

第四章 级数

- 一、 1. (C) 2. (C) 3. (D) 4. (A) 5. (D)
 6. (D) 7. (B) 8. (A) 9. (C) 10. (B)
 11. (D) 12. (B) 13. (B) 14. (A) 15. (C)

- 二、 1. 发散 2. $R_2 \geq R_1$ 3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\frac{1}{n!} f^{(n)}(z_0) (n=0,1,2,\dots)$ 或 $(\frac{1}{2\pi i} \oint_{|z-z_0|=r} \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz (n=0,1,2,\dots \quad 0 < r < d))$

5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} z^{2n+1} (|z| < 1)$ 6. $\frac{R}{2}$ 7. $1 < |z-1| < 2$

8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$ 9. π 10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n i^n}{(z-i)^{n+2}}$

三、 $a_0 = a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 2),$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right\} (n=0,1,2,\dots).$$

六、 $f(z) = \frac{z(1+z)}{(1-z)^3}, 6.$

九、 $\frac{\ln(2-z)}{z(z-1)} = \frac{1}{z-1} \cdot \frac{1}{z} \cdot \ln(2-z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k+1}}{n-k+1} \right) (z-1)^n.$