

# 山东财经大学 2020-2021 学年第一学期期末试题

课程代码：16200041 试卷 (A)

sj052

课程名称：概率论与数理统计

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

## 一、单项选择题（本题共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

1. 对于随机事件  $A, B$ ，命题（ ）正确。

- (A) 如果  $A, B$  互不相容，那么  $\bar{A}, \bar{B}$  也互不相容
- (B) 如果  $A, B$  相容，则  $\bar{A}, \bar{B}$  也相容
- (C) 如果  $A, B$  互不相容，则  $\bar{A}, \bar{B}$  必相容
- (D) 如果  $A, B$  对立，则  $\bar{A}, \bar{B}$  也对立

2. 设离散型随机变量  $X$  的概率函数为  $P(X = k) = b\lambda^k$ ，其中

$k = 1, 2, \dots, b > 0$ ，则（ ）成立。

- (A)  $\lambda = b + 1$
- (B)  $\lambda > 0$  的任何实数
- (C)  $\lambda = \frac{1}{1+b}$
- (D) 都不正确

3. 设随机变量  $X, Y$  独立同分布，其概率函数分别为，

$X$	0	1
$P$	0.3	0.7

$Y$	0	1
$P$	0.3	0.7

则（ ）。

- (A)  $X = Y$
- (B)  $P(X = Y) = 1$
- (C)  $P(X = Y) = 0.58$
- (D)  $P(0 \leq Y \leq 3) = 0.5$



4. 设  $X$  与  $Y$  均服从正态分布, 则有 ( ).

- (A) 当  $\rho_{XY} = 0$  时,  $X$  与  $Y$  相互独立
- (B)  $(X, Y)$  的联合分布必为正态分布
- (C)  $X^2 + Y^2$  服从  $\chi^2$  分布
- (D) 以上结论均不成立

5. 设  $X \sim B(100, 0.2)$ , 则  $P(10 \leq X \leq 30) \approx ( )$ .

- (A)  $\Phi_0(30) - \Phi_0(10)$
- (B)  $\Phi_0(10) - \Phi_0(0)$
- (C)  $\Phi(2.5) - \Phi(-2.5)$
- (D)  $2\Phi_0(2.5) - 1$

6. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是一样本, 则  $\frac{n\bar{X}^2}{S^2} \sim ( )$ .

- (A)  $F(1, n)$
- (B)  $F(1, n-1)$
- (C)  $t(n)$
- (D)  $t(n-1)$

7. 设总体  $X$  服从  $[0, \theta]$  上的均匀分布,  $(2, 0, 3, 4, 1)$  是样本观测值, 则  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta} = ( )$ .

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

## 二、填空题 (本题共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

1. 设  $A, B$  是两个事件, 若已知  $P(A) = P(B), P(A-B) = 0.25$ , 则  $P(B-A) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 已知  $X$  的概率函数为

$X$	-1	0	1
$P$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则  $Y = X^2$  的概率函数为                     .



3. 设  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} cx^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 设  $X \sim N(0,1)$ , 则  $E(X^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 设  $X \sim P(1)$ , 则  $D(2X) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 设  $EX = \mu, DX = \sigma^2$ , 由切贝晓夫不等式  $P(|X - \mu| \geq 2\sigma) \leq \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 设总体  $X \sim B(n, p)$ ,  $(X_1, X_2, \dots, X_{20})$  是一样本, 则  $E\bar{X} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、判断题 (本题共 5 小题, 每小题 2 分, 满分 10 分)

1. 设  $A, B$  是两个任意事件, 则  $P(A - B) = P(A) - P(B)$ . ( )

2. 设  $X$  是一个随机变量, 则对任意实数  $x$ , 其分布函数  $F(x) = P(X < x)$ . ( )

3. 若  $X$  与  $Y$  相互独立, 则  $X$  与  $Y$  一定不相关, 反之也成立. ( )

4. 任意事件  $A$  发生的频率依概率收敛于事件  $A$  发生的概率. ( )

5. 若随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  都服从标准正态分布, 则  $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$ . ( )

### 四、计算题 (本题共 6 小题, 每小题 8 分, 满分 48 分)

1. 有两个口袋, 甲袋中装有两个白球一个黑球, 乙袋中装有一个白球两个黑球。由甲袋任取一球放入乙袋, 再从乙袋中取出一球, 求从乙袋中取到白球的概率.

2. 已知连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = A + B \arctan x$ ,

求 (1) 常数  $A, B$ ; (2)  $X$  的密度函数; (3)  $P(0 < X < 1)$ .

3. 设随机变量  $(X, Y)$  的联合分布密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $c$ ; (2) 边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ;

(3) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立.



4. 已知  $D(X) = 25, D(Y) = 36, \rho = 0.4$ ,

求  $D(X+Y), D(X-Y), D(2X+3Y)$ .

5. 一袋盐的重量(千克)是一随机变量, 期望为 1, 方差为 0.01, 一箱装有 100 袋. 求一箱盐的重量在 98 至 102 千克之间的概率. (注:  $\Phi_0(2) = 0.97725$ )

6. 设总体  $X$  的密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

其中  $\theta > 0$  为未知参数, 设样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  来自总体  $X$ ,

求  $\theta$  的极大似然估计.

