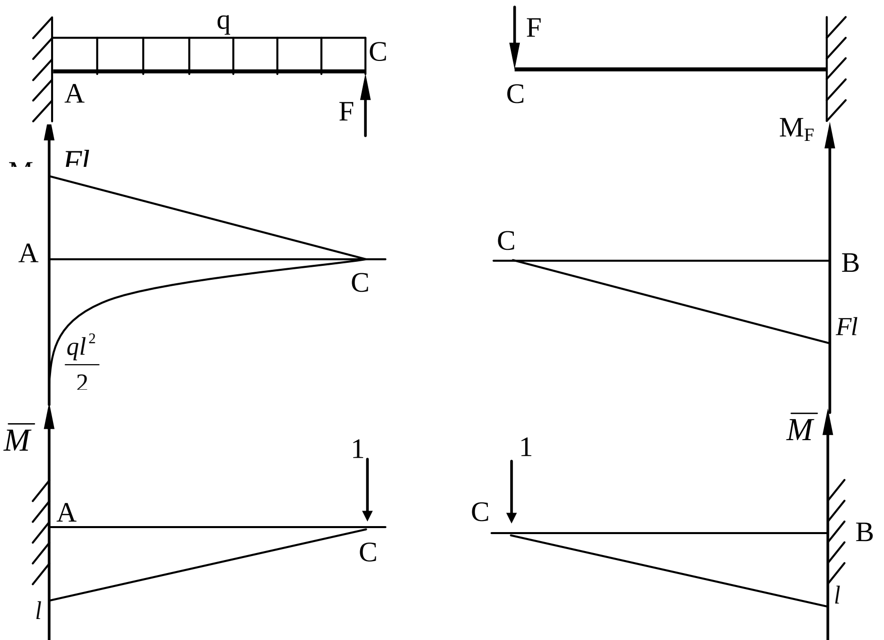
$$\phi_A = \frac{M_n l_1}{GI_{p1}} + \frac{M_n l_0}{GI_{p2}} == \frac{32T}{\pi G}[\frac{l_1}{(2R_1)^4} - \frac{l_0}{(2R_0)^4 - (2R_1)^4}]$$

$$\phi_A = \frac{2T}{\pi G}(\frac{l_1}{R_1^{\ 4}} - \frac{l_0}{R^4 - R_1^{\ 4}})$$

4.（20 分）具有中间铰的两端固支梁，已知 q、EI、l。用能量法求梁的支反力，并绘出梁的 Q 图和 M 图。



解：（1）用能量法求梁的支反力



AC 段受力后在 C 点的位移

$$\delta_1 = \frac{1}{EI}[-(\frac{1}{2}Fl \times l) \times \frac{2}{3}l + (\frac{1}{3} \times \frac{ql^2}{2} \times l) \times \frac{3}{4}l]$$

BC 段受力后在 C 点的位移

$$\delta_2 = \frac{1}{EI}[(\frac{1}{2}Fl \times l) \times \frac{2}{3}l]$$

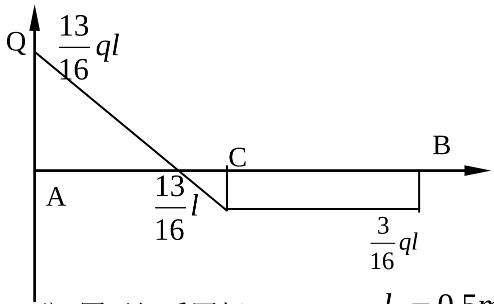
由协调条件有：$\delta_1 = \delta_2$

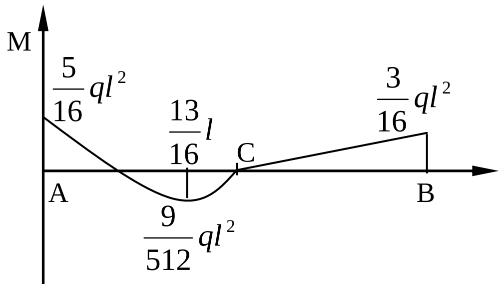
即：$\dfrac{1}{EI}[-(\dfrac{1}{2}Fl \times l) \times \dfrac{2}{3}l + (\dfrac{1}{3} \times \dfrac{ql^2}{2} \times l) \times \dfrac{3}{4}l] = \dfrac{1}{EI}[(\dfrac{1}{2}Fl \times l) \times \dfrac{2}{3}l]$

解之得：$F = \dfrac{3}{16}ql$

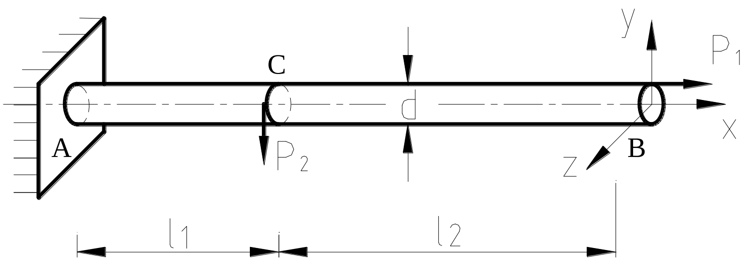
求 A、B 处的支反力略。$R_{Ay}=\frac{13}{16}ql$；$m_A=\frac{5}{16}ql^2$；$R_{By}=\frac{3}{16}ql$；$m_B=\frac{3}{16}ql^2$。

（2）绘制梁的 Q 图和 M 图。

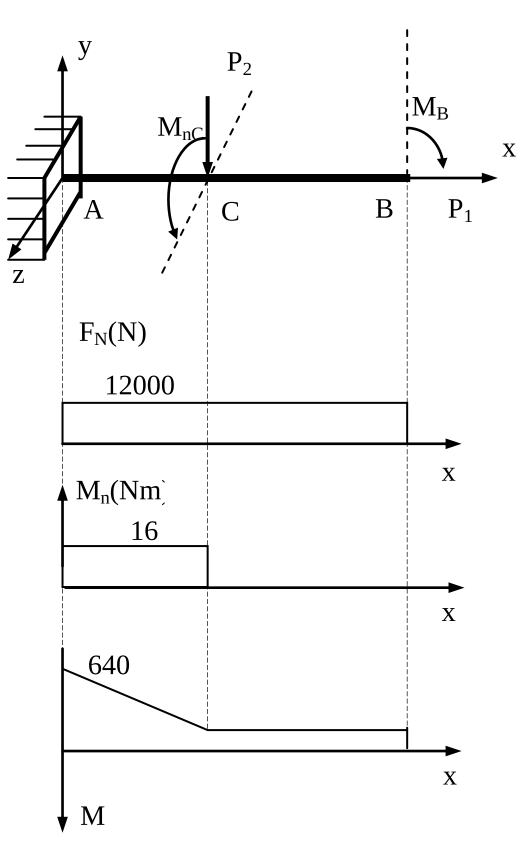




5.（15 分）图示钢质圆杆，d=40mm，$l_1=0.5m$，$l_2=0.7m$，P_1=12KN，P_2=0.8KN，σ_s=240Mpa，安全系数 n=2。试用第三强度理论校核强度



解：1.AB 杆受外力向形心简化



$$M_{nC}=\frac{P_2 d}{2}=800\times0.02=16Nm$$

$$M_B=\frac{P_1 d}{2}=12000\times0.02=240Nm$$

2.作 AB 杆的内力图

危险截面是 A 截面，其轴力、扭矩和弯矩分别为

$F_N=12KN$；

$$M_n=\frac{P_2 d}{2}=800\times0.02=16Nm$$

$$M=M_{\max}=\frac{P_1 d}{2}=12000\times0.02+800\times0.5=640Nm$$

3.强度计算

该处横截面上危险点的应力为

$$\sigma=\frac{M}{W}+\frac{F_N}{A}=\frac{640\times32}{\pi\times0.04^3}+\frac{12000}{\pi\times0.02^2}=102+0.09=102\,\text{MPa}$$

$$\tau=\frac{M_n}{W_n}=\frac{16\times16}{\pi\times0.04^3}=1.27MPa$$

由第三强度理论的强度条件，有

$$\sigma_{r3}=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}=102MPa<[\sigma]=\frac{\sigma_s}{2}=120MPa$$

杆件 ACB 满足强度条件。