课程名称: 概率论与数理统计

题号	_	=	Ш	四	五	六	七	八	九	+	总分
得分											
签字											

注意事项: 所有的答案都必须写在答题纸(答题卡)上,答在试卷上一律无效。

一、单项选择题(本题共5小题,每空3分,满分15分)

- 1. 随机事件 A, B 满足  $B \subset A$  ,则( )正确.

- A. P(A+B) = P(A)B. P(AB) = P(A)C. P(B | A) = P(B)D. P(A-B) = P(A)
- 2. 设离散型随机变量 X,则( )可以成为 X 的概率分布.
- A. p, p<sup>2</sup> (p 为任意实数) B. 0.1, 0.2, 0.3, 0.3

C. 
$$\frac{2^n}{n!}2^{-2}$$
,  $n=1,2,\cdots$ 

D. 
$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$
,  $0 ,  $k = 0, 1, 2, \dots, n$$ 

- 3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立,且  $X \sim N(0,1), Y \sim N(1,1), 则( ).$
- A.  $P\{X+Y \le 0\} = 0.5$  B.  $P\{X+Y \le 1\} = 0.5$  C.  $P\{X-Y \le 0\} = 0.5$  D.  $P\{X-Y \le 1\} = 0.5$

- 4. 设随机变量 X 的数学期望 EX 及方差 DX 都存在,则对任意  $\varepsilon > 0$ ,下列 结论正确的是( ).
- A.  $P\{|X EX| \le \varepsilon\} \le \frac{DX}{\varepsilon^2}$  B.  $P\{|X EX| < \varepsilon\} \le 1 \frac{DX}{\varepsilon^2}$
- C.  $P\{|X EX| \ge \varepsilon\} \le \frac{DX}{\varepsilon^2}$  D.  $P\{|X EX| > \varepsilon\} \le 1 \frac{DX}{\varepsilon^2}$
- 5. 设随机变量 X和 Y均服从标准正态分布,则(
- A. X+Y 服从正态分布

- B.  $X^2 + Y^2$  服从  $\gamma^2$  分布
- C.  $X^2$ 和 $Y^2$ 都服从 $\chi^2$ 分布
- D.  $\frac{X^2}{V^2}$  服从 t 分布

# 二、填空题(本题共 10 小题, 每空 3 分, 满分 30 分)

- 1. 随机事件 A 与 B 互不相容,则  $P(\overline{A} + \overline{B}) = \underline{\hspace{1cm}}$ .
- 2. 已知 P(A)=0.4, P(B)=0.3, 事件 A 与 B 互相独立, 那么 P(A-B)=\_\_\_\_\_.
- 3. 十张考签中有 4 张难签,甲、乙、丙三人参加抽签(不放回),甲先,乙次,丙最后,则乙抽到难签的概率为\_\_\_\_\_.
- 4. 若随机变量 X 和 Y 均服从 0-1 分布,且已知 E(XY)=0.5,那么联合分布  $P\{X=1,Y=1\}$ =
- 5. 设随机变量 X 服从参数为 n=20, p=0.2 的二项分布, Y 服从  $N(0,3^2)$  , X 和 Y 相互独立,那么 D(X+Y)=
- 6. 在 N 重贝努利实验中,令 X 表示实验成功的次数,Y 表示实验失败的次数,那么随机变量 X 和 Y 的相关系数等于\_\_\_\_\_\_.
- 7. 袋中装有 3 个黑球,2 个红球,2 个白球,从中任取 4 个,以 X 表示取到黑球的个数,以 Y 表示取到红球的个数,求  $P\{X=Y\}=$ \_\_\_\_\_.
- 8. 一个盒子中装有大小形状相同的a个红球和b个黑球,每次摸出一个球,看过它的颜色后仍放回盒子中,并加进与这个颜色相同的球 c 个,已知第一次摸到的是红球,那么第二次仍摸到红球的概率为\_\_\_\_\_.
- 9. 设总体 X 的数学期望为 EX=12,方差为 DX=4, $X_1, X_2, \cdots, X_n$  为来自总

体 X 的简单随机样本,设样本均值  $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$  ,则有  $E\overline{X} = \underline{\underline{\hspace{1cm}}}$  .

10. 设 $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 为独立同分布的随机变量,若 $EX_i = 30$ , $DX_i = 300$ ,

 $i = 1, 2, \dots, 100, \quad \text{M} P(\sum_{i=1}^{100} X_i > 3500) \text{ 5b}_{\underline{\hspace{1cm}}}.$ 

(附:  $\Phi_0(1.96) = 0.975$ ,  $\Phi_0(2.89) = 0.998$ )

# 三、计算题(本题共2小题,满分15分)

- 1. (本题满分 10 分)某学生接连参加同一课程的两次考试,第一次考试及格的概率为 p,若第一次及格,则第二次及格的概率也是 p;若第一次不及格,则第二次及格的概率为  $\frac{p}{2}$ . 计算
- (1) 若至少有一次及格他就能取得某种资格,求他取得该资格的概率;
- (2) 若已知他第二次已经及格,求他第一次及格的概率.

2. (本题满分 5 分) 三个人独立地破译一份密码,已知各人能译出的概率 分别是 $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ , 问三人中至少有一人能译出的概率为多少?

#### 四、(本题满分10分)

一种电子元件的使用寿命 X(单位:小时) 服从密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 0.001e^{-0.001x}, & x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

的分布, 试求:

- (1) 一个电子元件的使用寿命大于 1000 小时的概率;
- (2) 独立地对三个这样的电子元件进行检验,三个的寿命都大于 1000 小时的概率.

#### 五、(本题满分10分)

设(*X*, *Y*)的联合概率密度为  $f(x,y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \le x \le y \le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ;

(1)  $\bar{x}(X, Y)$ 的边缘概率密度; (2) 随机变量 X和 Y是否独立?

## 六、(本题满分10分)

设随机变量 X 服从泊松分布, 其概率分布为

$$P\{X = x\} = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \ \lambda > 0, \ x=0, 1, 2, \dots,$$

已知  $P{X=1}=2P{X=2}$ ,随机变量 Y 服从参数为 0.5 的 0-1 分布,随机变量 X 和 Y 相互独立,求 E(XY).

## 七、(本题满分10分)

设总体 X 服从密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & \sharp \Xi \end{cases}$$

的分布,其中λ为未知参数,计算:

(1) 参数 $\lambda$ 的最大似然估计; (2) 参数 $\lambda$ 的矩估计量.