Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики.

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 4 / 1 / 2

Выполнил:
студент 104 группы
Абдулаев С.Ю.

Преподаватель:
Смирнов Л. М.

Москва
2023

Содержание

Постановка задачи

Требовалось реализовать численный метод, позволяющий вычислять площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$, $y = f_3(x)$ с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$.

Для вычисления абсцисс точек пересечения кривых, нужных для нахождения вершин фигуры, использовался методом деления отрезка пополам для решения уравнения $F(x) = 0$.

Площадь плоской фигуры вычислялась с использованием формулы трапеций. Отрезок, на котором применялся метод нахождения корней необходимо было вычислить аналитически.

Математическое обоснование

Анализируя графики всех трёх кривых, легко заметить, в каком диапазоне значений лежит каждый из корней. Для простоты вычислений были выбраны следующие диапазоны: [-5, -3], [-2,-1], [-0.5, -0.1].

Площадь плоской фигуры вычисляется как интеграл, равный сумме определённого интеграла Римана функции $F_1(x) = e^x + 2 + \frac{2(x+1)}{3}$ на отрезке от самой крайней точки пересечения кривых слева до средней и определённого интеграла Римана функции $F_2(x) = e^x + 2 + \frac{1}{x}$ на отрезке от средней точки пересечения до самой крайней точки пересечения справа.

Также приведем требования на сходимость методов:

1. Метод деления отрезка пополам. Функция F(x) должна удовлетворять $F(a)$ $F(b)$<0.
2. Метод трапеций. Требование: $F(x) \in C[a,b]$

Очевидно, что функции $f_1(x) - f_3(x) = e^x + 2 + \frac{2(x+1)}{3}$ и $f_1(x) - f_2(x) = e^x + 2 + \frac{1}{x}$ удовлетворяют требованиям методу деления отрезка пополам и что обе функции являются непрерывными на отрезке $[a, b]$ (как композиция непрерывных функций)

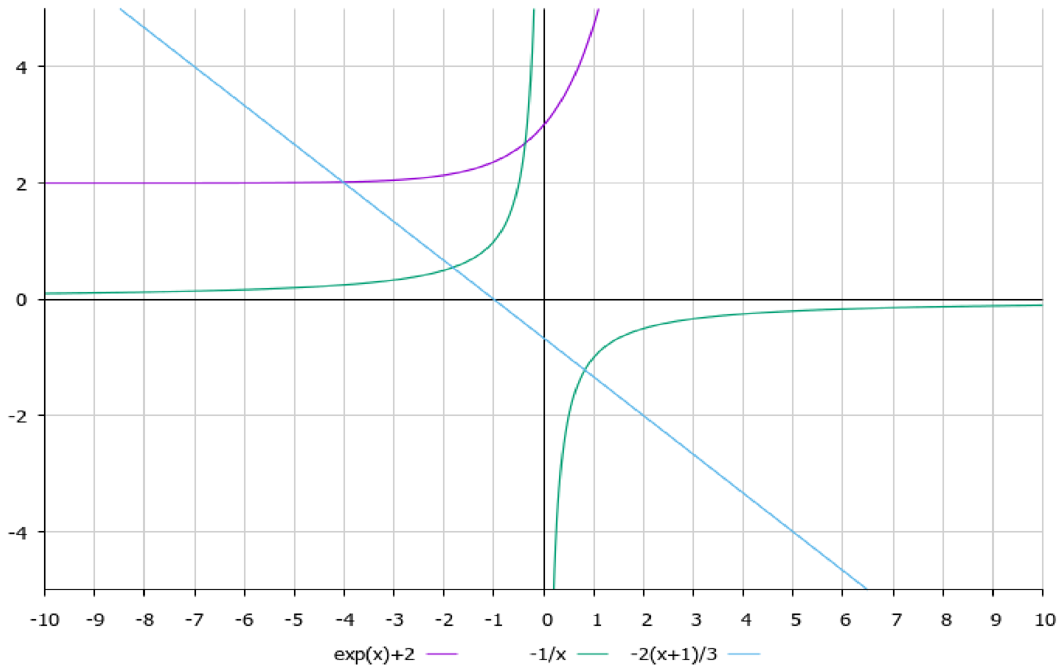

Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

Приведём результаты вычислений - координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры (рис. 2).

Кривые	x	y
1 и 3	-4.027	2.018
2 и 3	-1.823	0.549
1 и 2	-0.372	2.689

Таблица 1: Координаты точек пересечения

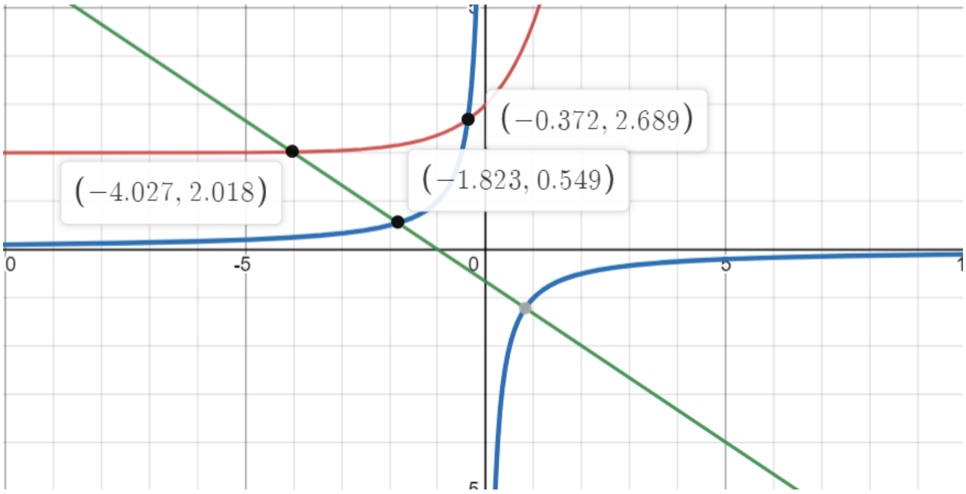

Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

В программе для вычисления определенного интеграла методом трапеций были написаны следующие функции.

1. root - функция поиска точки пересечения двух функций на отрезке методом деления отрезка пополам.
2. integral - функция находит значение определенного интеграла с помощью формулы трапеций от функции на определенном отрезке.
3. print_h - функция, которая выводит все ключи при вводе -h (раздел help).
4. print_f - функция выводит функции для которых считается площадь при -f (раздел functions).
5. i_a_to_b - функция, описывающая действия программы, при ключе -i (раздел нахождение интеграла от определенных функций на заданном пользователем интервале)
6. mtask - функция выполняет основную задачу - поиск площади фигуры, ограниченной кривыми.
7. f1, f2, f3 - функции из условия задачи.

Сборка программы (Make-файл)

Make-файл, использующийся для сборки программы, содержится в архиве, приложенном к отчёту. Основная программа содержится в файле main.c, описание функций f1, f2, f3 - в func.asm. При сборке оба файла компилируются до объектного кода, а затем линкуются друг с другом и с библиотекой, необходимой для вычислений.

Отладка программы, тестирование функций

Рассмотрим результаты отладки программы и тестирования функций. Было проведено по 3 теста для функции root и integral для разных кривых. В программе реализовывалась соответствующая функция, а затем проводилось тестирование.

1. Функция root.

   (a) Уравнения кривых: $f_1(x) = \sin(x^2)$; $f_2(x) = \sqrt{(x+1)}$

   (b) Уравнения кривых: $f_1(x) = \sin\left(x \quad\right)$; $f_2(x) = \cos(x^2)$

   (c) Уравнения кривых: $f_1(x) = e^{(x+2)}$; $f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+1)}}$

   Все точки пересечения данных кривых были вычислены функцией root верно.

2. Функция integral.

   (a) Уравнение кривой: $f(x) = \sin(x^2) - \sqrt{(x+1)}$.

   (b) Уравнение кривой: $f(x) = \sin(x) - \cos(x^2)$

   (c) Уравнение кривой: $f(x) = e^{(x+2)} - \frac{1}{\sqrt{(x+1)}}$

Все площади под графиками кривых были вычислены функцией integral правильно.

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программы имеются в архиве, который приложен к этому отчету.

Анализ допущенных ошибок

Допустил несколько ошибок, связанных с невнимательностью, которые исправил с помощью ручного и встроенного дебаггера.

Допустил несколько опечаток в процессе написания программы

Список литературы

[1] Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Т.1 — Москва: Наука, 1985

[2] Методические указания о численных методах и их реализации в программе приведены в методическом пособии «Задания практикума на ЭВМ» Трифонов Н.П., Пильщиков В.Н., задание 6.

[3] https://cpp.com.ru/ - документация по языкам C и C++