



دانشکده مهندسی کامپیوتر
و فناوری اطلاعات



بسم تعالی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

درس ارزیابی کارایی سیستم های کامپیوتری، نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۷

تمرین سری اول (موعد تحویل: ۱۳۹۷/۰۱/۲۱)

توجه: لطفا پاسخ تمرین را در موعد تعیین شده به صورت فایل PDF در سایت مربوطه بارگذاری نمایید.

مسئله	نمره
۱	
۲	
۳	
۴	
۵	
۶	
۷	
۸	
۹	
۱۰	
۱۱	
۱۲	

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نمره:

سؤال ۱

تعداد بسته‌هایی که در یک دقیقه به یک سرور می‌رسند دارای توزیع پواسون با متوسط η است. احتمال وجود عیب برای هر بسته رسیده به سرور مورد نظر برابر p است. مطلوب است یافتن توزیع احتمال تعداد بسته‌های معیوب در یک دقیقه.

سؤال ۲

در سر یک چهارراه چراغ راهنمایی قرار دارد که به مدت ۶۰ ثانیه سبز و به مدت ۳۰ ثانیه قرمز است. اتومبیلی در لحظه‌ای کاملاً تصادفی و مستقل از کار چراغ به چهارراه رسیده است. زمان انتظار این اتومبیل تصادفی است و با متغیر X نشان داده می‌شود. مطلوب است محاسبه CDF ، PDF ، میانگین و واریانس این متغیر تصادفی.

سؤال ۳

X متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع تجمعی احتمال F است. فرض کنید $P(X > 0) = 1$ است و $E(X)$ وجود دارد. نشان دهید $E(X) = \int_0^{\infty} P(X > x) dx$.

راهنمایی: اگر $E(X)$ وجود داشته باشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow \infty} x[1 - F(x)] = 0$.

سؤال ۴

تابع چگالی احتمال توام زیر را در نظر بگیرید:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار واریانس $V(2X - 3Y + 8)$ را محاسبه کنید.

سؤال ۵

فرض کنید X یک متغیر تصادفی توزیع gamma با $E[X] = 12$ و واریانس $Var[X] = 48$ باشد. $\text{Prob}\{X > 12\}$ و $\text{Prob}\{X \leq 6\}$ را محاسبه کنید.



سؤال ۶

فرض کنید متغیر تصادفی X از توزیع $Uniform(0,1)$ پیروی می کند. یک مقدار خروجی این متغیر که با x نمایش می دهیم را در نظر بگیرید. پس از مشاهده این مقدار متغیر تصادفی Y را به صورت $Y|X = x \sim Uniform(x, 1)$ تعریف می کنیم. مقدار $E(Y|X = x)$ و $E(Y|X)$ را محاسبه کنید. کدام یک از این دو مقدار یک متغیر تصادفی است؟

سؤال ۷

یک شی را در نظر بگیرید که در نقطه صفر قرار دارد. این شی با احتمال P یک واحد به سمت چپ و با احتمال $1 - P$ واحد به سمت راست حرکت می کند. متغیر تصادفی X_n مکان ذره بعد از n بار حرکت کردن را بیان می کند. مقادیر $E(X_n)$ و $V(X_n)$ را محاسبه کنید.

سؤال ۸

فرض کنید قد مردان یک جامعه ۱۶۸ سانتی متر و انحراف معیار آن ها ۱۰ سانتی متر است. ۱۰۰ مرد را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه میانگین طول مردان در نمونه ما حداقل ۱۶۸ سانتی متر باشد را تقریب بزنید.

سؤال ۹

فرض کنید یک برنامه کامپیوتری از ۱۰۰ صفحه برنامه تشکیل شده است. متغیر تصادفی X_i تعداد خطاها در i امین صفحه کد باشد. با این فرض که X_i ها دارای توزیع پواسون با میانگین ۱ هستند و از یکدیگر مستقل هستند، متغیر تصادفی $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ را به صورت جمع تعداد خطاها تعریف می کنیم. با استفاده از قضیه حد مرکزی مقدار $P(Y < 90)$ را محاسبه کنید.

سؤال ۱۰

فرض کنید $X_1, \dots, X_n \sim Bernouli(p)$ با در نظر گرفتن اینکه تابع احتمال به صورت $f(x; p) = p^x(1 - p)^{1-x}$ برای مقادیر $x = 0, 1$ تعریف می شود، Maximum Likelihood Estimator برای مقدار p را محاسبه کنید.

سؤال ۱۱

به ۱۰۰ نفر یک داروی یکسان و به ۱۰۰ نفر دیگر یک داروی متفاوت داده شده است. در گروه اول ۹۰ فرد و در گروه دوم ۸۵ نفر درمان شدند. مقدار p_1 را احتمال بهبودی با داروی اول و مقدار p_2 را احتمال بهبودی با داروی دوم تعریف می کنیم. در نظر داریم مقدار $\theta = p_1 - p_2$ را تخمین بزنیم. یک تخمین، انحراف معیار، بازه اطمینان ۸۰ و ۹۵ درصد برای θ را محاسبه کنید.

سؤال ۱۲

واریانس متغیر تصادفی با توزیع Geometric را به دست آورید.