山东财经大学 2019-2020 学年第一学期期末试题

课程代码： 16200041 试卷（B）

课程名称： 概率论与数理统计

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

学院　　班级　　姓名　　学号

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 若事件 A、B 为两个事件，满足 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$______.

2. 已知随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则 $E(3X-2)=$______.

3. 已知随机变量 $X\sim N(2,4)$，且 $aX+b$ 服从标准正态分布，则 $a=$______，$b=$______.

4. 已知随机变量 X 与 Y 同分布，且 X 的概率函数为

X	-1	0	1
P	0.25	0.5	0.25

若 $P(XY=0)=1$，则 $P(X=Y)=$______.

5. 从 1、2、3、4、5 中任取一个数记为 X，再从 1,...,X 中任取一个数，记为 Y，则 $EY=$______.

6. 设总体 X 服从参数为$(\theta-1)$的指数分布，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体 X 的样本，则总体参数 θ 的矩估计量__________.

二、单项选择题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 若事件 A、B 为两个随机事件，且 $0<P(B)<1$，且 $AB=\bar{A}\,\bar{B}$，则 $P(A|\bar{B})+P(\bar{A}|B)=$ (　　).

(A) 2　　(B) 1.5　　(C) 1　　(D) 0.5

2．已知随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ \frac{1}{8}, & x=-1\\ ax+b, & -1<x<1\\ 1, & 1\le x\end{cases},$$

而 $P\{X=1\}=\frac{1}{4}$，则（　　）.

（A）$a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$　　（B）$a=\frac{7}{16},b=\frac{9}{16}$

（C）$a=\frac{3}{8},b=\frac{3}{8}$　　（D）$a=\frac{5}{16},b=\frac{7}{16}$

3.　已知随机变量(X,Y)的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

则 $P(X+Y\le 1)=$（　　）.

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{4}$　　（D）$\frac{1}{5}$

4. 设随机变量 X 与 Y 的期望分别为 2 和 -2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则由切比雪夫不等式有（　　）.

（A）$P\{|X+Y|\ge 6\}\le\frac{11}{12}$　　（B）$P\{|X+Y|\ge 6\}\ge\frac{11}{12}$

（C）$P\{|X+Y|\ge 6\}\ge\frac{1}{12}$　　（D）$P\{|X+Y|\ge 6\}\le\frac{1}{12}$

5. 若随机变量 X 与 Y 服从二维正态分布，则随机变量 $Z=X+Y$ 与 $W=X-Y$ 不相关充要条件是（　　）.

（A）$EX=EY$　　（B）$EX^2-(EX)^2=EY^2-(EY)^2$

（C）$EX^2=EY^2$　　（D）$EX^2+(EX)^2=EY^2+(EY)^2$

6. 设两个总体 $X\sim N(0,16)$ 与 $Y\sim N(0,36)$ 相互独立，(X_1,X_2,X_3) 和 (Y_1,Y_2) 分别为来自总体 X 与 Y 的样本，若 $Z=\dfrac{m(X_1+X_2+X_3)^2}{n(Y_1+Y_2)^2}$ 服从 F 分布，则有（　　）.

（A）$m=2,n=5$　　（B）$m=3,n=2$

（C）$m=5,n=2$　　（D）$m=3,n=5$

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 10 分，满分 40 分）

1. 设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}(x+2), & -2<x\le 0\\ \frac{1}{2}\cos x, & 0<x<\frac{\pi}{2}\\ 0, & 其它\end{cases},$$

求（1） X 的分布函数；（2）$P(-1<X<1), P(X\ge\frac{\pi}{4})$.

2. 设二维随机向量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ce^{-y}, & 0<x<y\\ 0, & 其他\end{cases},$$

试求：（1）常数 C；

（2）边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$，并讨论 X 和 Y 的独立性；

（3）$P(X+Y<1)$.

3. 设二维离散型随机变量（X，Y）的联合分布为

X \ Y	−1	1
1	0. 5	0.25
2	0.25	0

求（1）EX，EY, D X，DY ；（2）$Cov(X,Y)$；(3) ρ_{XY} ；（4）$Cov(X^2,Y^2)$.

4. 已知随机变量 X 服从区间 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，其中 $\theta>0$ 为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体 X 的样本， $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是样本观测值，求 θ 的极大似然估计量.

四、应用题（本题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

1. 甲、乙、丙三人向同一飞机射击，且三人的射击水平相当，击中飞机的概率均为 0.6 . 如果只有一人击中，则飞机被击落的概率为 0.2；如果只有两人击中，则飞机被击落的概率为 0.6；如果三人都击中，则飞机必被击落. 求飞机被击落的概率.

2. 食堂为 1000 名学生服务，每个学生去食堂吃早餐的概率为 0.6，去与不去食堂用餐互不影响. 问食堂想以 99.7% 的把握保障供应，每天应准备多少份早餐？（ $\Phi_0(2.75)=0.997$，其中 $\Phi_0(x)$ 是标准正态分布函数）

五、证明题（本题共 1 小题，满分 4 分）

设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 是 θ 的两个无偏估计，且 $D\hat{\theta}_1=\sigma_1{}^2$ ，$D\hat{\theta}_2=\sigma_2{}^2$，如果 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 相互独立，证明

$$\hat{\theta}=c\hat{\theta}_1+(1-c)\hat{\theta}_2 \ , \quad 0\le c\le 1$$

是 θ 的无偏估计，并确定 c 的值，使得 $D\hat{\theta}$ 达到最小.