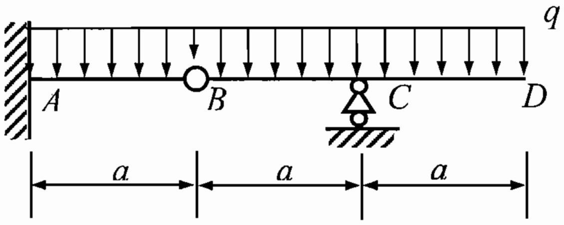
C

一、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

3

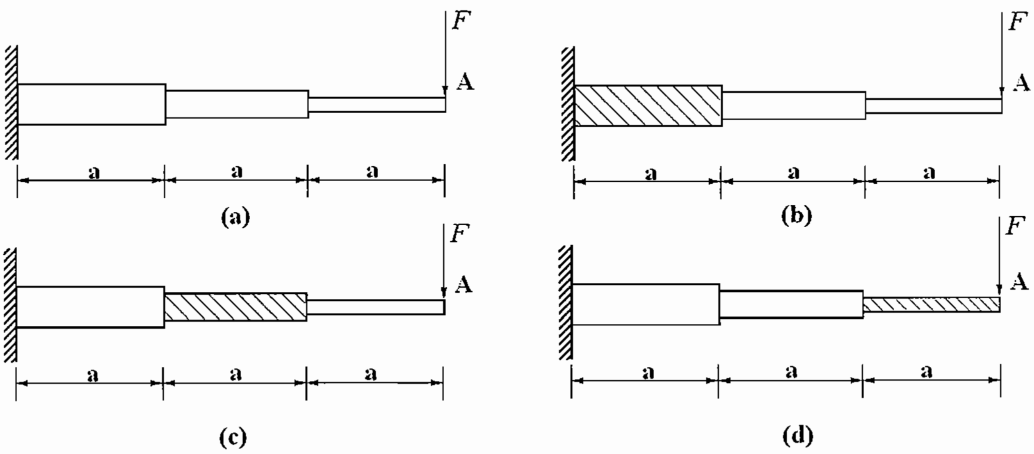
1、使用积分法求图示组合梁的挠曲轴方程时，应把梁划分成___3____段。确定积分常数的位移条件（位移条件表示位移边界条件与位移连续条件），图中 A 处有___2___个，B 处有____1___个，C 处有____3____个，D 处有____0___个。

2　　1　　3



2、图示各悬臂阶梯梁几何尺寸、材料与外载荷均相同，但加阴影线梁段表示已刚化（即该段弯曲刚度无穷大），设各梁自由端挠度分别为 w_a， w_b， w_c 和 w_d，则 $w_a = w_b + w_c + w_d$ 是____错误的____(填“正确的”或“错误的”)，如果不正确，则 $w_a =$_$(w_b + w_c + w_d)/2$_。

错误的　$\frac{1}{2}(w_b + w_c + w_d)$



100

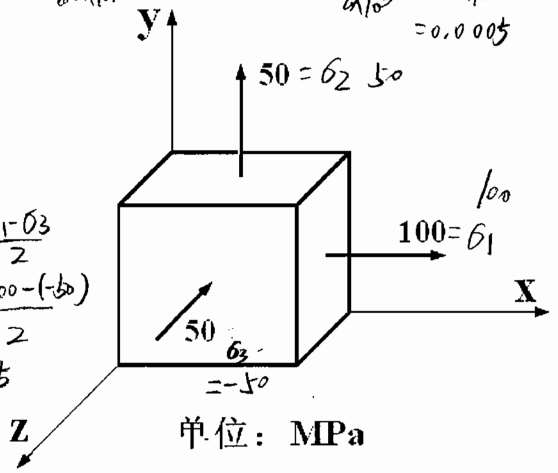
3、图示主应力微体的三个主应力分别为 $\sigma_1 =$ ____100___MPa，$\sigma_2 =$____50____MPa，$\sigma_3 =$___-50____MPa，最大切应力 $\tau_{max} =$____75___MPa，沿 x 方向正应变 $\varepsilon_x =$__0.0005__。设材料为各向同性，弹性模量 $E = 200\text{GPa}$。

C

$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3)]$

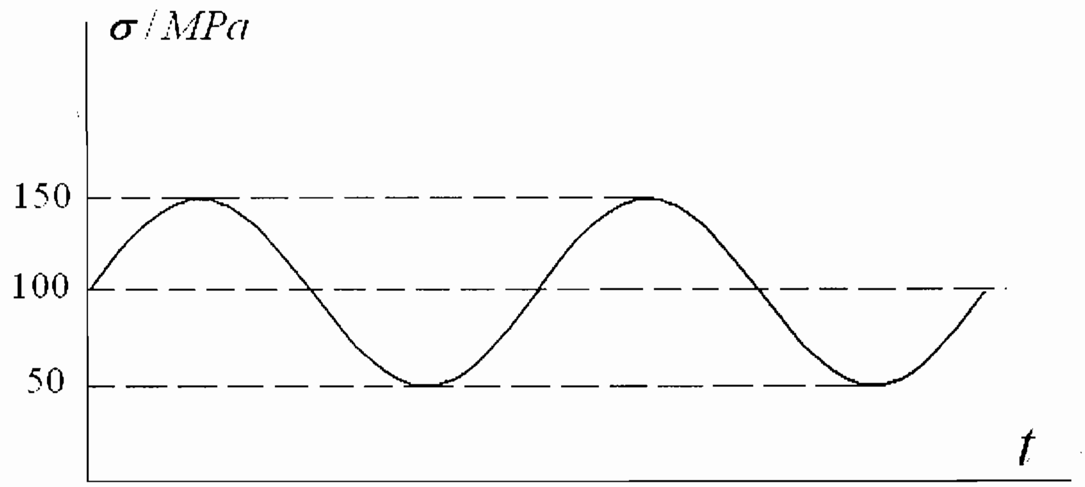
$= \frac{1}{200\times10^9}\times10^6\times100 = \frac{1}{2\times10^3} = 5\times10^{-4}$

$=0.0005$



$\tau_{max} = \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2} = \frac{100-(-50)}{2} = 75$

4、疲劳是指__在循环应力作用下，构件产生可见裂纹或完全断裂的现象_。图示应力循环的最大应力为___150___MPa，平均应力为____100____MPa，应力幅为_____50_____MPa，循环特征_______1/3_________。



$\sigma_{max} = 150MPa$ $\sigma_{min} = 50MPa$

100MPa $\frac{1}{3}$ → 循环特征

应力幅=50MPa

在循环应力作用下构件产生可见裂纹或完全断裂的现象

$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3$ $W_z=\frac{1}{2}\pi D^2\delta$ $\frac{1}{2}\Omega\delta$ ☆

C

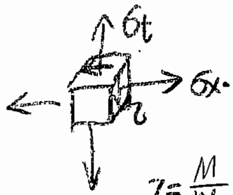
二、计算题（5 道小题，共 80 分）

1、（15 分）图示薄壁圆筒，同时承受内压 p 与扭力偶矩 M 作用。已知圆筒的内径为 D，壁厚为 δ，筒体的长度为 l，材料的许用应力为 $[\sigma]$，弹性模量为 E，泊松比为 μ，扭力偶矩 $M=\pi D^3 p/4$，试求： $\frac{3pD}{4\delta}$

(a) 根据第三强度理论建立筒体的强度条件；

(b) 计算筒体内径的改变量。

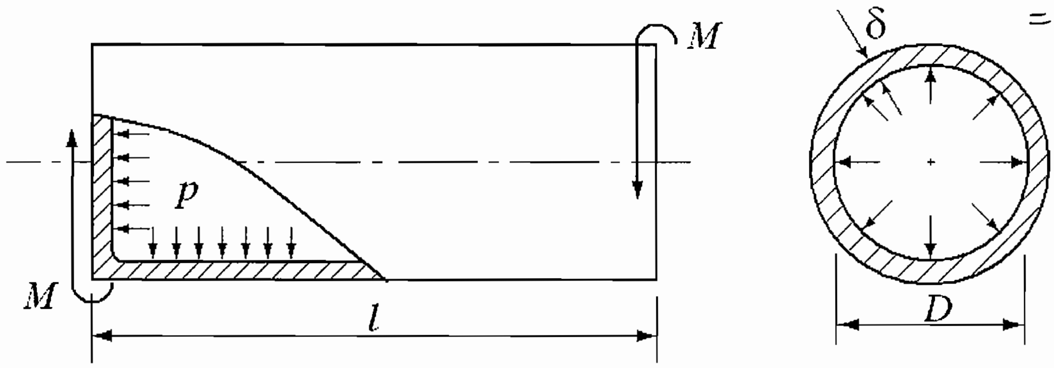
(a)



$\sigma_x=\frac{pD}{4\delta}$

$\sigma_t=\frac{pD}{2\delta}$

$\tau=\frac{M}{W_z}=\frac{\frac{1}{4}p\pi D^3}{\frac{1}{2}\pi D^2\delta}=\frac{pD}{2\delta}$



上册书中 p286 例题 9-10 的(1)和(3)两问。

$\left.\begin{matrix}\sigma_{max}\\ \sigma_{min}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_t}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_t}{2}\right)^2+\tau^2}$

解：

$$\sigma_x=\frac{pD}{4\delta},\quad \sigma_t=\frac{pD}{2\delta},\quad \tau_T=\frac{2M}{\pi D^2\delta}=\frac{pD}{2\delta},\qquad \text{——4 分}$$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_t}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_t}{2}\right)^2+\tau_T^2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\frac{pD}{\delta},$$

$=\frac{3pD}{8\delta}\pm\sqrt{\frac{(pD)^2}{64\delta^2}+\frac{(pD)^2}{4\delta^2}}$

$=\frac{3pD}{8\delta}\pm\frac{\sqrt{17}pD}{8\delta}$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\frac{pD}{\delta},\qquad \sigma_2=0 \qquad \text{——4 分}$$

$\therefore \sigma_1=\frac{3+\sqrt{17}}{8\delta}pD$ $\sigma_2=0$

$\sigma_3=\frac{3-\sqrt{17}}{8\delta}pD$

$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{\sqrt{17}pD}{4\delta}\le[\sigma] \qquad \text{——2 分}$$

$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{\sqrt{17}}{4\delta}pD\le[\sigma]$

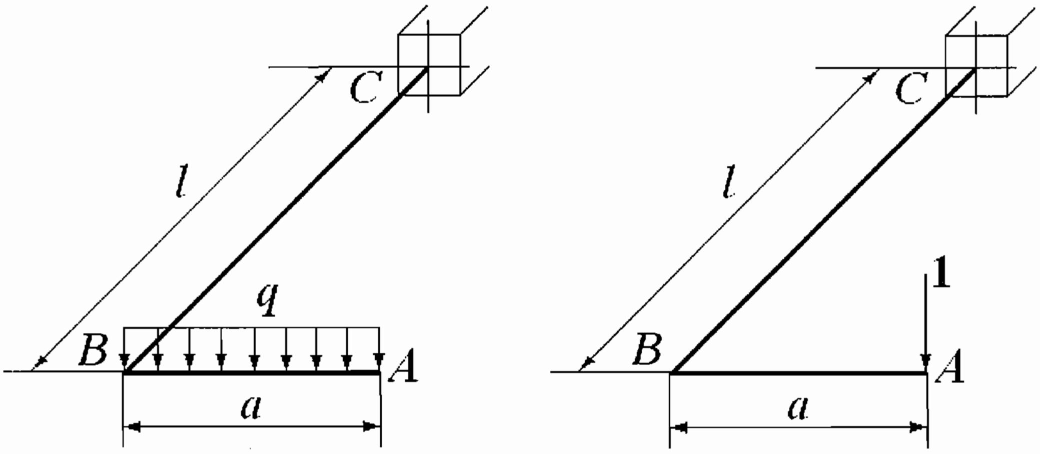
$$\varepsilon_t=\frac{1}{E}(\sigma_t-\sigma_x)=\frac{pD(2-\mu)}{4\delta E} \qquad \text{—— 3 分}$$

(b)

$$\varepsilon_t=\frac{\pi(D+\Delta D)-\pi D}{\pi D}=\frac{\Delta D}{D},\quad \Delta D=\varepsilon_t D=\frac{pD^2(2-\mu)}{4\delta E} \qquad \text{——2 分}$$

C

2、（15 分）图示等截面刚架，承受均布载荷 q 作用。试用单位载荷法计算截面 A 的铅垂位移 Δ_A。设弯曲刚度 EI 与扭转刚度 GI_t 均为已知常数。(剪切应变能忽略不计)



下册书中 p66 习题 12-22。

解：AB 段，原始状态，$M(x)=\dfrac{qx^2}{2}$；

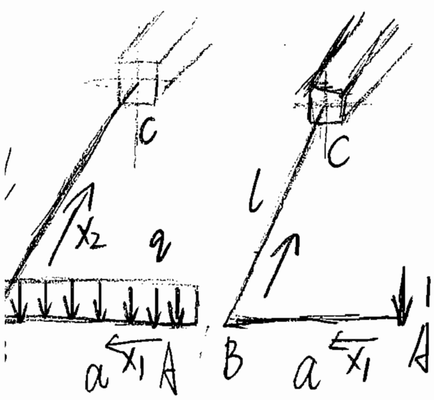
BC 段，原始状态，$M(x)=qax$，$T=\dfrac{qa^2}{2}$；——4 分

AB 段，单位载荷状态，$M(x)=x$；

BC 段，单位载荷状态，$M(x)=x$，$T=a$。——4 分

$$\Delta_A=\frac{1}{2EI}\int_0^a qx^3dx+\frac{1}{EI}\int_0^l qax^2dx+\frac{1}{2GI_t}\int_0^l qa^3dx \text{——5 分}$$

$$\Delta_A=\frac{qa^4}{8EI}+\frac{qal^3}{3EI}+\frac{qa^3l}{2GI_t} \qquad \text{——2 分}$$



$M(x_1)=\frac{1}{2}qx_1^2 \qquad \overline{M}(x_1)=x_1$

$M(x_2)=qax_2 \qquad \overline{M}(x_2)=x_2$

$T(x_2)=\frac{1}{2}qa^2 \qquad \overline{T}(x_2)=a$

$$\Delta_A=\int_0^a\frac{M(x_1)\overline{M}(x_1)}{EI}dx_1+\int_0^l\frac{M(x_2)\overline{M}(x_2)}{EI}dx_2+\int_0^l\frac{T(x_2)\overline{T}(x_2)}{GI_t}dx_2$$

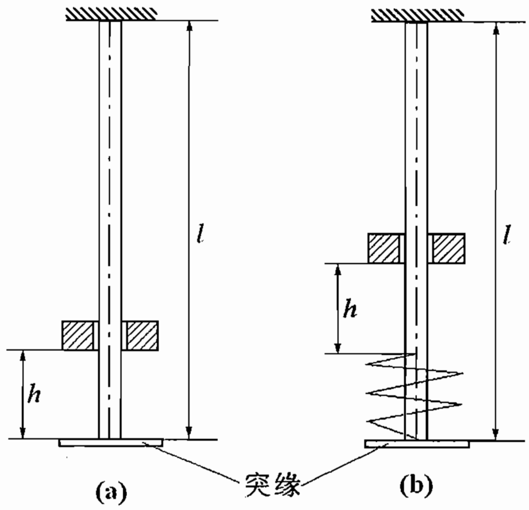
$$=\int_0^a\frac{\frac{1}{2}qx_1^3}{EI}dx_1+\int_0^l\frac{qax_2^2}{EI}dx_2+\int_0^l\frac{\frac{1}{2}qa^2\cdot a}{GI_t}dx_2$$

$$=\frac{qa^4}{8EI}+\frac{qal^3}{3EI}+\frac{qa^3l}{2GI_t}$$

3、（15 分）图示圆截面钢杆，直径 $d=20mm$，杆长 $l=2m$，弹性模量 $E=210GPa$，一重量为 $P=500N$ 的冲击物，沿杆轴自高度 $h=100mm$ 处自由下落。试在下列两种情况下计算杆内横截面上的最大正应力。杆与突缘的质量以及突缘与冲击物的变形均忽略不计。

(a) 冲击物直接落在杆的突缘上(图 a)；

(b) 突缘上放有弹簧，其弹簧常量 $k=200N/mm$ (图 b)。



下册书中 p88 习题 13-3。

解：(a)状态的静态变形：$\Delta_{st}=\dfrac{Pl}{EA}=\dfrac{500\times2\times4}{210E9\times\pi\times0.02^2}=0.01516mm$ ——2 分

冲击载荷，$P_d=P(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\Delta_{st}}})=57.932kN$ ——3 分

冲击应力，$\sigma_{\max}=\dfrac{P_d}{A}=184.4MPa$ ——2 分

(b)状态的静态变形：$\Delta_{st}=\dfrac{Pl}{EA}+\dfrac{P}{k}=2.515mm$ ——3 分

冲击载荷，$P_d=P(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\Delta_{st}}})=4.987kN$ ——3 分

冲击应力，$\sigma_{\max}=\dfrac{P_d}{A}=15.87MPa$ ——2 分

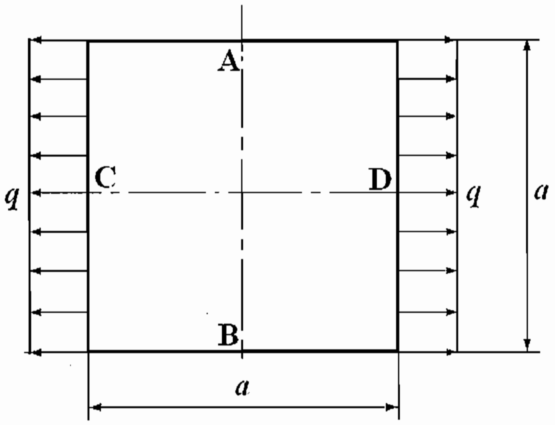
解：(a) $K_{max}=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}$ $\Delta_{st}=\frac{Pl}{EA}=\frac{500\times2}{210\times10^9\times\pi(\frac{20}{2}\times10^{-3})^2}=$ $\sigma_{max}=\frac{P_d}{A}$

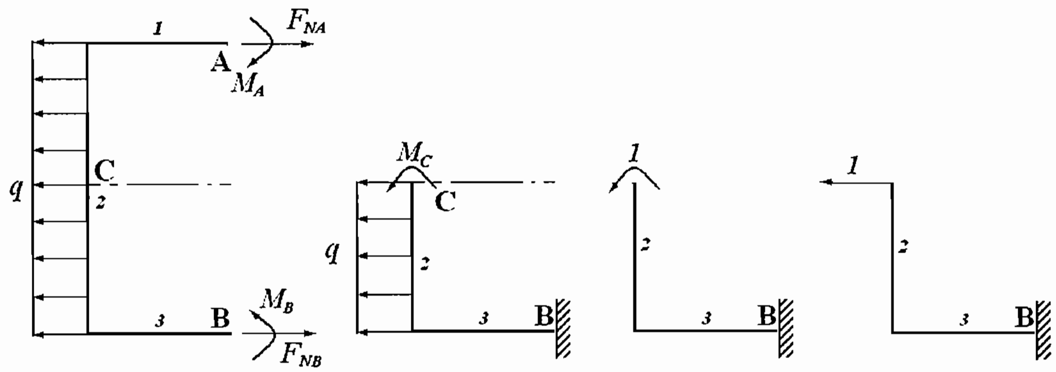
$P_d=P\cdot K=500\times(1+\sqrt{1+\frac{2\times100\times10^{-3}}{}})=$

(b) $W=P(h+\delta)$ 由 $W=V_\varepsilon$，$Ph+P\delta=\frac{1}{2}k\delta^2$，解得 $\delta=$

$V_\varepsilon=\frac{1}{2}k\delta^2$ $P_d=k\delta$，$\therefore \sigma_{max}=\frac{P_d}{A}=\frac{k\cdot\delta}{A}=$

4、（15 分）图示正方形刚架弯曲刚度为 EI，A、B、C、D 均为各边中点，试计算 A、B 两点的内力及 C、D 两点的相对位移。(剪力与轴力的影响忽略不计)





(a) (b) (c) (d)

解：1) 对 A、B 点由对称性可得 $M_A = M_B$ 未知，$F_{NA} = F_{NB} = qa/2$

对 C、D 点进行对称性分析，仅 $M_C = M_D$ 未知，$F_{NC} = F_{ND} = 0$（2 分）

2) 如图(c)构造单位载荷状态，使用 $\theta_C = 0$ 的条件。(2 分)

原始状态　$M_2 = M_C + \frac{q}{2}x^2$　$M_3 = M_C + \frac{q}{8}a^2$

单位载荷状态　$\bar{M}_2 = 1$　$\bar{M}_3 = 1$（3 分）

$$\theta_C = \frac{1}{EI}[\int_0^{a/2}(M_C + \frac{q}{2}x^2)dx + \int_0^{a/2}(M_C + \frac{q}{8}a^2)dx = 0$$

$M_C = -\frac{1}{12}qa^2$(顺时针)(3 分)

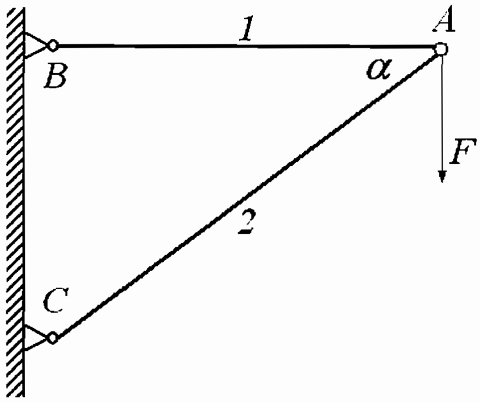
3) 如图(d)构造单位载荷状态，使用 $\Delta_{C/D} = 2\Delta_C$。(2 分)

原始状态 $M_2=-\frac{qa^2}{12}+\frac{q}{2}x^2$ $M_3=\frac{qa^2}{24}$

单位载荷状态 $\bar{M}_2=x$ $\bar{M}_3=a/2$（2 分）

$$\Delta_{C/D}=2\Delta_C=\frac{2}{EI}[\int_0^{a/2}(-\frac{qa^2}{12}x+\frac{q}{2}x^3)dx+\int_0^{a/2}\frac{qa^3}{48}dx=\frac{1}{64}\frac{qa^4}{EI}$$（1 分）

5、（20 分）图示桁架两杆材料及截面尺寸相同，弹性模量 $E=200GPa$，横截面积 $A=10\times10mm^2$（方形），水平杆 1 长 $l_1=400mm$，屈服应力 $\sigma_s=320MPa$，安全因数 $n=2$，杆 2 的 $\lambda_p=100$，稳定安全因数 $n_{st}=3$，两杆夹角为 α。



(a) 设 $\alpha=30^\circ$，试计算结构的许用载荷；

(b) 若夹角 α 可设计，则 α 为多大时结构许用载荷最大？设 C 点总在 B 点下方，只需列出计算 α 的三角函数方程。

解：(1) 由节点 A 的平衡：$F_{N1}=Fctg\alpha=\sqrt{3}F$，$F_{N2}=F/\sin\alpha=2F$（3 分）

杆 1 为拉杆，结构许用载荷 $[F]_1=\frac{\sqrt{3}}{3}[F_{N1}]=\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{\sigma_s A}{n}=9.238kN$；（3 分）

杆 2 的惯性半径 $i=\sqrt{\frac{I}{A}}=2.887mm$，$\lambda=\frac{\mu l_2}{i}=160>\lambda_p$ 为大柔度杆（3 分）

$[F]_2=\frac{[F_{N2}]_{cr}}{2n_{st}}=1.285kN$（2 分）

结构许用载荷 $[F]=\min\{[F]_1,[F]_2\}=1.285kN$（1 分）

(2) $\lambda=\frac{\mu l_1}{i\cos\alpha}$，当 $\alpha=0^\circ$ 时，λ 最小，此时 $\lambda=139>\lambda_p$，

所以杆 2 始终是大柔度杆。（2 分）

由杆 2，结构的许用载荷 $[F]_2=\frac{[F_{N2}]_{cr}\sin\alpha}{2n_{st}}=\frac{\pi^2 EI}{l_1^2 n_{st}}\cos^2\alpha\sin\alpha$（3 分）

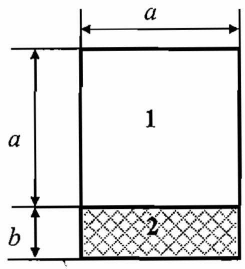
当结构许用载荷最大时，$\frac{d[F]_2}{d\alpha}=0$，$\cos^3\alpha-2\cos\alpha\sin^2\alpha=0$，(2 分)

因为$\cos\alpha=0$不是本问题的解，故$tg^2\alpha=1/2$(1 分)

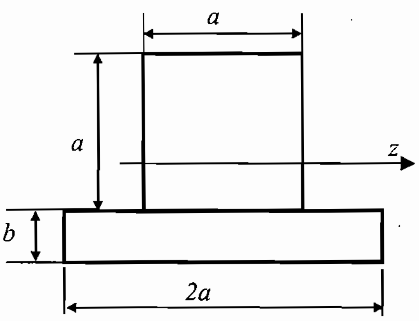
A

题目：

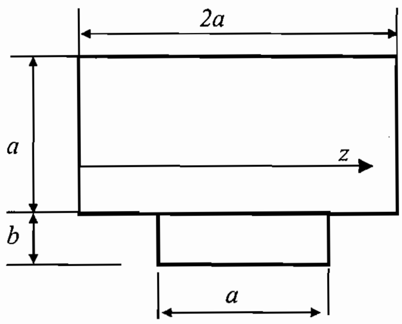
一、选择题⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯(每题 4 分)



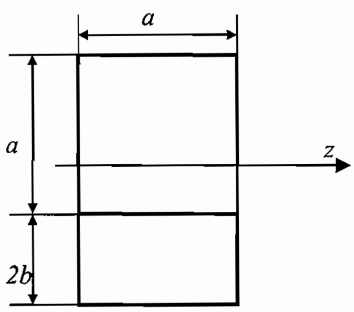
1．上图所示截面材料 1 和材料 2 的弹性模量分别是 E_1 和 E_2，且 $E_2 = 2E_1$，可通过等效截面确定中性轴位置与弯曲刚度，等效截面是____A______。



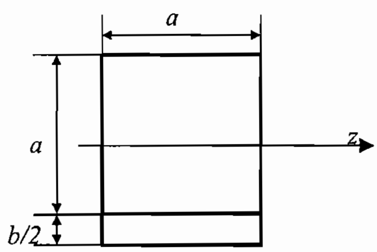
（A）



（B）



（C）



（D）

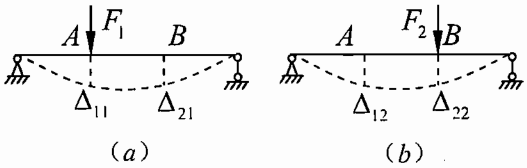
2. 图示简支梁有（a）和（b）两种受力状态，虚线表示承载后挠曲线形状，我们有B。

A. $F_1\Delta_{21}=F_2\Delta_{12}$

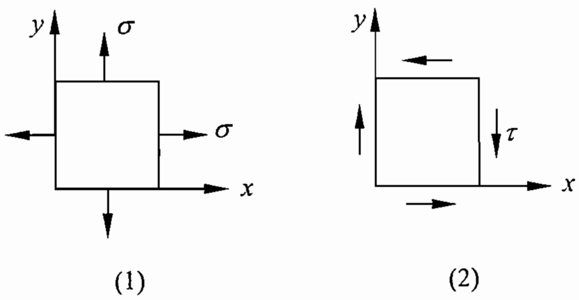
B. $F_1\Delta_{12}=F_2\Delta_{21}$

C. $F_1\Delta_{11}=F_2\Delta_{22}$

D. $F_1\Delta_{22}=F_2\Delta_{11}$



3. 图（1）和（2）微体均为平面应力状态微体，设ε_z是垂直于 xy 平面方向的正应变，则 D 。



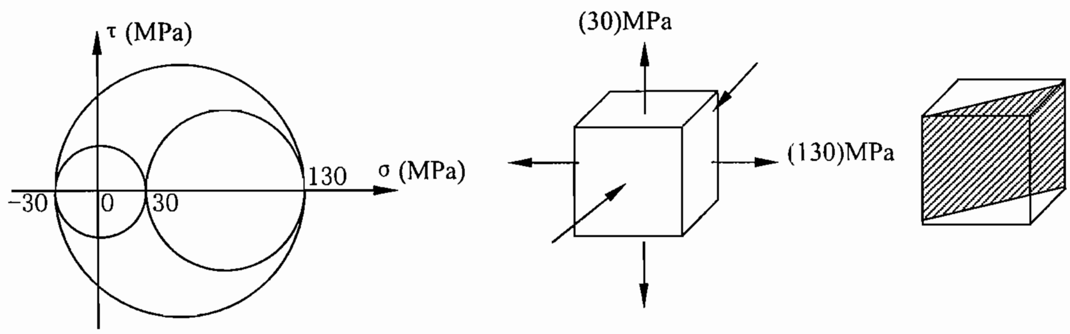
A. 两微体ε_z均等于零；　　B. 两微体ε_z均小于零

C. 两微体ε_z均大于零；　　D. 微体（1）ε_z小于零，微体（2）ε_z等于零

E. 微体（1）ε_z等于零，微体（2）ε_z小于零

二、填空题

1. （8 分）试在三向应力圆对应的主平面微体上填写各主应力之值，并画出最大切应力的作用面

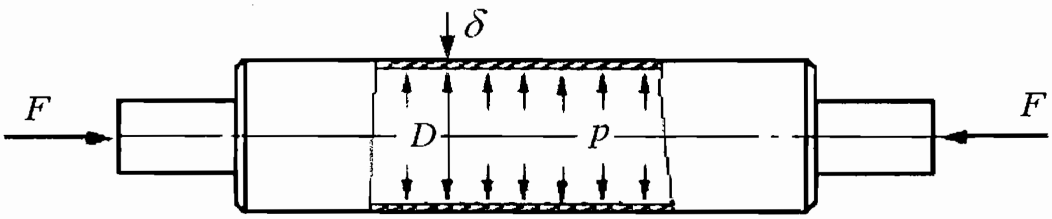


(30)MPa

2.（6 分）某恒幅循环应力循环特征 r=1/7，平均应力 $\sigma_m = 40MPa$，则最大应力 $\sigma_{\max} =$ （ 70MPa ），最小应力 $\sigma_{\min} =$ （ 10MPa ），应力幅 $\sigma_a =$ （ 30MPa ）。

三、计算题 ……………………………………………………………………（ 75 分）

1.（15 分）图示铸铁构件，中段为一内径 $D = 200mm$、壁厚 $\delta = 10mm$ 的圆筒，圆筒内的压力 $p = 2MPa$，两端的轴向压力 $F = 300KN$，材料的泊松比 $\mu = 0.25$，许用拉应力 $[\sigma_t] = 30MPa$。试校核圆筒部分的强度。



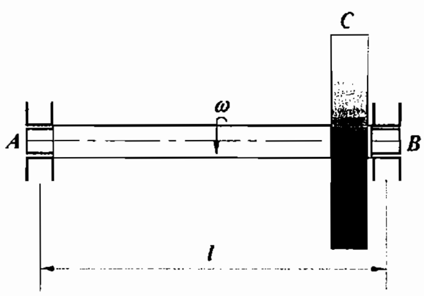
解：$\sigma_x = \sigma_p + \sigma_F = \dfrac{pD}{4\delta} - \dfrac{F}{A} = -37.75MPa$ （或 $-35.47MPa$）

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = 20MPa$$

选用第二强度理论。

$$\sigma_{r2} = \sigma_t - \mu\sigma_x = 29.44MPa < [\sigma_t] \text{ （或 28.87）}$$

2.（15 分）图示圆截面轴 AB，B 端装有飞轮 C，轴与飞轮以角速度 ω 等速旋转，旋转轴在 A 端突然被刹停，求轴内的最大扭转切应力。轴径为 d，飞轮转动惯量为 J。（轴的转动惯量与飞轮的变形均忽略不计）



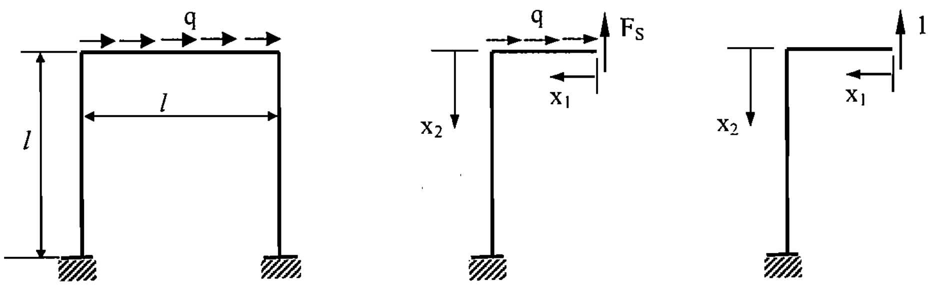
解：$\frac{1}{2}T_d\theta_d = \frac{1}{2}J\omega^2$ 改

$$\theta_d = \frac{T_d l}{GI_P} \qquad I_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

解得：$T_d = \omega d^2\sqrt{\frac{G\pi J}{32l}}$

$$\tau_{\max} = \frac{T_d}{W_P} = \frac{4\omega}{d}\sqrt{\frac{GJ}{2\pi l}}$$

3.（15 分）试画图示刚架的弯矩图，设弯曲刚度 EI 为常数。



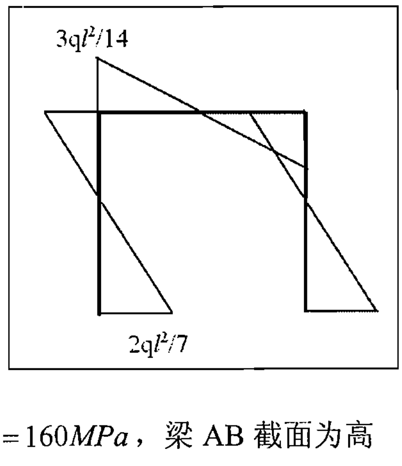
解：$M(x_1) = F_s x_1 \qquad M(x_2) = F_s\frac{l}{2} - \frac{ql}{2}x_2$

$\bar{M}(x_1) = x_1 \qquad \bar{M}(x_2) = \frac{l}{2}$

$$f_A = \frac{1}{EI}\left[\int_0^{l/2} M(x_1)\bar{M}(x_1)dx_1 + \int_0^l M(x_2)\bar{M}(x_2)dx_2\right] = 0$$

解得：$F_s = \frac{3}{7}ql$

弯矩图为

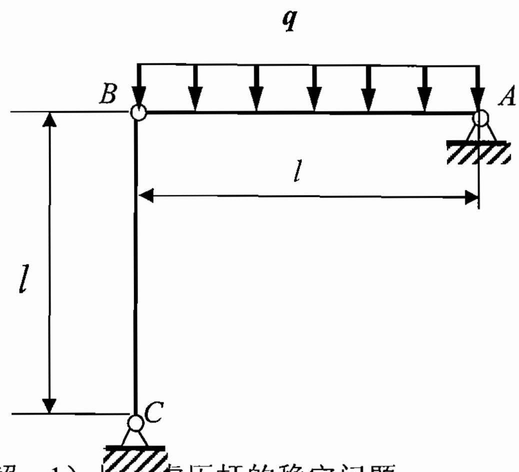


4、（15 分）图示结构，$l = 1m$，梁 AB 许用应力$[\sigma] = 160MPa$，梁 AB 截面为高宽比$h/b = 2$的矩形，压杆 BC 为直径$d = 20mm$的圆杆，$E = 200GPa$，稳定安全系数$n_{st} = 3$，对中柔度杆$\sigma_{cr} = a - b\lambda$，$a = 304MPa$，$b = 1.12MPa$，

$\lambda_0 = 61$，$\lambda_p = 100$，

（1）若梁的截面高度可变，试确定结构的许用均布载荷[q]；

（2）试在安全与经济的前提下设计梁的截面尺寸。



解：1）只考虑压杆的稳定问题。

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1\times1000}{20/4} = 200 > \lambda_p$$ 为大柔度压杆

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = 15.5KN$$

$$\frac{1}{2}[q]l = \frac{F_{cr}}{n_{st}}$$

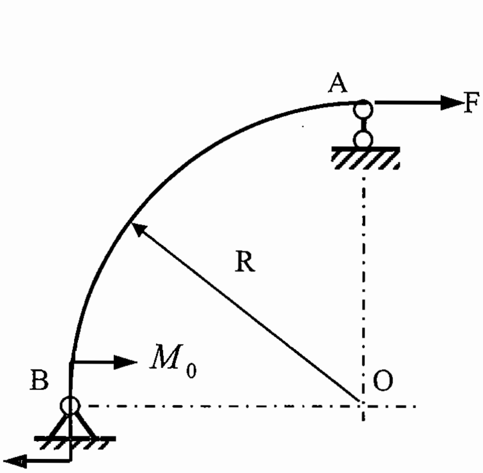
解得：$q = 10.33KN/m$

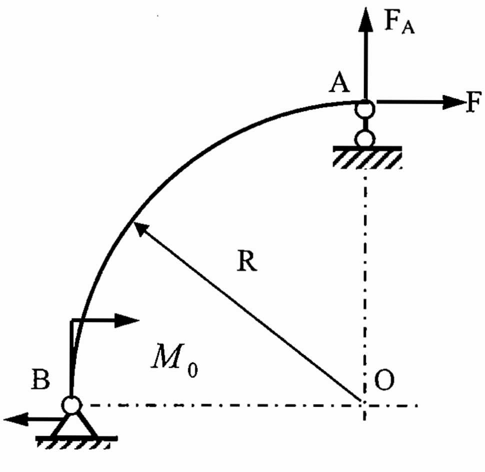
2）$\frac{M_{\max}}{W_z} = [\sigma]$　　　$M_{\max} = \frac{1}{8}ql^2$　　　$W_z = \frac{bh^2}{6}$

解得：$b = 23mm$

$h = 46mm$

5.（15 分）图示四分之一圆弧构件，其平均半径为 R，弯曲刚度 EI 为常数，略去拉压、剪切变形的影响，试用卡氏定理求 A 端的水平位移及转角。





解：1）求 A 端水平位移。

$$F_A = F + \frac{M_0}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) - (F + \frac{M_0}{R})R\sin\theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial F} = R(1-\cos\theta) - R\sin\theta$$

$$\Delta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial F} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi-2)M_0R^2 + 4(\pi-3)FR^3}{4EI}$$

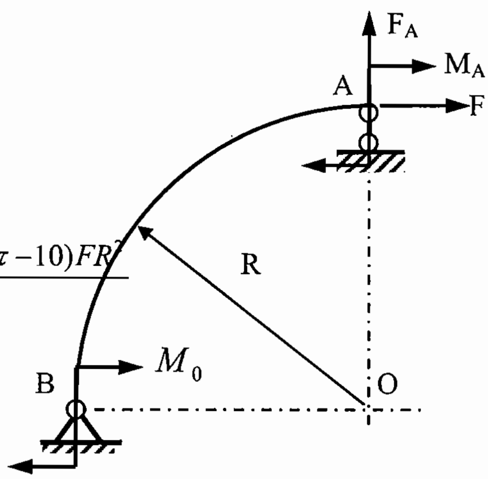
2）求 A 截面转角。

$$F_A = F + \frac{M_0 + M_A}{R}$$

$$M(\theta) = FR(1-\cos\theta) + M_A - (F + \frac{M_0 + M_A}{R})R\sin\theta$$

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} = 1 - \sin\theta$$

$$\theta_A = \frac{1}{EI}\int_0^{\pi/2} \frac{\partial M(\theta)}{\partial M_A} M(\theta) R d\theta = \frac{(\pi-4)M_0R + (3\pi-10)FR^2}{4EI}$$



北京航空航天大学

2007-2008 学年 第二学期期末

《材料力学 B》

补 考 A 卷

班级______ 学号______

姓名______ 成绩______

2008年6月14日

一. 选择题 （单选或多选）每题 5 分

1．低碳钢拉件的应力—应变曲线大致可以分为哪四个阶段 D 。

A．线性阶段、屈服阶段、塑性变形阶段、断裂阶段。

B．线性阶段、塑性变形阶段、硬化阶段、颈缩阶段。

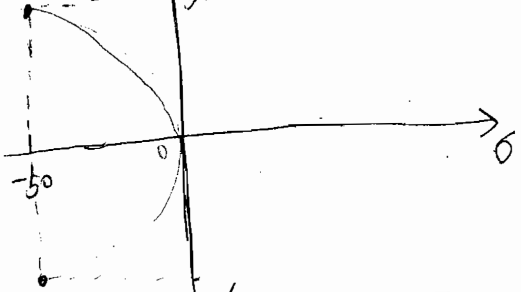
C．线性阶段、屈服阶段、硬化阶段、断裂阶段。

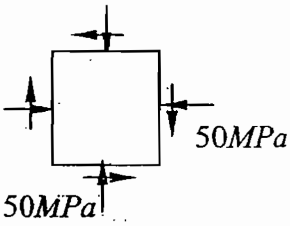
D．线性阶段、屈服阶段、硬化阶段、颈缩阶段。√

二. 填空题 每题 5 分

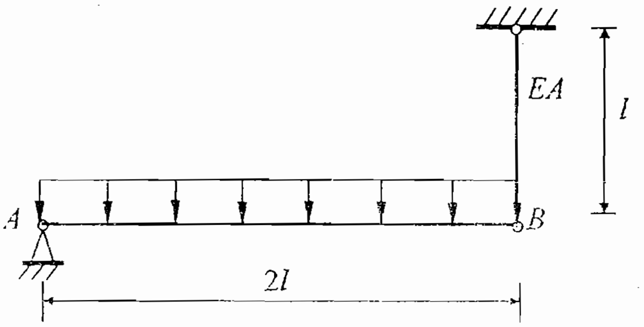
1．已知应力状态如图。试绘出应力圆。

并写出主应力的大小 σ_1 = 0 MPa， σ_2 = 0 MPa， σ_3 = -100 MPa 。





√2．写出$\boxed{\text{用积分法求位移}}$时，梁的边界条件。 $\Delta_A=0$



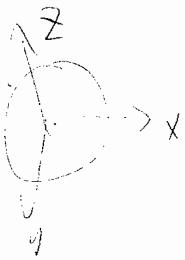
√3．第一强度理论是 最大拉应力理论，相当应力 $\sigma_{r1}=\sigma_1$

第二强度理论是 最大拉应变理论，相当应力 $\sigma_{r2}=\sigma_1-\mu(\sigma_2+\sigma_3)$

第三强度理论是 最大切应变理论，相当应力 $\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3$

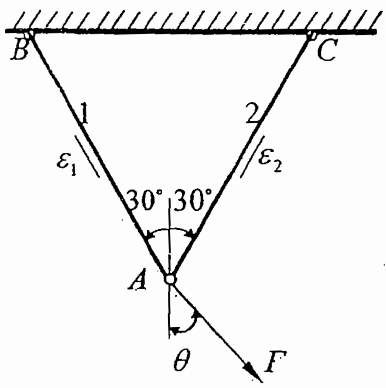
第四强度理论是 畸变能理论 ，相当应力 $\sigma_{r4}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}$

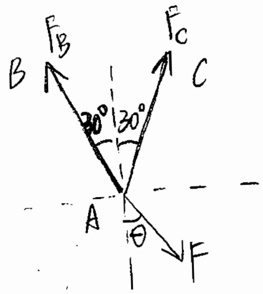
4．若截面对 Z 轴的静矩 S_z=0. 则该 Z 轴为截面的形心轴。



三．计算题　每题 15 分

1. 图示桁架，杆 1 与杆 2 的横截面面积与材料均相同，在节点 A 处承受荷载 F 作用。从试验中测得杆 1 与杆 2 的纵向正应变分别为 $\varepsilon_1 = 4.0\times10^{-4}$ 与 $\varepsilon_2 = 2.0\times10^{-4}$。试确定载荷 F 及其方位角 θ 值。已知：$A_1 = A_2 = 200mm^2$，$E_1 = E_2 = 200GPa$。





$$\begin{cases} F_B\cos30^\circ + F_C\cos30^\circ = F\cos\theta \\ F_B\sin30^\circ = F_C\sin30^\circ + F\sin\theta \end{cases}$$

解：$F_A = \sigma_1 \cdot A_1 = E_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot A_1$

$= 200\times10^9\times4\times10^{-4}\times200\times10^{-6}$

$= 1.6\times10^4 N$

$F_B = \sigma_2 A_2 = E_2\varepsilon_2 A_2 = 200\times10^9\times2\times10^{-4}\times200\times10^{-6}$

$= 8\times10^3 N$

$$\therefore \begin{cases} F\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}(2.4\times10^4) \\ F\sin\theta = \frac{1}{2}(0.8\times10^4) \end{cases}$$

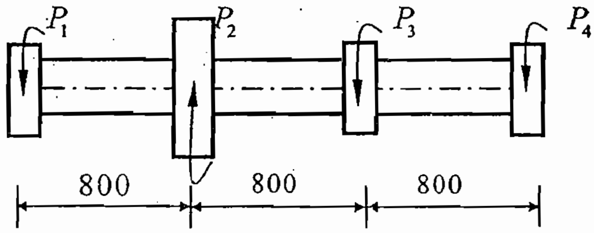
$$\tan\theta = \frac{\frac{1}{2}\times0.8\times10^4}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times2.4\times10^4} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} \theta = 10.89^\circ \\ F = 2.12\times10^4 N \end{cases}$$

2. 某传动轴，转速 $n = 300r/\min$，轮 1 为主动轴，输入功率$P_1 = 50\,\mathrm{KW}$，轮 2、轮 3 与轮 4 为从动轮，输出功率分别为$P_2 = 10\,\mathrm{KW}$，$P_3 = P_4 = 20\,\mathrm{KW}$。试：

（1） 画出轴的扭矩图，并求轴的最大扭矩；

（2） 若许用应力$[\tau]$=80 MPa 。试确定轴的直径。

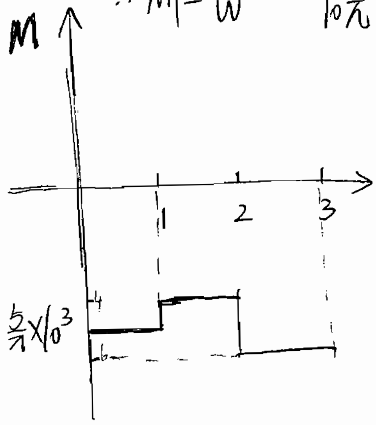


解 (1) $n = 300r/min = 5r/s$ $W = 2\pi n = 10\pi\ rad/s$

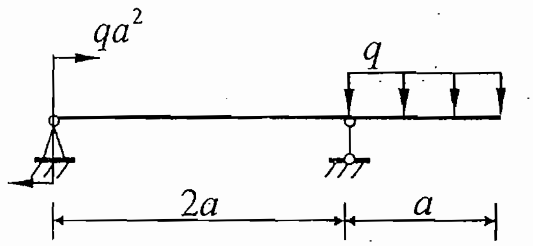
$P_1 = 50kW$ $P_2 = 10kW$ $P_3 = P_4 = 20kW$

$\therefore M_1 = \frac{P_1}{W} = \frac{50\times10^3}{10\pi} = \frac{1}{\pi}\times5\times10^3\ N\cdot m$ 同理: $M_2 = \frac{1}{\pi}\times10^3\ N\cdot m$

$M_3 = M_4 = \frac{2}{\pi}\times10^3\ N\cdot m$

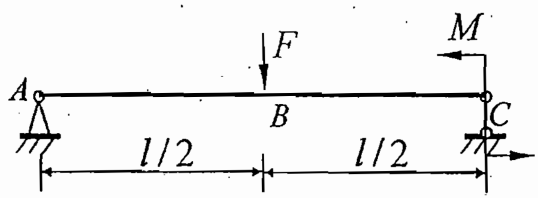


3. 利用微分关系画梁的剪力，弯矩图。



解：

4. 梁的弯曲刚度 EI 均为常数，试用叠加法计算截面 B 的转角与截面 C 的挠度。



5. 图示圆截面直角拐轴，位于水平面内。在拐轴的 AB 段上受垂直向下的均布载荷 $q=1\ N/mm$。已知 $l=100\,\text{cm}$。许用应力 $[\sigma]=160\ \text{MPa}$。

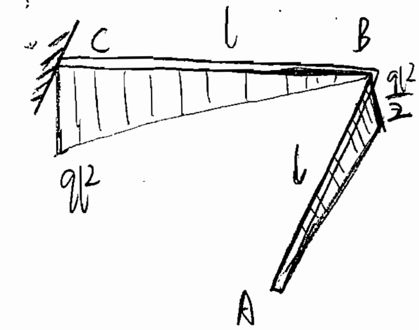
试按第三强度理论确定轴的直径。

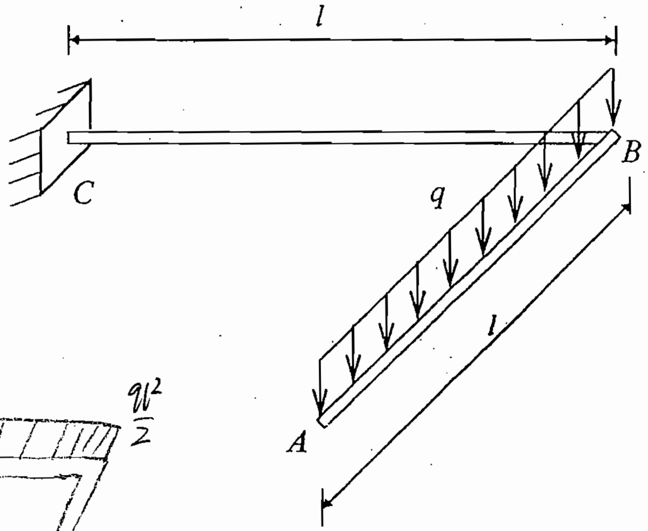
$q=1000\ N/m$

$l=0.1m$

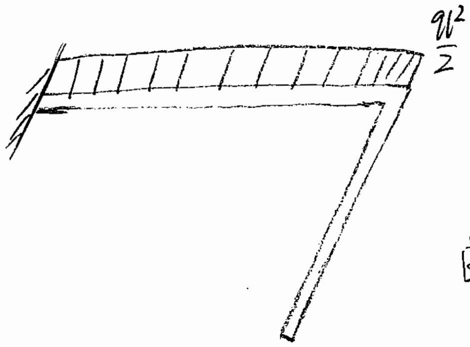
$ql\cdot\frac{l}{2}$

解：弯矩图：

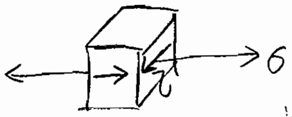




扭矩图：



由此可知C点所处的截面为危险截面



取单元体

$$\sigma=\frac{M_A}{W_z}=\frac{ql^2}{\frac{1}{32}\pi d^3}=\frac{32ql^2}{\pi d^3}$$

$$\tau=\frac{T}{W_p}=\frac{\frac{1}{2}ql^2}{\frac{1}{16}\pi d^3}=\frac{8ql^2}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{r3}=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}=\sqrt{\frac{32^2\cdot q^2l^4}{\pi^2d^6}+4\times\frac{64q^2l^4}{\pi^2d^6}}\leq[\sigma]=160\text{MPa}$$

$$\frac{1}{d^3}\sqrt{\frac{32^2\times(10^3)^2\times0.1^4}{\pi^2}+\frac{4\times64\times(10^3)^2\times0.1^4}{\pi^2}}\leq160\times10^6$$

$$d\geq1.645$$

北京航空航天大学

2007-2008 学年 第二学期期末

《材料力学 B》

考试 A 卷

班级________ 学号________

姓名________ 成绩________

2008 年 6 月 14 日

一、选择题 （单选或多选）每题 5 分

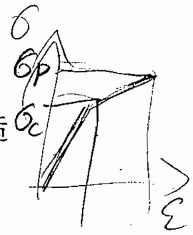
1．在一般金属材料中，下列结论正确的是 BC。

A: $\mu=-\varepsilon'/\varepsilon$ ，可以是正值，也可以为负值。

B. $\mu=|\varepsilon'/\varepsilon|$ ，是无量纲量，其值小于 0.5 。√

C. E 、μ 均为反映材料弹性性质的常数，不同的材料具有不同的值。√

D. 不管是脆性材料还是塑性材料，只要应力不超过材料的弹性极限 σ_e，胡克定律总是适用的。？ 线弹性体 X σ_p



D

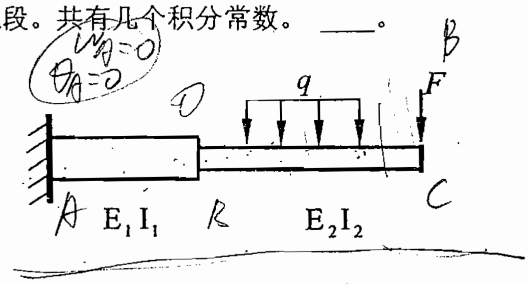
2．变截面梁，用积分法求挠曲线方程时应分几段。共有几个积分常数。____。

A．分 2 段，共有 2 个积分常数。

B．分 2 段，共有 4 个积分常数。

C．分 3 段，共有 6 个积分常数。

D．分 4 段，共有 8 个积分常数。√



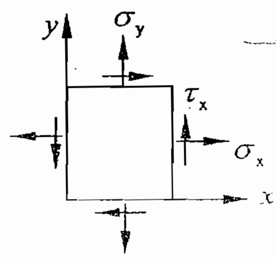
二. 填空题 每题 5 分

1．微体受力如图。已知 σ_x，σ_y，τ_x 的数值相等，均等于 50MPa 。则微体的主应力

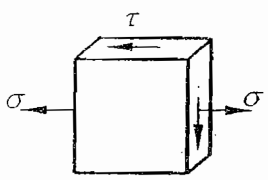
$\sigma_1=$ ________， $\sigma_2=$ ________ ， $\sigma_3=$ ________ 。

最大主应力与 x 轴的夹角 $\alpha=$ ________

$S_z=0$

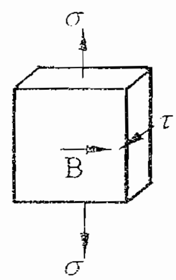


2．分别写出 A、B 点应力状态的相当应力 σ_{r3} 和 σ_{r4} 的表达式。（已知 $|\sigma|>|\tau|$ ）。



$\sigma_{r3}=$ ______

$\sigma_{r4}=$ ______

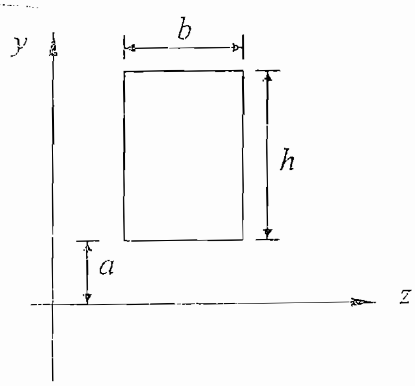


$\sigma_{r3}=$ ______

$\sigma_{r4}=$ ______

3．图示矩形截面，若 Z 轴平行于底边，则该截面对于 Z 轴的惯性矩

$I_Z=$ ________。



三. 计算题　每题 15 分

1. 图示结构中的 AB 杆为刚性杆，杆 ① 和杆 ② 的材料相同、长度相等。

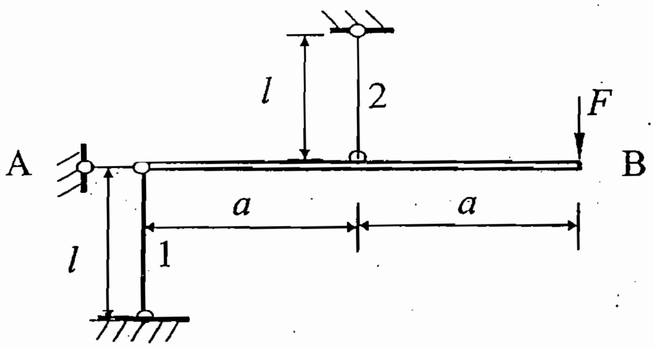
   已知：$l=1$ m。①杆的横截面面积 $A_1=100\ \mathrm{mm}^2$，

   材料的弹性模量 $E=200$ GPa，$[\sigma]=120$ MPa。

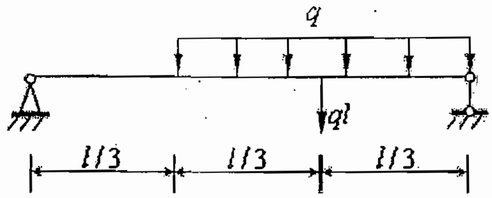
   试求：(1) 结构的许用载荷 $[F]$

   (2) ②杆所需的横截面积 A_2

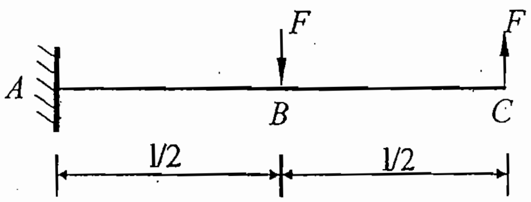
   (3) 在 $[F]$ 作用下，B 端的竖直位移 δ_B



2.利用微分关系画梁的剪力、弯矩图。



3. 梁的弯曲刚度 EI 为常数，试用叠加法计算截面 B 的转角和截面 C 的挠度。



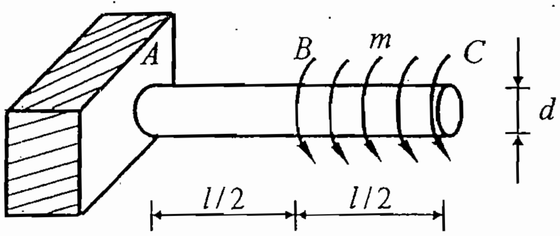
4. 实心圆轴 A 端固定，BC 段受均布力偶 m 作用。

已知： $m=10\,KN\cdot m/m$ ，材料的剪切模量 G=80GPa，许用切应力$[\tau]$=30MPa ，

单位长度许用扭角 $[\theta]$=0.5°/m 。 圆轴长度 $l=2m$ 。

1） 作扭矩图。

2） 确定圆轴直径 d 。



5. 钢制圆轴，受弯矩M和扭矩T联合作用。测得A点处沿轴向的应变 $\varepsilon_x = 5\times10^{-4}$ ，B点与轴线成45°方向的应变为 $\varepsilon_{45^\circ} = 4\times10^{-4}$ 。 已知圆轴材料的 E=200GPa，μ=0.3 [σ]=160MPa 。

用第三强度理论校核轴的强度。