向量的点乘与叉乘

1)点乘:结果为标量

(学名:内积)

eg: $A=(A_1,A_2,A_3)$

$B=(B_1,B_2,B_3)$

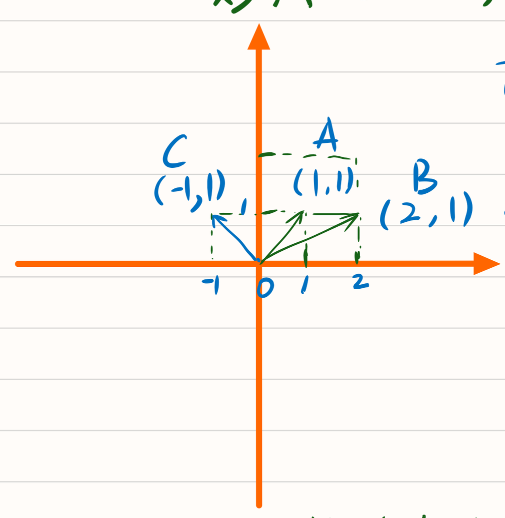
则 $A\cdot B=A_1B_1+A_2B_2+A_3B_3$

点乘的用途:

1) 投影与投影测试:

点乘可以检测1个点是否在另1个点的前面或后面

若 $A\cdot B>0$,则 向量A在向量B的方向上



$\vec{OA}=(1,1)$

$\vec{OB}=(2,1)$

$\therefore \vec{OA}\cdot\vec{OB}=1\times2+1\times1=3>0$ 成钝角

$\vec{OC}=(-1,1)$

$\vec{OC}\cdot\vec{OA}=-1\times1+1\times1=0\ =0$ 成直角

$\vec{OC}\cdot\vec{OB}=-1\times2+1\times1=-1<0$ 成钝角

2)计算单位向量的夹角与方向 ⇒

这个和1)差不多,只不过是单位向量

eg: $\vec{OA}=(\frac{\sqrt2}{2},\frac{\sqrt2}{2})$

$\vec{OB}=(\frac{\sqrt2}{2},\frac{\sqrt2}{2})$

$\vec{OC}=(-\frac{\sqrt2}{2},-\frac{\sqrt2}{2})$

都是单位向量

$\vec{OA}\cdot\vec{OB}=1$ (两单位向量点乘为1,方向相同)

$\vec{OA}\cdot\vec{OC}=-1$ (两单位向量点乘为-1,方向相反)

3)法向量归一化 ⇒ 归一化就是将向量长度调整为1

⇓

$\vec{OA}=(1,2)$

$\vec{z}=(\frac{1}{\sqrt{1^2+2^2}},\frac{2}{\sqrt{1^2+2^2}})$

4)纹理坐标映射

⇓

这个好像和纹理没啥关系

⇓

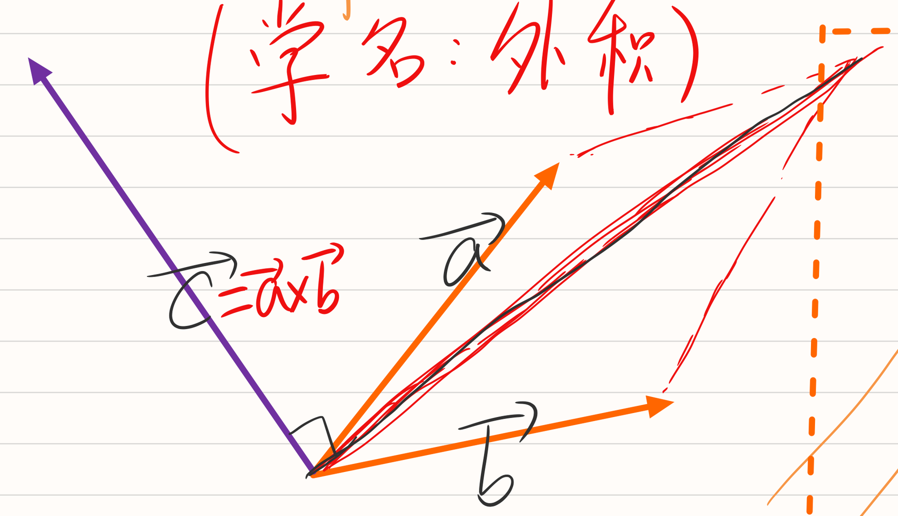
比如: (0,0),(1,0),(1,0) (0,1)

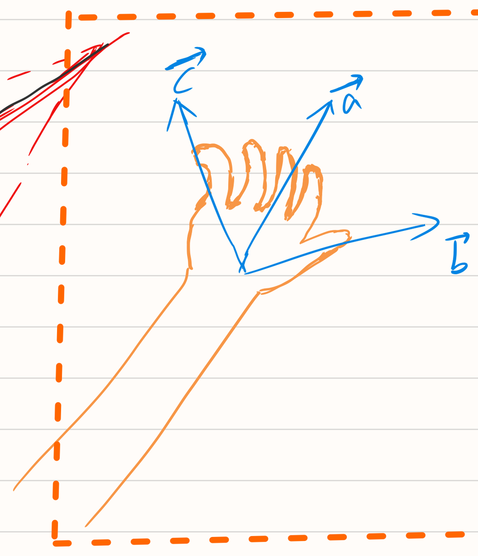
则纹理坐标就是 (0.5,0.5)

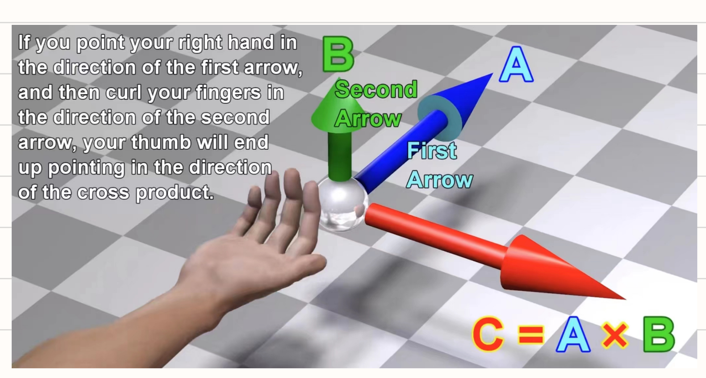
再补充一点: $|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|(A,B,C)\cdot(a,b,c)|=\sqrt{(A\cdot a)^2+(B\cdot b)^2+(C\cdot C)^2}$

2)叉乘:结果为矢量

(学名:外积)







⇒ 这是其中一种做法:其实还有一种握拳的也是对的,右手螺旋法则,两者都是可以的

物理又叫右手螺旋定则

$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$

$\vec{c}\perp\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 组成的平面

关于乘法交换率,叉乘也是不满足的,

但是"有迹可寻", $\boxed{\begin{aligned}\vec{C}&=\vec{B}\times\vec{A}\\&=-\vec{A}\times\vec{B}\end{aligned}}$

三维向量叉乘的做法:

$\vec{a}=(A,B,C)$

$\vec{b}=(a,b,c)$

$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}A\\B\\C\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a\\b\\d\end{pmatrix}$

$=\begin{bmatrix}B & b\\C & d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}A & a\\C & d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}A & a\\B & b\end{bmatrix}$

不看第1行 不看第二行 不看第三行

$=(Bd-bC)+(Ad-aC)+(Ab-aB)$

$=E+F+H$

if 你想求 $|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{E^2+F^2+H^2}$

⇒ 第1个矩阵是遮住第1行的结果

-2- - - - - - - - - - - 2 - - - -

-3- - - - - - - - - 3 - - - -

⇒ $\begin{vmatrix}a & b\\c & d\end{vmatrix}=ad-bc$