Теоретическое решение задачи B (2-ое ДЗ)

В данной задаче нам был дан набор из N (*1 ≤ N ≤ 30*) вещей, каждая вещь характеризуется весом Xi ((*1 ≤* Xi *≤ 109*)). Также нам известен максимальный допустимый вес C (*0 ≤ C ≤ 109*). Необходимо узнать сколько существует способов выбрать какое-либо (возможно пустое) множество вещей, так чтобы сумма их весов не превысила максимальную.

С первого взгляда задача похожа по типичную задачу о рюкзаке (Knapsack dynamic programming problem), однако такой вариант решения подразумевает асимптотику решения О(C\*N), что в нашем случае не подходит под ограничения задачи.

Можно заметить, что количество вещей невелико (*1 ≤ N ≤ 30*), значит мы можем воспользоваться методом перебора. Однако тут снова возникает проблема – полный перебор подразумевает асимптотику решения О(2N), что при данных ограничениях также не пройдет.

Полный перебор мы можем оптимизировать методом meet-in-the-middle, т е поделить данные на 2 части, просчитать ответ для каждой из них и затем для каждого ответа из одной части сопоставить ответ из другой части.

Давайте разделим набор данных пополам, посчитаем все возможные суммы, которые мы можем получить для каждой из частей полным перебором. Отсортируем данные в одной из частей и применим бинарный поиск для поиска количество соответствий для каждого варианта из другой части (под количеством соответствий подразумевается количество способов выбрать элементы в другой части так чтобы сумма весов элементов из обоих частей не превысила С).

Оценим временную асимптотику данного алгоритма. Полный перебор каждой из частей займет 2 N/2 операций, поскольку длинна каждой части N/2, сортировка займет 2N/2 \* log (2N/2) -> N \* 2N/2. Пройтись по всем полученным вариантам суммы и сопоставить ответ из другой части бинарным поиском займет 2N/2 \* log (2N/2) -> N \* 2N/2.

Значит итоговая асимптотика по времени: О(N \* 2N/2)

Оценим асимптотику по памяти: нам нужно хранить возможные комбинации сумм в двух половинах заданного набора данных (а, в зависимости от реализации, можно и не хранить вторую половину, хотя это никак не повлияет на асимптотику). Влияние хранения массива также не учитываем в асимптотике (скорость роста 2N/2 значительно выше N)

Итоговая асимптотика по времени: О(2N/2)

Рябцев Денис