じゃんけんで勝つ確率

目的

桜美林大学芳沢光雄教授の研究によると、実際にジャンケンの出す手の確率は、グーは35％ 、チョキは31.7％、パーは33.3％　という結果が出ている。
このことからパーを出したとき、勝ちやすいと予想し、n人のじゃんけんである1人がパーを出し続けて最後まで勝ち残る確率を調べる。また、出す手の確率がそれぞれ1/3の時と比較したとき、どのくらいの差が出るのかを調べる。

実験

グーを出す確率　 = P_{rock}
チョキを出す確率 = $P_{scissors}$
パーを出す確率　 = P_{paper}　とする
以降パーを出し続ける1人をAとする

あいこの確率

$$P(draw|n) = 1 - \left(\left(P_{rock} + P_{paper} \right)^{n-1} + \left(P_{scissors} + P_{paper} \right)^{n-1} - 2{P_{paper}}^{n-1} \right)$$

あいこの余事象から導き、二項定理を使って求められる

1人出し続ける	n－1人	
パー	グー グー グー … グー グー	${}_{n-1}C_0 \cdot {P_{rock}}^{n-1} \cdot {P_{paper}}^{0}$
パー	パー グー グー … グー グー	${}_{n-1}C_1 \cdot {P_{rock}}^{n-2} \cdot {P_{paper}}^{1}$
パー	パー パー グー … グー グー	${}_{n-1}C_2 \cdot {P_{rock}}^{n-3} \cdot {P_{paper}}^{2}$
	⋮	
パー	パー パー パー … パー グー	${}_{n-1}C_{n-2} \cdot {P_{rock}}^{1} \cdot {P_{paper}}^{n-2}$

それぞれの確率の合計　$\left(P_{rock} + P_{paper} \right)^{n-1} - {P_{paper}}^{n-1}$　…①

チョキも同様に考えると $\left(P_{scissors} + P_{paper} \right)^{n-1} - {P_{paper}}^{n-1}$ …②

あいこになる確率は1－(①＋②)　$= P(draw|n)$

n人中m人(パーを出し続ける人も含む)が一発で勝つ確率

$$P(win|n,m) = \binom{n-1}{m-1} \cdot {P_{rock}}^{n-m} \cdot {P_{paper}}^{m-1}$$

1人出し続ける	m－1人	n－m人
パー	パー パー	グー … グー グー

よって、n人中m人がじゃんけんで勝つ確率は

$$P(win|n,m)\left(P(draw|n)\right)^{0} + P(win|n,m)\left(P(draw|n)\right)^{1} + P(win|n,m)\left(P(draw|n)\right)^{2} + \cdots P(win|n,m)\left(P(draw|n)\right)^{k-1} + \cdots$$

$$= \frac{P(win|n,m)}{1-P(draw|n)}$$

$P(draw|n)$ <1より無限等比級数の和によって求められる

2人でジャンケンをするとき、
最後まで勝ち続ける確率

$$\frac{P(win|2,1)}{1-P(draw|2)} = P(A\ wins|2)$$

とする

3人でジャンケンをするとき、
最後まで勝ち続ける確率

$$\frac{P(win|3,1)}{1-P(draw|3)} + \frac{P(win|3,2)}{1-P(draw|3)} \cdot P(A\ wins|2) = P(A\ wins|3)$$

とする

4人でジャンケンをするとき、
最後まで勝ち続ける確率

$$\frac{P(win|4,1)}{1-P(draw|4)} + \frac{P(win|4,2)}{1-P(draw|4)} \cdot P(A\ wins|2) + \frac{P(win|4,3)}{1-P(draw|4)} \cdot P(A\ wins|3) = P(A\ wins|4)$$

とする

⋮

n人でジャンケンをするとき、
最後まで勝ち続ける確率

$$\frac{P(win|n,1)}{1-P(draw|n)} + \frac{P(win|n,2)}{1-P(draw|n)} \cdot P(A\ wins|2) + \frac{P(win|n,3)}{1-P(draw|n)} \cdot P(A\ wins|3) + \cdots + \frac{P(win|n,n-1)}{1-P(draw|n)} \cdot P(A\ wins|n-1) = P(A\ wins|n)$$

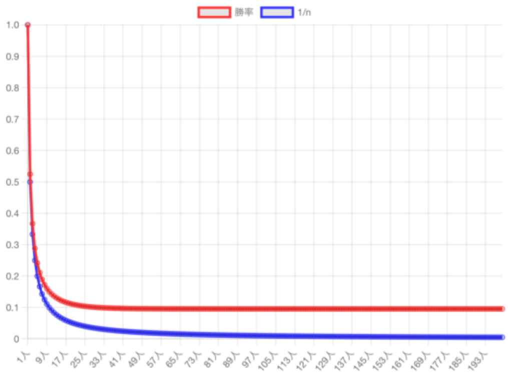
とする

求める確率は

$$P(A\ wins|n) = \frac{1}{\left(P_{rock} + P_{paper}\right)^{n-1} + \left(P_{scissors} + P_{paper}\right)^{n-1} + 2{P_{paper}}^{n-1}} \sum_{m=1}^{n-1} \binom{n-1}{m-1} {P_{rock}}^{n-m} \cdot {P_{paper}}^{m-1} \cdot P(A\ wins|m)$$

この式に$P_{rock} = 35\%$, $P_{scissors} = 31.7\%$, $P_{paper} = 33.3\%$を代入して、 n人のじゃんけんでパーを出し続けて最後まで勝ち残る確率はどうなるのかを調べる。また、出す手の確率がそれぞれ1/3のときと比較する。

結論



- 約30人から1000人のじゃんけんにおいて、ある1人がパーを出し続けたとき、確率を変化させた方は1人勝ちとなる確率が約10％となる

今後の展望

- 数式の一般項を出すことはできないかを考える
- 確率を変えたジャンケンの確率は人数を増やしていくとどの値に収束するのかを調べる

引用

japan-rps.jimdofree.com