BỘ CÔNG THỨC TOÁN LỚP 12
ÔN THI THPT QUỐC GIA TỪ A–Z

Phần I. ĐẠI SỐ

1. Tam thức bậc 2
2. Bất đẳng thức Cauchy
3. Cấp số cộng
4. Cấp số nhân
5. Phương trình, bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối
6. Phương trình, bất phương trình chứa căn
7. Phương trình, bất phương trình logarit
8. Phương trình, bất phương trình mũ
9. Lũy thừa
10. Logarit

1. Tam thức bậc hai :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0 \; ; \; \alpha, \beta \in R \; ; \; \alpha < \beta \; ; \; S = -\frac{b}{a})$$

$f(x) \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$	$\left[\begin{array}{l} \alpha < x_1 < x_2 \\ x_1 < x_2 < \alpha \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \end{cases}$
$f(x) \leq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases}$	$x_1 < \alpha < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$
α là nghiệm của $f(x) \Leftrightarrow f(\alpha) = 0$	$x_1 < \alpha < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) > 0 \end{cases}$
$x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow af(\alpha) < 0$	$\alpha < x_1 < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$
$\alpha < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \end{cases}$	$\left[\begin{array}{l} x_1 < \alpha < x_2 < \beta \\ \alpha < x_1 < \beta < x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow f(\alpha).f(\beta) < 0$
$x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha < 0 \end{cases}$	$\alpha < x_1 < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \\ \frac{S}{2} - \beta < 0 \end{cases}$

2. Bất đẳng thức Cauchy *(Cô-si)* :

- $a, b \ge 0$ thì $\dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$, dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow$ $a = b$
- $a, b, c \ge 0$ thì $\dfrac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc}$, dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow$ $a = b = c$

3. Cấp số cộng :

a/. Định nghĩa : Dãy số $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$

gọi là một cấp số cộng có công sai d nếu $\boxed{u_k = u_{k-1} + d}$

b/. Số hạng thứ n : $\boxed{u_n = u_1 + (n - 1)d}$

c/. Tổng n số hạng đầu tiên :

$$\boxed{S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}\left[2u_1 + (n-1)d\right]}$$

4. Cấp số nhân :

a/. Định nghĩa: Dãy số $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$

gọi là một cấp số nhân có công bội q nếu $\boxed{u_k = u_{k-1}.q}$

b/. Số hạng thứ n : $\boxed{u_n = u_1.q^{n-1}}$

c/. Tổng n số hạng đầu tiên :

$$\boxed{S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} \quad (q \ne 1)}$$

Nếu $-1 < q < 1$ *($|q| < 1$)* thì $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \dfrac{u_1}{1-q}$

5. Phương trình, bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối :

$\lvert A\rvert=\lvert B\rvert \Leftrightarrow A=\pm B$	$\lvert A\rvert<\lvert B\rvert \Leftrightarrow A^2<B^2$
$\lvert A\rvert=B \Leftrightarrow \begin{cases} B\ge 0 \\ A=\pm B \end{cases}$	$\lvert A\rvert>B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A>B \\ A<-B \end{array}\right.$
$\lvert A\rvert<B \Leftrightarrow \begin{cases} A<B \\ A>-B \end{cases}$	

6. Phương trình, bất phương trình chứa căn :

$\sqrt{A}=\sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0\ \ (B\ge 0) \\ A=B \end{cases}$	$\sqrt{A}<B \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B>0 \\ A<B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A}=B \Leftrightarrow \begin{cases} B\ge 0 \\ A=B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A}>B \Leftrightarrow \begin{cases} B<0 \\ A\ge 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B\ge 0 \\ A>B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A}<\sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ A<B \end{cases}$	

7. Phương trình, bất phương trình logarit :

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0<a\ne 1 \\ f(x)>0 \quad (\text{hoặc } g(x)>0) \\ f(x)=g(x) \end{cases}$
$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0<a\ne 1 \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ (a-1)\left[f(x)-g(x)\right]>0 \end{cases}$

8. Phương trình, bất phương trình mũ :

$a^{f(x)} = a^{g(x)}$	$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \vee \begin{cases} a = 1 \\ f(x),\ g(x) \text{ xác định} \end{cases}$
$a^{f(x)} > a^{g(x)}$	$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (a-1)[f(x) - g(x)] > 0 \end{cases}$

9. Lũy thừa : $a, b > 0$

$a^{\alpha}.a^{\beta}.a^{\gamma} = a^{\alpha+\beta+\gamma}$		$\dfrac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\alpha}$
$(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$	$a^{\alpha}.b^{\alpha} = (a.b)^{\alpha}$	$a^{-\alpha} = \dfrac{1}{a^{\alpha}}$
$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^k}} = \sqrt[m.n]{a^k} = a^{\frac{k}{m.n}}$	

10. Logarit : $0 < N_1, N_2, N$ và $0 < a,\ b \neq 1$ ta có

$\log_a N = M \Leftrightarrow N = a^M$	$\log_a\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right) = \log_a N_1 - \log_a N_2$
$\log_a a^M = M$	$\log_a N^{\alpha} = \alpha \log_a N$
$a^{\log_a N} = N$	$\log_{a^{\alpha}} N = \dfrac{1}{\alpha}\log_a N$
$N_1^{\log_a N_2} = N_2^{\log_a N_1}$	$\log_a N = \dfrac{\log_b N}{\log_b a}$
$\log_a(N_1.N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

Phần II. LƯỢNG GIÁC Bao gồm 3 chuyên đề lớn

1. Công thức lượng giác

2. Phương trình lượng giác

3. Hệ thức lượng trong tam giác

I. Công thức lượng giác :

1. Hệ thức cơ bản :

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\text{tgx}.\text{cotgx} = 1$
$\text{tgx} = \dfrac{\sin x}{\cos x}$	$1 + \text{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\text{cotgx} = \dfrac{\cos x}{\sin x}$	$1 + \text{cotg}^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

2. Các cung liên kết : Đối - Bù - Phụ - Hơn kém π ; $\frac{\pi}{2}$

$\cos(-x) = \cos x$	$\text{tg}(-x) = -\text{tgx}$
$\sin(-x) = -\sin x$	$\text{cotg}(-x) = -\text{cotgx}$

$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\text{tg}(\pi - x) = -\text{tgx}$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\text{cotg}(\pi - x) = -\text{cotgx}$

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$	$\text{tg}(\frac{\pi}{2} - x) = \text{cotgx}$
$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$	$\text{cotg}(\frac{\pi}{2} - x) = \text{tgx}$

$\sin(x + \pi) = -\sin x$	$\text{tg}(x + \pi) = \text{tgx}$
$\cos(x + \pi) = -\cos x$	$\text{cotg}(x + \pi) = \text{cotgx}$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$	$\text{tg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\text{cotgx}$
$\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$	$\text{cotg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\text{tgx}$

3. Công thức cộng :

$\sin(x \pm y) = \sin x.\cos y \pm \cos x.\sin y$
$\cos(x \pm y) = \cos x.\cos y \mp \sin x.\sin y$
$\mathrm{tg}(x \pm y) = \dfrac{\mathrm{tg}x \pm \mathrm{tg}y}{1 \mp \mathrm{tg}x.\mathrm{tg}y}$

4. Công thức nhân đôi :

$\sin 2x = 2\sin x.\cos x$	$\mathrm{tg}\,2x = \dfrac{2\mathrm{tg}x}{1-\mathrm{tg}^2x}$
$\cos 2x = \cos^2x - \sin^2x = 2\cos^2x - 1 = 1 - 2\sin^2x$	$\cos^2x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$
	$\sin^2x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

5. Công thức biểu diễn sinx, cosx,tgx theo $t = \mathrm{tg}\dfrac{x}{2}$:

$\sin x = \dfrac{2t}{1+t^2}$	$\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$	$\mathrm{tg}x = \dfrac{2t}{1-t^2}$

6. Công thức nhân ba :

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3x$	$\mathrm{tg}\,3x = \dfrac{3\mathrm{tg}x - \mathrm{tg}^3x}{1-3\mathrm{tg}^2x}$
$\cos 3x = 4\cos^3x - 3\cos x$	$\cos^3x = \dfrac{3\cos x + \cos 3x}{4}$
	$\sin^3x = \dfrac{3\sin x - \sin 3x}{4}$

7. Công thức biến đổi :

a/. Tích thành tổng :

- $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$
- $\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
- $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

b/. Tổng thành tích :

- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $tgx + tgy = \frac{\sin(x+y)}{\cos x.\cos y}$
- $\cot gx + \cot gy = \frac{\sin(x+y)}{\sin x.\sin y}$
- $tgx - tgy = \frac{\sin(x-y)}{\cos x.\cos y}$
- $\cot gx - \cot gy = \frac{\sin(y-x)}{\sin x.\sin y}$

Đặc biệt :

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})$$

$$1 \pm \sin 2x = (\sin x \pm \cos x)^2$$

II. Phương trình lượng giác :

1. Phương trình cơ bản :

a/. $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in Z)$

Đặc biệt : $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$; $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

b/. $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

Đặc biệt : $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

c/. $tgx = tg\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in Z)$

d/. $cotgx = cotg\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in Z)$

2. Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác :

Cách giải : Đặt $t = \sin x$ (hoặc $\cos x$, tgx , $cotgx$) ta có phương trình

$$\boxed{a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_0 = 0}$$

Nếu $t = \cos x$ hoặc $t = \sin x$ thì có điều kiện $-1 \le t \le 1$

3. Phương trình bậc nhất theo sinx và cosx :

$$\boxed{a.\sin x + b.\cos x = c} \qquad a.b \ne 0$$

Điều kiện có nghiệm : $a^2 + b^2 \ge c^2$

Cách giải : Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ và sau đó đưa về phương trình lượng giác cơ bản

4. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với sinx và cosx :

$$\boxed{a.\sin^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = 0}$$

Cách giải :

Xét $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ có phải là nghiệm không?

Xét $\cos x \ne 0$ chia 2 vế cho $\cos^2 x$ và đặt $t = tgx$

5. Phương trình dạng : $\boxed{a.(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x = c}$

Cách giải : Đặt $t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin(x \pm \frac{\pi}{4})$; $-\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad \left(\text{hoặc } \sin x.\cos x = \frac{1 - t^2}{2}\right)$$

và giải phương trình bậc hai theo t

III. Hệ thức lượng trong tam giác :

1. Định lý hàm số cosin :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

2. Định lý hàm số sin :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Công thức tính độ dài trung tuyến :

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4}} \;;\; m_b = \sqrt{\frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4}} \;;\; m_c = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$$

4. Công thức tính diện tích tam giác :

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$
$$S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ac.\sin B = \frac{1}{2}ab.\sin C$$
$$S = p.r \quad ; \quad S = \frac{abc}{4R}$$
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Phần III. ĐẠO HÀM – TÍCH PHÂN – HÌNH HỌC – NHỊ THỨC NEWTON

1. Đạo hàm
2. Bảng các nguyên hàm
3. Diện tích hình phẳng – Thể tích vật thể tròn xoay
4. Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng
5. Phương pháp tọa độ trong không gian
6. Nhị thức Newton

I. Đạo hàm :

$(x^{\alpha})' = \alpha.x^{\alpha-1}$	$(u^{\alpha})' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$	$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'.\cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'.\sin u$
$(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(tgu)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
$(cotgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(cotgu)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u'.e^u$
$a^x = a^x.\ln a$	$a^u = u'.a^u.\ln a$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x.\ln a}$	$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$

II. Bảng các nguyên hàm :

$\int dx = x + C$	$\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$
$\int x^{\alpha} dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \dfrac{dx}{x^2} = -\dfrac{1}{x} + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \dfrac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \dfrac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \dfrac{dx}{\sin^2 x} = -\cot gx + C$

Chú ý : Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(ax+b)\,dx = \dfrac{1}{a}F(ax+b) + C$

III. Diện tích hình phẳng – Thể tích vật thể tròn xoay :

- Viết phương trình các đường giới hạn hình phẳng
- Chọn công thức để tính diện tích

$$\boxed{S = \int_a^b \left|y_c - y_{c'}\right| dx} \quad \text{hoặc} \quad \boxed{S = \int_c^d \left|x_c - x_{c'}\right| dy}$$

- Chọn công thức để tính thể tích :

  - Hình phẳng quay quanh Ox : $\boxed{V = \pi \int_a^b \left|y_c^2 - y_{c'}^2\right| dx}$

  - Hình phẳng quay quanh Oy : $\boxed{V = \pi \int_c^d \left|x_c^2 - x_{c'}^2\right| dy}$

- Biến x thì cận là $x = a$; $x = b$ cho trong giả thiết hoặc hoành độ các giao điểm

  Biến y thì cận là $y = c$; $y = d$ cho trong giả thiết hoặc tung độ các giao điểm

b. Góc φ ($0^0 \le \varphi \le 90^0$) giữa hai đường thẳng :

$$Ax + By + C = 0 \text{ và } A'x + B'y + C' = 0$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{\left|\vec{n}.\vec{n'}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{n'}\right|} = \frac{\left|AA' + BB'\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}.\sqrt{A'^2 + B'^2}}}$$

c. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng Δ:

$$\boxed{d(M, \Delta) = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}}$$

d. Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng

$$\boxed{\frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \pm \frac{A'x + B'y + C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}}$$

e. Hai điểm $M(x_1, y_1)$, $M'(x_2, y_2)$ nằm cùng phía so với Δ

$$\Leftrightarrow t_1.t_2 > 0$$

Hai điểm $M(x_1, y_1)$, $M'(x_2, y_2)$ nằm khác phía so với Δ

$$\Leftrightarrow t_1.t_2 < 0$$

$$\left(t_1 = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \;;\; t_2 = \frac{A'x_2 + B'y_2 + C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}\right)$$

2. Đường tròn :

- Phương trình đường tròn :

Dạng 1 : Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính R

$$\boxed{(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2}$$

Dạng 2 : Phương trình có dạng $\boxed{x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0}$

với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ là phương trình đường tròn (C) có

tâm $I(a;b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

- Phương tích của một điểm $M_0(x_0; y_0)$ đối với một đường tròn :

$$\boxed{P_{M/(C)} = x_0^2 + y_0^2 - 2ax_0 - 2by_0 + c}$$

3. Elip :

- Phương trình chính tắc Elip (E) $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$ $(a > b)$; $c^2 = a^2 - b^2$
- Tiêu điểm : $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$
- Đỉnh trục lớn : $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$
- Đỉnh trục bé : $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$; Tâm sai : $e = \dfrac{c}{a}$
- Phương trình đường chuẩn : $\boxed{x = \pm\dfrac{a}{e}}$
- Phương trình tiếp tuyến của Elip tại $M(x_0;y_0) \in (E)$ $\boxed{\dfrac{x_0x}{a^2} + \dfrac{y_0y}{b^2} = 1}$
- Điều kiện tiếp xúc của (E) và (Δ) : $Ax + By + C = 0$

$$\boxed{A^2a^2 + B^2b^2 = C^2}$$

4. Hypebol :

- Phương trình chính tắc Hypebol (H) $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$ $c^2 = a^2 + b^2$
- Tiêu điểm : $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$
- Đỉnh : $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$; Tâm sai : $e = \dfrac{c}{a}$
- Phương trình đường chuẩn : $\boxed{x = \pm\dfrac{a}{e}}$
- Phương trình tiệm cận : $\boxed{y = \pm\dfrac{b}{a}x}$
- Phương trình tiếp tuyến của Hypebol tại $M(x_0;y_0) \in (H)$: $\boxed{\dfrac{x_0x}{a^2} - \dfrac{y_0y}{b^2} = 1}$
- Điều kiện tiếp xúc của (H) và (Δ): $Ax + By + C = 0$

$$\boxed{A^2a^2 - B^2b^2 = C^2} \quad (C \neq 0)$$

5. Parabol :

- Phương trình chính tắc của Parabol : $\boxed{(P):\ y^2 = 2px}$
- Tiêu điểm : $F(\dfrac{p}{2};0)$; • Phương trình đường chuẩn : $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$
- Phương trình tiếp tuyến với (P) tại $M(x_0;y_0) \in (P)$: $\boxed{y_0y = p(x_0 + x)}$
- Điều kiện tiếp xúc của (P) và (Δ) : $Ax + By + C = 0$ $\boxed{2AC = B^2p}$

II. Phương pháp tọa độ trong không gian :

1. Tích có hướng hai vectơ :

a. Định nghĩa : $\vec{u} = (x;y;z)$ và $\vec{v} = (x';y';z')$

$$\left[\vec{u},\vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right) = (yz'-zy';\ zx'-xz';\ xy'-yx')$$

b. Các ứng dụng :

- $\vec{u},\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right] = \vec{0}$
- $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w} = 0$
- $S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$
- ABCD là tứ diện $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = m \neq 0$; $V_{ABCD} = \frac{1}{6}|m|$

2. Mặt phẳng :

a. Phương trình mặt phẳng (α) :

- Phương trình tổng quát : $Ax + By + Cz + D = 0$

$\vec{n} = (A;B;C)$, $(A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

- Phương trình đoạn chắn : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

((α) qua $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$

b. Góc giữa hai mặt phẳng :

(α) : $Ax + By + Cz + D = 0$

(β) : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

$$\cos\varphi = \frac{\left|\vec{n}.\vec{n'}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{n'}\right|} = \frac{\left|AA' + BB' + CC'\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

c. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (α) :

$$d(M,(\alpha)) = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

3. Đường thẳng :

a. Ba dạng phương trình của đường thẳng :

- Phương trình tham số của Δ qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và

  có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in R)$

- Phương trình chính tắc : $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

- Phương trình tổng quát : $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$

  (với $A:B:C \neq A':B':C'$)

b. Góc giữa hai đường thẳng :

$$\cos\varphi = \frac{|\vec{u}.\vec{u'}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{u'}|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

c. Khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ (Δ có vtcp $\vec{u}$ và qua M) :

$$d(A,\Delta) = \frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MA}\right]\right|}{|\vec{u}|}$$

d. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau :

Δ có vtcp $\vec{u}$ và qua M ; Δ' có vtcp $\vec{v}$ và qua M'

$$d(\Delta,\Delta') = \frac{\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|}$$

e. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) :

$$\sin\varphi = \frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|} = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

4. Mặt cầu :

a. Phương trình mặt cầu :

- *Dạng 1* : Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R

$$\boxed{(x-a)^2+(x-b)^2+(x-c)^2 = R^2}$$

- *Dạng 2* : Phương trình có dạng :

$$\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$$

với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

b. Sự tương giao giữa mặt cầu và mặt phẳng :

- $d(I,(\alpha))<R \Leftrightarrow (\alpha)$ giao (S) theo đường tròn (C)

  - Phương trình (C) : $\boxed{\begin{cases}(x-a)^2+(x-b)^2+(x-c)^2=R^2\\ Ax+By+Cz+D=0\end{cases}}$

  - Tâm H của (C) là hình chiếu của tâm $I(a;b;c)$ lên mặt phẳng (α)

  - Bán kính của (C) : $r=\sqrt{R^2-IH^2}$

- $d(I,(\alpha))=R \Leftrightarrow (\alpha)$ tiếp xúc với (S)

- $d(I,(\alpha))>R \Leftrightarrow (\alpha)\cap(S)=\phi$

$$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^nb^n = \sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}b^k$$

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2+\cdots+C_n^nx^n = \sum_{k=0}^{n}C_n^kx^k$$

$$(1-x)^n = C_n^0 - C_n^1x + C_n^2x^2 - \cdots + (-1)^nC_n^nx^n = \sum_{k=0}^{n}(-1)^kC_n^kx^k$$

Tính chất :	$C_n^n=C_n^0=1$	$C_n^k=C_n^{n-k}$	$C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$
Công thức :	$C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$	$A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$	$P_n=n!$