学号

姓名

班级

学院

2016-2017 概率论与数理统计 II（16300101）模拟试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1．设一组样本值为 11.20，11.28，11.12，11.20，11.40，则样本均值 $\bar{x}=$__________；样本方差 $s^2=$__________；中位数 $m_{0.5}=$__________.

2. X 与 Y 相互独立，且均服从 $N(0,1)$，则 $\dfrac{X^2}{Y^2}$ 服从分布__________.

3．设总体 $X\sim P(\lambda),(\lambda>0)$，$(X_1,X_2\cdots X_n)$ 是来自总体的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则 $E\bar{X}=$__________，$D\bar{X}=$__________；$ES^2=$__________.

4. 设 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 是未知参数 θ 的两个无偏估计量，如果 $a\hat{\theta}_1+b\hat{\theta}_2$ 也是参数 θ 的无偏估计量， 则 a,b 应满足__________.

5. 在假设检验中，当拒绝原假设时，会犯__________错误.

二、单项选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

1．样本 X_1,X_2,X_3,X_4 取自正态总体 X，$EX=\mu$ 已知，$DX=\sigma^2$ 未知，下列随机变量不是统计量的是（　　）.

(A) $\bar{X}=\dfrac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_i$　　(B) $X_1+X_4-\mu$

(C) $k=\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{4}(X_i-\bar{X})^2$　　(D) $S^2=\dfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{4}(X_i-\bar{X})^2$

2. $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 已知，当样本容量 $n\geq$（　　）时，μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长不大于 L（注： $\Phi(1.96)=0.975$）

（A）$15\sigma^2/L^2$　（B）$15.3664\sigma^2/L^2$　（C）$16\sigma^2/L^2$　（D）16

3. 如果随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立，且$S_n=\sum_{i=1}^{n}X_i$，则当n充分大时，随机变量S_n近似服从正态分布，只要满足（　　）.

(A)有相同期望和方差　　　　(B) 服从同一离散型分布

(C)服从同一指数分布　　　　(D) 服从同一连续型分布

4. 在比较两个正态总体方差是否相等的假设检验中，选用（　　）.

（A）u检验法　（B）t检验法　（C）F检验法　（D）χ^2检验法

三、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分；正确的划“√”错误的划“╳”）

1. 若随机变量序列$\{X_n\}$依概率收敛于X，则$\{X_n\}$依分布收敛于X.（　　）

2. 设$\hat{\theta}$为θ的无偏估计量，且$D(\hat{\theta})\neq 0$,则$\hat{\theta}^2$必为θ^2的无偏估计量.（　　）

3. 总体均值μ的 95%置信区间的含义为这个区间以 95%的概率含μ的真值.

（　　）

4. 一致最小方差无偏估计一定是有效估计.（　　）

5. 假设检验中，若显著性水平α小于检验的p值，则我们应接受原假设H_0.

（　　）

四、计算题（本题共 4 小题，满分 47 分）

1. （本题满分 15 分）设$x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$为来自正态母体$N(\mu,1)$的一个样本，其中μ为未知参数，求（1）μ的矩法估计；（2）μ的极大似然估计.

2. （本题满分 12 分）设总体 X 服从指数分布$Exp(\frac{1}{\theta})$，其密度函数为

$$p(x;\theta)=\frac{1}{\theta}\exp\{-\frac{x}{\theta}\},x>0,\theta>0$$

试计算θ的费希尔信息量$I(\theta)$；并验证样本均值$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$是$\theta$的有效估计.

3. （本题满分 10 分）已知某种材料的抗压强度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，现随机地从中抽取 10 个，测得 $\bar{x} = 457.5, s = 35.2176$，分别对下列两种情况求出均值 μ 的 95%置信度的置信区间.

（1）$\sigma = 30$　　　　　　　　　　（2）σ 未知.

（注：　$\Phi(1.96) = 0.975$　$t_{0.975}(9) = 2.2622$　）

4. （本题满分 10 分）在一个单因子试验中，因子 A 有三个水平，每个水平下各重复 4 次，具体数据如下：

水平	数据			
A_1	8	5	7	4
A_2	6	10	12	9
A_3	0	1	5	2

试计算误差平方和 S_e，因子 A 的平方和 S_A，总平方和 S_T，并指出它们各自的自由度.

五、应用分析题（本题共 2 小题，满分 16 分）

1．（本题满分 7 分）某百货商场的日销售额服从正态分布，去年的日均销售额为 53.6（万元），方差为 36，今年随机抽查了 10 个日销售额，测得日均销售额为 $\bar{x} = 57.7$。根据经验，方差没有变化，问今年的日均销售额与去年相比有无显著变化？（　$\alpha = 0.05$　，　$\Phi(1.96) = 0.975$　）

2．（本题满分 9 分）现收集了 12 组合金钢中的碳含量 x 及强度 y 的数据，经计算得　$\bar{x} = 0.1583$，$\bar{y} = 49.125$　，

$$\sum x_i^2 = 0.3194,\quad \sum y_i^2 = 29304.25,\quad \sum x_i y_i = 95.8050$$

（1）建立 y 关于 x 的一元线性回归方程 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$；

（2）对建立的回归方程作显著性检验（$\alpha = 0.05$）.

（注：$F_{0.95}(1,10) = 4.96$）

山东财经大学2016-2017学年第二学期模拟试题

概率论与数理统计II　参考答案与评分标准

一、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．11.24，0.0112，11.20　　2．$F(1,1)$　　3．λ，$\dfrac{\lambda}{n}$，λ

4．$a+b=1$　　5．第一类（或弃真）

二、选择题（本大题共4小题，每小题3分，共12分）

1．C　　2．B　　3．C　　4．C

三、判断题（**本大题共5小题**,每小题2分，共10分）

1.✓　　2.×　　3．✓　　4．×　　5．✓

四、计算题（本题共4小题，满分47分）

1．解：（1）因为 $x\sim N(\mu,1)$，所以 $Ex=\mu$ ．

令 $Ex=\overline{x}=\mu$

解得 $\hat{\mu}=\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ ……………………… $5'$

（2）$\because X\sim N(\mu,1)$，$\therefore p(x;\mu)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2}]$

似然函数 $L(\mu)=\prod_{i=1}^{n}p(x_i;\mu)=\prod_{i=1}^{n}[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{(x_i-\mu)^2}{2}]]$

$$=(\frac{1}{\sqrt{2\pi}})^n\exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2}]$$ ………

………………4´

对数似然函数为 $\ln L(\mu)=-\frac{n}{2}\ln(2\pi)-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2}$

似然方程组为 $\frac{d\ln L(\mu)}{d\mu}=-\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=0$ …………………4´

解之得：$\hat{\mu}=\bar{x}$ …………………… $2'$

2. 解： $\ln p(x;\theta)=-\ln\theta-\frac{x}{\theta}$

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln p(x;\theta)=-\frac{1}{\theta}+\frac{x}{\theta^2}=\frac{x-\theta}{\theta^2}$$

于是 $I(\theta)=E\left(\frac{x-\theta}{\theta^2}\right)^2=\frac{Var(x)}{\theta^4}=\frac{1}{\theta^2}$ ……………………….6´

而 $E\bar{x}=Ex=\theta$

$\bar{x}$是θ的无偏估计；

且其方差 $D\bar{x}=\frac{Dx}{n}=\frac{\theta^2}{n}=(nI(\theta))^{-1}$，达到了 C—R 下界，

所以$\bar{x}$是θ的有效估计.

………………………….6´

3. 解：（1）$1-\alpha=0.95,\alpha=0.05$，查表知 $u_{1-\frac{\alpha}{2}}=u_{0.975}=1.96$，

于是这种材料抗压强度均值μ的 0.95 置信区间为

$$[\bar{x}-u_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}\,,\bar{x}+u_{1-\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}]$$

$$=[457.5\pm 1.96\times 30/\sqrt{10}]=[438.9058,476.0942]$$

…

………………….5´

（2）$1-\alpha=0.95,\alpha=0.05$，查表知 $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(9)=2.2622$

当σ未知时，这种材料抗压强度均值μ的 0.95 置信区间为

$$[\bar{x}-t_{1-\alpha/2}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+t_{1-\alpha/2}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

$$=[457.5\pm 2.2622\frac{35.2176}{\sqrt{10}}]=[432.3064,482.6936]$$

…………………….5´

4.解：列计算表如下：

水平	数据	T_i	T_i^2	$\sum y_{ij}^2$
A1	8 5 7 4	24	576	154
A2	6 10 12 9	37	1369	361
A3	0 1 5 2	8	64	30
和		69	2009	545

…

………………….4´

$r=3 \quad m=4 \quad n=r\times m=3\times 4=12$

$$S_T=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{m}y_{ij}^2-\frac{T^2}{n}=545-\frac{69^2}{12}=148.25 \qquad f_T=n-1=11$$

$$S_A=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{r}T_i^2-\frac{T^2}{n}=\frac{1}{4}\times 2009-\frac{69^2}{12}=105.5 \qquad f_A=r-1=2$$

$$S_e=S_T-S_A=148.25-105.5=42.75 \qquad f_e=n-r=9$$

……………………….6´

五、应用分析题（本题共 2 小题，满分 16 分）

1．设 X 表示超市的日销售额，且设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ未知，$\sigma^2=36$

H_0：$\mu=53.6 \leftrightarrow H_1$：$\mu\neq 53.6$ ……………………………1´

在 H_0 成立时，$U=\dfrac{\bar{X}-53.6}{\sigma/\sqrt{10}}\sim N(0,1)$

对于 $\alpha=0.05$，$u_{1-\frac{\alpha}{2}}=u_{0.975}=1.96$

拒绝域 $W=\{|u|\geq 1.96\}$

…………….

………. 3´

对于 $\bar{x}=57.7$

$$|u|=\left|\frac{57.7-53.6}{6/\sqrt{10}}\right|=2.16>1.96$$

故应拒绝 H_0，今年的日均销售额与去年相比有显著变化

……. ……

………3´

2. 解：（1）由条件计算得

$$l_{xx}=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2=0.3194-12\times0.1583^2=0.0187$$

$$l_{yy}=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2=29304.25-12\times49.125^2=345.0625$$

$$l_{xy}=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}=95.8050-12\times0.1583\times49.125=2.4872$$

则 β_0,β_1 的最小二乘估计为

$$\hat{\beta}_1=\frac{l_{xy}}{l_{xx}}=\frac{2.4872}{0.0187}=133.0053$$

$$\hat{\beta}_0=\overline{y}-\hat{\beta}_1\overline{x}=49.125-133.0053\times0.1583=28.0703$$

因此 y 关于 x 的一元线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x=28.0703+133.0053x$

………………………. 5´

（2）由（1）计算各平方和得

$$S_T=l_{yy}=345.0625 \quad f_T=n-1=11$$

$$S_R=\hat{\beta}_1^{\,2}l_{xx}=133.0053^2\times0.0187=330.8107 \quad f_R=1$$

$$S_e=S_T-S_R=345.0625-330.8107=14.2518 \quad f_e=n-2=10$$

则 $F=\dfrac{MS_R}{MS_e}=\dfrac{S_R/f_R}{S_e/f_e}=\dfrac{330.8107/1}{14.2518/10}=232.1185$

对于 $\alpha=0.05$， $F_{1-\alpha}(1,n-2)=F_{0.95}(1,10)=4.96<232.1185$

因此在显著性水平 0.05 下，回归方程是显著的.

……

………………. 4´