

Задания по п.1 Погрешность

Дениль Шарипов

21 февраля 2023 г.

1. (Линейная интерполяция) Пусть δ_1 - погрешность вычитания, δ_2 - погрешность сложения, δ_3 - погрешность умножения. Если $a == b$, то второе слагаемое в lerp_{v1} равно 0, поскольку умножение на 0 и сложение с 0 происходят без погрешности, и тогда $\text{lerp}_{v1} = a$, что является точным результатом. Распишем вторую функцию по формуле Голберга:

$$\begin{aligned}\text{lerp}_{v2} &= (1 \ominus t) \otimes a + t \otimes a = (1-t)a(1+\delta_1)(1+\delta_2)(1+\delta_3) + ta(1+(1+\delta_2)(1+\delta_3) = \\ &= (1+\delta_2)(1+\delta_3)a((1-t)(1+\delta_1) + t) = (1+\delta_2)(1+\delta_3)a(1+\delta_1 - t\delta_2)\end{aligned}$$

При $a == b$ результат очевидно будет с погрешностью.

Теперь пусть $t == 1$. Тогда $\text{lerp}_{v2} = b$, поскольку первое слагаемое обнуляется и умножение на 1 происходит без погрешности. Посчитаем lerp_{v1} :

$$\text{lerp}_{v1} = a \oplus 1 \otimes (b \ominus a) = a \oplus (b - a)(1 + \delta_1) = (a + (b - a)(1 + \delta_1))(1 + \delta_2)$$

При $t == 1$ результат очевидно будет с погрешностью.

2. (Вычисление полиномов) $p(x) = \text{fma}(\text{fma}(\text{fma}(a_3, x, a_2), x, a_1), x, a_0)$. Пусть погрешность fma равняется δ . Тогда

$$p(x) = (((a_3x + a_2)(1 + \delta)x + a_1)(1 + \delta)x + a_0)(1 + \delta)$$