

北京航空航天大学

2021-2022 学年 第 2 学期期末

《离散数学(信息类)》

考试 A 卷

班 级 _____ 学 号 _____

姓 名 _____ 成 绩 _____

2022 年 06 月 26 日

《离散数学(信息类)》期末考试卷

注意事项：1、考生应自觉服从监考人员的管理，不得以任何理由妨碍监考人员履行职责，不得扰乱考场秩序。

2、考生在考场内必须保持安静，不准喧哗、左顾右盼、打手势等，不准夹带、旁窥、抄袭或有意让他人抄袭，不准传抄解析或交换试卷。

题目：

一、简答题.....(20 分)

二、论述题.....(20 分)

三、判断题.....(20 分)

四、范式题.....(10 分)

五、证明题.....(30 分)

1. 简答题（20 分，每题 5 分）

(1). 写出公式 $(p \wedge \neg p) \leftrightarrow (q \wedge \neg q)$ 的真值表，并判断公式的类型（永真/永假/可满足）。

(2)

a)指出公式 $\exists x \forall y (P(x,y) \wedge Q(z))$ 中的自由变元和约束变元,并指出约束变元辖域:

b)请对公式 $(\forall y P(x, y) \wedge \exists z Q(x, z)) \vee \forall x R(x,y)$ 中的约束变元进行改名,并对所有的自由变元代入相同的项 t (t 是可代入的), 请写出代入后的公式。

(3) 有以下四个命题:

a)“所有科莫多巨蜥都是有毒的”

b)“没有小型蜥蜴会攻击人类”

c)“不攻击人类的蜥蜴都是无毒的”

d)“科莫多巨蜥都是大型蜥蜴”

令 $P(x)$ 、 $Q(x)$ 、 $R(x)$ 和 $S(x)$ 分别表示语句 “ x 是科莫多巨蜥”、“ x 是小的”、“ x 会攻击人类”和“ x 是有毒的”。假定论域是所有蜥蜴的集合。用量词及 $P(x)$ 、 $Q(x)$ 、 $R(x)$ 和 $S(x)$ 表示上述命题。

(4). 请简要回答如何应用谓词逻辑的演绎定理证明下式:

$$\Gamma \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C)).$$

2. 论述题（20 分）

(1).某学校要从甲、乙、丙、丁、戊 5 名大学生中选派部分人组队，代表学校参加超算比赛，选派必须满足下列条件。

(1)若甲去，乙也去。

(2)丁、戊二人中必有一人去。

(3)乙、丙两人中去且仅去一人。

(4)丙、丁两人同去或同不去。

(5)若戊去，则甲、乙也同去。

请说明该校有几种选派组队方案，各是什么？请在符号表达基础上，用等值演算的方式进行分析，并将详细过程写出。（10 分）

(2). 用等值演算说明公式 $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ 的类型（永真式/永假式/可满足式），写出详细过程和结论。（5 分）

(3). 给出下列公式的真值，并写明过程。（5 分）

a) $\forall x (P(x) \vee Q(x))$, 其中 $P(x): x=1$, $Q(x): x=2$ 且论域是 $\{1,2\}$;

b) $\forall x (P \rightarrow Q(x)) \vee R(a)$, 其中 $P: 2>1$, $Q(x): x \leq 3$, $R(x): x>5$, $a:3$ 且论域 $\{-2,3,6\}$ 。

3. 判断题(20 分，每题 4 分)

(1).判断下列各组公式是否等值，给出判断过程。

a) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 与 $(p \wedge q) \rightarrow r$

b) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 与 $(p \wedge q) \rightarrow r$

(2). 判断 $\forall y \exists x P(x,y) \models \exists x \forall y P(x,y)$ 是否成立？若是则给出理由，不是请给出反例。

(3). 判断 “ $\Gamma, \neg Q \vdash R, \Gamma, \neg Q \vdash \neg R, \text{则} \Gamma \vdash Q$ ” 是否成立？如果成立，请给出理由，不成立请给出反例。

(4). 判断 $\neg(\forall x F(x) \rightarrow \exists y G(y)) \wedge \exists y G(y)$ 是否为永真式？若是则给出理由，不是请给出反例。

(5). 利用可靠性定理或者完备性定理判断下列推演是否成立？如果成立，请给出理由，不成立请给出反例。

$$\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x) \vdash \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

4. 范式题（10 分，每题 5 分）

(1). 给出下面公式的主析取范式和主合取范式 (5 分)

$$(Q \vee R) \wedge \neg P$$

(2). 数字逻辑电路输入 X、Y、Z 与输出 A、B 的关系如下表所示，请分别给出输出 A 和 B 的主析取范式形式的公式 (5 分)

X	Y	Z	A	B
1	1	1	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	1	0

5.证明题（30 分，每题 10 分）

(1). 用命题逻辑语义方法判断下面逻辑推论是否成立？若命题成立，给出证明；若命题不成立给出反例。

$$(P \wedge Q) \rightarrow R, \neg S, \neg R \vee S \vdash \neg P \vee \neg Q$$

(2). 用公理方法证明(不可用演绎定理，使用演绎定理按照 50%等比例减分。提示：证明过程可能会用到的定理：1) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$; 2) $\vdash Q \rightarrow Q$; 3) $\vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 。

$$\neg((Q \rightarrow R) \rightarrow R) \vdash \neg Q$$

注：给出过程和证据

(3). 用公理方法证明(不可用演绎定理，使用演绎定理按照 50%等比例减分。提示：证明过程可能会用到的定理：1) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$; 2) $\vdash (P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$ 。

$$\forall x(Q(x) \vee P(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow \neg R(x)) \vdash \forall xR(x) \rightarrow \forall xP(x)$$

注：给出过程和证据