



数据科学基础

Foundations of Data Science

0428

陈振宇

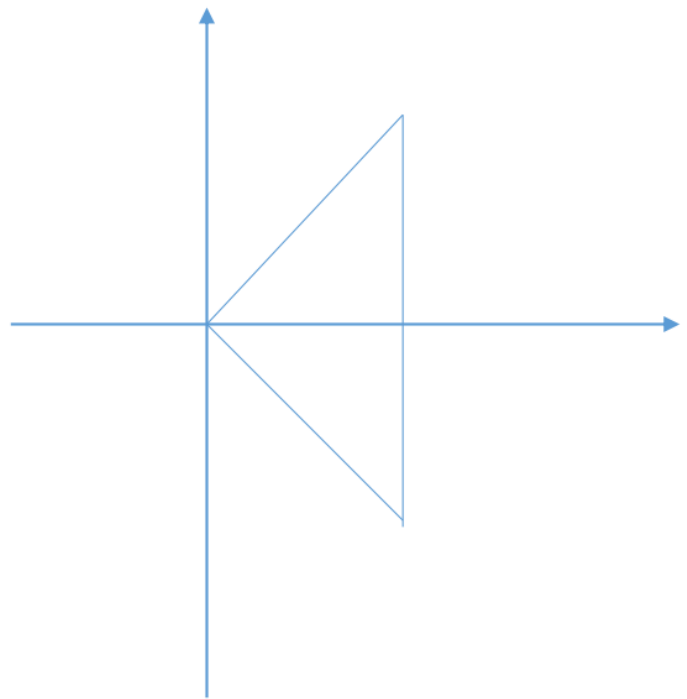
南京大学智能软件工程实验室

www.iselab.cn

概率计算

$$f(x,y)=1, \quad |y|<x, \quad 0<x<1$$

求 $f_{x|y}$ 和 $f_{y|x}$



概率计算

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy = \int_{-x}^x dx = 2x, 0 < x < 1$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx = \int_{|y|}^1 dy = 1 - |y|, |y| < x < 1$$

$$f_{X|Y} = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)} = \begin{cases} \frac{1}{1-|y|}, & |y| < x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$f_{Y|X} = \frac{f(x, y)}{f_X(x)} = \begin{cases} \frac{1}{2x}, & |y| < x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

概率计算

X 是0-1上的均匀分布

(1) 求 $Y=e^X$ 的概率密度

(2) 求 $Y=-2\ln X$ 的概率密度

概率计算

$$f(x) = 1, 0 < x < 1$$

$$(1) Y = e^X :$$

$$F(y) = P(Y \leq y) = P(e^X \leq y) = P(X \leq \ln y) = \ln y$$

$$f(y) = (F(y))' = \frac{1}{y}, 1 < y < e$$

$$(2) Y = -2\ln X :$$

$$F(y) = P(Y \leq y) = P(X \geq -\frac{\ln y}{2}) = 1 - P(X \leq -\frac{\ln y}{2}) = 1 - e^{-\frac{y}{2}}$$

$$f(y) = (F(y))' = \frac{1}{2}e^{-\frac{y}{2}}, y > 0$$



概率计算

$$f(x)=e^{-x}, \quad x>0$$

请求解 $Y=2X$ 和 $Y=e^{-2x}$ 的数学期望

概率计算

(1)

$$E(Y) = \int_0^{+\infty} 2xe^{-x} dx = -2 \int_0^{+\infty} x de^{-x} = -2(xe^{-x} \big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} e^{-x} dx) = -2e^{-x} \big|_0^{+\infty} = 2$$

(2)

$$E(Y) = \int_0^{+\infty} e^{-2x} e^{-x} dx = -\frac{1}{3} e^{-3x} \big|_0^{+\infty} = \frac{1}{3}$$

