

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 408

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

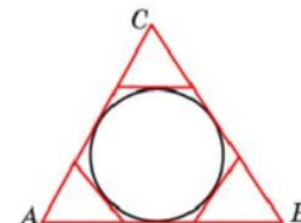
Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсечных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

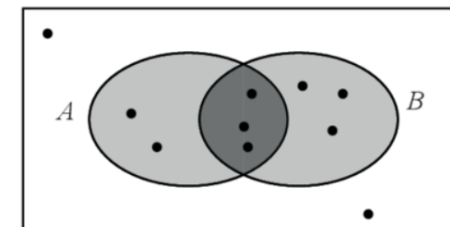
2. Радиусы двух шаров равны 7 и 24. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее число раз стрелок должен выстрелить по мишени, чтобы поразить её с вероятностью не менее 0,4?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите  $P(B|A)$  — условную вероятность события B при условии A.



Ответ: \_\_\_\_\_.

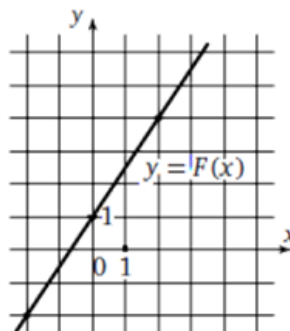
5. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\left(\frac{c}{2d^2}\right)^{-6} : \frac{d^{18}}{c^6}$  при  $c = -1,3, d = \sqrt{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая, изображенная на рисунке, является графиком одной из первообразных функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

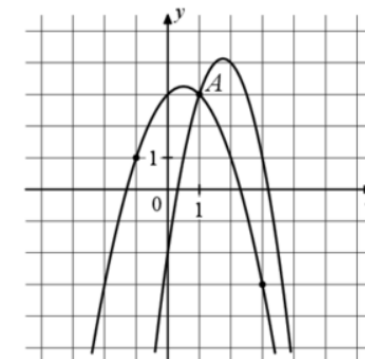
8. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу со скоростью  $v = 5$  м/с под острым углом к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью  $u = \frac{m}{m+M} \cdot v \cdot \cos \alpha$  м/с, где  $m = 70$  кг – масса скейтбордиста со скейтом, а  $M = 430$  кг – масса платформы. Под каким максимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,35 м/с?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Моторная лодка проплыла по озеру, а потом поднялась вверх по реке, впадающей в озеро. Скорость движения лодки по озеру на 4% больше, чем скорость движения лодки вверх по реке, а время движения по озеру оказалось на 15% больше времени движения лодки по реке. На сколько процентов путь по озеру больше пути по реке?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin 2x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{3\pi}{4}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; 5\pi]$

13. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $5\sqrt{3}$ . На ребре  $DD_1$  отмечена точка  $M$  так, что  $DM:MD_1=2:3$ . Плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $A_1 F_1$  и проходит через точки  $M$  и  $B$ .

А) Докажите, что сечение призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  плоскостью  $\alpha$  - равнобедренная трапеция.

Б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка  $A_1$ , а основанием — сечение призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  плоскостью  $\alpha$ .

14. Решите неравенство:  $\log_{1-\log_3 x} (1 + \log_x^2 3) \leq 1$

15. Банк выдаёт кредиты только под 20% годовых при условии погашения кредита ежегодными равными платежами (кредиты с аннуитетными платежами). Предприниматель взял в кредит некую сумму  $S$  на целое число лет. Через некоторое целое число лет после исполнения очередного платежа он обнаружил, что уже выплатил банку сумму, большую  $S$ . При этом сумма оставшихся причитающихся платежей также больше  $S$ . Найдите минимальный срок, на который предприниматель мог взять кредит.

16. В квадрате  $ABCD$  точки  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезки  $CP$  и  $DQ$  пересекаются в точке  $F$ .

А) Докажите, что  $\angle BFP = 45^\circ$ .

Б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABF$ , если  $AB = 2\sqrt{7}$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$\log_{\frac{1}{a}}^2(ax) - \log_a x \leq 7$$

имеет решения, каждое из которых не принадлежит отрезку  $[2; 8]$

18. Обозначим через  $s(n)$  сумму цифр числа  $n$ , через  $a(n)$  сумму квадратов цифр числа  $n$ .

А) Может ли  $a(n)$  быть в 12 раз больше, чем  $s(n)$ ?

Б) У каких натуральных чисел  $n$  число  $a(n)$  в 9 раз больше, чем  $s(n)$ ?

В) Возьмем любое натуральное число  $m$  и составим бесконечную последовательность  $\{x_n, n \geq 1\}$  следующим образом:  $x_1 = m$  и  $x_{n+1} = a(x_n)$  для всех  $n \geq 1$ . При каких  $m$  множество значений этой последовательности конечно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.