山东财经大学 2012 — 2013 学年第一 学期期末试题

概率论与数理统计（1）（17000017）试卷（A）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

学号

姓名

班级

学院

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1．某人用步枪射击目标 n 次，A_i 表示“第 i 次射击击中目标”，$i=1,2,\cdots,n$. 用事件运算的关系式表示：“n 次都击中目标”____________；“n 次中至少有一次未击中”______________；“n 次中至少有两次击中目标”_______.

2．3 封信随机地投入编号为 1，2，3，4 的 4 个邮筒中，则第 2 号邮筒恰有 1 封信的概率为_________.

3．设 A,B 为随机事件，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$，且 $P(\overline{B}\mid A)=0.3$，则 $P(A\cup B)=$_______.

4．袋中有 a 只黑球，b 只白球，把球随机一只一只地摸出来（不放回），第 k $(1\le k\le a+b)$ 次摸出黑球的概率为__________.

5. 三个人参与破译密码，且他们破译密码彼此独立，能译出密码的概率分别是 $\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，则密码能被破译的概率为_________.

6．若随机变量 X 与 Y 独立同分布于 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$，则 $Z=XY$ 的分布列为

______________.

7，设随机变量 ξ 服从区间 $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ 的均匀分布，则 $E(\sin\pi\xi)=$________.

8．若随机变量(X,Y)服从二维正态分布$N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$，则当$\rho=$____时，$X$与$Y$相互独立.

9. 设ξ表示 10 次独立重复射击命中目标的次数，每次射击目标的概率为 0.4，则$E\xi^2=$______________.

10．设$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立同分布，且都服从标准正态分布$N(0,1)$，则$\sum_{i=1}^{n}X_i\sim$____________.

二、单项选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 设随机事件 A 与 B 满足$A\supset B$，则（　　）.

（A）$P(A+B)=P(A)$　　（B）$P(AB)=P(A)$

（C）$P(B|A)=P(B)$　　（D）$P(B-A)=P(B)-P(A)$

2．设$p_k=\dfrac{b}{k(k+1)}$　$(k=1,2,\cdots)$为离散型随机变量的概率分布，b 的值为

3．（　　）.

(A)　2　　(B)　1　　(C)　$\dfrac{1}{2}$　　(D)　3

3. 设$f(x),F(x)$分别为连续型随机变量X的密度函数和分布函数，则正确的是（　　）.

(A)　$P\{X=x\}=f(x)$　　(B)　$F'(x)=f(x),\forall x\in R$

(C)　$0\le f(x)\le 1$　　(D)　$0\le F(x)\le 1$

4. 若随机变量X与Y满足$D(X+Y)=D(X-Y)$，则正确的是（　　）.

(A) X 与 Y 相互独立　　(B) X 与 Y 不相关

(C) $DY=0$　　(D) $DXDY=0$

5. 设ξ与η是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别是$F_\xi(x),F_\eta(y)$，则$Z=\max\{\xi,\eta\}$的分布函数为（　　）.

(A) $F_Z(z)=\max\{F_\xi(z),F_\eta(z)\}$　　(B) $F_Z(z)=\max\{|F_\xi(z)|,\ |F_\eta(z)|\}$

(C) $F_Z(z)=F_\xi(z)F_\eta(z)$　　(D) $F_Z(z)=F_\xi(x)F_\eta(y)$

三、计算题（第1,2题每题10分，第3题15分，共35分）

1. 甲、乙两人相约在6点到7点之间在某地会面，先到者等候另一人20分钟，过时即可离开。如果每个人可在指定的一小时内任意时刻到达，求两人能会面的概率.

2. 一批产品共10件，其中7件正品，3件次品。每次从中任取一件，取后不放回，直到取到正品为止，所需抽取次数记为X，求

（1）X的分布列；　　（2）X的分布函数$F(x)$.

3. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}axy^2, & 0<x<1,0<y<1\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

试求：① 常数a；(2) 边际概率密度$p_X(x)$和$p_Y(y)$，并讨论X与Y的独立性；

（3）$E(XY)$.

四、应用题（每题10分，共20分）

1. 钥匙掉了，掉在宿舍里、掉在教室里和掉在路上的概率分别是40%、35%和25%，而掉在上述三处地方被找到的概率分别是0.8、0.3和0.1．试求：

（1）　找到钥匙的概率；

（2）　钥匙是在教室被找到的概率.

2. 一家有500间客房的大旅馆，每间客房装有一台2千瓦的空调机。若开房率为80%，且假定各间客房是否使用空调机相互独立，应用中心极限定理近似求至少需要多少千瓦的电力才能以99%以上的可能性保证有足够的电力使用空调机？（注：$\sqrt{5}\approx 2.236$　　$\Phi(2.33)=0.99$）

山东财经大学2012-2013学年第一学期期末试题

2套

概率论与数理统计（1） 试卷 (A)参考答案与评分标准

一、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i, \bigcup\limits_{i=1}^{n} \overline{A_i}, \bigcup\limits_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n} A_iA_j$　　2. $\dfrac{27}{64}$　　3. 0.62　　4. $\dfrac{a}{a+b}$　　5. $\dfrac{3}{5}$

6. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$　　7. 0　　8. 0　　9. 18.4　　10. $N(0,n)$

二、选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

1. A　　2. B　　3. D　　4. B　　5. C

三、计算题（本大题共3小题，第1,2小题每题10分，第3小题15分，共35分）

1．解：以6点为计算时刻的0时，以分钟为单位，x和y分别表示甲乙两人到达约会地点的时间，则两人能够会面的充要条件是$|x-y|\le 20$，试验的样本空间为

$$\Omega=\{(x,y)\mid 0\le x\le 60, 0\le y\le 60\},$$ ....2′

以A表示事件"两人能会面"，则显然有$A=\{(x,y)\mid (x,y)\in\Omega, |x-y|\le 20\}$，.........2′

于是

$$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{60^2-40^2}{60^2}=\frac{5}{9}\approx 0.556$$ ......6′

2.解：（1）X的可能取值为1, 2, 3, 4，且其概率分布为

$$P\{X=1\}=\frac{7}{10} \qquad P\{X=2\}=\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$$

$$P\{X=3\}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{120} \qquad P\{X=4\}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}\times\frac{7}{7}=\frac{1}{120}$$

即X的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{7}{120}$	$\frac{1}{120}$

.........................5′

(2) $F(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ \dfrac{7}{10}, & 1\le x<2\\ \dfrac{14}{15}, & 2\le x<3\\ \dfrac{119}{120}, & 3\le x<4\\ 1, & x\ge 4\end{cases}$

............................5′

3.解：(1) 由 $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^1 axy^2dy=a\int_0^1 xdx\int_0^1 y^2dx=\frac{a}{6}$

$\therefore a=6$ ....4′

(2) $p_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^1 6xy^2dy, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$

..................................3′

$p_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^1 6xy^2dx, & 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}=\begin{cases}3y^2, & 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$

..................................3′

$\because \forall(x,y)\in R^2$ 有 $p(x,y)=p_X(x)p_Y(y)$

∴X 与 Y 相互独立。 ....2′

(3) $E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xyp(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^1 xy\cdot 6xy^2dy=6\int_0^1 x^2dx\int_0^1 y^3dx=\frac{1}{2}$

....3′

四、应用题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

1. 解：设 A_1,A_2,A_3 分别表示钥匙掉在宿舍、掉在教室、掉在路上，记 $B=$“钥匙被找到”

则 $P(A_1)=40\%$，$P(A_2)=35\%$，$P(A_3)=25\%$，

$P(B|A_1)=0.8, P(B|A_2)=0.3, P(B|A_3)=0.1,$

.............4′

(1) 由全概率公式得

$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=40\%\times 0.8+35\%\times 0.3+25\%\times 0.1=0.45$

.............3

（2） $P(A_2 \mid B)=\dfrac{P(A_2B)}{P(B)}=\dfrac{P(A_2)P(B \mid A_2)}{P(B)}=\dfrac{35\% \times 0.3}{0.45}=\dfrac{7}{30} \approx 0.233$

…………..3′

2. 解：设至少需要 a 千瓦的电力才能以 99%以上的可能性保证有足够的电力使用空调机，且设 X 表示 500 间客房的开房数，则 $X \sim B(500, 0.8)$

且 $EX=400$ ， $DX=500 \times 0.8 \times 0.2=80$

由中心极限定理知，X 近似服从 $N(400,80)$ ……………………….4′

由条件知 $P\{2X \le a\} \ge 99\%$，且

$P\{2X \le a\}=\mathrm{P}\{\mathrm{X} \le \dfrac{a}{2}\} \approx \Phi(\dfrac{a/2-400}{\sqrt{80}}) \ge 0.99=\Phi(2.33)$

$\therefore \dfrac{a/2-400}{\sqrt{80}} \ge 2.33$，

解得 $a \ge 841.68$

……………………….6′