

بهینه‌سازی و کاربرد آن در شبکه

تمرین دوم

لطفا دقت فرمایید:

- زمان تحویل تمرین تا ساعت ۲۲:۰۰ روز ۹۶/۹/۲۴ می‌باشد.
- پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل PDF به همراه کدهای لازم برای هر سوال به صورت یک فایل zip با اسم شماره دانشجویی خود به آدرس f.aghaeinia90@gmail.com ایمیل کنید. عنوان این ایمیل باید HW-2 [ON] باشد.
- به ازای هر روز تاخیر ۱۵ درصد جریمه در نظر گرفته می‌شود.
- کیفیت، دقت، تمیزی و خوانایی تمرین در نمره موثر است.
- مشارکت در انجام تمرین معادل مشارکت در نمره است.

۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر محدب است و کدامیک نیست؟ ادعای خود را اثبات کنید (نه از طریق شکل)

$$\left\{ x = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \text{ s.t. } \lambda_2 \geq \lambda_1^3, \lambda_2 \geq -\lambda_1 - 10 \right\}$$

$$\left\{ x = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \text{ s.t. } \lambda_2 \geq \lambda_1^3, \lambda_2 \geq -\lambda_1 + 10 \right\}$$

۲- کدامیک از توابع زیر محدب است؟ ادعای خود را اثبات کنید. در همه این توابع $x \in \mathbb{R}_{++}^n$ است (همه درایه‌های بردار x بزرگتر از صفر است).

$$f(x) = x_1 x_2 x_3$$

$$f(x) = (x_1 x_2 x_3)^{-1}$$

$$f(x) = (x_1)^{x_2} + (x_2)^{x_3}$$

۳- مساله بهینه‌سازی محدب ذیل را با استفاده از نرم‌افزار CVX حل کنید.
الف) جواب بهینه در چه نقطه‌ای قرار دارد؟ مقدار ضرایب Lagrange (متغیرهای dual) در نقطه بهینه چقدر است؟

ب) dual این مساله را بنویسید.

ج) قضیه weak duality را در دو نقطه دلخواه بررسی کنید

د) مساله dual را حل کرده و قضیه strong duality را بررسی کنید. آیا مقادیر بدست آمده برای متغیرهای dual با مقادیر بدست آمده در مرحله اول هم‌خوانی دارد؟
ذ) قضیه Complementary Slackness را بررسی نمایید.

$$\min f(x) = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 4)^2$$

subject to:

$$x_1 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq x_2$$

۴- در این مساله هدف یافتن حداکثر بهره وری شبکه است. بهره وری هر جفت مبدأ-مقصد به صورت زیر تعریف میشود که در آن x پهنای باند اختصاص داده شده به آن مبدأ-مقصد است.

$$U(x) = \log(x)$$

الف) این مساله را در شبکه ذیل با مبدا و مقصدها داده شده در جدول حل کنید. در این شبکه هر یال بین دو گره نشان دهنده دو لینک یکطرفه است که ظرفیت هر دو لینک یکسان و با اعداد روی آن یال مشخص شده است.

ب) در این شبکه تغییر جزئی ظرفیت چه لینک (لینکهایی) بیشترین تاثیر را در کاهش ازدحام شبکه دارد؟
ج) یکی از لینکهای مرحله (ب) را در نظر بگیرید. فرض کنید ظرفیت این لینک β است. قصد داریم ظرفیت این لینک را به $\alpha\beta$ تغییر دهیم. به ازای $\alpha = 0.02, 0.8, 0.95, 0.99, 1.05, 1.1, 2, 15$ سودمندی کل شبکه را یکبار از طریق تحلیل حساسیت محلی و یکبار از طریق حل مستقیم مساله بدست آورید.
د) به ازای چه مقادیری از α دو جواب بدست آمده در مرحله (ج) یکسان است؟ در حالتی که این دو با هم متفاوت است آیا نامساوی تحلیل حساسیت کلی برقرار است؟

i	s_i	t_i
1	1	5
2	2	6
3	4	6

