例 7.4: 在平炉上改进方法增加钢产量。在同一座炉上分别用两种方法交替炼钢, 各 10 炉, 钢得率如下:

老方法	78.1	72.4	76.2	74.3	77.4	78.4	76.0	75.5	76.7	77.3
新方法	79.1	81.0	77.3	79.1	80.0	79.1	79.1	77.3	80.2	82.1

设两个样本相互独立, 分别来自正态分布 $\mathbb{N}(\mu_1,\sigma_1^2)$, $\mathbb{N}(\mu_2,\sigma_2^2)$, $\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2$ 均未知 (假设 $\sigma_1=\sigma_2^2$) , 问是否有理由认为新方法提高了钢产率 $(\alpha=0.05)$?

$$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$$

计算得 $\chi^2=\dfrac{(26-1)\times 9200}{5000}=46$

查表得 $\chi^2_{\frac{0.02}{2}}(25)=44.314$

$$\chi^2>\chi^2_{0.01}(25)$$

拒绝接受 H_0 , 可以推断波动较以往有显著变化。

例 7.8: 生产的某型号电池, 其寿命服从方差 $\sigma^2=5000$ 的正态分布. 随机取 26 个电池, 测出样本方差为 $s^2=9200$, 问能否推断波动较以往显著变化 $(\alpha=0.02)$?

$$H_0:\sigma_1^2\leq\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2>\sigma_2^2$$

计算得 $S_1=3.32, S_2=2.22\ F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}=1.50$

查表得 $F_{0.05}(9,9)=3.23$

$$F<F_{0.05}(9,9)$$

样本没有落入拒绝域，故不能拒绝 H_0，没有理由这样认为

例 7.8: 生产的某型号电池, 其寿命服从方差 $\sigma^2=5000$ 的正态分布. 随机取 26 个电池, 测出样本方差为 $s^2=9200$, 问能否推断波动较以往显著变化 $(\alpha=0.02)$?

.以老方法减去新方法得到新得一组数据

$H_0: \mu \geq 0, H_1: \mu < 0$

计算得 $\overline{X} = -3.2, S^2 = 5.8, t = \dfrac{-3.2}{\sqrt{\dfrac{5.8}{10}}} = -4.21$

查表得 $-t_{0.05}(9) = -1.833$

$t < t_{0.05}(9)$

落入拒绝域，拒绝 H_0，故新方法产量增加在统计意义上显著