|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

**РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

***К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ***

***НА ТЕМУ:***

«Моделирование сцены, расположенной за прозрачной поверхностью»

**Руководитель курсового проекта** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О.В.Кузнецова

(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

**Студент** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Д.Р.Жигалкин

(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

*2020 г.*

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение*

*высшего профессионального образования*

***«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»   
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)***

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ИУ7

(Индекс)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.В.Рудаков

(И.О.Фамилия)

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение курсового проекта**

по дисциплине\_\_\_\_\_\_\_Компьютерная графика\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Моделирование сцены, расположенной за прозрачной поверхностью \_\_\_

(Тема курсового проекта)

Студент\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Жигалкин Д.Р гр. ИУ7-55Б\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(Фамилия, инициалы, индекс группы)

График выполнения проекта: 25% к \_4 нед., 50% к \_7\_ нед., 75% к \_11нед., 100% к 14 нед.

1. ***Техническое задание***

Разработать программное обеспечение для создания реалистичного изображения методом обратной трассировки лучей. Изображение должно представлять собой сцену, на которую будет можно установить только заданные в программе объекты: сферу, параллелепипед, плоскость, а также выбрать их характеристики: цвет, зеркальное отражения (по шкале), отражающую способность (можно выбрать предел рекурсии) (по шкале), прозрачность (по шкале). Предоставить возможность выбрать заданные в программе источники света: направленный, точечный и окружающее освещение и выбрать их интенсивность, а также менять положение объектов, источников света (кроме окружающего освещения). Должна быть возможность перемещать камеру наблюдателя на заданные координаты и поворачивать на заданный угол вокруг заданной оси. Окно программы должно иметь фиксированный размер.

***2. Оформление курсового проекта***

2.1. Расчетно-пояснительная записка на 25-30 листах формата А4.

Расчетно-пояснительная записка должна содержать постановку введение, аналитическую часть, конструкторскую часть, технологическую часть, экспериментально-исследовательский раздел, заключение, список литературы, приложения.

2.2. Перечень графического материала (плакаты, схемы, чертежи и т.п.)\_\_На защиту проекта должна быть представлена презентация, состоящая из 15-20 слайдов. На слайдах должны быть отражены: постановка задачи, использованные методы и алгоритмы, расчетные соотношения, структура комплекса программ, диаграмма классов, интерфейс, характеристики разработанного ПО, результаты проведенных исследований.

Дата выдачи задания « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Руководитель курсового проекта** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О.В.Кузнецова

(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

**Студент** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Д.Р.Жигалкин

(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Оглавление

[Введение 4](#_Toc58081136)

[1. Аналитическая часть 5](#_Toc58081137)

[1.1 Обзор и анализ существующего программного обеспечения и обоснование необходимости разработки 5](#_Toc58081138)

[1.1.1 BRL-CAD 5](#_Toc58081139)

[1.1.2 Blender 6](#_Toc58081140)

[1.1.3 Вывод 7](#_Toc58081141)

[1.2 Формализация объектов синтезируемой сцены 7](#_Toc58081142)

[1.3 Обзор существующих методов синтеза изображения 8](#_Toc58081143)

[1.3.1 Метод бросания лучей 8](#_Toc58081144)

[1.3.2 Метод конечных элементов 9](#_Toc58081145)

[1.3.3 Алгоритм обратной трассировки лучей 9](#_Toc58081146)

[1.3.4 Вывод 9](#_Toc58081147)

[1.4 Модели освещения 10](#_Toc58081148)

[1.4.1 Модель освещения Ламберта 10](#_Toc58081149)

[1.4.2 Модель освещения Фонга 10](#_Toc58081150)

[1.4.3 Вывод 11](#_Toc58081151)

[1.5 Описание трехмерных преобразований сцены 11](#_Toc58081152)

[1.6 Выводы из аналитического раздела 12](#_Toc58081153)

[2. Конструкторская часть 13](#_Toc58081154)

[2.1 Описание алгоритма трассировки лучей. 13](#_Toc58081155)

[2.2 Поиск пересечений с объектами 15](#_Toc58081156)

[2.2.1 Барицентрические координаты 15](#_Toc58081157)

[2.2.2 Алгоритм Мёллера-Трумбора 17](#_Toc58081158)

[2.2.3 Пересечение луча и сферы 18](#_Toc58081159)

[2.2.4 Пересечение луча и плоскости 20](#_Toc58081160)

[2.3 Освещение 21](#_Toc58081161)

[2.3.1 Точечный источник освещения 21](#_Toc58081162)

[2.3.2 Направленный источник освещения 22](#_Toc58081163)

[2.3.3 Окружающий источник освещения 22](#_Toc58081164)

[2.3.4 Дисковый источник освещения 22](#_Toc58081165)

[2.4 Моделирование диффузного отражения 23](#_Toc58081166)

[2.4.1 Уравнение диффузного отражения 25](#_Toc58081167)

[2.5 Моделирование зеркального отражения 25](#_Toc58081168)

[2.5.1 Уравнение зеркального отражения 27](#_Toc58081169)

[2.6 Тени 29](#_Toc58081170)

[2.6.1 Мягкие тени 31](#_Toc58081171)

[2.7 Режим смешивания цветов 32](#_Toc58081172)

[2.7.1 Alpha смешивание цветов 32](#_Toc58081173)

[2.8 Схема алгоритма 32](#_Toc58081174)

[3. Технологическая часть 35](#_Toc58081175)

# Введение

В компьютерной графике на сегодняшний день большое внимание уделяется алгоритмам получения реалистических изображений. Эти алгоритмы являются самыми затратными по времени. Обусловлено это тем, что они должны предусматривать множество физических явлений, таких как преломление, отражение, рассеивание света. Профессиональные программы для кинематографа учитывают еще больше явлений (дифракцию, интерференцию, зависимость коэффициентов преломления, отражения, поглощения от длины волны падающего света, вторичное, третичное отражение света).

В моей курсовой работе для рендеринга применяется алгоритм обратной трассировки лучей. На сегодняшний день он считается одним из лучших для формирования реалистических изображений, его используют большинство трехмерных графических редакторов. В таких редакторах применяется так же алгоритм z-буфера, но им пользуются там, где крайне важна скорость.

Цель данной работы – моделирование реалистичной сцены, расположенной за прозрачной поверхностью.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1) описать структуру трехмерной сцены, включая объекты, из которых состоит сцена, и дать описание выбранных свойств;

2) выбор и/или модифицирование существующих алгоритмов трехмерной графики, которые позволят визуализировать трехмерную сцену;

3) реализация данных алгоритмов для создания трехмерной сцены;

4) разработать программное обеспечение, которое позволит отобразить трехмерную сцену и визуализировать оптические эффекты.

# Аналитическая часть

## Обзор и анализ существующего программного обеспечения и обоснование необходимости разработки

На данный момент существует множество программных систем для синтеза изображения методом обратной трассировки лучей, но я выделил для себя основные:

* BRL-CAD
* Blender

## BRL-CAD

BRL-CAD представляет собой мощную 3D систему автоматизированного проектирования составных объемных тел методом конструктивной блочной геометрии. Включает в себя интерактивный геометрический редактор, параллельную трассировку лучей, рендеринг и геометрический анализ.

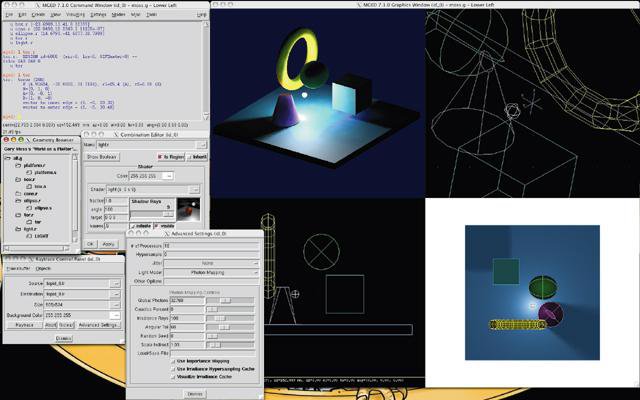


Рисунок 1.1 – Интерфейс программы BRL-CAD.

Недостатки: большой объем программы, непростой интерфейс для неподготовленного пользователя.

Преимущества: кроссплатформенность, регулярные обновления, большие возможности для подготовленного пользователя.

## Blender

Blender – профессиональное свободное программное обеспечение для создания трехмерной графики, включающее в себя множество возможностей, в том числе и рендеринг.

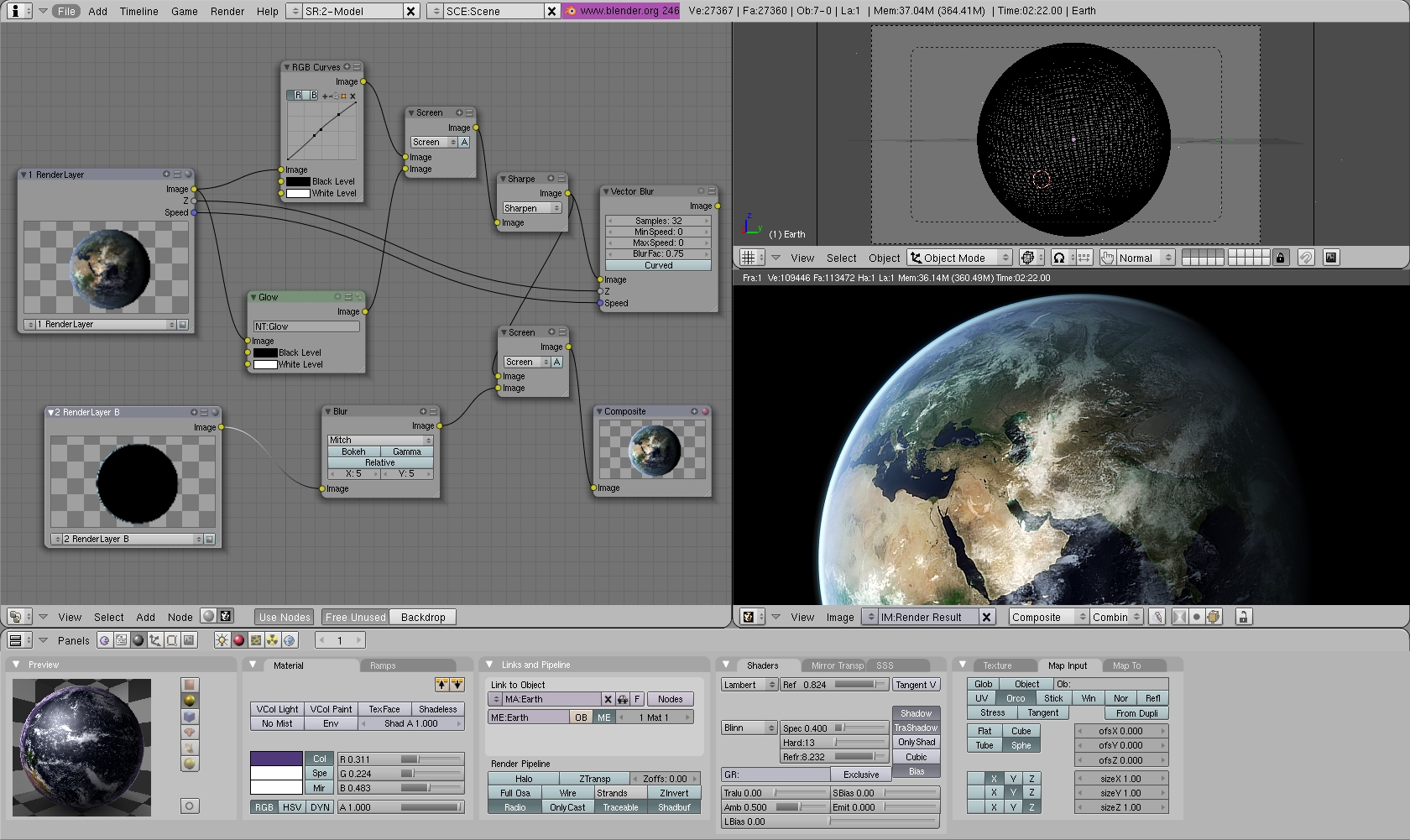


Рисунок 1.2 – Интерфейс программы Blender.

Недостатки: имеет репутацию программы, сложной для изучения, практически каждая функция имеет соответствующее ей сочетание клавиш. Высокие системные требования для комфортной работы с приложением.

Преимущества: характерной особенностью является небольшой размер. Поддержка разнообразных геометрических примитивов, включая полигональные модели, универсальные встроенные механизмы рендеринга.

## Вывод

Не смотря на то, что существует немало многофункционального программного обеспечения для синтеза сцены методом обратной трассировки лучей, характерным для него недостатком является сложный и не совсем понятный для неподготовленного пользователя интерфейс. В своем программном продукте я хочу устранить данный недостаток.

## Формализация объектов синтезируемой сцены

Сцена состоит из следующих объектов.

* Источников света:

1. Окружающее освещение. Описывается коэффициентом освещенности.
2. Точечный источник света. Описывается тремя координатами положения и коэффициентом освещенности.
3. Направленный источник света. Описывается вектором направления и коэффициентом освещенности.
4. Источник света, учитывающий размеры заданные пользователем, представляющий собой диск, лежащий в плоскости, параллельной плоскости XoZ. Описывается тремя координатами положения центра, коэффициентом освещенности и величиной радиуса.

* Плоскость земли – ограничивающая плоскость. Изначально расположена внизу сцены, параллельна XoZ.
* Объемные тела, каждое из которых характеризуется следующими основными параметрами: координаты центра, цвет, коэффициент диффузного отражения, коэффициент зеркального отражения, коэффициент прозрачности.
* Луч – невидимый объект, который задается параметрическим уравнением P= O + t \* direction. Где O – координаты точки начала луча, t - параметр, изменяя который можно получить любую точку на луче, direction – вектор направление луча.

## Обзор существующих методов синтеза изображения

## Метод бросания лучей

В основе рейкастинга (ray casting) лежит принцип обратимости световых лучей. Из камеры на каждый пиксель испускаются один луч, и находится ближайший объект, который блокирует путь распространения этого луча. После вычисляется цвет точки попадания и заносится в соответствующий пиксель. Данный метод не позволяет синтезировать сцену с учётом отражения и естественной проекции теней.

## Метод конечных элементов

Метод конечных элементов, известный также как radiosity, основан на равновесии обмена света между объектами сцены (другими словами на законе сохранения энергии) и разбиении поверхностей на маленькие участки, которые считаются локально плоскими. Освещенность находится решением системы линейных уравнений, описывающих обмен энергии между участками. При использовании все меньших участков результат будет стремиться к реальной физической модели. Алгоритмы является довольно медленным, так как производится расчет для множества маленьких участков поверхностей. Подобные алгоритмы имеют проблемы с представлением резких теней.

## Алгоритм обратной трассировки лучей

В основе алгоритма обратной трассировки лучей лежит принцип обратимости световых лучей, то есть вместо просчёта всех лучей испускаемых из источников сцены, можно изначально испускать первичные лучи из камеры, что значительно повышает эффективность визуализации. При попадании первичного луча в объект вычисляется цвет точки попадания. Для этого создаются вторичные лучи в зависимости от типа поверхности объекта.

## Вывод

Главный алгоритм, используемый в программе для синтеза изображения, это алгоритм обратной трассировки лучей. Выбор был сделан в его пользу, так как в сравнении с его аналогами он даёт наиболее приемлемый результат за небольшое время синтеза. Алгоритм можно модернизировать, добавив в него параллельные вычисления для уменьшения времени синтеза сцены. Также он позволяет строить качественные тени с учетом большого числа источников света.

Достоинством алгоритма является то, что он не требователен к памяти. А недостатком является то, что он не позволяет строить изображения в реальном времени.

## Модели освещения

## Модель освещения Ламберта

Локальная модель освещения Ламберта моделирует идеальное диффузное отражение от поверхности. Это означает, что свет при попадании на поверхность рассеивается равномерно во все стороны с одинаковой интенсивностью.

где интенсивность источника m,

*я,*

*,*

Имеется простая зависимость между силой света, излучаемого плоской рассеивающей площадкой в каком-либо направлении от угла α между этим направлением и перпендикуляром к .

Последнее выражение означает, что сила света плоской поверхности максимальна по перпендикуляру к ней и, убывая с увеличением α, становится равной нулю в касательных к поверхности направлениях.

## Модель освещения Фонга

Модель Фонга – модель освещения, представляющая собой комбинацию диффузной составляющей и зеркальной составляющей, и работает таким образом, что кроме равномерного освещения на материале может появляться блик.

где интенсивность источника m,

*,*

*,*

*,*

*,*

*.*

## Вывод

Для синтеза сцены с помощью обратной трассировки лучей была выбрана модель освещения Фонга, поскольку она неплохо аппроксимирует физическую модель освещения и не требует много вычислительных мощностей.

## Описание трехмерных преобразований сцены

Координаты точки представлены в однородных координатах в виде вектора-строки

Сдвиг точки:



Масштабирование относительно начала координат:



Любое вращение в трёхмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трёх ортогональных осей (например, вокруг осей декартовых координат). Этой композиции соответствует матрица, равная произведению соответствующих трёх матриц поворота.

Матрицами поворота вокруг оси декартовой системы координат на угол {\displaystyle \alpha }α в трёхмерном пространстве с неподвижной системой координат являются:

Матрица поворота относительно оси OX на заданный угол α:

Матрица поворота относительно оси OY на заданный угол α:

Матрица поворота относительно оси OZ на заданный угол α:

## Выводы из аналитического раздела

В данном разделе был рассмотрен алгоритм обратной трассировки лучей для синтеза сцены. Были изучены его преимущества и недостатки, проведено сравнение с алгоритмом Z-буфера. Также были определены и формализованы объекты сцены, преобразования сцены с объектами, выбрана модель освещения.

# Конструкторская часть

## Описание алгоритма трассировки лучей.

Методы трассировки лучей на сегодняшний день считаются наиболее мощными методами создания реалистических изображений. Универсальность методов трассировки в значительной степени обусловлена тем, что в их основе лежат простые и ясные понятия, отражающие наш опыт восприятия окружающего мира.

Рассмотрим, как формируется изображение. Оно получается из-за того, что свет попадает в камеру. Выпустим из источников света множество лучей. Назовем их первичными лучами. Часть этих лучей улетит в свободное пространство, а часть попадет на объекты. На них лучи могут отразиться, при этом часть энергии луча поглотится. Отраженные лучи образуют множество вторичных лучей. Далее эти лучи опять же отразятся и образуют новое поколение лучей. В конечном итоге часть лучей попадет в камеру и сформирует изображение.

Существуют алгоритмы, работающие по такому алгоритму. Но они крайне неэффективны, так как большинство лучей, исходящих из источника, не попадают в камеру. А приемлемая картинка получается, если трассировать большое число лучей, что займет очень много времени. Данный алгоритм называется прямой трассировкой лучей.

Метод обратной трассировки лучей позволяет значительно сократить перебор световых лучей. Этот метод разработали в 80-х годах Уиттед и Кэй. В этом методе отслеживаются лучи не от источников, а из камеры. Таким образом, трассируется определенное число лучей, равное разрешению картинки.

Предположим, что у нас есть камера и экран, находящийся на расстоянии d от нее. Разобьем экран на квадратики. Дальше будем по очереди проводить лучи из камеры в центр каждого квадратика (первичные лучи). Найдем пересечение каждого такого луча с объектами сцены и выберем среди всех пересечений самое близкое к камере. Далее, применив нужную модель освещения, можно получить изображение сцены. Это самый простой метод трассировки лучей. Он позволяет лишь отсечь невидимые грани.

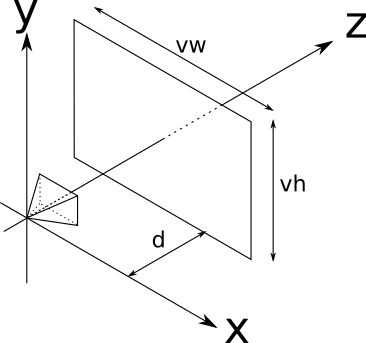


Рисунок 2.1 – Расположение камеры и сцены

Но можно пойти дальше. Если мы хотим смоделировать такое явление, как отражение, нам необходимо из самого близкого пересечения пустить вторичные лучи. Например, если поверхность отражает свет и она идеально ровная, то необходимо отразить первичный луч от поверхности и пустить по этому направлению вторичный луч.   
 О прозрачности. Когда луч падает на прозрачную поверхность, мы пускаем вторичный луч и вычисляем дополнительный цвет — цвет света, проходящего сквозь объект.

## Поиск пересечений с объектами

Наилучшим способом представления лучей для нашей цели будет использование параметрического уравнения. Мы знаем, что луч проходит через O (точка, в которой находится камера), и мы знаем его направление (из O в V), поэтому мы можем выразить любую точку P луча как

где t — произвольное действительное число.  
Давайте обозначим , то есть направление луча, как  тогда уравнение примет простой вид

## Барицентрические координаты

Барицентрические координаты особенно важны в компьютерной графике. У них есть несколько функций, и они являются ключом к текстурированию, а также к алгоритму пересечения луча и треугольника, предложенному Мёллер-Трумбором.

Барицентрические координаты могут использоваться для выражения положения любой точки, расположенной на треугольнике, с тремя скалярами. Расположение этой точки включает в себя любое положение внутри треугольника, любое положение на любом из трех краев треугольников или любую из самих вершин трех треугольников.

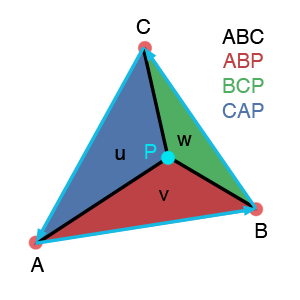


Рисунок 2.2 – Барицентрические координаты в треугольнике

Чтобы вычислить положение этой точки с использованием барицентрических координат, используем следующее уравнение:

где A, B и C – вершины треугольника,

– барицентрические координаты (три действительных числа).

Барицентрические координаты нормированы, то есть . Если какая-либо из координат меньше нуля или больше единицы, точка находится за пределами треугольника. Если любая из них равна нулю, P находится на одной из прямых, соединяющих вершины треугольника.

Барицентрические координаты также известны как *площадные координаты*. Этот термин указывает на то, что координаты u, v и w пропорциональны площади трех подтреугольников, определяемых буквой P, точкой, расположенной на треугольнике, и вершинами треугольника (A, B, C). Эти три подтреугольника обозначаются ABP, BCP, CAP.

Это приводит нас к формулам, используемым для вычисления барицентрических координат:

Теперь вычислить площадь треугольника несложно. Если продублировать треугольник и отразите его по самому длинному краю, получим параллелограмм.

## Алгоритм Мёллера-Трумбора

Алгоритм Мёллера-Трумбора – это алгоритм быстрого поиска пересечения лучей и треугольников. Пусть P – точка пересечения луча и треугольника, тогда:

Также известно, что , поэтому можно сделать замену:

Раскрыв скобки и приведя слагаемые, получим:

Используя уравнение (1) получим:

Справа от знака равенства у нас 3 неизвестных. Преобразуем эту часть в умножение вектора на матрицу.

Воспользуемся правилом Крамера, для решения данного уравнения:

где

.

Определитель (матрицы 3x3) - это не что иное, как тройное скалярное произведение. С учетом этого:

где

Откуда и получаем значения .

## Пересечение луча и сферы

Что такое сфера? Сфера — это множество точек, лежащих на постоянном расстоянии (называемом радиусом сферы) от фиксированной точки (называемой центром сферы):

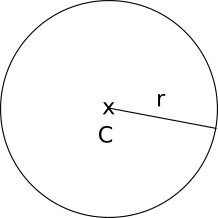


Рисунок 2.3 – Изображение сферы.

Если C — центр сферы, а r — радиус сферы, то точки P на поверхности сферы удовлетворяют следующему уравнению:

Расстояние между P и C- это длина вектора из P в C:

Длина вектора — это квадратный корень его скалярного произведения на себя:

Или

Поскольку P — это одна и та же точка в обоих уравнениях, мы можем заменить P в первом на выражение для P во втором. Это даёт нам:

Это квадратное уравнение, тогда его решения

Это точно соответствует случаям, когда луч не пересекает сферу, луч касается сферы и луч входит и выходит из сферы:

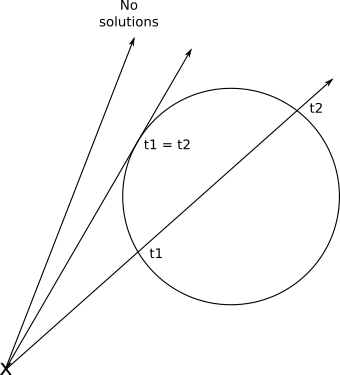


Рисунок 2.4 – Возможные случаи пересечения луча и сферы

## Пересечение луча и плоскости

Пусть – нормаль к плоскости, – точка на плоскости. Тогда точка принадлежит плоскости, если:

*,*

Подставим уравнение луча:

Если , то луч параллелен плоскости и точки пересечения нет или их бесконечного много. Если , то точки пересечения нет, в ином случае

## Освещение

Для начала необходимо указать некоторые допущения. Во-первых, считается, что всё освещение имеет белый цвет. Это позволит охарактеризовать любой источник освещения единственным действительным числом i, называемым яркостью освещения.   
 Во-вторых, атмосфера не будет учитываться при расчете интенсивности. Это значит, что освещение не становятся менее яркими, независимо от расстояния.

Рассмотрим все типы моделируемых источников освещения.

## Точечный источник освещения

Точечный источник испускает свет из фиксированной точки в пространстве, называемой его позицией. Свет испускается равномерно во всех направлениях.

Следовательно, точечный источник полностью характеризуется его позицией и интенсивностью света.  
 Давайте зададим вектор    как направление из точки P в сцене к источнику освещения Q. Этот вектор, называемый световым вектором, просто равен . Поскольку Q фиксирована, а P может быть любой точкой сцены, то в общем случае  будет разным для каждой точки сцены.

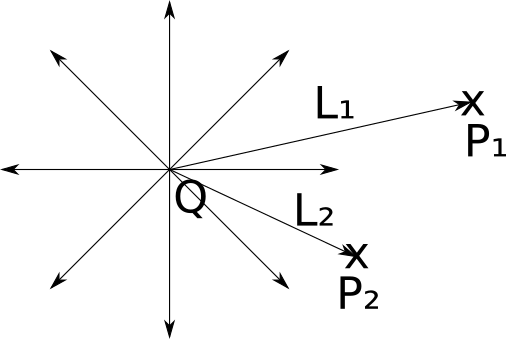


Рисунок 2.5 – Точечный источник освещения

## Направленный источник освещения

Для аппроксимации Солнца мы зададим  направленный источник освещения. Как и точечный источник, направленный источник имеет интенсивность, но он не имеет позиции. Вместо позиции у него задано  направление освещения.

Можно воспринимать его как бесконечно удалённый точечный источник, светящий в определённом направлении. В случае точечных источников нам нужно вычислять новый световой вектор  для каждой точки P сцены, но в этом случае  уже задан.

## Окружающий источник освещения

Третий тип источников освещения, называется  окружающим освещением, которое характеризуется только интенсивностью. Считается, что оно носит безусловный вклад освещения в каждую точку сцены. Это упрощение чрезвычайно сложного взаимодействия между источниками освещения и поверхностями сцены, но оно передает правильную и реалистичную картину.

## Дисковый источник освещения

Данный тип источников освещения используется для визуализации так называемых мягких теней. Характерной его особенностью является то, что он имеет определенные размеры, то есть не является материальной точкой, а также параллелен оси XoZ.

Дисковый источник характеризуется позицией, интенсивностью освещения и величиной радиуса диска.

Принцип расчета интенсивности довольно простой: при обработке данной точки сцены, необходимо взять случайную точку на дисковом источнике и построить вектор до неё, вычислить интенсивность. Операция продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто нужное качество тени.

## Моделирование диффузного отражения

Когда луч света падает на матовый объект, то из-за неровности его поверхности на микроскопическом уровне, он отражает луч в сцену равномерно во всех направлениях, то есть получается «рассеянное» («диффузное») отражение.

С другой стороны, количество отражённого света зависит от угла между лучом света и поверхностью. Интуитивно это понятно – энергия, переносимая лучом, в зависимости от угла должна распределиться по меньшей или большей поверхности, то есть энергия на единицу площади, отражённая в сцену, будет соответственно выше или ниже:

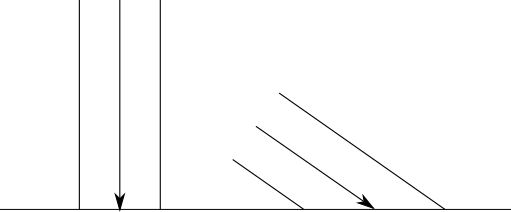


Рисунок 2.6 – Падение светового луча

Итак, луч света с направлением и яркостью падает на поверхность с нормалью . Какая часть отражается обратно в сцену как функция от

Для геометрической аналогии представим яркость света как «ширину» луча. Его энергия распределяется по поверхности размером . Когда  и  имеют одно направление, то есть луч перпендикулярен поверхности, , а это значит, что энергия, отражённая на единицу площади равна падающей энергии на единицу площади; .

С другой стороны, когда угол между   и    приближается к 90,  . Осталось понять происходит в промежутках. Ситуация отображена на схеме ниже, Мы знаем , . Нам нужно вычислить .

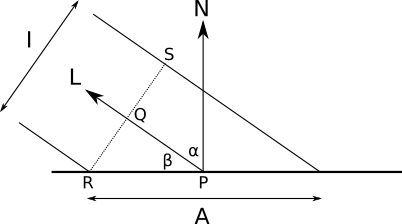


Рисунок 2.7 – Падение луча на поверхность под углом

Поскольку технически луч света не имеет ширины, поэтому мы будем считать, что всё происходит на бесконечно малом плоском участке поверхности. Пусть , по определению она перпендикулярна , который также является направлением . Значит треугольник Очевидно, что угол . Рассмотрим треугольник : .

По определению

 и , то есть его можно вычислить как

Итого

Получено уравнение, связывающее отражённую часть света с углом между нормалью к поверхности и направлением света.

Заметим, что при углах больше    значение  становится отрицательным. Это не имеет никакого физического смысла - угол больше    просто означает, что свет на самом деле достигает  задней частиповерхности, и не вносит свой вклад в освещение освещаемой точки. То есть если становится отрицательным, то считаем его равным 0.

## Уравнение диффузного отражения

Теперь можно сформулировать уравнение для вычисления полного количества света, полученного точкой с нормалью в сцене с окружающим освещением яркостью и точечных или направленных источников света с яркостью и световыми векторами или известными (для направленных источников), или вычисленными для P (для точечных):

Стоит снова отметить, что члены, в которых  не должны прибавляться к освещённости точки.

## Моделирование зеркального отражения

Для идеально отполированного зеркала падающий луч света  отражается в единственном направлении . Именно это позволяет нам чётко видеть объекты в зеркале: для каждого падающего луча    есть единственный отражённый луч  .

Но не каждый объект отполирован идеально, хотя большая часть света отражается в направлении , часть его отражается в направлениях, близких к . Чем ближе к , тем больше света отражается в этом направлении. «Блеск» объекта определяет то, насколько быстро отражённый свет уменьшается при отдалении от :

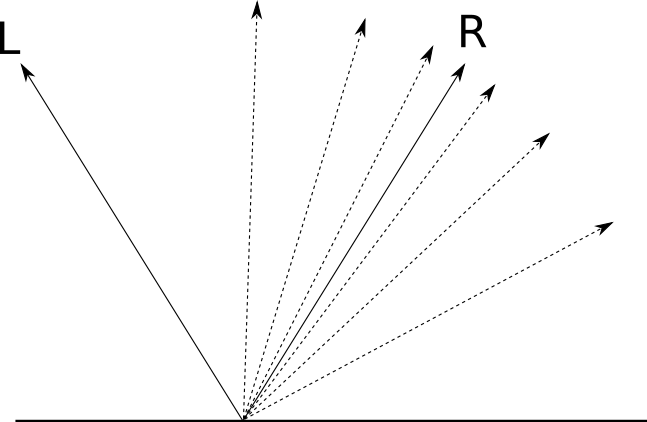


Рисунок 2.8 – Отражение света

Необходимо выяснить, какое количество света от  отражается обратно в направлении нашей точки обзора (потому что это свет, который мы используем для определения цвета каждой точки). Если  — это «вектор обзора», указывающий из    в камеру, а  α — угол между    и  , то получается следующее:

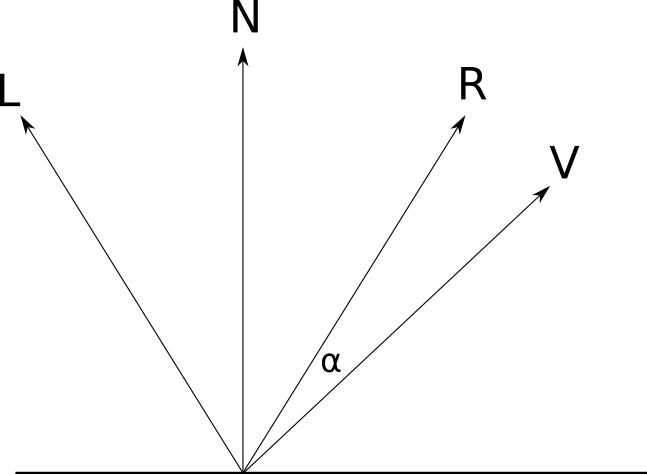


Рисунок 2.9 – Зависимость угла падения

При  отражается весь свет. При   свет не отражается. Как и в случае с диффузным отражением, нужно вывести математическое выражение для определения того, что происходит при промежуточных значениях α.

## Уравнение зеркального отражения

Блеск — мера того, насколько быстро функция отражения уменьшается при увеличении . Очень простой способ получения различных кривых блеска заключается в вычислении степени   некоего положительного показателя s.

Поскольку , то очевидно, что . Вот график  для разных значений s:

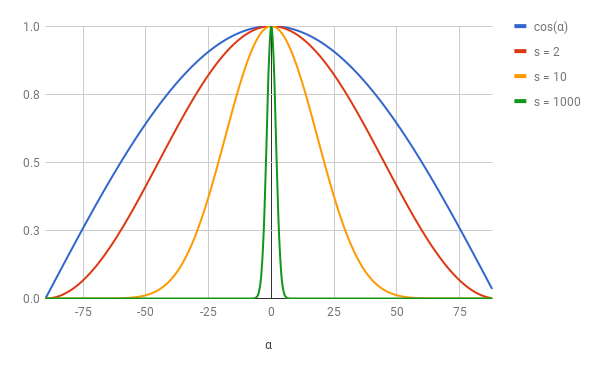


Рисунок 2.10 – График

Коэффициент называют показателем отражения, он является свойством поверхности.

Получаем, что луч    падает на поверхность в точке  P, где нормаль , а показатель отражения – . Какое количество света отразится в направлении обзора ?

Это значение равно , где α — это угол между   и . Вектор является вектором отражённым относительно . То есть первым шагом будет вычисление вектора    из векторов    и  .

Разложим вектор  на два вектора   и  , таких, что   где    параллелен , а    перпендикулярен :

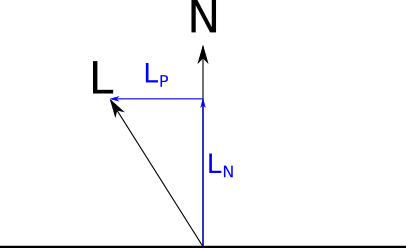


Рисунок 2.11(а) – Разложение вектора

 — это проекция   на  , по свойствам скалярного произведения и исходя из того, что , длина этой проекции равна ⟨, ⟩.

Определено, что    будет параллелен  , поэтому   Поскольку , можно сразу получить

Теперь посмотрим на вектор  , поскольку он симметричен вектору   относительно , его компонент, параллельный , тот же, что и у , а перпендикулярный компонент противоположен компоненту . То есть :

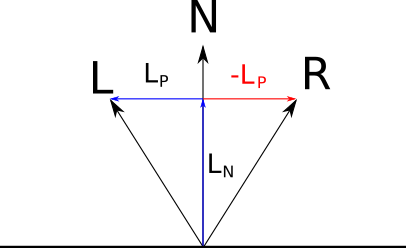


Рисунок 2.12(б) – Разложение вектора

Подставляя полученные ранее выражения, мы получим

и немного упростив, получаем

Теперь мы готовы записать уравнение «зеркального» отражения:

Как и в случае диффузного освещения,  cos(α)  может быть отрицательным, и мы снова должны это игнорировать. Кроме того, не каждый объект должен быть блестящим. Для таких объектов значение «зеркальности» вообще не будет вычисляться.

## Тени

Тени появляются там, где есть свет, но его лучи не могут достичь объекта, потому что на их пути есть другой объект.

Можно выделить 2 случая:

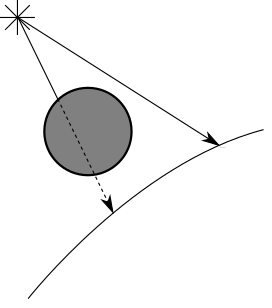


Рисунок 2.13 – Возникновение тени

Начнём с направленного источника. Значение координаты точки P, которая нас интересует, известно, также известен вектор - это часть определения источника освещения.

Имея  , можно задать луч, а именно , который проходит из точки до бесконечно отдалённого источника освещения. Пересекает ли этот луч другой объект? Если нет, то между точкой и источником ничего нет, то есть можно вычислить освещённость от этого источника и прибавить его к общей освещённости. Если пересекает, то источник игнорируется.

Важны пересечения со всем после точки    на бесконечное расстояние. Это значит, что  и

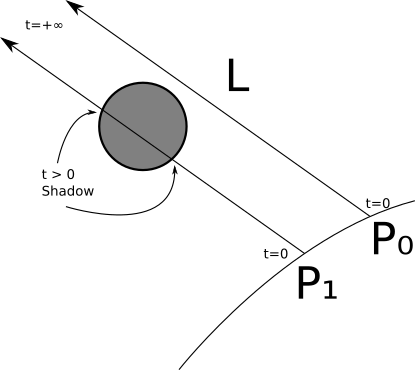


Рисунок 2.14(а) – Испускание лучей

Обработка точечных источников очень похожа, но с двумя исключениями. Во-первых, не задан  , но его очень просто вычислить из позиции источника и координат  P. Во-вторых, важны любые пересечения, начиная с  P, но только до   (в противном случае, объекты за источником освещения могли бы создавать тени). То есть в этом случае  и

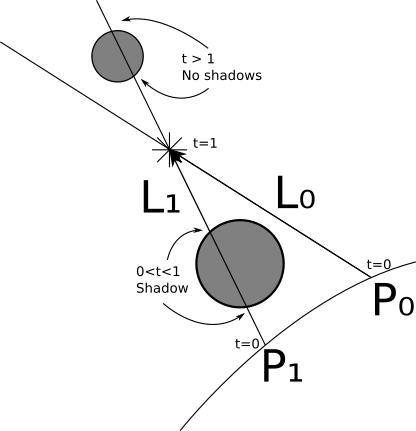
**

Рисунок 2.14(б) – Испускание лучей

Существует один пограничный случай, который нужно рассмотреть. Возьмём луч . Если будем искать пересечения, начиная с , то вероятнее всего, найдём саму  P  при , потому что  P  действительно находится на сфере, и  . Другими словами, каждый объект будет отбрасывать тени на самого себя.

Простейший способ справиться с этим — использовать в качестве нижней границы значений  t  вместо 0 малое значение ϵ. Геометрически луч начинается немного вдали от поверхности, то есть рядом с P, но не точно в P. То есть для направленных источников интервал будет  а для точечных — .

## Мягкие тени

Для моделирования мягких теней используется дисковый источник освещения. Принцип вычисления не сильно отличается от расчета тени точечного источника. При обработке данной точки сцены, необходимо взять случайную точку на дисковом источнике и построить вектор до неё, вычислить интенсивность. Операция продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто нужное качество тени.

## Режим смешивания цветов

Режимы смешивания цветов в компьютерной графике используются для определения того, как два слоя (цвета) смешиваются друг с другом. Поскольку каждый пиксель имеет числовое представление, существует большое количество способов смешивания двух слоев. Рассмотрим один из них.

## Alpha смешивание цветов

Альфа смешивание – это выпуклая комбинация двух цветов, обеспечивающая эффекты прозрачности в компьютерной графике. Значение α цветового кода находится в диапазоне от 0.0 до 1.0, где 0.0 представляет собой полностью прозрачный цвет, а 1.0 представляет собой полностью непрозрачный цвет.

Пусть цвет A накладывается на B с прозрачностью α, тогда значение результирующего цвета определяется по формуле:

## Схема алгоритма

На рисунке 2.15 приведена общая схема алгоритма обратной трассировки лучей, где определена функция TraceRay.

На рисунке 2.16 приведена схема данной функции.

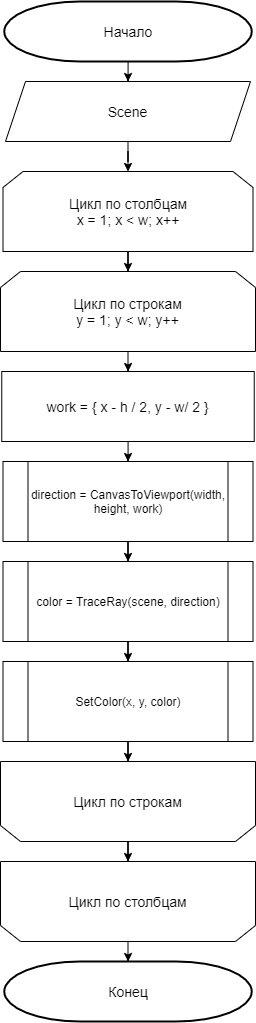


Рисунок 2.15 – Схема общего алгоритма обратной трассировки лучей

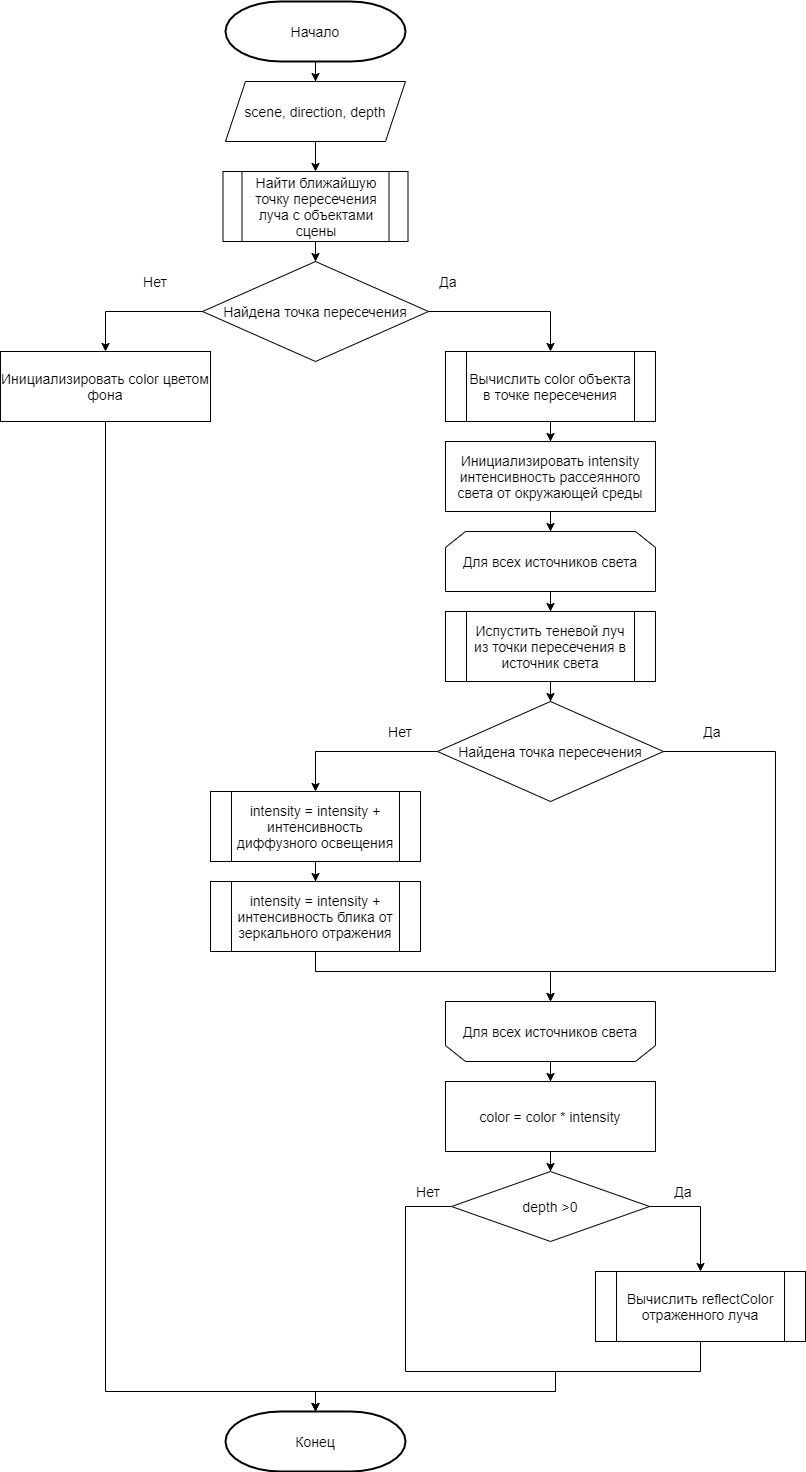


Рисунок 2.16 – Схема алгоритма обратной трассировки лучей

# Технологическая часть