学号

姓名

班级

学院

山东财经大学2013–2014学年第二学期期末试题

概率论与数理统计（16200041）试卷 (A)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效.

一、填空题（本题共5小题，每小题3分，满分15分）

1、设 A、B 是两个随机事件，若 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A+B)=0.6$，则 $P(A\overline{B})=$______.

2、设 X_1,X_2,X_3 是正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，若 $\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+2aX_2+aX_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计，则 $a=$_______.

3、设离散型随机变量 X 的概率分布表为

X	-1	0	1
P	0.2	0.6	0.2

则关于 t 的一元二次方程 $Xt^2-2t+1=0$ 有两个不同实根的概率为_______.

4、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} 1/3, & 0\le x\le 1 \\ 2/9, & 3\le x\le 6 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，若 k 使得 $P(X\ge k)=\frac{2}{3}$，则 k 的取值范围为_______.

5、已知随机变量 X 与 Y 的协方差矩阵为 $\begin{pmatrix} 16 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$，则 $D(2X+Y)=$______.

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1、设事件 A 满足 $P(A)=0$，则（　　）.

（A）事件 A 不可能发生；　　（B）A 与任意一个事件 B 相互独立；

（C）事件 $\overline{A}$ 必定发生；　　（D）A 与任意一个事件 B 互不相容.

2、设随机变量 X 与 Y 相互独立，已知 $P(X\le 1)=p$， $P(Y\le 1)=q$，则 $P(\max(X,Y)\le 1)$ 等于（　　）.

（A）$p+q$；　　（B）p；

（C）pq；　　（D）q.

3、已知某个连续型随机变量 X 的数学期望 $EX=1$，则 X 的概率密度函数不可能是（　　）.

（A）$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & 0\le x\le 2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$；

（B）$g(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},\quad -\infty<x<+\infty$；

（C）$g(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(x-1)^2},\quad -\infty<x<+\infty$；

（D）$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x-1|},\quad -\infty<x<+\infty$.

4、设 $X_1,X_2,...,X_{81}$ 是取自正态总体 $N(\mu,9)$ 的样本，要检验 $H_0:\mu=0$，则当 H_0 成立时，检验统计量（　　）.

（A）$3\left|\overline{X}\right|\sim t(80)$；　　（B）$3\left|\overline{X}\right|\sim N(0,1)$；

（C）$9\overline{X}\sim t(81)$；　　（D）$3\overline{X}\sim N(0,1)$.

5、若 $X \sim N(0,1)$，$Y \sim N(2,9)$，且相关系数为 $\rho_{X,Y}=1$，则（　　）.

(A) $P\{Y=3X+2\}=1$.　　　　(B) $P\{Y=3X-2\}=1$；

(C) $P\{Y=-3X+2\}=1$；　　　　(D) $P\{Y=-3X-2\}=1$；

三、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）

1、设 $f(x)$ 是连续型随机变量 X 的密度函数，则 $f(x)$ 一定是可积函数.（　　）

2、当随机变量 X 的可能值充满区间 $(-\infty,0)$ 时，$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ 可以成为 X 的分布函数.　　（　　）

3、若 $0<P(B)<1$，则 $P(A\,|\,\overline{B})+P(A\,|\,B)=1$.　　（　　）

4、设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，样本容量 n 与置信系数 $1-\alpha$ 均不变，则对于不同的样本观测值，总体均值 μ 的置信区间长度 L 不能确定.（　　）

5、在相同条件下独立地进行 9 次射击，每次射击时击中目标的概率均为 0.6，则最可能击中次数 $k_0=[np]=[5.4]=5$.　　（　　）

四、计算题（本题共 3 小题，每小题 10 分，满分 30 分）

1、两个盒子装有同型号的球，第一个盒子装 5 个红球，4 个白球；第二个盒子装 4 个红球，5 个白球．先从第一个盒子中任取 2 个球放入第二个盒子，然后再从第二个盒子中任取一个球.

求：从第二个盒子中取到的是白球的概率；

2、设二维连续型随机向量 (X,Y) 的联合密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} k, & 0<x<1, 0<y<2x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

（1）求 k；　（2）判断 X 与 Y 是否相互独立.

3、总体 $X \sim b(1,p)$，其分布律为 $P(X=x)=p^x(1-p)^{1-x}$， $x=0,1$.
设 $(X_1,X_2,...,X_n)$ 是取自总体的样本，$(x_1,x_2,...,x_n)$ 为样本值，求未知参数 p 的最大似然估计值与最大似然估计量.

五、综合应用题（本题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

1、学校食堂出售盒饭，共有三种价格，分别为 3 元，4 元，5 元. 出售哪一种盒饭是随机的，售出三种价格盒饭的概率分别为 0.3，0.5，0.2. 已知某天共售出 100 盒，试用中心极限定理求这天收入在 397 元至 460 元之间的概率.

2、假定世界市场对我国某种出口商品的需求量 X (单位:吨)是个随机变量，且 $X \sim U[2000,4000]$，设该商品每售出一吨，可获利 3 万美元，但若销售不出去积压于库，则每吨需支付保养费 1 万美元.
（1）设计划年出口量为 y 吨，年创利额为 Y 万美元，试用 X， y 列出 Y 的表达式;

（2）问如何计划年出口量，能使国家期望获利最多?

六、分析题（本题满分 10 分）

假定人的脉搏服从正态分布，正常人的脉搏平均为 72 次/分钟，现测得 16 例慢性铅中毒患者平均脉搏 $\overline{x}=66.44$ 次/分钟，标准差 $s=7.18$. 问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，慢性铅中毒患者和正常人的脉搏有无显著差异?

（注：$t_{0.05}(15)=1.753$， $t_{0.025}(15)=2.131$， $t_{0.05}(16)=1.746$， $t_{0.025}(16)=2.120$，

$\Phi_0(1)=0.8413$， $\Phi_0(1.645)=0.95$， $\Phi_0(1.67)=0.9525$，

$\Phi_0(1.96)=0.975$

$P(A)+P(B)-P(A+B)=0.1$

$P(AB)=\cancel{P(A+B)-P(B)}$

山东财经大学 2013-2014 学年第二学期期末试题

概率论与数理统计(16200041）试卷（A）参考答案与评分标准

$P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=0.4-0.1$

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

$=0.3$

课本83.(10)

1. $\underline{0.3}$； 2. $\dfrac{2}{9}$； 3. $\underline{0.2}$； 4. $1\le k\le 3$； 5. $\underline{97}$.

$\frac{1}{3}+2a+a=1$, $a=\frac{2}{9}$　　$\Delta>0$ 得 $x<1$, 且 $x\neq0$. 只有 $x=-1$ 为 0.2　　参照146.(10)

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

$\max=F_X(z)\cdot F_Y(z)$

1. B　2. C　3. B　4. D　5. A ⇒

期望为0　$\frac{\bar{X}-0}{3}\times\sqrt{81}$

$\rho=1$ ⇒ 线性相关且正相关 $a>0$

$Y=aX+b$.

$DY=9=a^2$　$a=3$.

$EY=3EX+b=3\times0+b=2$　$b=2$

三、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）

1. 对　2. 对　3. 错　4. 对　5. 错

课本P40. T5.15

四、计算题（本大题共 3 小题，每小题 10 分，满分 30 分）

1. 设 A_i ＝“从第一个盒子中取到 i 个红球”，$i=0,1,2$.

B＝“从第二个盒子中取到白球”．则 A_0,A_1,A_2 为一个完备事件组. ………………2′

则由全概率公式，有

$$P(B)=\sum_{i=0}^{2}P(A_i)P(B|A_i)$$ …………………………2′

$$=\frac{C_5^0\cdot C_4^2}{C_9^2}*\frac{C_7^1}{C_{11}^1}+\frac{C_5^1\cdot C_4^1}{C_9^2}*\frac{C_6^1}{C_{11}^1}+\frac{C_5^2\cdot C_4^0}{C_c^2}*\frac{C_5^1}{C_{11}^1}$$ …………………………4′

$$=\frac{1}{6}*\frac{7}{11}+\frac{5}{9}*\frac{6}{11}+\frac{5}{18}*\frac{5}{11}=\frac{53}{99}$$ …………………………2′

2.（1）由密度的性质，有

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\,dx\,dy=\int_0^1\left[\int_0^{2x}k\,dy\right]dx=k\int_0^1[2x]dx=k$$

即 $k=1$. ………………………… 2′

(2) 当$x\le 0$或$x\ge 1$时，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{-\infty}^{+\infty}0dy=0$；

当$0<x<1$时，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_0^{2x}1dy=2x$；

所以，X 的边缘概率密度函数为： $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$ ……………………

3′

当$y\le 0$或$y\ge 2$时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}0dx=0$；

当$0<y<2$时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_{\frac{y}{2}}^{1}1dx=1-\frac{y}{2}$；

所以，Y 的边缘概率密度函数为：

$$f_Y(y)=\begin{cases}1-\frac{y}{2}, & 0<y<2\\ 0, & 其它\end{cases}.$$ …………………… 3′

因 $f_X(x)f_Y(y)\ne f(x,y)$，所以，X与Y不相互独立.

………………………… 2′

3. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是来自总体X的一个样本，$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$为样本值.

则似然函数为：$L(p)=P\{X_1=x_1,\ X_2=x_2,\ldots,X_n=x_n\}=\prod_{i=1}^{n}P(X_i=x_i)$

$$=\prod_{i=1}^{n}p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}=p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}.$$

其中 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 在集合 $\{0,1\}$ 中取值.

……………………………… 4′

取对数，有 $\ln L(p)=\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\ln p+\left(n-\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\ln(1-p)$,

令 $\dfrac{d\ln L}{dp}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{p}-\dfrac{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}{1-p}=0$

……………………………… 4′

解得 p 的最大似然估计值：$\hat{p}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}$.

故，p 的最大似然估计量为：$\hat{p}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i=\overline{X}$.

……………………………… 2′

五、综合应用题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

1. X_i表示第i盒盒饭的售价，则离散型随机变量 X_i的分布表为：

X	3	4	5
P_i^X	0.3	0.5	0.2

则$EX_i=3.9$, $DX_i=EX_i^2-\left(EX_i\right)^2=15.7-3.9^2=0.49$, ………………………

3′

则$X=\sum_{i=1}^{100}X_i$ 表示出售 100 盒盒饭的收入，

有 $EX=\sum_{i=1}^{100}EX_i=390$, $DX=\sum_{i=1}^{100}DX_i=49$, 故 $X\overset{\text{近似}}{\sim}N(390,49)$

……………………3

则 $P\{397 \le X \le 460\} = P\left\{\frac{397-390}{7} \le \frac{X-390}{7} \le \frac{460-390}{7}\right\}$

$= P\left\{1 \le \frac{X-390}{7} \le 10\right\}$ ………………… 3′

$\approx \Phi_0(10) - \Phi_0(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$ …………… 1′

2. （1）设计划年出口量为y吨，年创利额Y万美元，有$y \in [2000,\ 4000]$,

且有

$$Y = g(X) = \begin{cases} 3y, & X \ge y, \\ 3X-(y-X), & X < y. \end{cases}$$ ……………………………………

4′

（2） $EY = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)\,dx = \frac{1}{2000}\int_{2000}^{4000} g(x)\,dx$

$= \frac{1}{2000}\left[\int_{2000}^{y}(4x-y)\,dx + \int_{y}^{4000} 3y\,dx\right]$

$= \frac{1}{1000}(-y^2 + 7000y - 4000000)$

……………………………………

4′

令$(EY)' = 0$, 得$y = 3500$, 由驻点的唯一性知，此驻点为最大值点.

因此，年出口量为 3500 吨时，能使国家期望获利最多.

…………………………………… 2′

六、分析题（本题满分 10 分）

解：待检验的原假设 $H_0: \mu = 72$， ……………… 2

假设H_0成立，有$X \sim N(72,\sigma^2)$，$\bar{X} \sim N(72,\frac{\sigma^2}{16})$

构造统计量$T=\frac{\bar{X}-72}{S/\sqrt{16}} \sim t(n-1)$， …………………3′

对于显著性水平 $\alpha=0.05$，有$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(15)=2.131$,

故否定域为$(-\infty,-2.131)\cup(2.131,+\infty)$ …………………2′

又已知样本均值$\bar{x}=66.44$, 标准差$s=7.18$，带入有

$$T=\frac{66.44-72}{7.18/\sqrt{16}}=-3.097<-2.131.$$

由于计算结果落入拒绝域，因而拒绝H_0，即认为慢性铅中毒患者和正常人的脉搏有显著差异. …………………3′