



بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات



درس ارزیابی کارایی سیستم های کامپیوتری، نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۷

تمرین سری دوم (موعد تحویل: ۱۳۹۷/۰۲/۰۴)

توجه: لطفا پاسخ تمرین را در موعد تعیین شده به صورت فایل PDF در سایت مربوطه بارگذاری نمایید.

مسئله	نمره
۱	
۲	
۳	
۴	
۵	
۶	
۷	
۸	
۹	

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نمره:

سؤال ۱

یک Homogeneous DTMC در نظر بگیرید که ماتریس احتمالات گذر آن به صورت زیر است:

$$P = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

که در آن $0 < a < 1$ است.

الف) state های recurrent و transient را مشخص کنید.

ب) نشان دهید کدام یک از state ها، غیر قابل دسترس است.

سؤال ۲

اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیره مارکوف دو حالت (۰ و ۱) باشد و ماتریس احتمالات گذر آن به صورت زیر باشد:

$$P = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix}$$

که در آن $0 < p < 1$ و $0 < q < 1$ است.

الف) توزیع احتمال حدی زنجیره مارکوف فوق را محاسبه کنید.

ب) آیا این زنجیره دارای مقادیر حالت پایدار (steady-state) است یا خیر؟ در صورت وجود محاسبه کنید.

سؤال ۳

یک پردازنده را در نظر بگیرید که توسط یک سیستم عامل مدیریت می شود. در این سیستم توان محاسباتی بین task های کاربران و task های درونی سیستم تقسیم می شود. زمان نیز به اسلات های برابر تقسیم می شود. هنگامی که پردازنده یک task را انجام می دهد، سیستم عامل به صورت یک فرایند تصادفی برنولی عمل می کند. لذا در انتهای هر اسلات، با احتمال p به اجرای دستوری از همان نوع می پردازد و با احتمال $1-p$ دستوری از نوع دیگر را اجرا می کند. واضح است که این احتمال بستگی به نوع دستوری دارد که در حال انجام است.

الف) با در نظر گرفتن محدودیت های زیر یک DTMC برای مدل کردن رفتار این سیستم عامل طراحی کنید:

۱. متوسط زمان اختصاص داده شده به task های کاربران باید ۹۰ درصد باشد.



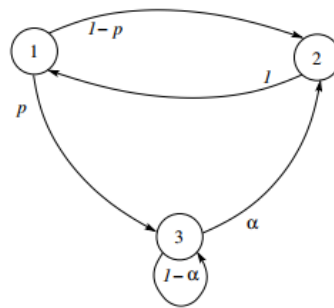
۲. متوسط زمان سپری شده برای اجرای taskهای درونی سیستم در هر بار visit باید ۱۰۰ اسلات باشد.

(ب) فرض کنید زمان هر اسلات یک میلی ثانیه است. احتمال اینکه سیستم عامل زمان قابل ملاحظه‌ای (مثلاً نیم ثانیه) را در حالت taskهای درونی باقی بماند را به دست آورید.

(ج) با همین مقدار زمانی که برای taskهای کاربران و درونی صرف می‌شود، یک سیستم عامل قابل استفاده برای سیستم‌های مکالمه صوتی طراحی کنید. در این سیستم‌ها یک task کاربر نمی‌تواند بیشتر از پنجاه میلی‌ثانیه عقب بیافتد. در غیر این صورت voice burst تاخیر بیش از حد خواهد داشت و باید drop شود. درصد قابل قبول برای drop در این سیستم 0.1 درصد است.

سؤال ۴

DTMC زیر را در نظر بگیرید.



(الف) ماتریس احتمالات گذر را بنویسید.

(ب) شرایطی که DTMC تحت آن Aperiodic و Irreducible باشد را بیابید.

(ج) برای حالت ۲، average recurrence time را محاسبه کنید.

(د) به ازای چه مقداری از p و α ، بردار حدی uniform می‌شود ($\pi_1 = \pi_2 = \pi_3$)؟

سؤال ۵

یک CTMC با فضای حالت $S = \{0,1\}$ در نظر بگیرید. نرخ انتقال ممکن به صورت $q_{01} = \lambda$ و $q_{10} = \mu$ است. احتمالات گذر $p_{ij}(t)$ ، $\pi(t)$ به صورت تابعی از حالات اولیه $\pi(0)$ و احتمالات حالت پایدار (steady state probability distribution) را محاسبه کنید.

سؤال ۶

یک Homogeneous CTMC با ماتریس مولد خرد زیر را در نظر بگیرید و با فرض $\pi_1 = 1$ stationary/limiting distribution را برای آن بدست آورید.

$$Q = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$



سؤال ۷

یک مرکز داده در نظر بگیرید که درخواست ها به صورت یک فرایند پواسن به آن وارد می شوند. میانگین زمان بین ورود درخواست ها $1/\lambda = 1s$ است. درخواست در یک صف انتظار جمع می شوند. درخواست ها توسط سیستم عامل مرکز داده در زمان ها تصادفی سرویس داده می شوند. توزیع بین زمان های سرویس پی در پی دارای توزیع نمایی با میانگین $1/\mu = 10s$ است. زمانی که سیستم عامل در زمان سرویس دهی به همه درخواست ها سرویس می دهد و صف را تخلیه می کند.

الف) آیا می توان این سیستم را با یک CTMC توصیف کرد؟ در صورت مثبت بودن پاسخ نمودار حالات (state diagram) آن را رسم کنید و ماتریس مولد خرد آن را بیابید.

ب) تحت چه شرایطی CTMC, Ergodic است؟

ج) steady state distribution را بیابید.

د) متوسط تعداد درخواست هایی که در هر بار سرویس داده می شوند را محاسبه کنید.

ه) average recurrence time حالت های ۰ و ۵ را بیابید.

سؤال ۸

فرض کنید زمان خرابی (Time to Failure) یک دستگاه دارای توزیع hypo-exponential دو مرحله ای با نرخ های λ_1 و λ_2 است. همچنین فرض کنید زمان تعمیر دارای توزیع نمایی با نرخ μ است. هر سرکشی بعد از مدت زمانی با میانگین $1/\lambda_{in}$ صورت می گیرد و زمان آن نیز دارای میانگین $1/\mu_{in}$ است. پس از تکمیل سرکشی اگر دستگاه در حالت بدون خطا باشد هیچ عملیاتی صورت نمی گیرد اما در غیر این صورت اگر دستگاه در مرحله اول خطا باشد یک تعمیر پیشگیرانه انجام می شود. این تعمیر پیشگیرانه دارای توزیع نمایی با نرخ $\gamma\mu$ است.

الف) نمودار حالات (state diagram) آن را رسم کنید.

ب) steady state distribution را محاسبه کنید.

ج) steady-state availability را محاسبه کنید.

سؤال ۹

یک cluster با دو نود در نظر بگیرید. برای هر نود امکان رخ دادن خرابی سخت افزاری و نرم افزاری وجود دارد. نرخ خرابی سخت افزاری و نرم افزاری به ترتیب عبارتند از: λ و λ_s . فرض کنید خرابی سخت افزاری ماندگار بوده و نیاز به تعمیر یا تعویض سخت افزار دارد اما خرابی نرم افزاری با راه اندازی مجدد سیستم از بین می رود. نرخ تعمیر و راه اندازی مجدد به ترتیب عبارت است از: μ و β . در صورتیکه در یک نود خرابی سخت افزاری و در دیگری خرابی نرم افزاری رخ دهد، ابتدا خرابی نرم افزاری با زبانی می شود.



الف) نمودار حالات (state diagram) آن را رسم کنید.

ب) steady state distribution را محاسبه کنید.

ج) steady-state availability را محاسبه کنید.