

## Guía Detallada para Usar el Código de Análisis Topológico (TDA)

Este documento explica cómo funciona y cómo utilizar este script de Python para el Análisis Topológico de Datos (TDA). El objetivo principal del código es tomar una secuencia de números, transformarla en una forma geométrica (una "nube de puntos" en un espacio multidimensional) y luego analizar su "forma" para encontrar estructuras ocultas, como bucles o vacíos.

### ¿Cómo Ejecutar y Modificar el Análisis?

La parte más importante es el bloque de ejecución principal al final del archivo, que comienza con `if __name__ == '__main__':`. Esta es tu "cabina de control". Desde aquí, puedes cambiar todo el experimento sin necesidad de tocar el resto del código.

```
#
=====
=====
# BLOQUE DE EJECUCIÓN PRINCIPAL
#
=====
=====
if __name__ == '__main__':
    # --- 1. Parámetros de Configuración ---
    PARAMETROS_TDA = {
        "puntos_interpolacion": 1000,
        "dim_emb": 5,
        "tau_emb": 2,
        "epsilon_vr": 1.0,
        "num_componentes_trig": 50,
        "max_puntos_tda": 750,
        "semilla": 42
    }

    # --- 2. Elige la Secuencia a Analizar ---
    # Descomenta la línea de la secuencia que quieras usar:
    secuencia_a_analizar = generar_secuencia_filtrada(primo_base=7,
longitud_deseada=500)
    nombre = "Filtrada (Primo 7)"

    # secuencia_a_analizar = generar_secuencia_diferencia_primos(n_primos=500)
    # nombre = "Diferencia de Primos"
```

```

# secuencia_a_analizar =
generar_secuencia_xor_primos_naturales(n_elementos=500)
# nombre = "XOR Primos y Naturales"

# --- 3. Elige qué Análisis Realizar ---
ejecutar_analisis_completo(
    secuencia_discreta=secuencia_a_analizar,
    nombre_secuencia=nombre,
    # Aquí eliges qué versiones de la secuencia analizar:
    tipos_TDA=['discreta', 'spline3'], # <--- ¡MODIFICA ESTA LISTA!
    **PARAMETROS_TDA
)

```

## 1. Configuración de Parámetros (PARAMETROS\_TDA)

Este diccionario controla los detalles técnicos del análisis.

- **puntos\_interpolacion:** Cuando se suaviza la secuencia original, ¿cuántos puntos se usarán para dibujar la nueva curva? Más puntos significa una curva más suave.
- **dim\_emb (Dimensión del Embedding):** Es la dimensión del espacio en el que se "dibuja" la nube de puntos. Un valor de 3 crearía una nube de puntos en 3D. Un valor de 5 la crea en 5D (aunque solo podamos visualizar las primeras 3 dimensiones). **Es uno de los parámetros más importantes para experimentar.**
- **tau\_emb (Retardo del Embedding):** Es el "paso" o "retraso" que se toma en la secuencia original para construir cada punto en el nuevo espacio. Ayuda a "desplegar" la forma correctamente.
- **epsilon\_vr:** En la visualización del "Complejo de Rips", este es el radio máximo para conectar dos puntos con una línea. Un valor más grande conectará más puntos.
- **num\_componentes\_trig:** Solo para la interpolación trigonométrica. Controla cuántas ondas de seno/coseno se usan para reconstruir la señal. Menos componentes dan una curva más suave; más componentes la hacen más detallada.
- **max\_puntos\_tda:** Límite de seguridad. Si la nube de puntos tiene más puntos que este número, el código tomará una muestra aleatoria para evitar que los cálculos tarden demasiado.
- **semilla:** Asegura que los resultados aleatorios (como el submuestreo) sean

siempre los mismos en cada ejecución, lo que hace tus experimentos reproducibles.

## 2. Elección de la Secuencia

El código te proporciona tres generadores de secuencias. Para elegir uno, simplemente descomenta la línea que desees.

- `generar_secuencia_filtrada`: Basada en múltiplos de números primos.
- `generar_secuencia_diferencia_primos`: Basada en la distancia entre primos consecutivos.
- `generar_secuencia_xor_primos_naturales`: Una secuencia más caótica basada en la operación XOR.

También puedes usar tu propia secuencia, por ejemplo, cargada desde un archivo:

```
mi_secuencia = [1, 5, 2, 8, 3, 7, ...]
```

## 3. Elección del Tipo de Análisis (tipos\_TDA)

Esta es la parte más flexible. Es una lista que le dice al script qué versiones de tu secuencia quieres analizar. Las opciones son:

- `'discreta'`: Analiza la secuencia original, punto por punto.
- `'spline1'`: Suaviza la secuencia con líneas rectas (interpolación lineal) y la analiza.
- `'spline3'`: Suaviza la secuencia con curvas suaves (interpolación cúbica) y la analiza.
- `'trigonometrica'`: Suaviza la secuencia usando una combinación de ondas (Fourier) y la analiza.

### Ejemplos de cómo usar tipos\_TDA:

- Para analizar solo la secuencia original y la versión suavizada con curvas cúbicas:  
`tipos_TDA=['discreta', 'spline3']`
- Para comparar los tres tipos de suavizado:  
`tipos_TDA=['spline1', 'spline3', 'trigonometrica']`
- Para analizar únicamente la secuencia original sin ninguna interpolación:  
`tipos_TDA=['discreta']`

### Flujo del Proceso: ¿Qué Hace el Código Paso a Paso?

1. **Generar una Secuencia:** Se crea la serie de números inicial.
2. **Interpolar (Opcional):** Si se elige `'spline1'`, `'spline3'` o `'trigonometrica'`, el código crea una versión "continua" y suave de la secuencia discreta. Esto es útil porque la forma de la curva suave puede revelar estructuras que no son obvias en los puntos originales. El código primero te mostrará gráficos de estas interpolaciones.

3. **Embedding de Takens:** Este es el corazón del TDA. Convierte tu secuencia 1D en una nube de puntos de alta dimensión ( $\text{dim\_emb}$ ). Por ejemplo, para  $\text{dim\_emb}=3$  y  $\text{tau\_emb}=2$ , toma un punto  $p_i$  de la secuencia y crea un punto 3D ( $p_i, p_{i+2}, p_{i+4}$ ). Al hacer esto para toda la secuencia, se genera la nube de puntos, que es una "sombra" de la dinámica subyacente del sistema que generó los datos.
4. **Visualizar el Atractor y el Complejo de Rips:**
  - **Atractor:** Se visualiza la nube de puntos conectando los puntos en el orden en que se generaron. Esto te da una idea de la "trayectoria" de la forma.
  - **Complejo de Rips:** Se visualiza la nube de puntos y se conectan los puntos cercanos (a una distancia menor que  $\epsilon_{\text{vr}}$ ). Esto forma un "esqueleto" de la forma.
5. **Calcular y Visualizar el Diagrama de Persistencia:**
  - Este es el resultado final del TDA. El algoritmo busca "agujeros" en la nube de puntos a medida que aumenta la distancia de conexión entre ellos.
  - **H0 (Puntos Rojos):** Representan componentes conectados. Un solo punto rojo muy persistente (lejos de la diagonal) significa que tu nube de puntos es un solo cúmulo.
  - **H1 (Puntos Azules):** Representan bucles o "agujeros" 1D (como el agujero de una dona). Un punto azul persistente es una fuerte evidencia de que tu forma tiene un bucle.
  - **H2 (Puntos Verdes):** Representan vacíos o "burbujas" 2D (como el hueco dentro de una esfera).

En este caso, un punto en el diagrama de persistencia que está lejos de la línea diagonal  $y=x$  representa una característica topológica "real" y significativa de tus datos.