一、 选择题

(1)设$f(t)=\delta(t-t_0)$,则L $[f(t)]=($ $\qquad$ $)$

$(A)\ 1$ $\qquad$ $(B)\ e^{t_0 s}$ $\qquad$ $(C)\ e^{-t_0 s}$ $\qquad$ $(D)\ 2\pi$

（2）L $[\cos(t-\frac{\pi}{4})]=$（ $\qquad$ ）

（A）$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s+1}{s^2+1}$ $\qquad$ （B）$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s-1}{s^2+1}$ $\qquad$ （C）$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s+1}{s^2+1}e^{-\frac{\pi}{4}s}$ $\qquad$ （D）$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s-1}{s^2+1}e^{-\frac{\pi}{4}s}$

(3) L $[\int_0^t e^{-3t}\sin t\,\mathrm{d}t]=$（ $\qquad$ ）

（A）$\frac{1}{s}\frac{1}{(s-3)^2+1}$ $\qquad$ （B）$\frac{1}{s}\frac{1}{(s+3)^2+1}$

（C）$-\frac{1}{s}\frac{1}{(s+3)^2+1}$ $\qquad$ （D）$-\frac{1}{s}\frac{1}{(s-3)^2+1}$

(4) $\mathrm{L}[t\int_0^t e^{-3t}\sin t\,\mathrm{d}t]=$（ $\qquad$ ）

（A）$-\frac{1}{s^2}\frac{3s^2+12s+10}{(s-3)^2+1}$ $\qquad$ （B）$\frac{1}{s^2}\frac{3s^2+12s+10}{(s-3)^2+1}$

（C）$-\frac{1}{s^2}\frac{3s^2+12s+10}{(s+3)^2+1}$ $\qquad$ （D）$\frac{1}{s^2}\frac{3s^2+12s+10}{(s+3)^2+1}$

(5) 函数$\frac{s^2}{(s+1)^2+1}$的拉普拉斯逆变换为（ $\qquad$ ）

（A）$\delta(t)-2e^{-t}\cos t$ $\qquad$ （B）$\delta(t)-2\cos t-2\sin t$

（C）$\delta(t)-2e^{-t}\sin t$ $\qquad$ (D)$\frac{i-1}{2}e^{it}$

(6) 函数$\frac{s}{s+1}e^{-s}$的拉普拉斯逆变换为（ $\qquad$ ）

（A）$\delta(t-1)-e^{-t}$　　（B）$\delta(t-1)u(t-1)-e^{-t}$

（C）$e^{-(t-1)}u(t-1)$　　（D）$\delta(t-1)u(t-1)-e^{-(t-1)}u(t-1)$

(7)积分$\int_0^{+\infty} te^{-2t}\cos t dt$的值为（　　）

（A） 0　　(B) $\frac{3}{25}$　　(C) $-\frac{3}{25}$　　(D) $\frac{4}{25}$

(8) 积分$\int_0^{+\infty}[\int_0^{\tau} e^{-\tau}\cos\tau d\tau]e^t dt$的值为（　　）

（A） 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) 不存在

(9) $t<a$时$u(t-a)*f(t)$的值为（　　）

（A） 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) 不存在

二、 填空题

（1）设$\mathcal{L}[f(t)]=F(s),\ \ a>0$, 则$\mathcal{L}[e^{-\frac{t}{a}}f(\frac{t}{a})]=$________________

（2）$\mathcal{L}[t^2u(1-e^{-t})]=$________________

（3）$\mathcal{L}[e^{-(t+\alpha)}\cos\beta t]=$________________

（4）$\mathcal{L}[\sin(t-2)u(t-2)]=$________________

（5）$\mathcal{L}^{-1}[\frac{e^{-5s+1}}{s}]=$________________

（6）$\mathcal{L}^{-1}[\frac{1}{s^3(s-a)}]=$________________

（7）$\mathcal{L}^{-1}[\ln\frac{s^2+1}{s(s+1)}]=$________________

（8）$\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}dt=$______________________

（9）$\delta(t-a)*f(t)=$______________________

三、 计算下列函数的拉普拉斯变换.

（1）$f(t)=\begin{cases}3, & 0\le t<0\\ -1, & 2\le t<4\\ 0, & t>4\end{cases}$ （2）$f(t)=\sin 2t-3\cos 2t-8e^{-2t}+2$

（3）$f(t)=t\cos at$ （4）$\int_0^t\frac{e^t-\cos 2t}{t}dt$

四、 计算下列函数的拉普拉斯逆变换。

（1）$\frac{s+1}{s^2+4s+4}$ （2）$\frac{1}{s^3+3s^2+2s}$ （3）$\frac{s^2}{(s+2)^2+4}$ （4）$\frac{2s^2e^{-s}-(s+1)e^{-2s}}{s^3}$

五、计算下列积分。

（1）$\int_0^{+\infty}t^2e^{-2t}\cos at\,dt$ （2）$\int_0^{+\infty}\frac{\sin^2 t}{t^2}dt$ (3) $\int_0^{+\infty}\sin(t-2)u(t-2)e^{-t}dt$

六、利用拉普拉斯变换求解下列微分方程或方程组。

1. $f''-5f'+6f=0,\quad f(0)=1, f'(0)=2$

2. $f''+2f'+f=\sin t, t\ge 0, f(0)=1, f'(0)=0.$

3. $ty''+y'+4ty=0,\ y(0)=3,\ y'(0)=0$

4. $ty''+(1-n-t)y'+nty=t-1\ (n=2,3,\cdots),\ y(0)=0$

5. $ty''+2(t-1)y'+(t-2)y=0,\quad y(0)=0$

6. $\begin{cases}x''-x-2y'=e^t\\ x'-y''-2y=t^2\end{cases},\quad x(0)=-\frac{3}{2}, x'(0)=\frac{1}{2}, y(0)=1, y'(0)=-\frac{1}{2}$