第七章　Fourier 变换

一、(1)D　(2) A　(3) C　(4) B　(5) A

(6) C　(7) B　(8) D　(9) B　(10) C

二、(1) $f(t)=\dfrac{2a}{\pi}\displaystyle\int_0^{+\infty}\dfrac{\cos\omega t}{a^2+\omega^2}\mathrm{d}\omega$

(2) $\pi\delta(\omega)-\dfrac{\pi}{2}[\delta(\omega+2)+\delta(\omega-2)]$

(3) $\dfrac{3}{2}e^{-|t|}$　(4) $(1-e^{-t})u(t)$　(5) $\dfrac{2(1-\cos t)}{\pi t}$

3.由钟型脉冲函数的 $Fourier$ 变换知，$\mathcal{F}[e^{-t^2}]=\sqrt{\pi}e^{-\frac{\omega^2}{4}}$.再由微分性质可得 $\mathcal{F}[te^{-t^2}]=\dfrac{\sqrt{\pi}}{2i}\omega e^{-\frac{\omega^2}{4}}$

注意到 $f(t)$ 为奇函数　$f[t]=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{F}[f(t)]e^{i\omega t}\mathrm{d}\omega=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\sqrt{\pi}}{2i}\omega e^{i\omega t}\mathrm{d}\omega$

$$=\frac{1}{4i\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\omega]e^{-\frac{\omega^2}{4}}\cdot i\sin\omega t\mathrm{d}\omega$$

即 $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\omega]e^{-\frac{\omega^2}{4}}\cdot i\sin\omega t\mathrm{d}\omega=2\sqrt{\pi}f(t)=2\sqrt{\pi}te^{-t^2}$.

.