山东财经大学 2020-2021 学年第一学期期末试题

概率论与数理统计 试卷 (A)参考答案与评分标准

一、单项选择题（本题共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）.

1． D　　2． C　　3． C　　4． D

5． D　　6． B　　7． D

二、填空题（本题共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）.

1．0.25

2．

X^2	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

3． 4　　4． 1　　5． 4　　6． $\frac{1}{4}$　　7． np

三、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）.

1． ×　　2． ×　　3． ×　　4． √　　5． ×

四、计算题（本题共 6 小题，每小题 8 分，满分 48 分）.

1. 解： 设 A “从甲袋取出的是白球”； $\overline{A}$ “从甲袋取出的球是黑球”，

B “从乙袋中取出的球是白球”。

则 $P(A)=\frac{2}{3},P(\overline{A})=\frac{1}{3},P(B|A)=\frac{2}{4},P(B|\overline{A})=\frac{1}{4}$　　（4 分）

由全概率公式得：

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})$$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$$

（4 分）

2. 解：（1）由 $F(-\infty)=0,F(+\infty)=1$ 得

$$\begin{cases} A+B(-\frac{\pi}{2})=0 \\ A+B\frac{\pi}{2}=1 \end{cases} \text{得} \begin{cases} A=\frac{1}{2} \\ B=\frac{1}{\pi} \end{cases}$$

于是 $F(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan x$　　（4 分）

（2） $f(x)=F'(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$　　（2 分）

（3） $P(0<X<1)=F(1)-F(0)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ （2 分）

3. 解：

（1） 由

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_{0}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}ce^{-(3x+4y)}dxdy$$
$$=c\int_{0}^{+\infty}e^{-3x}dx\int_{0}^{+\infty}e^{-4y}dy=\frac{c}{12}$$

得 $c=12$ （2 分）

（2） 当 $x\le 0$ 时，$f_X(x)=0$

当 $x>0$ 时，

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{0}^{+\infty}12e^{-(3x+4y)}dy=3e^{-3x}$$

$$\therefore f_X(x)=\begin{cases}3e^{-3x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

当 $y\le 0$ 时，$f_Y(y)=0$

当 $y>0$ 时，

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_{0}^{+\infty}12e^{-(3x+4y)}dx=4e^{-4y}$$

$$\therefore f_Y(y)=\begin{cases}4e^{-4y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}$$ （4 分）

（3） $\because$ $f(x,y)=f_X(x)\bullet f_Y(y)$

$\therefore$ X与Y相互独立 （2 分）

4. 解： $Cov(X,Y)=\rho\sqrt{DX}\sqrt{DY}=0.4\times\sqrt{25}\times\sqrt{36}=12$

$D(X+Y)=DX+DY+2Cov(X,Y)=25+36+2\times 12=85$

$D(X-Y)=DX+DY-2Cov(X,Y)=25+36-2\times 12=37$ （4 分）

$$D(2X+3Y)=D(2X)+D(3Y)+2Cov(2X,3Y)$$
$$=4DX+9DY+12Cov(X,Y)=4\times 25+9\times 36+12\times 12=568$$

（4 分）

5. 解：设第 i 袋盐的重量为 X_i（千克），（i=1, 2, ⋯, 100）. X_i 独立同分布.

$$EX_i = 1, DX_i = 0.01, E(\sum_{i=1}^{100} X_i) = 100, D(\sum_{i=1}^{100} X_i) = 1$$ （4 分）

由中心极限定理得 $\sum_{i=1}^{100} X_i$近似服从$N(100,1)$

$$P(98 \le \sum_{i=1}^{100} X_i \le 102) \approx \Phi(102) - \Phi(98) = \Phi_0(\frac{102-100}{1}) - \Phi_0(\frac{98-100}{1}) = 2\Phi_0(2) - 1 = 0.9545$$

（4 分）

6. 解：设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为样本观测值，且 $0 < x_i < 1$，$i = 1, 2, \cdots, n$。

似然函数为

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta) = \theta^n (x_1 x_2 \cdots x_n)^{\theta - 1}$$ （4 分）

取对数，对θ求导数，得似然方程

$$\frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^{n} \ln x_i = 0$$

得θ的极大似然估计值为$\hat{\theta} = -\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i}$

θ的极大似然估计量为$\hat{\theta} = -\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln X_i}$ （4 分）