北京航空航天大学

试 题 专 用 纸

课程编号：23112108

课程名称：电动力学

任课教师：田光善

注意事项：

1.考试时间为120分钟，考试方式闭卷；

2.全部答案写在答题纸上；

3.考试结束后，请将本试卷和答题纸、草稿纸一并交回。

电动力学期末考试试题(2020 年秋季)

1. (10 分) 在球坐标系中，两个方向上的单位矢量 $\vec{n}$ 和 $\vec{n}'$ 分别由角度 θ,φ 和 θ',φ' 给出。试写出 $\vec{n}$ 与 $\vec{n}'$ 之间夹角 α 的余弦对于 θ,φ 和 θ',φ' 的依赖关系。

2. (10 分) 试将沿一个闭合回路 C 的积分 $\oint_C \varphi(x,y,z)df(x,y,z)$ 改写成沿以该回路为边界的曲面 S_C 上的积分。这里，$\varphi(x,y,z)$ 和 $f(x,y,z)$ 是定义在三维空间中的任意两个标量场。

3. (20 分) 一个在真空中传播的电磁波的电场强度矢量为

$$E_x = 0, \qquad E_y = E_{y0}\cos(\omega t - kx), \qquad E_z = 0.$$

其中，t 的单位为秒，x 的单位为厘米。试求：(a) 电磁波的频率 ν；(b) 电磁波的波长 λ；(c) 电磁波的传播方向；(d) 电磁波的磁感应强度矢量的方向。

提示：可以利用真空中的麦克斯韦方程组

$$\nabla\cdot\vec{E}(\vec{r},t)=0, \qquad \nabla\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t},$$

$$\nabla\cdot\vec{B}(\vec{r},t)=0, \qquad \nabla\times\vec{B}(\vec{r},t)=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}$$

中的一个方程求出电磁波的磁感应强度矢量 $\vec{B}(\vec{r},t)$ 的方向。

4. (10 分) 利用速度变换公式

$$v'_x=\frac{v_x-V}{1-\frac{v_xV}{c^2}}, \qquad v'_y=v_y\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{v_xV}{c^2}}, \qquad v'_z=v_z\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c_2}}}{1-\frac{v_xV}{c^2}},$$

证明等式

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{\vec{v}'\cdot\vec{V}}{c^2}}$$

成立。其中，$\vec{v}$ 和 $\vec{v}'$ 是同一粒子在 S 系和 S' 系中的速度，$\vec{V}=V\vec{e}_x$ 是 S' 系相对于 S 系作匀速直线运动的速度。

5. (10 分) 设在实验室系中有一根无限长的直导线均匀带电，其线电荷密度为 χ，且载有电流 I_0。试求出只存在电场或只存在磁场的参考系 S' 相对于实验室系的运动速度，以及这些场的数值和方向。

提示：当 S' 系相对于 S 系以速度 $\vec{V}$ 作匀速直线运动时，两个参照系中的电场强度矢量和磁感应强度矢量通过下式进行变换：

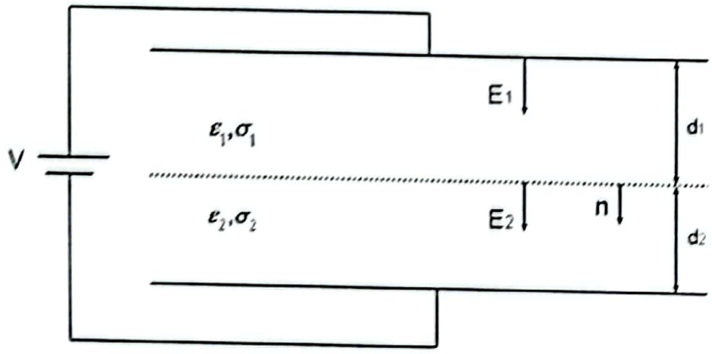
$$\vec{E}'(x_1',x_2',x_3',x_4')=\frac{\vec{E}(x_1,x_2,x_3,x_4)+\vec{V}\times\vec{B}(x_1,x_2,x_3,x_4)}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\vec{B}(x_1',x_2',x_3',x_4')=\frac{\vec{B}(x_1,x_2,x_3,x_4)-\dfrac{\vec{V}}{c^2}\times\vec{E}(x_1,x_2,x_3,x_4)}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

这里，$\beta=V/c$。

6. (20 分) 如图所示，一个由理想导体构成的平行板电容器，两极板之间充满两层介质。它们的厚度分别为 d_1 和 d_2，电容率与电导率分别为 ε_1,σ_1 与 ε_2,σ_2。两平行板之间的电位差为 V。忽略边缘效应，求：

(a) 两种介质中的电场强度矢量；(b) 通过电容器的电流密度矢量；(c) 在两种介质分界面处的总面电荷密度 $\sigma=\sigma_f+\sigma_b$；(d) 在两种介质分界面处的自由电荷密度 σ_f。

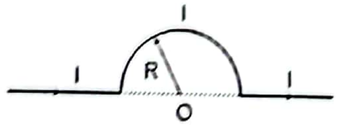


图一

7. (10 分) 如图所示，一根无限长导线载有电流为 I。将其某一段弯曲成半圆状，半圆半径为 R。试求半圆中心 O 点处的磁感应强度矢量 $\vec{B}(0)$。

提示：毕奥-萨伐尔定律可以写作

$$d\vec{B}(\vec{r}_1)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}d\vec{l}_2\times\frac{\vec{r}_1-\vec{r}_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^3}.$$



图二

8. (10 分) 一个半径为a的导体球，表面均匀分布有总电量为Q的电荷。球体被均匀的流体电介质所包围，流体的电容率为ε，且已知其中的自由电荷密度为

$$\rho(\vec{r}) = -k\phi(\vec{r}).$$

式中，k为一常数，$\phi(\vec{r})$为空间$\vec{r}$处的静电势。已知$\vec{r} \to \infty$时，$\phi(\vec{r}) \to 0$。试求：

(a) 当$k > 0$时，导体球内、外的静电势分布$\phi_{k>0}(\vec{r})$；

(b) 当$k < 0$时，导体球内、外的静电势分布$\phi_{k<0}(\vec{r})$。

提示：在球坐标系中，拉普拉斯算符可以写作

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}.$$