Sj116

# 山东财经大学 2017-2018 学年第二学期期末试题

课程代码： 16200041 试卷（B）

课程名称： 概率论与数理统计

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |
| 签字 | | | | | | | | | | | |

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

## 一、单项选择题（本题共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

1. 设 $A,B,C$ 为三个事件，则 $A+B+C$ 表示（ ）.

(A) 三个事件全发生； (B) 恰有一个事件发生；

(C) 三个事件不全发生； (D) 至少有一个事件发生.

2. 设 $X$ 的密度函数为 $f_X(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$，则 $Y=2X$ 的密度函数 $f_Y(y)=$（ ）

(A) $e^{-\frac{|y|}{2}}$ (B) $\frac{1}{4}e^{-\frac{|y|}{2}}$ (C) $\frac{1}{2}e^{-2|y|}$ (D) $\frac{1}{2}e^{-\frac{|y|}{2}}$

3. 设二维离散型随机向量 $(X,Y)$ 的联合分布为

| $X \backslash Y$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | $a$ | 0.2 | 0.1 |
| 1 | 0.2 | 0.2 | 0.1 |
| 2 | 0.1 | 0.1 | $b$ |

则有（ ）



学号

姓名

班级

学院

(A) $a=0,b=0$ (B) $a=-0.1,b=0.1$

(C) $a,b$ 取值不唯一 (D) $a=0.1,b=0.1$

4. 设二维随机变量 $(X,Y)$ 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}4.8y(1-x), & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

则 $Y$ 的密度函数 $f_Y(y)$ 为（ ）

(A) $\begin{cases}2.4y(4y-y^2), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$ (B) $\begin{cases}2.4y^2(2-y), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

(C) $\begin{cases}4.8y^2(2-y), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$ (D) $\begin{cases}4.8y(y-y^2), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

5. 设随机变量 $\xi$ 和 $\eta$ 的联合密度是 $f(x,y)$，关于 $\xi$ 和 $\eta$ 的边缘概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(y)$，则在 $\{\eta=y\}(f_2(y)>0)$ 的条件下 $\xi$ 的条件概率密度 $f(x|y)$ 为（ ）.

(A) $\dfrac{f(x,y)}{f_1(x)}$ (B) $\dfrac{f(x,y)}{f_2(y)}$ (C) $f(x,y)f_1(x)$ (D) $f(x,y)f_2(y)$

6. 样本 $(X_1,X_2,\cdots X_n)$ $(n>1)$ 来自总体 $X$，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，其中 $\mu$ 已知，$\sigma$ 未知. 则（ ）不是统计量

(A) $\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2$ (B) $\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ (C) $\overline{X}$ (D) $\dfrac{S^2}{\sigma}$

7. 设总体 $X\sim N(0,1)$，样本 $(X_1,X_2,\cdots X_n)$ $(n>1)$ 是来自总体 $X$，则（）

(A) $\overline{X}\sim N(0,1)$ (B) $n\overline{X}\sim N(0,n^2)$

(C) $\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2\sim\chi^2(n)$ (D) $\dfrac{\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$

## 二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1. 设 $A$，$B$ 为两个互不相容事件，且 $P(A)=0.4$，$P(\bar{B})=0.7$，则

$P(A-B)=$ ________.

2. 一球员投篮 4 次，若至少投中一次的概率是 $\frac{80}{81}$，则该球员的命中率为 ______.

3. 随机变量 $X$ 的密度函数为 $\varphi(x)=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}\ (-\infty<x<+\infty)$，则 $E(2X+1)=$ ____.

4. 已知 $DX=6, DY=9, \rho=0.2$，则 $D(X-Y)=$ ______.

5. 设总体 $X\sim U[0,1]$，$(X_1,X_2,\cdots X_{10})$ 是来自总体 $X$ 的样本，则 $D\overline{X}=$ ______.

三、计算题（本题共 4 小题，每小题 11 分，满分 44 分）

1. 某种产品共 10 件，其中有次品 4 件，现从中任取 2 件，求取到的 2 件产品中次品数 $X$ 的概率函数及方差 $DX$.

2. 已知二维随机变量 $(X,Y)$ 的分布函数为

$$F(x,y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\arctan y\right)$$

(1) 求常数 $A,B$；(2) 求 $(X,Y)$ 关于 $X,Y$ 的边缘分布函数 $F_X(x)$，$F_Y(y)$；(3) 判断 $X$ 与 $Y$ 是否相互独立.

3. 设 $(X,Y)$ 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}8xy, 0\le x\le y\le 1\\ 0, \qquad \text{其它}\end{cases}$$

(1) 求 $P\{Y>2X\}$；(2) 求 $X$ 与 $Y$ 的协方差 $Cov(X,Y)$.

4. 设连续总体 $X$ 的密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, 0<x<1,\\ 0, \qquad \text{其它}\end{cases}$$

其中$\theta>0$是未知参数，$(X_1,X_2,\cdots X_n)$是来自总体$X$的样本，求$\theta$的极大似然估计量.

四、综合分析题（本题满分 10 分）

有一袋麦种，其中一等麦种占80%，二等麦种占15%，三等麦种占5%，已知一、二、三等麦种的发芽率分别为0.8，0.4，0.2，现从袋中任取一粒麦种.(1)试求它发芽的概率；(2)若实验后发现它未发芽，它是哪类麦种的可能性最大.

五、应用题（本题满分 10 分）

某保险公司多年的统计资料表明，在索赔中被盗索赔户占20%，以$X$表示在随机抽查的100个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数.

(1)求$X$的概率函数；(2)利用中心极限定理求被盗索赔户不少于14户的概率.（参考数据：$\Phi_0(1.5)=0.933,\ \Phi_0(1.0)=0.841,\ \Phi_0(2.5)=0.994$）

某东财经大学 2017-2018学年

一.单选:

1. D。 A选项为 $ABC$. B选项为 $A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$. C选项为 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

2. B。 第二次线上作业 68题. 此题在线上应选 A. 选B为手误.

3. A。 $a+0.2+0.1+\cdots+0.1+b=1$. 故 $a+b=0$ 且只能 $a=0, b=0$

4. B。 第一次线上作业第14题。

5. B。 第二次线上作业第5题。

6. D。 统计量不能含未知参数。

7. C。 $\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})=N(0,\frac{1}{n})$. A错.

$n\bar{X}\sim N(n\mu,n\sigma^2)=N(0,n)$. B错. } 定理6.6.

$\sum_{i=1}^{n}X_i^2\sim\chi^2(n)$. 定理6.2. 卡方分布的定义. C对.

$\frac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n}\sim t(n-1)=\frac{\bar{X}}{S}\cdot\sqrt{n}\sim t(n-1)$. D错 定理6.7.

二.填空:

1. 0.4。 因为AB互不相容. 故 $P(AB)=0$.

又 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$. . 故 $P(A-B)=0.4-0=0.4$

2. $\frac{2}{3}$。 设命中率为 $p$. 故 $1-(1-p)^4=\frac{80}{81}$. $p=\frac{2}{3}$.

3. $-5$。 由题可得 $EX=\mu=-3$. 故 $E(2X+1)=2EX+1=2\times(-3)+1$

$=-5$

4. $\frac{75-6\sqrt{6}}{5}$。

$D(X-Y)=DX+DY-2Cov(X,Y)$

$=DX+DY-2\cdot\rho\cdot\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}$

$=6+9-2\times0.2\times\sqrt{6}\times\sqrt{9}=\frac{75-6\sqrt{6}}{5}$

5. $\frac{1}{120}$。由定理6.1知. $D\bar{X}=\frac{1}{n}\sigma^2$，故 $D\bar{X}=\frac{1}{10}\sigma^2$

又 $DX=\frac{(1-0)^2}{12}=\frac{1}{12}$. 所以 $D\bar{X}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{12}=\frac{1}{120}$

三.计算题:

1. 因为X表示次品数，故X的所有可能取值是0.1.2.

故. $P\{X=0\}=\frac{C_6^2C_4^0}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$

$P\{X=1\}=\frac{C_6^1C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$

$P\{X=2\}=\frac{C_6^0C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$

故X的分布为

| X | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P | $\frac{1}{3}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{2}{15}$ |

所以 $EX=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$

故 $DX=\sum_k(x_k-EX)^2\cdot p_k$ P131页 (4.2.2).

$=(0-\frac{4}{5})^2\times\frac{1}{3}+(1-\frac{4}{5})^2\times\frac{8}{15}+(2-\frac{4}{5})^2\times\frac{2}{15}=\frac{160}{375}=\frac{32}{75}$

2. (1)(2)问为习题3-1第8题.

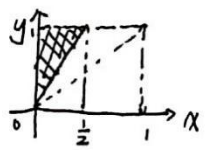
(3) $F(x,y)=\frac{1}{\pi^2}(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{x}{2})(\frac{\pi}{2}+\arctan y)$.

$F_X(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan\frac{x}{2}$.

$F_Y(y)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan y$

故 $F(x,y)=F_X(x)\cdot F_Y(y)$. 所以独立.

3. (1)由题意可得.




$P\{Y>2X\}=\int_0^1dy\int_0^{\frac{y}{2}}8xy\,dx$.

$=\int_0^1y^3dy=\frac{1}{4}$.

(2). 习题四.第17题：$\frac{4}{25}$.

4. 习题七.第6题.，

其中第三行有错误. 改为"取对数得 $\ln L(\theta)=n\ln\theta+(\theta-1)\ln\prod_{i=1}^{n}x_i$"

四、综合分析题.

习题一.第15题

五、应用题：

习题五.第7题 变形.

$14<X<30$.　现在为 $14<X<100$

故 $P\{14<X<100\}=\Phi_0(20)-\Phi_0(-1.5)$

$=\underbrace{\Phi_0(20)}_{\text{为1，因为}20>5}+\Phi_0(1.5)-1=0.933$