



دانشکده مهندسی  
کامپیوتر و فناوری اطلاعات



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

---

# بهینه‌سازی و کاربرد آن در شبکه‌های کامپیوتری تمرین سوم

---

پرهام الوانی

۶ بهمن ۱۳۹۶

## ۱ سوال اول

از آنجایی که یکی از  $b_j$ ها منفی است می‌بایست از الگوریتم سیمپلکس دوفازی استفاده کنیم.

متغیرهای اسلک و خنثی را وارد کرده و سیمپلکس دوفازی را آغاز می‌کنیم.

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b$
$x_2$	1	1	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{5}{2}$
$a_2$	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	$\frac{44}{5}$
$a_3$	1	0	$\frac{3}{2}$	0	0	1	0	0	0	1	0	$\frac{31}{2}$
$a_4$	0	2	$\frac{1}{2}$	0	0	0	1	0	0	0	1	$\frac{19}{2}$

(1.1)

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b$
$x_2$	1	1	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{5}{2}$
$a_2$	0	0	-1	1	1	0	0	-1	1	0	0	$\frac{63}{10}$
$a_3$	1	0	$\frac{3}{2}$	0	0	1	0	0	0	1	0	$\frac{31}{2}$
$s_1$	-2	0	$-\frac{3}{2}$	2	0	0	1	-2	0	0	1	$\frac{9}{2}$

(2.1)

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b$
$x_2$	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{19}{4}$
$x_1$	1	0	$-\frac{1}{4}$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{81}{20}$
$a_3$	1	0	$\frac{3}{2}$	0	0	1	0	0	0	1	0	$\frac{31}{2}$
$s_1$	-1	0	$-\frac{3}{4}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{4}$

(3.1)

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b$
$x_2$	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{19}{4}$
$x_1$	1	0	$-\frac{1}{4}$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{81}{20}$
$x_3$	0	0	$\frac{7}{4}$	0	-1	1	$\frac{1}{2}$	0	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{229}{20}$
$s_1$	0	0	-1	1	1	0	0	-1	1	0	0	$\frac{63}{10}$

(4.1)

$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$b$
$x_2$	0	1	0	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{109}{35}$
$x_1$	1	0	0	0	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	$\frac{199}{35}$
$x_3$	0	0	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{229}{35}$
$s_1$	0	0	0	1	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{899}{70}$

(5.1)

نود ۱

$$x_1 = 3.575$$

$$x_2 = 3.225$$

$$x_3 = 7.95$$

$$z = 38.625$$

(۶.۱)

نود ۲

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 3.0333$$

$$x_3 = 8.333$$

$$z = 37.767$$

(۷.۱)

Constraints

$$x_1 \leq 3$$

نود ۳

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 4.8$$

$$x_3 = 7.667$$

$$z = 37.733$$

(۸.۱)

Constraints

$$x_1 \geq 4$$

از آنجایی که از متد BFS استفاده می‌کنیم نود شماره‌ی ۲ را انتخاب کرده و ادامه می‌دهیم.

نود ۴

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 5.2$$

$$x_3 = 8$$

$$z = 37.6$$

(۹.۱)

Constraints

$$x_1 \leq 3x_3 \leq 8$$

نود ۵

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4.7$$

$$x_3 = 9$$

$$z = 36.1$$

(۱۰.۱)

Constraints

$$x_1 \leq 3x_3 \geq 9$$

از آنجایی که از متد BFS استفاده می‌کنیم نود شماره‌ی ۳ را انتخاب کرده و ادامه می‌دهیم.

نود ۶

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 4.8$$

$$x_3 = 7$$

$$z = 36.4$$

(۱۱.۱)

Constraints

$$x_1 \geq 4x_3 \leq 7$$

نود ۷

Infeasible

Constraints (۱۲.۱)

$$x_1 \geq 4x_3 \geq 8$$

از آنجایی که از متد BFS استفاده می‌کنیم نود شماره‌ی ۴ را انتخاب کرده و ادامه می‌دهیم.

نود ۸

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 5$$

$$x_3 = 8$$

$$z = 37$$

(۱۳.۱)

Constraints

$$x_1 \leq 3x_2 \leq 5x_3 \leq 8$$

نود ۹

$$x_1 = 2.8$$

$$x_2 = 6$$

$$x_3 = 6.4$$

$$z = 36.4$$

(۱۴.۱)

Constraints

$$x_1 \leq 3x_2 \geq 6x_3 \leq 8$$

با توجه به اینکه مقداری که نود ۸ بدست آمده است صحیح بوده و از تمام جواب‌های آزاد شده‌ی نودها بیشتر است جواب نهایی جواب نود ۸ می‌باشد.

## ۲ سوال دوم

### ۱.۲ الف

متغیر  $x_{i,(u,v)}$  نشان می‌دهد که یال  $u, v$  در مسیریابی تقاضای  $i$  استفاده شده است یا خیر.

$$\min \sum_{i=1, \dots, |D|} \sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} W_{(u,v)} \quad (1.2)$$

$$\sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} - \sum_{(v,u) \in E} x_{i,(v,u)} = \begin{cases} 1 & u = s_i \\ 0 & u \in V - s_i, t_i \\ -1 & u = t_i \end{cases} \quad (2.2)$$

$$u \in V, i = 1, \dots, |D|$$

$$\sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} Z_{(u,v)} \leq d_i \quad i = 1, \dots, |D| \quad (3.2)$$

### ۲.۲ ب

گراف کامل با ۸ راس در نظر گرفته شده است. در این گراف تاخیر تمامی لینک‌ها برابر با ۵ فرض شده است و تمام وزن یال‌ها نیز برابر با ۱ فرض شده است.

نتایج و کدها به پیوست آمده است.

### ج ۳.۲

$$\max - \sum_{i=1, \dots, |D|} \sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} W_{(u,v)} - \sum_{i=1, \dots, |D|} \lambda^T \left( \sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} Z_{(u,v)} - d_i \right) \quad (۴.۲)$$

$$\sum_{(u,v) \in E} x_{i,(u,v)} - \sum_{(v,u) \in E} x_{i,(v,u)} = \begin{cases} 1 & u = s_i \\ 0 & u \in V - s_i, t_i \\ -1 & u = t_i \end{cases} \quad (۵.۲)$$

$$u \in V, i = 1, \dots, |D|$$

### د ۴.۲

کدها و نتایج به پیوست آمده است. با کاهش مقدار  $\lambda$  می توان مقدار بهینه تابع آزاد شده را به تابع اصلی نزدیک کرد ولی از سوی دیگر با کوچکتر کردن این ضرایب ممکن است حل کننده بعضی از محدودیت ها را نقش کند.

## ۳ سوال سوم

### ۱.۳ الف

متغیر  $x_{i,(u,v)}$  نشان می دهد که آیا کانال  $i$  به یال  $(u,v)$  اختصاص یافته است یا خیر.

متغیر  $y_{i,u}$  نشان می دهد که آیا کانال  $i$  در راس  $u$  استفاده شده است یا خیر

متغیر  $z_{(u,v),(u',v')}$  نشان می دهد یال های  $(u,v)$  و  $(u',v')$  با یکدیگر تداخل دارند یا خیر.

$$\min \sum_{(u,v) \in E} \sum_{(u',v') \in I_{u,v}} z_{(u,v),(u',v')} \quad (1.3)$$

$$x_{i,(u,v)} + x_{i,(u',v')} - 1 \leq z_{(u,v),(u',v')} \quad 1 \leq i \leq 12, (u,v) \in E, (u',v') \in I_{(u,v)} \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_{i,(u,v)} = 1 \quad (u,v) \in E \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} x_{i,(u,v)} &\leq y_{i,u} \\ x_{i,(u,v)} &\leq y_{i,v} \\ (u,v) &\in E, 1 \leq i \leq 12 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^{12} y_{i,u} \leq r_u \quad u \in V, 1 \leq u \leq 12 \quad (5.3)$$

۲.۳ ب و ج

نتایج و کدها به پیوست آمده است.

۴ سوال چهارم

۱.۴ الف

متغیر  $f_{i,(u,v)}$  میزان جریانی است که از تقاضای ام روی لینک  $(u,v)$  جریان دارد.



متغیر  $b_i$  نشان می‌دهد پنهایی باندی که به تقاضای  $i$  اختصاص داده شده است چقدر است.

$$\min \sum_{i=1, \dots, |D|} b_i \quad (1.4)$$

$$\sum_{(u,v) \in E} f_{i,(u,v)} - \sum_{(v,u) \in E} f_{i,(v,u)} = \begin{cases} b_i & u = s_i \\ 0 & u \in V - s_i, t_i \\ -b_i & u = t_i \end{cases} \quad (2.4)$$

$$u \in V, i = 1, \dots, |D|$$

$$\sum_{i=1, \dots, |D|} f_{i,(u,v)} + \sum_{(u',v') \in I_{(u,v)}} z_{(u,v),(u',v')} \sum_{i=1, \dots, |D|} f_{i,(u',v')} \leq c_{(u,v)} \quad (u,v) \in E \quad (3.4)$$

## ۲.۴ ب و ج

نتایج و کدها به پیوست آمده است.

## ۵ سوال پنجم

### ۱.۵ الف

متغیر  $f_{i,(u,v)}$  میزان جریانی است که از تقاضای  $i$  روی لینک  $(u,v)$  جریان دارد.

متغیر  $b_i$  نشان می‌دهد پنهایی باندی که به تقاضای  $i$  اختصاص داده شده است چقدر است.

متغیر  $x_{i,(u,v)}$  نشان می‌دهد که آیا کانال  $i$  به یال  $(u,v)$  اختصاص یافته است یا خیر.

متغیر  $y_{i,u}$  نشان می‌دهد که آیا کانال  $i$  در راس  $u$  استفاده شده است یا خیر

متغیر  $z_{(u,v),(u',v')}$  نشان می‌دهد یال‌های  $(u,v)$  و  $(u',v')$  با یکدیگر تداخل دارند یا خیر.

$$\min \sum_{i=1, \dots, |D|} b_i \quad (1.5)$$

$$x_{i,(u,v)} + x_{i,(u',v')} - 1 \leq z_{(u,v),(u',v')} \quad 1 \leq i \leq 12, (u,v) \in E, (u',v') \in I_{(u,v)} \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_{i,(u,v)} = f_{i,(u,v)} \quad (u,v) \in E \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} x_{i,(u,v)} &\leq y_{i,u} \\ x_{i,(u,v)} &\leq y_{i,v} \\ (u,v) &\in E, 1 \leq i \leq 12 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^{12} y_{i,u} \leq r_u \quad u \in V, 1 \leq u \leq 12 \quad (5.5)$$

$$\sum_{(u,v) \in E} f_{i,(u,v)} - \sum_{(v,u) \in E} f_{i,(v,u)} = \begin{cases} b_i & u = s_i \\ 0 & u \in V - s_i, t_i \\ -b_i & u = t_i \end{cases} \quad (6.5)$$

$$u \in V, i = 1, \dots, |D|$$

$$\sum_{i=1,\dots,|D|} f_{i,(u,v)} + \sum_{(u',v') \in I_{(u,v)}} z_{(u,v),(u',v')} \sum_{i=1,\dots,|D|} f_{i,(u',v')} \leq c_{(u,v)} \quad (u,v) \in E$$

(۷.۵)

## ۲.۵ ب و ج

نتایج و کدها به پیوست آمده است.

## ۳.۵ د

جواب این مساله بهینه تر می باشد زیرا اختصاص کانال به صورتی است که به آن نیاز داریم و مسیرهایی که به آنها احتیاجی نیست کانالی نیز به آنها تخصیص داده نمی شود.

## ۴.۵ ذ

حل این مساله از مجموع زمان حل دو مساله ی قبل بیشتر طول می کشد زیرا حالت های بیشتری را نسبت به آن دو بررسی می کند.