学号

姓名

班级

学院

山东财经大学 2014—2015 学年第二学期期末试题

概率论与数理统计（16200041）试卷 (B)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

一、填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

1. 已知 $P(A)=\frac{1}{3}$， $P(A+B)=\frac{1}{2}$，且 A 与 B 独立，则 $P(B)=$__________.

2. 设 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim P(3)$， $Y\sim P(4)$， $X+Y\sim$__________.

3. 设 X 为随机变量且 $EX=\mu$， $DX=\sigma^2$，则由切比雪夫不等式有 $P\{|X-\mu|\geq 3\sigma\}\leq$__________.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $X\sim N(\mu,9)$ 的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则当 $n\geq$__________时，有 $E(\bar{X}-\mu)^2\leq 0.1$.

二、单项选择题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 某班有 10 名同学是同一年出生（一年按 365 天计算），则至少有一人是 7 月 1 日出生的概率为（　　）.

(A) $\frac{10!}{365^{10}}$　　(B) $1-\frac{364^{10}}{365^{10}}$　　(C) $\frac{365!}{365^{10}355!}$　　(D) $\frac{1}{365^{10}}$

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=a+b\arctan x,-\infty<x<+\infty$ 则 $P\{X\leq 0\}$ 为（　　）.

(A) 0　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{\pi}{2}$　　(D) 1

3. 已知 $DX=4$， $DY=9$， $\rho_{X,Y}=0.5$，则 $D(X-2Y)$ 为（　　）.

（A） 16　　　　（B） 28　　　　（C） 32　　　　（D） 不能确定

4．设随机变量 $X \sim t(n)$，其中 $n>1$，设 $Y=\frac{1}{X^2}$，则（　　）.

（A） $Y \sim \chi^2(n)$　　（B） $Y \sim \chi^2(n-1)$　　（C） $Y \sim F(n,1)$　　（D） $Y \sim F(1,n)$

5．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，若 μ 为未知参数，σ 为已知参数，则下列随机变量（　　）不是统计量.

（A） $X_1 - X_2 + X_5$　　　　（B） $\frac{S^2}{\sigma^2}$

（C） $5X_3 - \mu$　　　　（D） $\frac{1}{\sigma}(X_2 + 2\overline{X})$

6．设 $\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$ 为某分布中参数 θ 的两个相互独立的无偏估计量，且 $D\hat{\theta}_1 = D\hat{\theta}_2$，则以下估计量中最有效的是（　　）.

（A） $\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2$　　（B） $\frac{1}{2}\hat{\theta}_1 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2$　　（C） $\frac{1}{3}\hat{\theta}_1 + \frac{2}{3}\hat{\theta}_2$　　（D） $\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2$

三、判断题（本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）

1．已知 X 的分布律为 $P\{X=-1\}=\frac{1}{2c}$，$P\{X=0\}=\frac{1}{4c}$，$P\{X=1\}=\frac{1}{8c}$，则 $\mathrm{E}X=\frac{3}{7}$.　　（　　）

2．进行两次独立重复试验，已知至少成功一次的概率为 0.84，则一次试验的成功率为 0.6.　　（　　）

3．设二维随机向量 (X,Y) 的两个边缘分布均为正态分布，则 (X,Y) 的联合分布必为二维正态分布.　　（　　）

4. 两个随机变量 X 与 Y 不相关，则 X 与 Y 必然相互独立. （　　）

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$， $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体的样本，则有 $\frac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n} \sim t(n)$. （　　）

四、计算题（本题共 4 小题，每小题 10 分，满分 40 分）

1. 某公共汽车站，甲、乙、丙三人分别独立地等 1、2、3 路汽车，设每个人等车的时间（单位：分钟）均服从[0，5]上的均匀分布. 求 3 人中至少有两个人等车时间不超过 2 分钟的概率.

2. 某箱装 100 件产品，其中一、二、三等品分别为 80 件、10 件和 10 件. 现从中随机取一件，定义三个随机变量 X_1, X_2, X_3 如下

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{若抽到} i \text{等品} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}，\quad i = 1, 2, 3 .$$

求随机变量 X_1 和 X_3 的相关系数.

3. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, 0 < x < 1, x < y < 1 \\ 0, \quad \text{其他} \end{cases}$$

（1）求随机变量 X，Y 的边缘概率密度；（2）判断 X，Y 是否相互独立.

4. 总体 $X \sim N(\theta+3, 1)$，其中 θ 为未知参数，设 $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 是取自总体的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，求

（1）θ 的最大似然估计量；（2）样本值为 $(1, 2, 3, 2)$ 时的最大似然估计值.

五、应用题（本题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

1. 某车间生产同样规格的 6 箱产品，甲、乙、丙三个车床各生产 3 箱、

2 箱和 1 箱，且 3 个车床的次品率依次是$\frac{1}{10},\frac{1}{15}$和$\frac{1}{20}$，现从这 6 箱中任选 1 箱，再从选出的 1 箱中任取 1 件，计算：

（1）取得的 1 件是次品的概率；（2）若已知取得的 1 件是次品，所取得的产品是由丙车床生产的概率.

2. 设有 30 个电子元件$D_1,D_2,\cdots,D_{30}$，它们的使用情况如下：D_1损坏后立即使用D_2，D_2 损坏后立即使用D_3，依次类推. 设每个元件的使用寿命（单位：小时）$X_i(i=1,2,\cdots,30)$服从参数$\lambda=1$的指数分布，令T为 30 个元件的使用总时数，用中心极限定理求使用总时数在区间(30，50)（单位：小时）的概率.

（注：$\Phi_0(0.91)=0.8186$，$\Phi_0(1)=0.8413$，$\Phi_0(1.67)=0.9525$，$\Phi_0(1.96)=0.975$，$\Phi_0(3.65)=0.99987$

山东财经大学 2014-2015 学年第二学期期末试题

概率论与数理统计(16200041)试卷(B)参考答案与评分标准

一、填空题(本题共 4 小题,每小题 3 分,满分 12 分)

独立时只有B.P.N满足
可以直接相加

1. $\frac{1}{4}$　　2. $P(7)$　　3. $\frac{1}{9}$　　4. 90 参照P190页填空(7).

P164页1.(2).

二、选择题(本题共 6 小题,每小题 3 分,满分 18 分)

1. B　　2. B　　3. B　　4. C　　5. C　　6. B

P26页22　　0为对称轴　　考了两次了,今年也考了

三、判断题(本题共 5 小题,每小题 2 分,满分 10 分)

1. 错　　2. 对　　3. 错　　4. 错　　5. 错 服从 t(n-1).

0.6+0.4×0.6　　反例1.P96.10.

四、计算题(本大题共 4 小题,每小题 10 分,满分 40 分)

1. 设每个人等车的时间为随机变量 X,则 $X \sim U[0,5]$.所以 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5},0\le x\le 5\\ 0,其他\end{cases}$$

. 所以

$P\{0\le X\le 2\}=\int_0^2 \frac{1}{5}dx=\frac{2}{5}.$ ………………4 分

令 Y 表示 3 人中等待时间不超过 2 分钟的人数,则 $Y \sim B(3,\frac{2}{5})$. ………………3 分

故所求概率为 $P\{Y\ge 2\}=P\{Y=2\}+P\{Y=3\}$

$=C_3^2(0.4)^2(0.6)+C_3^3(0.4)^3=0.352.$ ………………3 分

2. 由题意知 X_1,X_3 的分布律分别为

X_1	1	0
P	0.8	0.2

X_3	1	0
P	0.1	0.9

故$EX_1 = 0.8, EX_3 = 0.1$，$DX_1 = 0.8\times 0.2 = 0.16, \sqrt{DX_1} = 0.4.$

$DX_3 = 0.1\times 0.9 = 0.09, \sqrt{DX_3} = 0.3.$ ………………

4分

又因为$\{X_1X_3 = 0\} = \{X_1 = 0, X_3 = 0\} + \{X_1 = 0, X_3 = 1\} + \{X_1 = 1, X_3 = 0\}$,

所以$P\{X_1X_3 = 0\} = 0.1 + 0.1 + 0.8 = 1$.所以

$\mathrm{cov}(X_1, X_3) = E(X_1X_3) - EX_1EX_3 = -0.08$. ……………………

3分

则$\rho_{X_1,X_3} = \dfrac{\mathrm{cov}(X_1, X_3)}{\sqrt{DX_1}\sqrt{DX_3}} = \dfrac{-0.08}{0.4\times 0.3} = -\dfrac{2}{3}$. ……………………3

分

3.（1）当$x \le 0$或$x \ge 1$时，$f_X(x) = 0$，☆ P106页例9

当$0 < x < 1$时，$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dy = \int_x^1 8xydy = 4x - 4x^3$.

所以，X的边缘概率密度函数为：$f_X(x) = \begin{cases} 4x - 4x^3, & 0 < x < 1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$ ……………4

分

当$y \le 0$或$y \ge 1$时，$f_Y(y) = 0$，

当$0 < y < 1$时，$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dx = \int_0^y 8xydx = 4y^3$.

所以，Y的边缘概率密度函数为：$f_Y(y) = \begin{cases} 4y^3, & 0 < y < 1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$ ……………4

分

（2）因$f_X(x)f_Y(y) \ne f(x, y)$，所以X与Y不相互独立. ………………2

分

4.（1）设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是来自总体X的一个样本，$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$为样本值.

则似然函数为：$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(x_i-\theta-3)^2}{2}}=(2\pi)^{-\frac{n}{2}}e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta-3)^2}$.

取对数，有$\ln L(\theta)=-\frac{n}{2}\ln 2\pi-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta-3)^2$. …………………4分

令$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta-3)=0$，解得$\theta$的最大估计值为$\hat{\theta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i-3=\bar{x}-3$,

最大似然估计量为$\hat{\theta}=\bar{X}-3$. …………………………4分

（2）样本为$(1,2,3,2)$时的最大似然估计值为-1. …………………2分**五、应用题（本大题共2小题，每小题10分，满分20分）**

1.（1）以A_i（$i=1,2,3$）分别表示“甲、乙、丙三个车床生产的产品”，

$B=$“取得的一件是次品”. 则由全概率公式，有

$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)$ ………………………………3分

$=\frac{3}{6}\times\frac{1}{10}+\frac{2}{6}\times\frac{1}{15}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{20}\approx 0.0806.$ ………………………………3分

（2）由贝叶斯公式得

$$P(A_3|B)=\frac{P(A_3)P(B|A_3)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{1}{20}}{0.0806}\approx 0.1034.$$ ………………

…4 分

2. 由已知 $X_1, X_2, \cdots X_{30}$ 相互独立，且 X_i □ $E(1)$，$EX_i = 1, DX_i = 1, 1 \le i \le 30$.

…………………………

…3 分

$T = \sum_{i=1}^{30} X_i$，有 $ET = 30, DT = 30$. 故由中心极限定理知 $T \overset{\text{近似}}{\sim} N(30,30)$.

…………………

…3 分

则 $$P\{30 < T < 50\} = P\left\{\frac{30-30}{\sqrt{30}} < \frac{T-30}{\sqrt{30}} < \frac{50-30}{\sqrt{30}}\right\}$$

$$\approx \Phi_0(\frac{20}{\sqrt{30}})\text{-}\Phi_0(0)$$

$$\approx \Phi_0(3.65) - 0.5 = 0.99987 - 0.5 = 0.49987.$$ …………

…4 分

，$\Phi_0(2.65) = 0.99598$ ）