

智能控制项目作业—模糊控制

姓名：赵子瑞 班级：自动化钱61 学号：2160405068

项目任务

- 利用传统PID控制器实现对倒立摆的控制
- 利用PID控制器的模糊增益调整来实现倒立摆的自适应控制
- 对比试验结果并进行分析

倒立摆模型建立

简单的倒立摆可以由下图来表示。

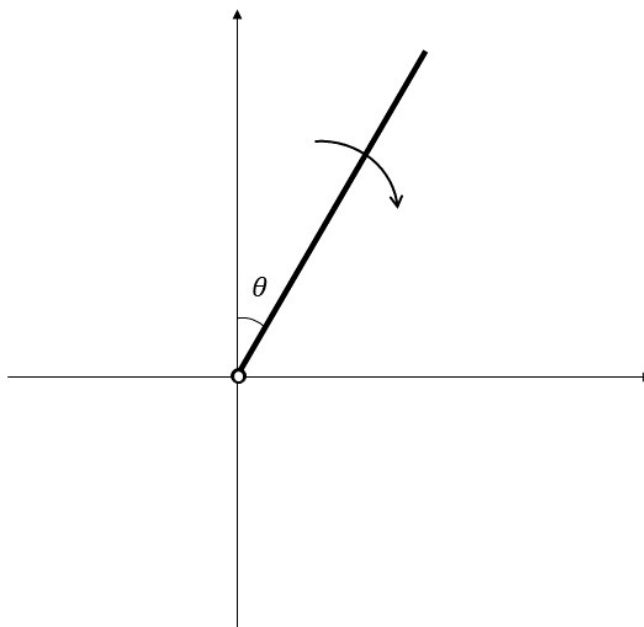


图1. 倒立摆模型

使用前向欧拉方法计算新的角度和角速度来更新观测。

$$\dot{\theta}_k = \dot{\theta}_{k-1} + \left[\frac{-3g}{2l} \sin(\theta + \pi) + \frac{3T}{ml^2} \right] dt \quad (\text{更新角速度})$$

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \dot{\theta}_k dt \quad (\text{更新角度})$$

其中 θ_k 为第 k 次观测中倒立摆的角度， $\dot{\theta}_k$ 为第 k 次观测中倒立摆的角速度， T 为施加在倒立摆上的扭矩， m 为倒立摆的质量， l 为倒立摆的摆长， g 为重力加速度。

传统PID控制器

简单的传统PID控制器可以用下图来表示。

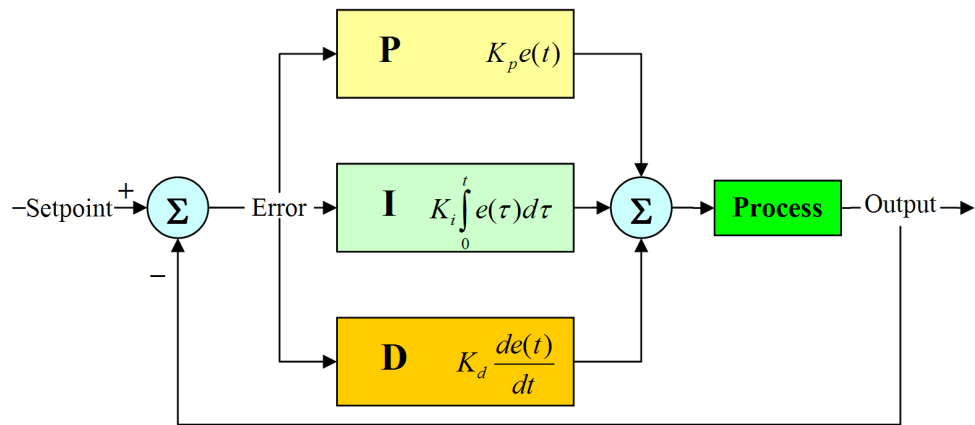


图2. PID流程图

其中，误差可以用下面的公式表示。

$$e(t) = \text{Setting}(t) - \text{feedback}(t) \quad (\text{误差})$$

利用计算的误差，输入到PID控制器中，得到输出按照如下公式计算。

$$O_{output} = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{PID 输出})$$

我们通过观察倒立摆的两个状态变量——角度和速度，也就是 θ 和 $\dot{\theta}$ 来实现对倒立摆的状态的PID控制。因此误差可以表示为：

$$e(t) = \theta_{setting}(t) - \theta_{observed}(t)$$

从而建立起简单的pid模型。

利用模糊增益调整实现自适应PID控制器

模糊自适应PID控制器结构

具有模糊增益调整的PID控制器可以由下图的结构来表示。

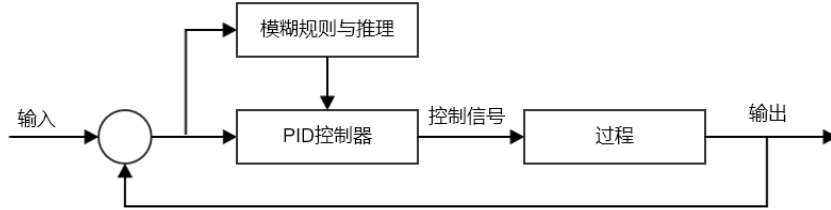


图3. 具有模糊增益调整的PID控制器

在这里我们设置PID的比例增益 K_p 、积分增益 K_i 和微分增益 K_d 都是可变的，同时需要一个变化范围，为 $[K_{pmin}, K_{pmax}]$ ， $[K_{imin}, K_{imax}]$ 和 $[K_{dmin}, K_{dmax}]$ 。注意，这里我并没有使用Ziegler-Nichols 调整规则，因为这样的调整规则会在这里介绍的倒立摆实验中使积分增益 K_i 变得非常大，因此我们采用模糊规则来对积分增益 K_i 进行调整，并且获得了非常好的效果。我会在实验部分给出实验数据进行对比。

模糊规则与推理过程建立

我们采用归一化参数，如下公式所示：

$$K'_p = \frac{K_p - K_{p,min}}{K_{p,max} - K_{p,min}}$$

$$K'_i = \frac{K_i - K_{i,min}}{K_{i,max} - K_{i,min}}$$

$$K'_d = \frac{K_d - K_{d,min}}{K_{d,max} - K_{d,min}}$$

参数由模糊规则决定：

$If : e(K)$ 是 A_i 和 $\Delta e(k)$ 是 B_i , $then : K'_p$ 是 C_i, K'_i 是 D_i, K'_d 是 E_i

这里的 A_i, B_i, C_i, D_i, E_i 是在相应支集上的模糊集合。其隶属度如下图所示

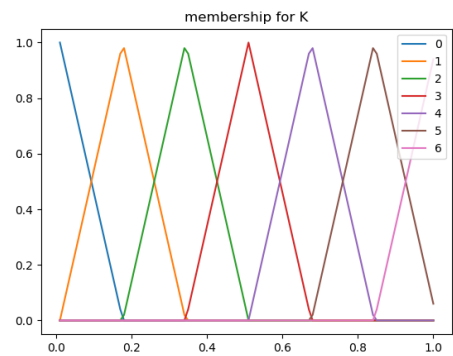


图4. 增益的模糊集合隶属度分布

$e(k)$ 和 $\Delta e(k)$ 的隶属函数如下图所示。

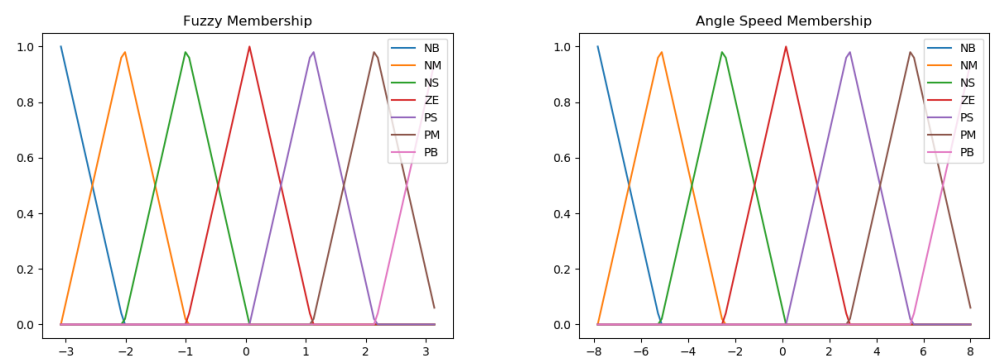


图5. 状态的模糊集合隶属度分布

我们确定了一系列准则，来保证pid控制算法的精确运行。准则可以由以下矩阵进行确定。

		$\Delta e(k)$							
		nb	nm	ns	ze	ps	pm	pb	
$e(k)$	nb	3	4	5	6	5	4	3	(K'_p 调整规则)
	nm	2	3	4	5	4	3	2	
	ns	1	2	3	4	3	2	1	
	ze	0	1	2	3	2	1	0	
	ps	1	2	3	4	3	2	1	
	pm	2	3	4	5	4	3	2	
	pb	3	4	5	6	5	4	3	

$$\begin{array}{c}
\Delta e(k) \\
\begin{array}{c} nb \quad nm \quad ns \quad ze \quad ps \quad pm \quad pb \\
\begin{array}{c} nb \\ nm \\ ns \\ ze \\ ps \\ pm \\ pb \end{array}
\end{array}
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\quad (K'_i \text{调整规则})$$

$$\begin{array}{c}
\Delta e(k) \\
\begin{array}{c} nb \quad nm \quad ns \quad ze \quad ps \quad pm \quad pb \\
\begin{array}{c} nb \\ nm \\ ns \\ ze \\ ps \\ pm \\ pb \end{array}
\end{array}
\begin{bmatrix}
3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
4 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
5 & 4 & 3 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
6 & 5 & 4 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
5 & 4 & 3 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
4 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3
\end{bmatrix}
\end{array}
\quad (K'_d \text{调整规则})$$

这样的调整规则是基于经验获得的：

- 在 $e(k)$ 较大、 $\Delta e(k)$ 较小的情况下，比例环节的增益应该调大，积分和微分环节调整的较小位置；
- $e(k)$ 较小、 $\Delta e(k)$ 较大的情况下，比例环节的增益应该调整较小，微分环节增益变大来缓解超调量，同时积分环节的比例调整到中等大小，来提高响应时间；
- $e(k)$ 较小、 $\Delta e(k)$ 也较小的情况下，采用较大的积分增益和较小的微分、比例增益，减小系统的调节时间。

通过以上经验，我们获得了上述的矩阵，通过以上的调整规则，我们可以基于状态动态的得到 K'_p ， K'_i ， K'_d 。按照下面的公式计算PID的参数。

$$K_p = (K_{p,\max} - K_{p,\min})K'_p + K_{p,\min} \quad (K_p \text{计算公式})$$

$$K_i = (K_{i,\max} - K_{i,\min})K'_i + K_{i,\min} \quad (K_i \text{计算公式})$$

$$K_d = (K_{d,\max} - K_{d,\min})K'_d + K_{d,\min} \quad (K_d \text{计算公式})$$

实验

实验环境

- 全部实验基于Python。
- 基于OpenAI的实验框架模型Gym，里面包含了很多控制模型，我们选用了里面的pendulum模型进行实验。
- Windows 10 系统环境

实验内容

我们通过python自行设计了传统PID控制系统和基于模糊推理的自适应PID控制器，进行了多次实验的对比和PID参数的调节，得到了以下实验结果。

PID控制器实验结果

我们随机设置了倒立摆的初始位置和初始速度进行了十次实验，通过PID控制器实验结果，得到了以下响应曲线。

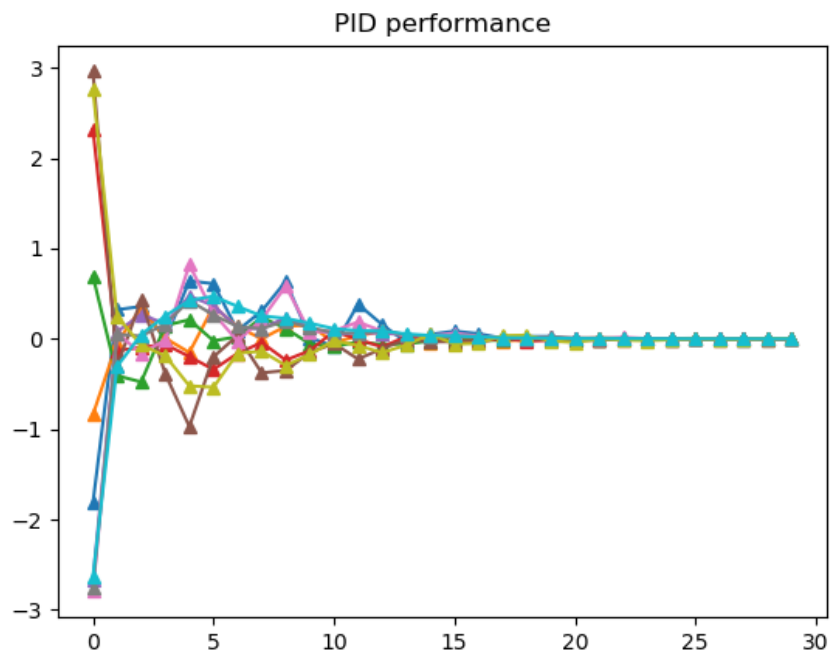


图6. 十次实验的经典PID控制结果,横坐标为时间, 单位为秒, 纵坐标为角度, 单位是rad

基于模糊增益调整的自适应PID控制器实验结果

与经典PID控制器实验一样，我们随机设置初始状态并进行了十次实验，得到了如下响应曲线。

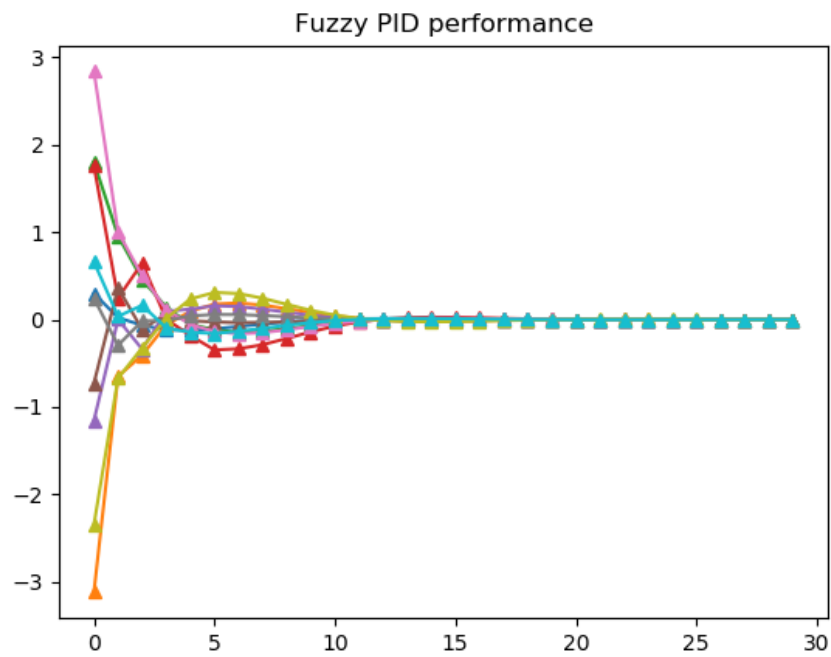


图7. 十次实验的模糊自适应PID控制结果，横坐标为时间，单位为秒，纵坐标为角度，单位是 rad

性能对比

我们对两个系统进行了对比，对于相同的初始状态，进行了多次对比，得到了下图。

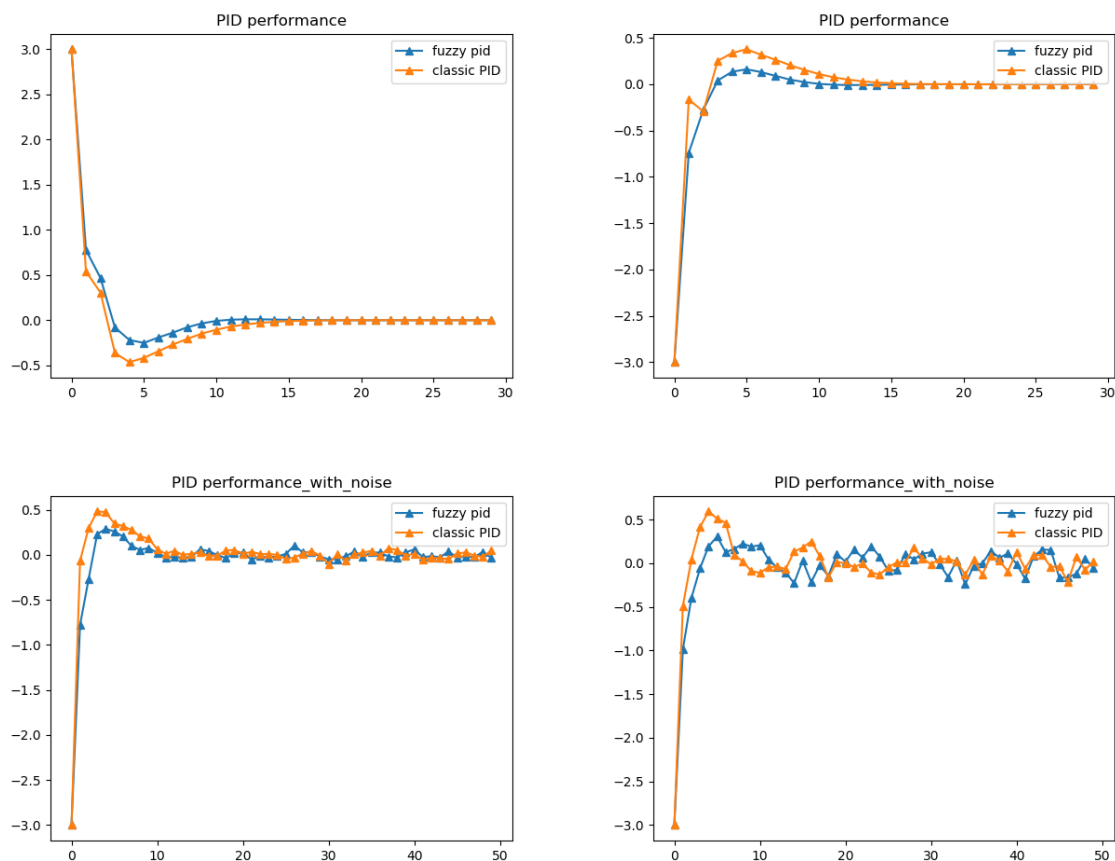


图8. 对比实验控制结果，横坐标为时间，单位为秒，纵坐标为角度，单位是rad

我们对实验的最大超调百分比、到达稳态时间，IAE和ISE进行了对比，如下表所示。

控制器	最大超调百分比	到达稳态时间/s	平均IAE	平均ISE
经典PID	21.12%	7.56	1.876	6.87
模糊控制自适应PID	6.35%	5.11	1.095	3.11

表1. 控制系统性能对比

实验分析与结论

通过实验对比，我们发现，通过模糊控制器对PID进行自适应调整增益，我们得到了性能更好的PID控制器，对于我们的实验来说，具有较为鲁棒的表现。控制系统的各项指标都达到了要求。由于时间有限，我并没有对规则进行更加细致的调节，因此模糊控制的性能应该还有更大的改进空间。

实验代码

项目组织框架：

```
\src                                % 源代码
    __init__.py                     % OOP初始化
    PID.py                          % 经典PID控制器
    Fuzzy_PID.py                    % 基于模糊增益调整的自适应PID控制器
\scripts                            % 执行脚本
    fuzzy_result.py                 % 自适应PID控制器脚本
    pid_result.py                   % 经典PID控制器脚本
\test                               % 测试脚本
    gym_tester.py                   % gym环境测试脚本
```

经典PID控制算法

```
'''
PID Controller In Python
Author: Ryan Zirui Zhao
Email: ryan_zzr@outlook.com

This is a simple PID control algorithm for python, using OOP.
'''

import time

class PID:

    def __init__(self, P = 0.2, I = 0, D = 0):
        '''
        Initialization.
        :param P: Proportional Parameter
        :param I: integral Parameter
        :param D: Derivative Parameter
        '''
        self.Kp, self.Ki, self.Kd = P, I, D
        self.sample_time = 0.0
        self.current_time = time.time()
        self.last_time = self.current_time
        self.clear()

    def clear(self):
        '''
        Clear all parameters.
        '''
```

```

self.SetPoint = 0.0
self.PTerm = 0.0
self.ITerm = 0.0
self.DTerm = 0.0
self.last_error = 0.0

self.int_error = 0.0
self.windup_guard = 15.0

self.output = 0.0

def update(self, feedback_value):
    """
    State Update.
    :param feedback_value: Current state value
    """
    error = self.SetPoint - feedback_value

    self.current_time = time.time()
    delta_time = self.current_time - self.last_time
    delta_error = error - self.last_error

    if (delta_time >= self.sample_time):
        pTerm = self.Kp * error
        if (pTerm < -self.windup_guard):
            self.PTerm = -self.windup_guard
        elif (pTerm > self.windup_guard):
            self.PTerm = self.windup_guard
        else:
            self.PTerm = pTerm
        self.ITerm += self.Ki * error * delta_time
        if (self.ITerm < -self.windup_guard):
            self.ITerm = -self.windup_guard
        elif (self.ITerm > self.windup_guard):
            self.ITerm = self.windup_guard
        if delta_time > 0:
            self.DTerm = self.Kd * delta_error / delta_time
        if (self.DTerm < -self.windup_guard):
            self.DTerm = -self.windup_guard
        elif (self.DTerm > self.windup_guard):
            self.DTerm = self.windup_guard
        self.last_time = self.current_time
        self.last_error = error

    Output = self.PTerm + (self.ITerm) + (self.DTerm)

```

```

        if Output > 20:
            self.output = 20
        elif Output < -20:
            self.output = -20
        else:
            self.output = Output

def setKp(self, Proportional_gain):
    self.Kp = Proportional_gain

def setKi(self, Integral_gain):
    self.Ki = Integral_gain

def setKd(self, derivative_gain):
    self.Kd = derivative_gain

def setSampleTime(self, sample_time):
    self.sample_time = sample_time

def setSetPoint(self, setpoint):
    self.SetPoint = setpoint

```

基于模糊增益调整的自适应PID控制器

```

import skfuzzy as sf
import time
import numpy as np
from math import pi, log

class Fuzzy_PID:

    def __init__(self, Pmax, Pmin, Imax, Imin, Dmax, Dmin):
        self.Kpmax = Pmax
        self.Kpmin = Pmin
        self.Kimax = Imax
        self.Kimin = Imin
        self.Kdmax = Dmax
        self.Kdmin = Dmin
        self.sample_time = 0.0
        self.current_time = time.time()
        self.last_time = self.current_time
        self.tfm = self.tfm_generator(-pi, pi)
        self.dtfm = self.tfm_generator(-8, 8)
        self.re = self.rule()

```

```

self.rde = self.re.T
self.rie = self.rule_ki()
self.a = self.rule_alpha()
self.b = self.a.T
self.clear()

def tfm_generator(self, xmin, xmax):
    x = (xmax - xmin)/2

    NB = np.array([xmin, xmin, xmin+1/3*x], dtype = np.float)
    NM = np.array([xmin, xmin+1/3*x, xmin+2/3*x], dtype = np.float)
    NS = np.array([xmin+1/3*x, xmin+2/3*x, xmin+x], dtype = np.float)
    ZE = np.array([xmin+2/3*x, xmin+x, xmax - 2/3*x], dtype = np.float)
    PS = np.array([xmin+x, xmax-2/3*x, xmax-x/3], dtype = np.float)
    PM = np.array([xmax-2/3*x, xmax-x/3, xmax], dtype = np.float)
    PB = np.array([xmax - 1/3*x, xmax, xmax], dtype = np.float)

    return [NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB]

def membership(self, x, tfm):
    x = np.array([x])
    return [sf.trimf(x, tfm[0]), sf.trimf(x, tfm[1]),\
            sf.trimf(x, tfm[2]),sf.trimf(x, tfm[3]),\
            sf.trimf(x, tfm[4]),sf.trimf(x, tfm[5]),\
            sf.trimf(x, tfm[6])]

def rule(self):
    return np.matrix([[3,4,5,6,5,4,3],[2,3,4,5,4,3,2],[1,2,3,4,3,2,1],\
                      [0,1,2,3,2,1,0],[1,2,3,4,3,2,1],[2,3,4,5,4,3,2],\
                      [3,4,5,6,5,4,3]])

def rule_alpha(self):
    return np.matrix([[2,2,2,2,2,2,2],[3,3,2,2,2,3,3],[4,3,3,2,3,3,4],\
                      [5,4,3,3,3,4,5],[4,3,3,2,3,3,4],[3,3,2,2,2,3,3],\
                      [2,2,2,2,2,2,2]])

def rule_ki(self):
    return np.matrix([[0,0,0,0,0,0,0],[0,0,0,1,0,0,0],[0,0,2,2,2,0,0],\
                      [0,2,4,2,4,2,0],[0,0,2,2,2,0,0],[0,0,0,1,0,0,0],\
                      [0,0,0,0,0,0,0]])

def clear(self):
    self.SetPoint = 0.0
    self.PTerm = 0.0
    self.ITerm = 0.0

```

```

self.DTerm = 0.0
self.last_error = 0.0
self.int_error = 0.0
self.windup_guard = 10.0
self.output = 0.0

def update_K(self, error, d_error):
    self.Kp = self.re[np.argmax(self.membership(error, self.tfm)),\
        np.argmax(self.membership(d_error, self.dtfm))]/6 *\
        (self.Kpmax-self.Kpmin)+self.Kpmin
    self.Kd = self.rde[np.argmax(self.membership(error, self.tfm)),\
        np.argmax(self.membership(d_error, self.dtfm))]/6 *\
        (self.Kdmax-self.Kdmin)+self.Kdmin
    self.alpha = self.a[np.argmax(self.membership(error, self.tfm)),\
        np.argmax(self.membership(d_error, self.dtfm))]/4
    self.Ki = self.rie[np.argmax(self.membership(error, self.tfm)),\
        np.argmax(self.membership(d_error, self.dtfm))]/4 *\
        (self.Kimax - self.Kimin)+self.Kimin

def update(self, feedback_value, speed):
    error = self.SetPoint - feedback_value

    self.current_time = time.time()
    delta_time = self.current_time - self.last_time
    delta_error = error - self.last_error
    d_error = speed
    self.update_K(error, d_error)

    if (delta_time >= self.sample_time):
        pTerm = self.Kp * error
        if (pTerm < -self.windup_guard):
            self.PTerm = -self.windup_guard
        elif (pTerm > self.windup_guard):
            self.PTerm = self.windup_guard
        else:
            self.PTerm = pTerm
        self.ITerm += self.Ki * error * delta_time
        if (self.ITerm < -self.windup_guard):
            self.ITerm = -self.windup_guard
        elif (self.ITerm > self.windup_guard):
            self.ITerm = self.windup_guard
        if delta_time > 0:
            self.DTerm = self.Kd * delta_error / delta_time
        if (self.DTerm < -self.windup_guard):
            self.DTerm = -self.windup_guard

```

```

        elif (self.DTerm > self.windup_guard):
            self.DTerm = self.windup_guard
        self.last_time = self.current_time
        self.last_error = error

    Output = self.PTerm + (self.ITerm) + (self.DTerm)
    if Output > 15:
        self.output = 15
    elif Output < -15:
        self.output = -15
    else:
        self.output = Output

def setKp(self, Pmax, Pmin):
    self.Kpmax = Pmax
    self.Kpmin = Pmin

def setKd(self, Dmax, Dmin):
    self.Kdmax = Dmax
    self.Kdmin = Dmin

def setKi(self, Imax, Imin):
    self.Kimax = Imax
    self.Kimin = Imin

def setSampleTime(self, sample_time):
    self.sample_time = sample_time

def setSetPoint(self, setpoint):
    self.SetPoint = setpoint

```

经典PID运行脚本

```

import skfuzzy
import time
import os
import sys
lib_path = os.path.abspath(os.path.join(sys.path[0], '..'))
sys.path.append(lib_path)
import gym
import matplotlib.pyplot as plt
from src.Fuzzy_PID import *
import math

```

```

Ctl = Fuzzy_PID(10,7,4,2,1.15, 0.75)
Ctl.setKp(10,3)
Ctl.setKi(9,0)
Ctl.setKd(0.9,0.3)
Ctl.setSampleTime(0.05)
Ctl.setSetPoint(1.1)
graph = []

env = gym.make('Pendulum-v0')
for i_episode in range(10):
    observation = env.reset()
    Ctl.clear()
    for t in range(300):
        env.render()
        feedback, thbot = env.state
        graph.append(feedback)
        Ctl.update(feedback, thbot)
        action = [Ctl.output]
        print(action)
        print(Ctl.PTerm, Ctl.ITerm,Ctl.DTerm)
        observation, reward, done, info = env.step(action)
    plt.plot(graph[::10], "^-")
    graph = []
plt.title("Fuzzy PID performance")
string = "../result/"+str(time.time())+"Fuzzy_graph.png"
plt.savefig(string)
env.close()

```

模糊自适应PID运行脚本

```

import os
import sys
lib_path = os.path.abspath(os.path.join(sys.path[0], '..'))
sys.path.append(lib_path)
import gym
import matplotlib.pyplot as plt
from src.PID import *
import math
import time

Ctl = PID()
Ctl.setKp(9)
Ctl.setKi(4)

```

```

Ctl.setKd(0.85)
Ctl.setSampleTime(0.05)
graph = []

env = gym.make('Pendulum-v0')
for i_episode in range(10):
    observation = env.reset()
    Ctl.clear()
    for t in range(300):
        env.render()
        print(observation)
        feedback, thbot = env.state
        graph.append(feedback)
        print(feedback)
        Ctl.update(feedback)
        action = [Ctl.output]
        print(action)
        print(Ctl.PTerm, Ctl.ITerm, Ctl.DTerm)
        observation, reward, done, info = env.step(action)
    plt.plot(graph[::10], "^-")
    graph = []
plt.title("PID performance")
string = "../result/"+str(time.time())+"PIDgraph.png"
plt.savefig(string)
env.close()

```