作業1. Cobb-Douglas 生產函數：$Q=f(L,K)=L^{\alpha}K^{\beta}$，$\alpha,\beta>0$

① AP_L（平均勞動產量）

$AP_L=\frac{Q}{L}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{L}=L^{\alpha}K^{\beta-1}$

② AP_M（平均資本產量）

$AP_M=\frac{Q}{M}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{M}=L^{\alpha}K^{\beta-1}$

③ MP_L（勞動邊際產量）

$MP_L=\frac{dQ}{dL}=\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}$

④ MP_K（資本邊際產量）

$MP_K=\frac{dQ}{dK}=\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$

⑤ MRTS（邊際替代率）

$MRTS=\frac{-dk}{dL}=\frac{MPL}{MPk}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\frac{\alpha k}{\beta L}$

⑥ ε^L（勞動產量彈力）

$\varepsilon^L=\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dL}{L}}=\frac{\frac{dQ}{dL}}{\frac{Q}{L}}=\frac{MP_L}{AP_L}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{L^{\alpha-1}K^{\beta}}=\alpha$

⑦ ε^K（資本產量彈性）

$\varepsilon^L=\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dK}{K}}=\frac{\frac{dQ}{dK}}{\frac{Q}{K}}=\frac{MP_K}{AP_K}=\frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\beta$

⑧ ε^Q（生產力彈性）

$\varepsilon^L=\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dk}{k}}=\frac{\frac{dQ}{dk}}{\frac{Q}{k}}=\frac{MPk}{APk}=\beta$

⑨ $\varepsilon^{L\cdot K}$（替代彈性）

$\varepsilon^{LK}=\varepsilon^L+\varepsilon^K=\alpha+\beta$

作業2. 隨堂

假設生產函數的型式為 $Q=3K+2L$。其中，K為資本，L為勞動，Q為產出。考慮生產函數3個敘述，請選正確選項

(1) 函數呈現固定規模報酬（正確）

當 L & K 增加 n 倍 → nk & nL，生產函數為 $F(nL,nk)=2(nL)+3(nk)$

$=n(2L+3k)=nQ$，故呈現固定規模報酬.

(2) 函數呈同下遞減（不正確）

$MPL=\frac{dQ}{dL}=2$，$MPK=\frac{dQ}{dK}=3$，MPK & MPL 皆固定，故無邊際生產力↓.

(3) 函數呈現固定的技術替代率（正確）

$MRTS=\frac{MPL}{MPK}=\frac{2}{3}$，技術替代率（MRTS）成固定值（$\frac{2}{3}$）