

Métodos de Regularización y Estadística Bayesiana

Antonio Pita Lozano

Máster en Data Science

Métodos de Regularización

1. Regularización Ridge
2. Regularización Lasso
3. Regularización Elastic Net

Estadística Bayesiana

1. Naive Bayes Classifier

Los modelos de regresión y clasificación pueden presentar problemas en su construcción como sobreajuste o multicolinealidad. Los métodos de regularización son técnicas que permiten mejorar la capacidad de generalización de los modelos.

Principales técnicas:

Regularización Ridge

Regularización Lasso

Regularización Elastic Net

La **Regularización Ridge** pretende suavizar los coeficientes para mitigar las oscilaciones provocadas por la sobreestimación o la multicolinealidad fuerte.

 f_x

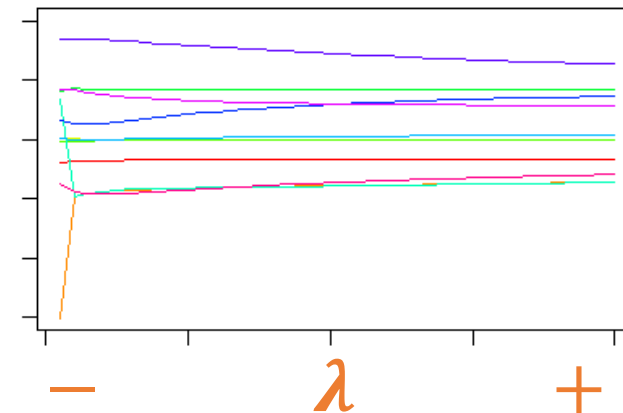
Función de coste

$$g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2$$

 f_x
 Función de coste
con
Regularización

$$g'(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m, \lambda) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \lambda \|\beta\|_{L_2}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2 + \lambda (\beta_1^2 + \dots + \beta_m^2)$$

Se reduce el valor
de los coeficientes



La **Regularización Lasso** pretende simplificar el modelo entrenado mediante la reducción de variables.

 f_x

Función de coste

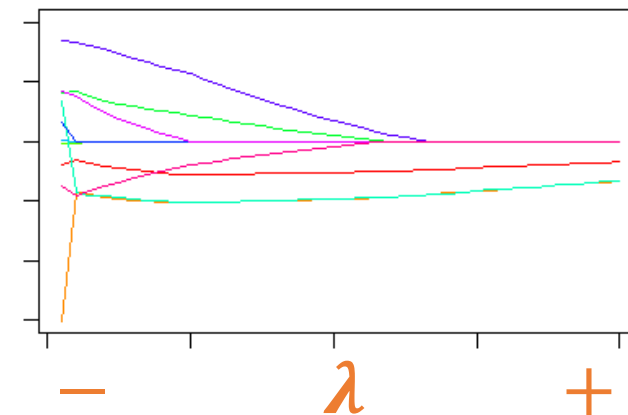
$$g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2$$

 f_x
 Función de coste
con
Regularización

$$g'(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m, \lambda) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \lambda \|\beta\|_{L1} =$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2 + \lambda (|\beta_1| + \dots + |\beta_m|)$$

Se reduce el
número de
variables



La **Regularización Elastic Net** es una generalización de las regularizaciones Ridge y Lasso.

 f_x

Función de coste

$$g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2$$

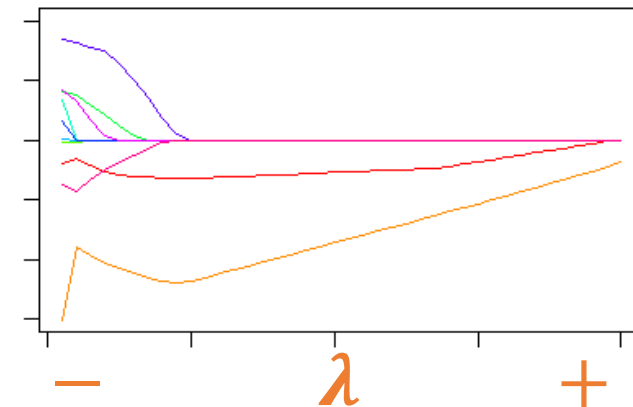
 f_x

Función de coste
con
Regularización

$$g'(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m, \lambda) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \lambda(\alpha \|\beta\|_{L_1} + (1 - \alpha) \|\beta\|_{L_2}^2) =$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_m x_{im})^2 + \lambda * (\alpha(|\beta_1| + \dots + |\beta_m|) + (1 - \alpha)(\beta_1^2 + \dots + \beta_m^2))$$

$\alpha = 0 \rightarrow \text{Ridge}$
 $\alpha = 1 \rightarrow \text{Lasso}$





La **Estadística Bayesiana** basa sus teorías en que la probabilidad se va modificando en función de las evidencias conocidas, así, la probabilidad de ocurrencia de un evento A ($P(A)$ llamada **prior**) se modifica al conocer una evidencia B . La nueva probabilidad se llama **posterior** y se denota por $P(A|B)$.

Teorema de Bayes: siendo A y B dos eventos

$$\text{posterior } P(A|B) = \frac{\text{prior } P(A) * P(B|A) \text{ likelihood}}{P(B) \text{ evidencie}}$$

Teorema de la Probabilidad Total: Siendo A_1, \dots, A_n una partición:

$$P(A) = P(A_1) * P(A|A_1) + \dots + P(A_n) * P(A|A_n)$$



Objetivo

Establecer una estimación de la probabilidad de ocurrencia de un evento (o grupo de eventos) en función de las evidencias conocidas.

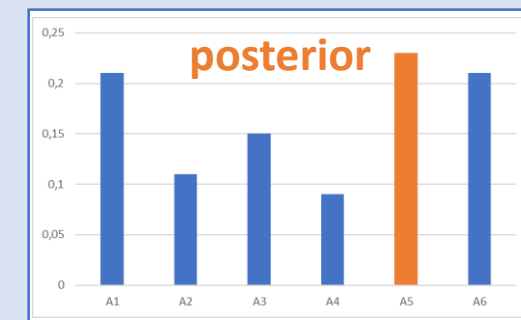
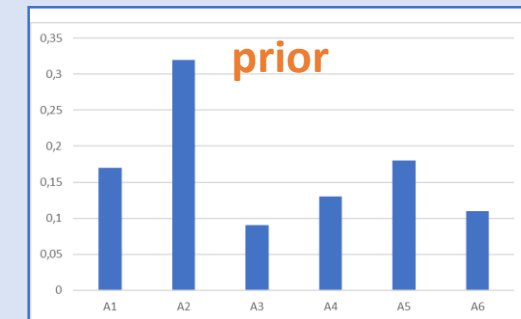
Desarrollo

Para la estimación de la probabilidad, es necesario calcular la probabilidad del evento condicionada a la evidencia, llamada posterior. Para ello se utilizan el teorema de Bayes, el teorema de la probabilidad total y la regla de la cadena.

$$\hat{y} = \arg \max_{k \in \{1, \dots, K\}} p(A_k | x_1, \dots, x_n) = \arg \max_{k \in \{1, \dots, K\}} p(A_k) \prod_{i=1}^n p(x_i | A_k)$$

El algoritmo considera de forma ingenua (naive) que las evidencias son condicionalmente independientes entre si para que los cálculos sean sencillos y computacionalmente accesibles.

El algoritmo permite clasificar entre varias categorías (A_1, \dots, A_k).





Naive Bayes Classifier



*Del Dato
al Conocimiento*



Métodos de Regularización y Estadística Bayesiana

Antonio Pita Lozano

Máster en Data Science



<https://www.linkedin.com/in/antoniopitalozano/>



@anto_pita