Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Методические указания
к выполнению лабораторной работы №5
по дисциплине **«Методы системного анализа и проектирования информационных систем»**
Для студентов, обучающихся по направлению
09.03.02 «Информационные системы и технологии» и
по дисциплине **«Системный анализ и проектирование информационных систем»**
Для студентов, обучающихся по направлению
09.03.03 «Прикладная информатика»
по учебному плану подготовки бакалавров
очной и заочной форм обучения

Севастополь
2023

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Углубление теоретических знаний в области системного анализа, ознакомление с методом Монте-Карло.

2 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Метод Монте-Карло

Для моделирования различных физических, экономических и других процессов широко используется метод Монте-Карло. В его основе лежит метод статистических испытаний. Суть его состоит в том, что результат испытания ставиться в зависимость от значения некоторой случайной величины, распределенной по заданному закону, чаще всего это гауссово распределение. В итоге результат каждого отдельного испытания не зависит от предыдущего и носит случайный характер. Точность метода напрямую зависит от числа результатов, чем их больше, чем точнее результат.

Важнейший прием построения метода - сведение задачи к расчету математических ожиданий [1]. Пусть требуется найти значение m некоторой изучаемой величины. С этой целью выбирают такую случайную величину X, математическое ожидание которой равно: $M[X] = m$. Практически же поступают так: вычисляют (разыгрывают) N возможных значений x_i случайной величины X, находят их среднее арифметическое:

$$x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Так как последовательность одинаково распределённых случайных величин, у которых существуют математическое ожидания, подчиняется закону больших числе, то при $N \to \infty$ среднее арифметическое этих величин сходятся по вероятности к математическому ожидания. Таким образом, при больших N величина $x \approx m$.

2.2 Метод Монте-Карло пример

Рассмотрим применение метода для вычисления площади под кривой. Данная задача хорошо иллюстрирует возможности метода. Пусть круг имеет радиус $R = 1$. Уравнение соответствующей окружности имеет вид:

$$(x - 1) + (y - 1) = 1$$

Для решения задачи методом Монте-Крало впишем круг в квадрат (рисунок 1). Вершины квадрата будут иметь координаты (0, 0), (2, 0), (0, 2), (2, 2).

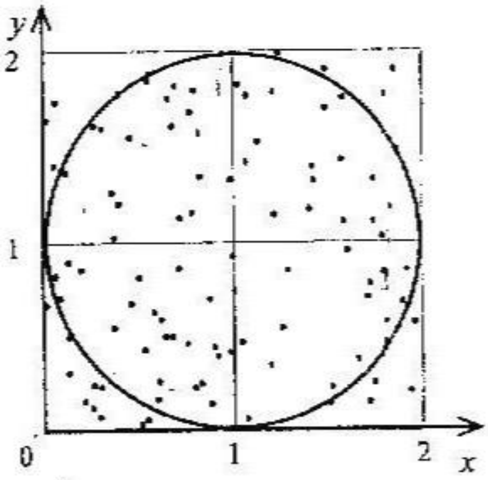

Рисунок 1 - К определению площади круга методом Монте-Карло

Любая точка внутри квадрата или на его границе должна удовлетворять неравенствам $0 < x < 2$ и $0 < y < 2$. При случайном заполнении квадрата точками, координаты которых распределены равномерно в этих интервалах, часть точек будет попадать внутрь круга. Если выборка состоит из n наблюдений и m точек попали внутрь круга или на окружность, то оценку площади круга S можно получить из соотношения:

$$S = S_{\text{квадрата}} \frac{m}{n}$$

где $S_{\text{квадрата}}$ – площадь квадрата, в который вписан круг.

3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Получить вариант задания - остаток от деления двух последних чисел зачетной книжки на общее количество вариантов задания.
2. Написать программу на языке программирования python для вычисления площади под кривой методом Монте-Карло.
3. Построить график зависимости точности результата от числа испытаний.
4. Дополнительное задание: написать программу на языке программирования python для визуального отображения результатов решения (см. рисунок 1).

4 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Найти приближенное значение интеграла заданной функции f(x) на отрезке [a, b] по формулам Монте-Карло, произвести оценку погрешности.

Таблица 1 – Варианты заданий

Вариант	[a, b]	f(x)
1	0, 1	$\sin(x)$
2	0, 1	$\cos(x)$
3	0, 2	x^{-1}
4	0, 2	$x^{1/2}$
5	0, 2	e^{x}
6	0, 1	$\sin(2x^2 + 1)$
7	2, 3	$\frac{1}{x}\ln(x + 2)$
8	0, 1	$1 - t^2$
9	0, 3	$\sqrt{1 + \cos^2(x)}$
10	2, 3	$x^2\cos(\frac{x}{4})$

5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается суть метода Монте-Карло?
2. Графическая интерпретация метода Монте-Карло.
3. Как оценить погрешность метода Монте-Карло.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Брусленко М.П., Шрейдер Ю.А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах. - М.: ФИЗМАТГИЗ, 1961г.
2. Волкова В.Н., Теория систем и системный анализ. 2014. - 616 с.
3. Плас Дж. Вандер, Python для сложных зада: наука о данных и машинное обучение. 2018. - 576с.