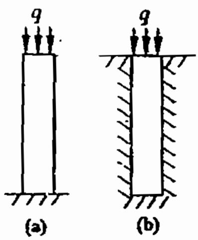
《材料力学A》期末考试答案

一、单选题或多选题……………………(每题5分，部分选对3分，出现选错0分)



1. 上图（a）所示等直杆杆端承受均布载荷 q。图（b）将该杆放入刚性模中，加载前杆的侧面与光滑壁面刚好贴合，无间隙也无摩擦，则 CD 。

A. 两图轴向正应变相等

B. 图（a）的最大轴向正应变大于图（b）的最大轴向正应变

C. 图（a）的最大轴向正应变小于图（b）的最大轴向正应变

D. 图（a）内任一点的最大切应力大于图（b）内任一点的最大切应力

E. 图（a）内任一点的最大切应力小于图（b）内任一点的最大切应力

2. 设材料、形状均相同的光滑大尺寸试件与光滑小尺寸试件的疲劳强度极限之比为 ε，则 B 。

A. $\varepsilon>1$

B. $\varepsilon<1$

C. $\varepsilon=1$

D. ε 可能大于 1，也可能小于 1

3. 用虚功原理推导计算结构位移的单位载荷法时， BD 。

A. 单位力所引起的位移作为该单位力系统的虚位移

B. 实际载荷所引起的位移作为所引进单位力系统的虚位移

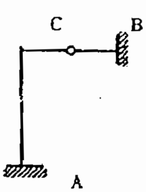
C. 单位力所引起的变形作为该单位力系统的虚变形

D. 实际载荷所引起的变形作为所引进单位力系统的虚变形

4. 图示平面刚架的静不定次数为 B ：

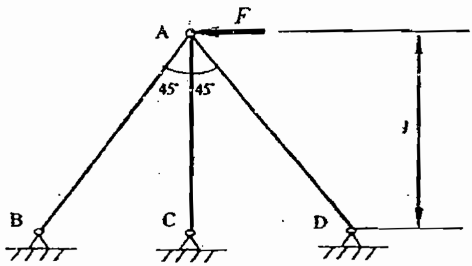
(A) 一次静不定；　　(B) 二次静不定；

(C) 三次静不定；　　(D) 四次静不定；



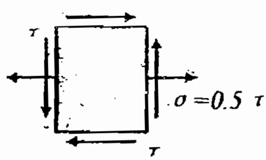
二、 填空题…………………………………… ……………………………………(5 分)

图示结构，各杆均为圆截面大柔度杆，直径均为 d，弹性模量均为 E，稳定安全因数 n_{st}=3，各杆均不允许发生失稳情况下，结构许可载荷为 $\underline{F_{cr}=\dfrac{\sqrt{2}}{384}\dfrac{\pi^3 Ed^4}{l^2}}$ 。



三、计算题 ………………………………………………………………………………(75 分)

1.（10 分）某点处于平面应力状态，如图所示，已知材料的弹性模量 E 和泊松比 μ，试求该点的主应力及主应变。



$$\sigma_1=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_x^2}=\frac{0.5\tau+0}{2}+\sqrt{(\frac{0.5\tau-0}{2})^2+(-\tau)^2}=\frac{(1+\sqrt{17})}{4}\tau$$

$$\sigma_2=0$$

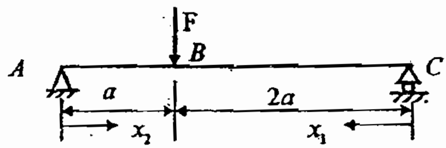
$$\sigma_3=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_x^2}=\frac{0.5\tau+0}{2}-\sqrt{(\frac{0.5\tau-0}{2})^2+(-\tau)^2}=\frac{(1-\sqrt{17})}{4}\tau$$

$$\varepsilon_1=\frac{1}{E}[\sigma_1-\mu(\sigma_2+\sigma_3)]=\frac{\tau}{E}[\frac{(1+\sqrt{17})}{4}-\mu(0+\frac{(1-\sqrt{17})}{4})]=\frac{\tau}{E}[\frac{1}{4}(1-\mu)+\frac{\sqrt{17}}{4}(1+\mu)]$$

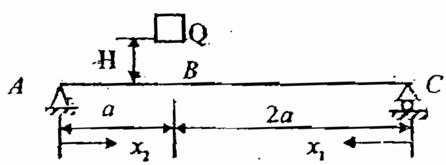
$$\varepsilon_2=\frac{1}{E}[\sigma_2-\mu(\sigma_3+\sigma_1)]=\frac{\tau}{E}[0-\mu(\frac{(1+\sqrt{17})}{4}+\frac{(1-\sqrt{17})}{4})]=-\frac{\mu}{2}\frac{\tau}{E}$$

$$\varepsilon_3=\frac{1}{E}[\sigma_3-\mu(\sigma_1+\sigma_2)]=\frac{\tau}{E}[\frac{(1-\sqrt{17})}{4}-\mu(\frac{(1+\sqrt{17})}{4}+0)]=\frac{\tau}{E}[\frac{1}{4}(1-\mu)-\frac{\sqrt{17}}{4}(1+\mu)]$$

2.（15 分）简支梁抗弯刚度为 EI，在点 B 作用载荷 F，如图（a）所示。(1)试用卡氏第二定理求 B 点的挠度及横截面 A、C 之间的相对角位移 θ_{AC}；(2) 将载荷 F 改为重量为 Q 的物体自高度 H 处自由下落在 B 点，如图（b）所示，不计梁质量，求 B 点的最大动挠度。略去剪力的影响。



(a)



(b)

(1) $F_A=\frac{2}{3}F$，$F_C=\frac{1}{3}F$，

$$M(x_1)=\frac{1}{3}Fx_1,\quad \frac{\partial M(x_1)}{\partial F}=\frac{1}{3}x_1,\quad M(x_2)=\frac{2}{3}Fx_2,\quad \frac{\partial M(x_2)}{\partial F}=\frac{2}{3}x_2$$

$$f_B=\int_0^{2a}\frac{M(x_1)}{EI}\frac{\partial M(x_1)}{\partial F}dx_1+\int_0^{a}\frac{M(x_2)}{EI}\frac{\partial M(x_2)}{\partial F}dx_2$$
$$=\int_0^{2a}\frac{Fx_1}{3EI}\cdot\frac{x_1}{3}dx_1+\int_0^{a}\frac{2Fx_2}{3EI}\cdot\frac{2x_2}{3}dx_2=\frac{4}{9}\frac{Fa^3}{EI}$$

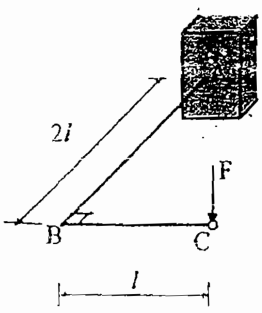
(2) $F_A=\frac{2}{3}F$，$F_C=\frac{1}{3}F$

$$M(x_1)=\frac{1}{3}Fx_1+M,\quad \frac{\partial M(x_1)}{\partial M}=1,\quad M(x_2)=\frac{2}{3}Fx_2+M,\quad \frac{\partial M(x_2)}{\partial M}=1$$

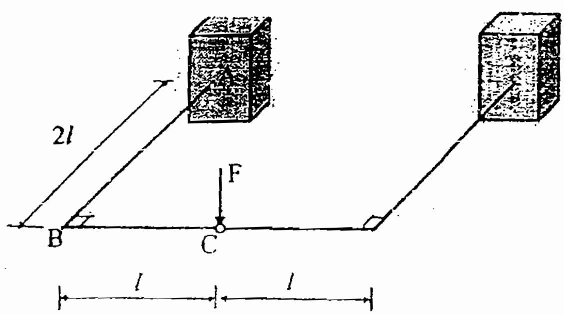
$$\theta_{AC}=\int_0^{2a}\frac{M(x_1)}{EI}\frac{\partial M(x_1)}{\partial M}dx_1+\int_0^{a}\frac{M(x_2)}{EI}\frac{\partial M(x_2)}{\partial M}dx_2$$
$$=\int_0^{2a}\frac{1}{EI}\left(\frac{Fx_1}{3}+M\right)dx_1+\int_0^{a}\frac{1}{EI}\left(\frac{2Fx_2}{3}+M\right)dx_2=\frac{Fa^2}{EI}$$

(3) $$f_d=f_B\left(1+\sqrt{1+\frac{2H}{f_B}}\right)=\frac{4}{9}\frac{Qa^3}{EI}\left(1+\sqrt{1+\frac{2H}{\frac{4}{9}\frac{Qa^3}{EI}}}\right)=\frac{4}{9}\frac{Qa^3}{EI}\left(1+\sqrt{1+\frac{9EIH}{2Qa^3}}\right)$$

3.（20分）图(a)水平面内刚架ABC的各杆均为直径等于d的实心圆截面杆，l=200mm，F=100N，材料弹性模量为E=200GPa，泊松比为μ=0.3，材料的许用应力为[σ]=170MPa。(1) 试用第三强度理论设计截面尺寸；(2) 然后用能量法求截面C的竖直位移；(3) 图(b)对称结构左半部分与图(a)的完全相同，求截面C的竖直位移。



(a)



(b)

(1)

A截面为危险截面，$M=2Fl$， $T=Fl$

$$\sigma_{r3}=\frac{\sqrt{M^2+T^2}}{W}\le[\sigma], \quad \frac{\sqrt{(2Fl)^2+(Fl)^2}}{\frac{\pi d^3}{32}}\le[\sigma]$$

$d\ge 0.0139m=13.9mm$

(2)

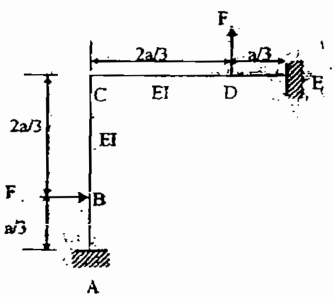
$M(x_1)=-Fx_1$， $M(x_2)=-Fx_2$， $T(x_2)=-Fl$

$$f_C=\int_0^l\frac{Fx_1}{EI}x_1dx_1+\int_0^{2l}\frac{Fx_2}{EI}x_2dx_2+\int_0^{2l}\frac{Fl}{GI_p}ldx_2=\frac{3Fl^3}{EI}+\frac{2Fl^3}{GI_p}=0.0122m=12.2mm$$

(3)

$f_C=6.1mm$

4.（15分）求图示刚架的最大弯矩及其作用位置。不计轴力、剪力对变形的影响。



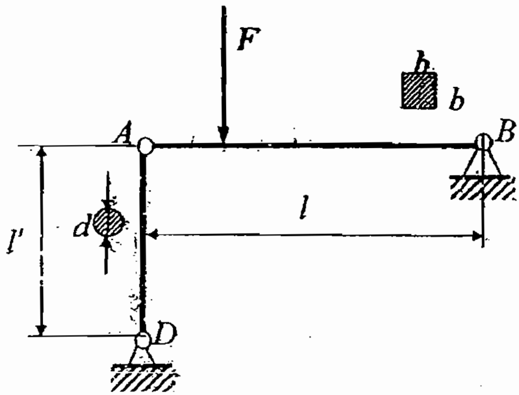
$$f_C=\int_0^{\frac{2a}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{F_Cx_1}{EI}\frac{\sqrt{2}}{2}x_1dx_1+\int_0^{\frac{a}{3}}\frac{[\frac{\sqrt{2}}{2}F_C(\frac{2a}{3}+x_2)+Fx_2]}{EI}\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{2a}{3}+x_2)dx_2=0$$

$$F_C=-\frac{4\sqrt{2}}{27}F,\quad M(x_1)=-\frac{\sqrt{2}}{2}F_Cx_1=-\frac{4}{27}Fx_1,$$

$$M(x_2)=-\frac{\sqrt{2}}{2}F_C(\frac{2a}{3}+x_2)+Fx_2=-\frac{4}{27}F(\frac{2a}{3}+x_2)+Fx_2$$

$M_{max}=\frac{5}{27}Fa$， 作用位置在 A 或 E 点

5、（15分）梁AB许用应力[σ]=160MPa，长 l=2m，截面正方形，边长 b=150mm 柱 AD 截面圆形、直径 d=36mm;长 l'=0.8m，λ_p=99.3，λ_0=57，中柔度杆经验公式 σ_{cr}=304-1.12λ，稳定安全因数 n_{st}=3，力 F 可在 AB 梁上任意移动，求许可载荷 [F]。



$\lambda = \dfrac{\mu l}{i} = \dfrac{0.8*4}{0.036} = 88.89$； $\lambda_p > \lambda > \lambda_0$ 为中柔度杆

载荷位于 A 点考察失稳，载荷位于 AB 中点考察 AB 梁强度问题。

（1） 当载荷位于 A 点，$\sigma_{cr} = 304 - 1.12\lambda = 204.44MPa$

$$[F]_1 = \frac{204.44 \times A}{n_{st}} = 69.365KN$$

（2）载荷位于 AB 中点，$M_{max} = \dfrac{Fl}{4}$，$\sigma_{max} = \dfrac{Fl}{4}\dfrac{6}{b^3} \le [\sigma]$

$$[F]_2 = \frac{2b^3[\sigma]}{3l} = 180KN,$$

$$[F] = 69.365KN$$