学号

姓名

班级

学院

山东财经大学2015—2016学年第2学期期末试题

概率论与数理统计（16200041）试卷（B）

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
签字							

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效.

标准正态分布函数值：$\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(3)=0.9987$

一、填空题（本题共5小题，每小题3分，满分15分）

1. 已知 $P(\overline{A})=0.5, P(\overline{A}B)=0.2, P(B)=0.4$，则 $P(\overline{A}\,\overline{B})=$________.

2. 若 $X\sim U[-1,2]$，则 $P\{X\le 0\}=$________.

3. 设 (X,Y) 服从单位圆 $x^2+y^2\le 1$ 上的均匀分布，则 $f_X(x)=$________.

4. 已知随机变量 X 与 Y 的协方差阵为 $\begin{pmatrix}16 & 6\\ 6 & 9\end{pmatrix}$，则 $D(X-2Y)=$________.

5. 若 $X\sim N(21,25)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{25}$ 为 X 的一个样本，则 $D\overline{X}=$________.

二、判断题（本题共5小题，每小题2分，满分10分）

1. 如果 $P(A)+P(B)>1$，则事件 A 与 B 必定相容.（ ）

2. 随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则随 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$ 将变大.（ ）

3. 若随机变量 X 与 Y 不相关，则 X 与 Y 相互独立.（ ）

4. 设 (X,Y) 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)$ 存在，则 $\mathrm{cov}(X,Y)=0$ 等价于 $D(X+Y)=DX+DY$.（ ）

5. 若 $X\sim\chi^2(m)$，$Y\sim\chi^2(n)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $X+Y\sim\chi^2(m+n)$.（ ）

三、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1. 下列命题中错误的是（　）.

（A）若 $X\sim P(\lambda)$, 则 $EX=DX=\lambda$；

（B）若 $X\sim e(\lambda)$, 则 $EX=DX=\dfrac{1}{\lambda}$；

（C）若 $X\sim b(1,p)$, 则 $EX=p, DX=p(1-p)$；

（D）若 $X\sim U[a,b]$, 则 $EX^2=\dfrac{a^2+ab+b^2}{3}$.

2. 设随机变量 X 与相互独立，且 $X\sim N(0,1)$, $Y\sim N(1,1)$，则（　）.

（A）$P\{X+Y\le 0\}=0.5$　　（B）$P\{X+Y\le 1\}=0.5$；

（C）$P\{X-Y\le 0\}=0.5$；　　（D）$P\{X-Y\le 1\}=0.5$.

3. 设随机变量序列 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 相互独立且都服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，则当 $n\to\infty$ 时，以 $\Phi(x)$ 为极限的是（　）.

（A）$P\left\{\dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\lambda}{\sqrt{n}}\le x\right\}$；　　（B）$P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\lambda}{\sqrt{n}}\le x\right\}$；

（C）$P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\le x\right\}$；　　（D）$P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\lambda}{\sqrt{n}\,\lambda}\le x\right\}$.

4. 总体均值 μ 的 95%置信区间的意义是（　）.

（A）这个区间以 95%的概率含样本均值；

（B）这个区间以 95%的概率含 μ 的真值；

（C）这个区间平均含总体 95%的值；

（D）这个区间平均含样本 95%的值.

5. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自标准正态总体的简单随机样本，$\overline{X}$为样本均值，S^2为样本方差，则（　　）.

（A）$\overline{X}$服从标准正态分布；　　（B）$\sum_{i=1}^{n} X_i^2$服从自由度为$n-1$的χ^2分布；

（C）$n\overline{X}$服从标准正态分布；　　（D）$(n-1)S^2$服从自由度为$n-1$的χ^2分布.

四、计算题（本题共 4 小题，每小题 12 分，满分 48 分）

1. 有甲、乙、丙三个颜色形状同样的罐子，甲罐装有 2 红 1 黑共 3 个球，乙罐装有 3 红 1 黑共 4 个球，丙罐装有 2 红 2 黑共 4 个球. 从中随机取一罐，再从中任意取出一个球.

(1) 求取到的球是红球的概率；

(2) 若发现取到的球为红球，求该红球是从甲罐中取出的概率.

2. 设顾客排队等待服务的时间X（以分钟计）服从$\lambda=1/5$的指数分布，某顾客等待服务. 若超过 10 分钟，他就离开，他一个月要去等待服务 5 次，以Y表示一个月内他未等到服务而离开的次数，试求$P\{Y\geq 1\}$.

3. 设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} k(6-x-y), & 0<x<2, 2<y<4, \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

（1）求参数k的值；（2）求$P\{X+Y\leq 4\}$；（3）求$E(XY)$.

4. 设总体$X\sim b(1,p)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是取自总体X的一个样本，试求参数p的最大似然估计.

五、应用题（本题满分 12 分）

一盒同型号螺丝钉共有 100 个，已知该型号的螺丝钉的重量是一个随机变量，期望值是 100 克，标准差是 10 克，试用中心极限定理求一盒螺丝钉的重量超过 10.2 千克的概率.

$P(\bar{A}B)=P(B)-P(AB)$.

故 $P(AB)=0.2$.

故 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.7$

山东财经大学 2015—2016 学年第 2 学期期末考试

$P(\bar{A}\bar{B})=P(\overline{A+B})$

$=1-P(A+B)$

$=1-0.7=0.3$

概率论与数理统计（16200041）试卷（B）

参考答案与评分标准（圣井校区）

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

$DX=\frac{1}{n}\sigma^2=\frac{25}{25}$

$=1$

1. 0.3   2. $\frac{1}{3}$ 3. $f_X(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}, & -1\le x\le 1\\ 0, & else\end{cases}$ 4. 28   5. 1

标点2笔   P94页例4   参照P46 (10).

二、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）

课本82.(7).

1. ✓   2. ✕   3. ✕   4. ✓   5. ✓ 定理6.3.

三、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1. B $DX=\frac{1}{\lambda^2}$ 2. B 关于对称轴   3. C P165 (7)   4. B   5. D 用P83页性质2

四、计算题（本题共 4 小题，每小题 12 分，满分 48 分）

1. 解：令 $A_1=$“取到甲罐”，$A_1=$“取到乙罐” $A_1=$“取到丙罐”，$B=$“取到红球”，则 $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\frac{1}{3}, P(B|A_1)=\frac{2}{3}$,

$P(B|A_2)=\frac{3}{4}, P(B|A_3)=\frac{1}{2}$. ……4 分

（1）由全概率公式得 $P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(B|A_i)P(A_i)$ ……6 分

$=\frac{23}{36}$ ……8 分

（2）由 Bayes 公式得 $P(A_1|B)=\frac{P(A_1B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}$ ……10 分

$=\frac{8}{23}$ ……12 分

2. 解： 因为$X \sim e(\frac{1}{5})$，所以其密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}x}, & x>0,\\ 0, & else,\end{cases} \qquad \cdots\cdots 5\text{分}$$

令$A=$“该顾客等待 10 分钟没等到服务而离开”， 则

$P(A)=P\{X\geq 10\}=\int_{10}^{+\infty}\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}x}dx=e^{-2}$， ……7 分

$Y \sim b(5,e^{-2})$，则$P\{X=k\}=C_5^k(e^{-2})^k(1-e^{-2})^{5-k}, k=0,1,\cdots,5$， ……9 分

$P\{Y\geq 1\}=1-P\{Y=0\}=1-(1-e^{-2})^5$. ……12 分

3. 解：（1）由二维连续型随机变量密度函数的性质得

$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_0^2[\int_2^4 k(6-x-y)dy]dx=8k$，所以$k=\frac{1}{8}$， …4 分

（2）$P\{X+Y\leq 4\}=\int_0^2[\int_2^{4-x}\frac{1}{8}(6-x-y)dy]dx=\frac{2}{3}$ ……8 分

(3) $EXY=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2[\int_2^4 xy(6-x-y)dy]dx=\frac{7}{3}$ …12 分

4. 解：设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体X的一组样本观测值，则X的分布为

$$P\{X=x\}=p^x(1-p)^{1-x}, x=0,1 \qquad \cdots\cdots 2\text{分}$$

似然函数为$L(p)=\prod_{i=1}^{n}p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}=p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}$ ……5 分

取对数得$ln L_1(p)=(\sum_{i=1}^{n}x_i)ln p+(n-\sum_{i=1}^{n}x_i)ln(1-p)$. ……7 分

求导得$\dfrac{d\ln L(p)}{dp}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{p}-\dfrac{n-\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{1-p}=0,$ ……10 分

解得 $\hat{p}_L=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}$ ，即最大似然估计量为 $\hat{p}_L=\overline{X}$ ……12 分

五、应用题（本题满分 12 分）

解：用 X_i 表示第 i 个螺丝钉的重量 $(i=1,2,\cdots,100)$，则 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 相互独立同分布， ……2 分

此时 $EX_i=100,DX_i=100(i=1,2,\cdots,100)$, ……4 分

由中心极限定理近似的有 $\sum\limits_{i=1}^{100}X_i \sim N(10000,10000)$， ……7 分

则 $P\{\sum\limits_{i=1}^{100}X_i>10200\}=P\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{100}X_i-10000}{100}>2\}$ ……9 分

$=1-P\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{100}X_i-10000}{100}\le 2\}=1-\Phi(2)=0.02275$ ……12 分