

بهینه‌سازی و کاربرد آن در شبکه

تمرین سوم

لطفا دقت فرمایید:

- زمان تحویل تمرین تا ساعت ۲۲:۰۰ روز ۹۵/۱۱/۶ می‌باشد.
- پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل PDF به همراه کدهای لازم برای هر سوال به صورت یک فایل zip با اسم شماره دانشجویی خود به آدرس behrooz.farkiani@aut.ac.ir ایمیل کنید. عنوان این ایمیل باید HW-3 [ON] باشد.
- به ازای هر روز تاخیر ۱۵ درصد جریمه در نظر گرفته می‌شود.
- کیفیت، دقت، تمیزی و خوانایی تمرین در نمره موثر است.
- مشارکت در انجام تمرین معادل مشارکت در نمره است.

۱- مساله بهینه‌سازی زیر را با استفاده از روش B & B حل نمایید. الگوریتم B & B را به صورت دستی اجرا کنید. جواب LP Relaxation ریشه درخت B & B را به طور کامل به صورت دستی بدست آورید. جواب LP Relaxation سایر نودهای درخت را می‌توانید با ابزارهایی مانند scip بدست آورده و فقط از نتیجه آن در الگوریتم B & B استفاده نمایید.

$$\max \quad 2x_1 + 3x_2 + 2x_3$$

subject to:

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 2.5$$

$$x_1 + x_2 \leq 8.8$$

$$x_1 + 1.5x_3 \leq 15.5$$

$$x_2 + 0.5x_3 \leq 9.2$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+$$

۲- در این تمرین قصد داریم Lagrangian Relaxation را برای مساله کم هزینه ترین مسیر با محدودیت تاخیر اعمال کنیم. در این مساله شبکه $G = (V, E, W, Z)$ داده شده است که در آن V مجموعه نودها، E مجموعه یالها، $W = \{w_{(u,v)} \mid \forall (u,v) \in E\}$ مجموعه هزینه یالها و $Z = \{z_{(u,v)} \mid \forall (u,v) \in E\}$ مجموعه تاخیر یالها است. $D = \{(s_i, t_i, d_i)\}$ مجموعه درخواستها است که در آن s_i مبدا درخواست، t_i مقصد درخواست و d_i حداکثر تاخیر انتها-به-انتهای مجاز برای این درخواست است. در این مساله هدف مسیریابی single path همه درخواستها با کمترین هزینه است به نحوی که تاخیر انتها-به-انتهای آنها از حد مجاز بیشتر نباشد.

این مساله همان مساله کوتاهترین مسیر است که محدودیت تاخیر به آن اضافه شده است. این محدود یک محدود بد است چرا که مساله را از یک مساله ساده قابل حل در زمان چند جمله به یک مساله NP-Hard تبدیل میکند.

الف) مدلسازی این مساله را بنویسید.

ب) مدل مرحله اول را برای یک شبکه حداقل با ۸ نود و ۲۰ یال و ۵ درخواست حل کنید. در گزارش خود، توپولوژی استفاده شده، مقدار پارامترها، زمان حل و اطلاعات کامل ابزار و ماشین استفاده شده را ذکر نمایید.

ج) با انتقال محدودیت بد به تابع هدف، Lagrangian Relaxation این مساله را بدست آورید.

د) مساله بند ج را به ازای ۵ مقدار مختلف λ حل کنید. سعی کنید λ هایی را استفاده کنید که جواب مساله آزادسازی شده به جواب بهینه مساله اصلی نزدیک شود. مقدار تابع هدف و زمان حل این حالتها را با مقادیر بدست آمده در بند ب مقایسه کنید.

ذ) آیا میتوانید λ ی پیدا کنید که جواب مساله آزادسازی شده با مساله اولیه برابر باشد؟ دلیل آن چیست؟

۳- مساله اختصاص کانال

شبکه بی سیم چند کانالی چند رادیویی نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید. در این شکل هر یال بیانگر دو لینک یک طرفه است. فرض می کنیم در این شبکه حداکثر ۱۲ کانال قابل استفاده است. تعداد رادیوهای نودها در جدول زیر نشان داده شده است.

u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
r_u	2	1	3	3	2	4	4	4	3	2	1

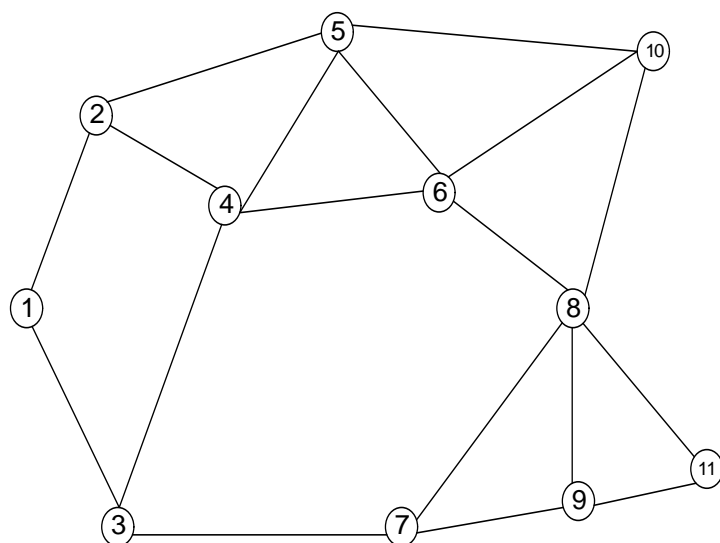
برای مدل سازی تداخل نیز از یک مدل ساده استفاده می کنیم. طبق این مدل، دو یال در صورتی می توانند (با فرض استفاده از کانال یکسان) با هم تداخل داشته باشند که در مبدا یا مقصد یال نود مشترکی داشته باشند. برای مثال مجموعه تداخل یال (1,2) به شرح زیر است.

$$I_{(1,2)} = \{(1, 2), (2, 1), (2, 5), (5, 2), (2, 4), (4, 2), (1, 3), (3, 1)\}$$

الف) هدف اختصاص کانال به یالهای شبکه است به نحوی که به هر یال حتما یک کانال اختصاص داده شود و بعد از اختصاص کانال مجموع کل تداخل شبکه کمینه شود. سعی کنید مدلی به غیر از مدل ارایه شده در کلاس توسعه دهید. آیا مدل ارایه شده در کلاس جواب درستی بدست می دهد؟

ب) مدل خود را برای این مساله با استفاده از یک ابزار حل کنید.

ج) اطلاعات ماشینی که برای حل استفاده می شود و مدت زمان حل را ذکر کنید.



۴- مساله مسیریابی

در شبکه نشان داده شده در سوال ۳، دو درخواست $(s = 1, t = 8)$ و $(s = 5, t = 9)$ را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم در این شبکه از اختصاص کانال بهینه‌ای که در سوال ۳ بدست آورده‌ایم استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر در این سوال، تنها یال‌هایی باهم تداخل دارند که اولاً طبق مدل تداخل دارای یک نود مشترک باشند و ثانیاً کانال یکسانی به آنها اختصاص داده شده باشد. ظرفیت همه یال‌ها را یکسان و برابر ۱۰ در نظر بگیرید.

الف) هدف پیدا کردن یک مسیر از مبدا به مقصد برای هر درخواست است به نحوی که گذردهی شبکه بیشینه شود. مدل بهینه‌سازی برای پیدا کردن بیشترین گذردهی را ارائه کنید.

ب) مدل خود را برای این مساله با استفاده از یک ابزار حل کنید.

ج) اطلاعات ماشینی که برای حل استفاده می‌شود و مدت زمان حل را ذکر کنید.

۵- مساله مسیریابی و اختصاص کانال توامان

شبکه نشان داده شده در سوال ۳ و درخواست‌های ذکر شده در سوال ۴ را در نظر بگیرید. در اینجا فرض می‌کنیم که اختصاص کانال از قبل انجام نشده است.

الف) هدف پیدا کردن اختصاص کانال کلی شبکه و یک مسیر از مبدا به مقصد برای هر درخواست است به نحوی که گذردهی شبکه بیشینه شود. دقت کنید که در این مدل نیازی نیست که به همه یال‌های کانال اختصاص داده شود (اگر هیچ جریانی از یال نمی‌گذرد بنابراین از آن یال استفاده نمی‌شود و بنابراین لازم نیست کانالی به آن اختصاص داده شود). مدل بهینه‌سازی برای پیدا کردن بیشترین گذردهی را ارائه کنید.

ب) مدل خود را برای این مساله با استفاده از یک ابزار حل کنید.

ج) اطلاعات ماشینی که برای حل استفاده می‌شود و مدت زمان حل را ذکر کنید.

د) جواب بدست آمده از این مساله را با مساله سوال ۴ مقایسه کنید. دلیل تفاوت آنها را شرح دهید.

ذ) زمان حل این مساله را با مجموع زمان حل مسایل سوالات ۳ و ۴ مقایسه کنید. دلیل تفاوت آنها را شرح دهید.