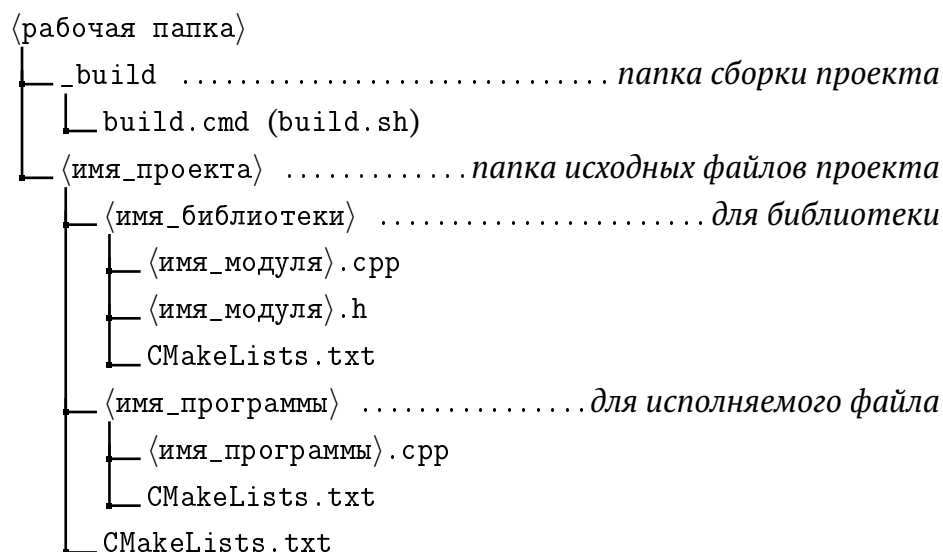


Индивидуальные задания. Библиотеки

Программирование на языке C++. Продвинутый уровень

Указания:

- Необходимо выполнить задание с использованием инструмента CMake.
- Задание «a)» оформляется в виде статической/разделяемой библиотеки, задание «b)» в виде программы, подключающей данную библиотеку. Вид библиотеки определяется параметром командной строки `-D BUILD_SHARED_LIBS=...` для CMake.
- Оба задания оформляются со следующей структурой каталогов:



1. а) Операции над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, нахождение модуля и аргумента.
б) Найти значение многочлена

$$P_n(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n, \quad a_i, z \in \mathbb{C}$$

2. а) Методы дихотомии, простых итераций, хорд, Ньютона.
 б) Найти решения следующих уравнений на заданных отрезках:

$$\begin{aligned} x + \ln(x + 0,5) - 0,5 &= 0, & x \in [0, 3] \\ x^5 - x - 0,2 &= 0, & x \in [1, 11] \\ \frac{2}{3} \sin^2 x - \frac{3}{4} \cos^2 x &= 0, & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

3. а) Вычисление определённых интегралов методами прямоугольников, трапеций, Симпсона.
 б) Найти длину эллипса:

$$l = 4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi$$

где

$$a \geq b, \quad \varepsilon^2 = \left| \frac{a^2 - b^2}{a^2} \right|$$

4. а) Операции с комплексными числами в тригонометрической форме: преобразование из алгебраической формы и обратно, нормализация (приведение аргумента к значению в промежутке $[0, 2\pi)$, сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в натуральную степень).
 б) Вычислить значение комплексной функции e^z для заданного $z \in \mathbb{C}$ двумя способами: как сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$, вычисленную с заданной точностью (суммирование слагаемых, пока модуль очередного слагаемого не станет меньше заданного $\varepsilon > 0$), и по формуле:

$$e^z = e^x (\cos y + i \sin y), \quad z = x + i y$$

5. а) Операции с рациональными числами: сокращение, сложение, вычитание, умножение, деление, сравнение.
 б) Для заданного многочлена с рациональными коэффициентами:

$$P_n(q) = a_0 q^n + a_1 q^{n-1} + \dots + a_{n-1} q + a_n, \quad a_i, q \in \mathbb{Q}$$

и двух чисел $q_1, q_2 \in \mathbb{Q}$ определить, какое из значений больше: $P_n(q_1)$ или $P_n(q_2)$. Вычисление значения многочлена производить по схеме Горнера.

6. а) Генераторы случайных величин:

$$\begin{aligned} r_{i+1} &= \{11 r_i + \pi\} \\ r_{i+1} &= \left\{ \frac{r_i}{z_{i+1}} + \pi \right\}, \quad z_{i+1} = z_i + 10^{-8}, \quad z_0 = 0,011 \\ r_{i+1} &= \frac{1}{\pi} \arccos \left(\cos (10^8 r_i + \Delta) \right) \\ r_{i+1} &= \{e^{\pi + r_i}\} \\ r_{i+1} &= \left\{ (\pi - 2 + r_i)^2 \right\} \end{aligned}$$

Замечание: фигурные скобки: $\{\cdot\}$ обозначают операцию взятия дробной части числа.

- б) Нахождение объёма шара методом Монте-Карло.

7. а) Линейная интерполяция и дифференцирование функций, заданных таблицей значений:

$$y'_0 = \frac{y_1 - y_0}{h}, \quad y'_N = \frac{y_N - y_{N-1}}{h}, \quad y'_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \quad \forall i \in [1, N-1]_{\mathbb{N}}$$

- б) Найти производную функции в заданной точке.

8. а) Нахождение частичных сумм бесконечных рядов с заданным рекуррентным соотношением с заданной точностью, но не более заданного количества итераций.

- б) Вычислить суммы

$$\begin{aligned} y &= 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \\ y &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \end{aligned}$$

9. а) Квадратные матрицы: операции сложения, вычитания, умножения, умножения на число, нахождение определителя (сведением к верхне-треугольной форме), выделение подматрицы.
б) Дана матрица квадратичной формы. Проверить её на положительную/отрицательную определённость.
10. а) Операции с прямоугольными матрицами: сложение, вычитание, умножение, умножение на число, транспонирование.

- b) Для заданной матрицы A найти матрицу $A A^T$.
- 11.
 - a) Операции со строками: перевод в верхний/нижний регистр, капитализация, сравнение двух строк с учётом/без учёта регистра ($<$, $>$, $=$), проверка слов на регистр, капитализацию.
 - b) Дан текстовый файл. Построить по нему другой текстовый файл, с сохранением исходного текста, капитализацией всех слов с начала предложения, сохранением капитализированных слов, слов в верхнем регистре, и перевод всех остальных слов в нижний регистр.
- 12.
 - a) Операции над многочленами: сложение, вычитание, умножение, нахождение значения в точке, дифференцирование.
 - b) Вывести в заданном промежутке с заданным шагом значение суммы и произведения заданных многочленов и их (суммы и произведения) производных.