

Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

## Laboratorio Nro. 1 Recursión

## **Objetivos:**

- Identificar el caso base y el caso general de un problema definido recursivamente
- 2. Usar ecuaciones de recurrencia para determinar la complejidad en tiempo y espacio y definidos de forma recursiva
- 3. Usar la notación O para encontrar formalmente la complejidad asintótica en espacio y memoria de algoritmos

### Consideraciones iniciales

#### Leer la Guía



Antes de comenzar a resolver el presente laboratorio, leer la "Guía Metodológica para la realización y entrega de laboratorios de Estructura de Datos y Algoritmos" que les orientará sobre los requisitos de entrega para este y todos los laboratorios, las rúbricas de calificación, el desarrollo de procedimientos, entre otros aspectos importantes.

#### **Registrar Reclamos**



En caso de tener **algún comentario** sobre la nota recibida en este u otro laboratorio, pueden **enviarlo** a través de <a href="http://bit.ly/2g4TTKf">http://bit.ly/2g4TTKf</a>, el cual será atendido en la menor brevedad posible.



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

Traducción de Ejercicios En el GitHub del docente, encontrarán la traducción al español de los enunciados de los Ejercicios en Línea.



### Visualización de **Calificaciones**



A través de *Eafit Interactiva* encontrarán un enlace que les permitirá ver un registro de las calificaciones que emite el docente para cada taller de laboratorio y según las rubricas expuestas. Véase sección 3, numeral 3.7.

#### GitHub



Crear un repositorio en su cuenta de GitHub con el nombre st0245. 2. Crear una carpeta dentro de ese repositorio con el nombre laboratorios. 3. Dentro de la carpeta laboratorios, crear una carpeta con nombre lab01. 4. Dentro de la carpeta lab01, crear tres carpetas: informe, codigo y ejercicio En Linea. 5. Subir el informe pdf a la carpeta infome, el código del ejercicio 1 a la carpeta codigo y el código del ejercicio en línea a la carpeta ejercicioEnLinea. Así:

```
st0245
  laboratorios
      lab01
          informe
          codigo
          ejercicioEnLinea
      lab02
          . . .
```

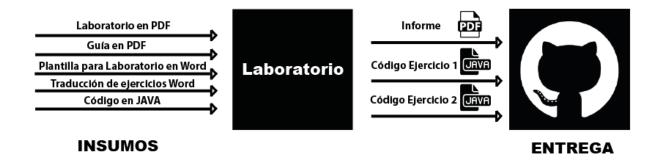


Cód. ST0245

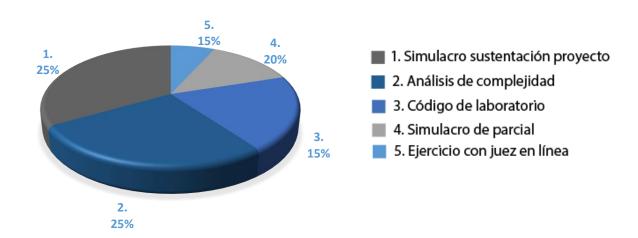
Estructuras de Datos 1

### Intercambio de archivos

Los archivos que **ustedes deben entregar** al docente son: **un archivo PDF** con el informe de laboratorio usando la plantilla definida, y **dos códigos**, uno con la solución al numeral 1 y otro al numeral 2 del presente. Todo lo anterior se entrega en **GitHub**.



## Porcentajes y criterios de evaluación para el laboratorio





Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

## Ejercicios a resolver



En la vida real, la documentación de software hace parte de muchos estándares de calidad como CMMI e ISO/IEC 9126



Véase Guía en Sección 3, numeral 3.4



Código de laboratorio en GitHub. Véase Guía en Sección 4, numeral 4.24



Es opcional entregar documentación. Si lo hace, utilice **javadoc** o equivalente. No suba el HTML a GitHub.



**No se reciben** archivos en **.RAR** ni en **.ZIP** 

1.1 Escriban una función que reciba como parámetro un valor entero n y retorne el enésimo término de la serie de Fibonacci. Probar la función con valores de 10, 20, con 100 y con 1000.



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

### 2) Ejercicios en línea sin documentación HTML en GitHub



Véase Guía en **Sección** 3. numeral 3.3



No se requiere documentación para los ejercicios en línea



Entregar un archivo en .JAVA



**No se reciben** archivos en .**PDF ni** .**TXT** 



**Resolver** los problemas de **CodingBat** usando **Recursión** 



Código del ejercicio en línea en GitHub. Véase Guía en Sección 4, numeral 4.24



NOTA: Recuerden que, si toman la respuesta de alguna fuente, deben referenciar según el tipo de cita correspondiente. Véase *Guía en Sección* 4, numerales 4.16 y 4.17

- 2.1 Resolver al menos 5 ejercicios del nivel *Recursion 1* de CodingBat: <a href="http://codingbat.com/java/Recursion-1">http://codingbat.com/java/Recursion-1</a>
- 2.2 Resolver al menos 5 ejercicios del nivel *Recursion 2* de la página CodingBat: http://codingbat.com/java/Recursion-2



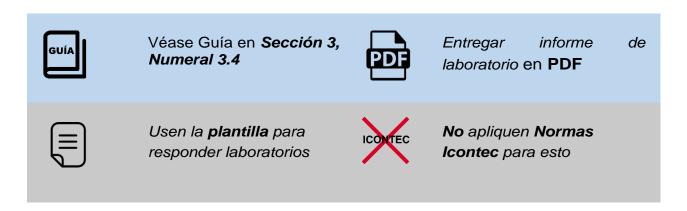
NOTA: No está permitido el ejercicio GroupSum.

- 2.3 [Ejercicio Opcional]: Resuelvan el siguiente problema http://bit.ly/2k8CGSG
- 2.4 [Ejercicio Opcional] Resuelvan el siguiente problema <a href="http://bit.ly/2gTLZ53">http://bit.ly/2gTLZ53</a>



Cód. ST0245
Estructuras de Datos 1

- 2.5 [Ejercicio opcional] Resuelvan el siguiente ejercicio <a href="http://bit.ly/2hGqJPB">http://bit.ly/2hGqJPB</a>
- 2.6 [Ejercicio Opcional]: Resuelvan el siguiente ejercicio <a href="http://bit.ly/2hrrCfS">http://bit.ly/2hrrCfS</a>
- 2.7 [Ejercicio Opcional]: Resuelvan el siguiente ejercicio http://bit.ly/2k8CGSG
- 3) Simulacro de preguntas de sustentación de Proyectos



3.1 Expliquen con sus propias palabras cómo funciona el ejercicio *GroupSum5* 



**NOTA:** Recuerden que deben explicar su implementación en el informe PDF

- 3.2 Calculen la complejidad de los Ejercicios en Línea de los numerales 2.1 y 2.2 y agréguenla al informe PDF
- 3.3 Expliquen con sus palabras las variables (qué es 'n', qué es 'm', etc.) del cálculo de complejidad del ejercicio anterior
- 3.4 ¿Qué aprendieron sobre Stack Overflow? ¿Por qué sucede este error?



Cód. ST0245

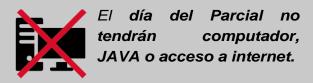
Estructuras de Datos 1

- 3.5 ¿Cuál es el valor más grande qué pudo calcular para Fibonnacci? ¿Por qué? ¿Por qué no se puede ejecutar Fibonacci con 1 millón?
- 3.6[Ejercicio opcional] ¿Cómo se puede hacer para calcular el Fibonacci de valores grandes?
- 3.7 ¿Qué concluyen sobre la complejidad de los problemas de *CodingBat Recursion 1* con respecto a los de *Recursion 2*?
- 4) Simulacro de Parcial en el informe PDF



Para este simulacro, agreguen sus respuestas en el informe PDF.

Resuelva, como mínimo, los ejercicios marcados con color rojo.





PISTA 1: Véase Guía en Sección 4, Numeral 4.18 "Respuestas del Quiz"

1. Pepito escribió un algoritmo que, dado un arreglo de enteros, decide si es posible escoger un subconjunto de esos enteros, de tal forma que la suma de los elementos de ese subconjunto sea igual a target. El parámetro start funciona como un contador y representa un índice en el arreglo de números nums.



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

¿Qué parámetros colocarían en el llamado recursivo de la línea 4 para que el programa funcione?

2. Pepito escribió el siguiente código usando recursión

```
private int b(int[] a, int x, int low, int high) {
  if (low > high) return -1;
  int mid = (low + high)/2;
  if (a[mid] == x) return mid;
  else if (a[mid] < x)
      return b(a, x, mid+1, high);
  else
    return b(a, x, low, mid-1);
}</pre>
```

¿Cuál ecuación de recurrencia describe el comportamiento del algoritmo anterior para el peor de los casos?

- a) T(n)=T(n/2)+C
- **b)** T(n)=2.T(n/2)+C
- c) T(n)=2.T(n/2)+Cn
- **d)** T(n)=T(n-1)+C
- **3.** Dayla y Kefo están aquí de nuevo. En esta vez han traído un juego muy interesante, en el cual Kefo, en primer lugar, escoge un numero n ( $1 \le n \le 20$ ) y, en segundo lugar, escoge tres números a,b y c ( $1 \le a \le 9, 1 \le b \le 9, 1 \le c \le 9$ ).

Después, Kefo le entrega estos números a Dayla y Dayla le tiene que decir a Kefo la cantidad máxima de números tomados de a, b y c (se puede tomar un número más de una vez) que al sumarlos dan el valor n.

Como un ejemplo, si Kefo escoge n=14 y a=3,b=2,c=7. ¿Qué posibilidades hay de obtener 14 con a,b y c?



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

```
7+7=14 cantidad es 2
7+3+2+2=14 cantidad es 4
3+3+3+3+2=14 cantidad es 5
...
2+2+2+2+2+2=14 cantidad es 7
```

La cantidad máxima de números es 7. Esta sería la respuesta que da Dayla a Kefo. Como Dayla es muy astuta, ha diseñado un algoritmo para determinar la cantidad máxima de números y quiere que le ayudes a terminar su código.

Asuman que hay al menos una forma de sumar n usando los números a, b y c en diferentes cantidades, incluso si algunos de los números se suman 0 veces como sucede en el ejemplo anterior.

3.1 Completen el espacio de la línea 04

\_\_\_\_\_

3.2 Completen los espacios de la línea 05

- 3.3 Completen los espacios de la línea 06
- **4.** ¿Qué calcula el algoritmo desconocido y cuál es la complejidad asintótica en el peor de los casos del algoritmo desconocido?

```
01 public int desconocido(int[] a) {
02    return aux(a, a.length-1); }
03
04 public int aux(int[] a, int n) {
05    if(n < 1) return a[n];
06    else return a[n] + aux(a, n-1); }</pre>
```



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

- a) La suma de los elementos del arreglo a y es
- **b)** Ordena el arreglo a y es O(n.log n)
- c) La suma de los elementos del arreglo a y es O(1)
- d) El máximo valor de un arreglo a y es O(n)
- e) La suma de los elementos del arreglo a y es O(n)
- **5.** Hay un tablero de  $2 \times n$  cuadrados y usted necesita saber de cuantas maneras se puede llenar el tablero usando rectángulos de  $1 \times 2$ . Se ha propuesto el siguiente algoritmo recursivo

**5.1** Completen las líneas faltantes.

Linea 2.	
Linea 3.	
Linea 4.	

- 5.2 ¿Cuántas instrucciones ejecuta el algoritmo en el peor de los casos?
- **a.** T(n)=T(n-1)+C
- **b.** T(n)=T(n-1)+T(n-2)+C
- **c.** T(n)=T(n/2)+C
- **d.** T(n)=T(n+1)+C
- **6.** Alek y Krish están jugando *Número*. Número es un juego en el que un jugador 1, entrega un numero n (1<=n<=10100) a un jugador 2 y el jugador 2 debe determinar la suma de todos los dígitos de n, exceptuando el caso en el que hay dos dígitos adyacentes (es decir, contiguos, seguidos) que son iguales.



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

Si hay dos dígitos adyacentes, no se suma ninguno de los dos números adyacentes. Entre Alek y Krish escribieron un código para hacer esto más rápido, pero se ha borrado una parte. ¿Podrían ayudarles a reconstruir el código a Alek y Krish?

```
1 public int suma(String n) {
2 return sumaAux(n, 0);
3 }
4
5 private int sumaAux(String n, int i){
    if (i \ge n.length()) {
7
     return 0;
8
    if(i + 1 < n.length() \&\&
       n.charAt(i) == n.charAt(i + 1)){
10
       return ;
11
12
     return (n.charAt(i) - '0') + ;
13
    }
```

La operación n. charAt (i) - '0' convierte un caracter en su equivalente en entero, por ejemplo, el caracter '1' lo transforma en el número 1.

6.1 Completen la línea 10.

6.2 Completen la línea 12

**6.2** Completen la línea 12.

**7)** Dado un conjunto S de n elementos se quiere determinar si existe un subconjunto R de S tal que la suma de los elementos de R es igual a t, con la condición que, si se toma un elemento par, el siguiente elemento no puede estar en R.

```
1 public boolean comb(int[] S, int i, int t) {
2    if(i >= S.length) {
3       return t == 0;
4    }
5    //par
6    if(S[i] % 2 == 0) {
7       return comb(S, i + 2, t - S[i])
```



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

```
8
               | | comb(S, i + 1, t); }
       return comb(_____) || comb(_____);
9
10
11 }
Al anterior código le faltan algunas líneas las cuales deben completar
7.1 Línea 9
7.2 Línea 10
8) El pequeño Polka fue a la tienda a comprar algunas cosas para su madre. El
pequeño Polka pagó cierta cantidad de dinero y el tendero debe devolverle
exactamente K pesos. El tendero tiene exactamente n diferentes tipos de monedas
en su tienda, cada una de ellas con un valor vi. Como el tendero no es muy astuto en
asuntos de matemáticas, te ha pedido el favor de decirle de cuantas maneras puede
él devolverle tal cantidad a Polka. Por favor ayúdanos a completar el siguiente
código.
  Ejemplo: Sea n = |v| = 3, v = \{3,4,1\}, K=7.
  Las formas posibles de devolver 7 dólares serían 5:
       1.1+1+1+1+1+1+1
       2.3 + 1 + 1 + 1
       3.3 + 3 + 1
       4.3 + 4
       5.4+1+1+1
01 int cuantas(int K, int[] v, int n){
02 \text{ if } (K == 0) 
03 return 1;
04 }
 05 boolean imposible;
 06 imposible = n <= 0 \&\& K >= 1;
 07 imposible = imposible || K < 0;
 08 if(imposible){
 09
 10 }
 11 int ni = cuantas(K, V, n - 1);
 12 int nj = cuantas(K - v[n-1], v, n);
```



Cód. ST0245
Estructuras de Datos 1

### 5. [Ejercicio Opcional] Lectura recomendada



"Quienes se preparan para el ejercicio de una profesión requieren la adquisición de competencias que necesariamente se sustentan en procesos comunicativos. Así cuando se entrevista a un ingeniero recién egresado para un empleo, una buena parte de sus posibilidades radica en su capacidad de comunicación; pero se ha observado que esta es una de sus principales debilidades..."

Tomado de http://bit.ly/2gJKzJD



Véase Guía en **Sección 3, numeral 3.5 y 4.20** de la Guía **Metodológica**, "Lectura recomendada" y "Ejemplo para realización de actividades de las Lecturas Recomendadas", respectivamente

Posterior a la lectura del texto "Narasimha Karumanchi, Data Structures and Algorithms made easy in Java, (2<sup>nd</sup> edition), 2011. Chapter 3: Recursion and Backtracking" realicen las siguientes actividades que les permitirán sumar puntos adicionales:



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

- a) Escriban un resumen de la lectura que tenga una longitud de 100 a 150 palabras
- b) Hagan un mapa conceptual que destaque los principales elementos teóricos.



NOTA: Estas respuestas también deben incluirlas en el informe PDF

## 6. [Ejercicio Opcional] Trabajo en Equipo y Progreso Gradual



El trabajo en equipo es una exigencia actual del mercado. "Mientras algunos medios retratan la programación como un trabajo solitario, la realidad es que requiere de mucha comunicación y trabajo con otros. Si trabajas para una compañía, serás parte de un equipo de desarrollo y esperarán que te comuniques y trabajes bien con otras personas"

Tomado de http://bit.ly/1B6hUDp



Véase Guía en Sección 3, numeral 3.6 y Sección 4, numerales 4.21, 4.22 y 4.23 de la Guía Metodológica

- a) Entreguen copia de todas las actas de reunión usando el *tablero Kanban*, con fecha, hora e integrantes que participaron
- **b)** Entreguen el reporte de *git* con los cambios en el código y quién hizo cada cambio, con fecha, hora e integrantes que participaron
- c) Entreguen el reporte de cambios del informe de laboratorio que se genera Google docs o herramientas similares



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1



NOTA: Estas respuestas también deben incluirlas en el informe PDF

### 7. [Ejercicio Opcional] Laboratorio en inglés:



El inglés es un idioma muy importante en la Ingeniería de Sistemas porque la mayoría de los avances en tecnología se publican en este idioma y la traducción, usualmente se demora un tiempo y es sólo un resumen de la información original.

Adicionalmente, dominar el inglés permite conseguir trabajos en el exterior que son muy bien remunerados

Tomado de goo.gl/4s3LmZ

Entreguen el código y el informe traducido al inglés. Utilicen la plantilla dispuesta en este idioma para el laboratorio.

## Resumen de ejercicios a resolver (sin opcionales)

- **1.1** Escriba una función que reciba como parámetro un valor entero n y retorne el enésimo término de la serie de Fibonacci.
- **2.1** Resolver al menos 5 ejercicios del nivel Recursion 1 de CodingBat: http://codingbat.com/java/Recursion-1
- **2.2** Resolver al menos 5 ejercicios del nivel Recursion 2 de la página CodingBat: http://codingbat.com/java/Recursion-2
- 3.1 Expliquen con sus propias palabras cómo funciona el ejercicio GroupSum5
- **3.2** Calculen la complejidad de los Ejercicios en Línea de los numerales 2.1 y 2.2 y agréguenla al informe PDF



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

- **3.3** Expliquen con sus palabras las variables (qué es 'n', qué es 'm', etc.) del cálculo de complejidad del numeral anterior
- 3.4 ¿Qué aprendieron sobre Stack Overflow?
- **3.5** Cuál es el valor más grande qué pudo calcular para Fibonnacci? ¿Por qué? ¿Por qué no se puede ejecutar Fibonacci de forma recursiva con 1 millón?
- **3.7** ¿Qué concluyen sobre la complejidad de los problemas de CodingBat Recursion 1 con respecto a los de Recursion 2?
- 4. Simulacro de Parcial

## Ayudas para resolver los ejercicios

Ayudas para el Ejercicio 1.1	<u>Pág. 16</u>
Ayudas para el Ejercicio 2.1	<u>Pág. 16</u>
Ayudas para el Ejercicio 2.2	<u>Pág. 17</u>
Ayudas para el Ejercicio 2.4	<u>Pág. 17</u>
Ayudas para el Ejercicio 3.2	<u>Pág. 18</u>
Ayudas para el Ejercicio 3.4	<u>Pág. 18</u>
Ayudas para el Ejercicio 3.5	<u>Pág. 19</u>
Ayudas para el Ejercicio 3.6	<u>Pág. 19</u>
Ayudas para el Ejercicio 4	<u>Pág. 19</u>
Ayudas para el Ejercicio 5a	<u>Pág. 19</u>
Ayudas para el Ejercicio 5b	<u>Pág. 20</u>
Ayudas para el Ejercicio 6a	<u>Pág. 20</u>
Ayudas para el Ejercicio 6b	<u>Pág. 20</u>
Ayudas para el Ejercicio 6c	Pág. 20



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1

## Ayudas para el Ejercicio 1.1

- PISTA 1: Véase Guía sección 4, numeral 4.6 "Cómo usar la escala logarítmica en Microsoft Excel".
- PISTA 2: Véase Guía sección 4, numeral 4.4 "Cómo aumentar el tamaño del heap y del stack en Java"
- PISTA 3: Véase Guía sección 4, numeral 4.5 "Cómo visualizar el montículo (heap) y el stack, y el consumo total de memoria de Java"

## Ayudas para el Ejercicio 2.1

#### Error común



## Ayudas para el Ejercicio 2.2



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1



PISTA 1: El algoritmo *GroupSum* falla porque al llamarse recursivamente con el parámetro start se queda en una recursión infinita

- ď
- **PISTA 2:** El algoritmo *GroupSum* falla porque al llamarse recursivament con el parámetro start-1 se sale del arreglo cuando start = 0.
- ď

PISTA 3: El algoritmo *GroupSum* falla porque al llamarse recursivamente con el parámetro start se sale del arreglo cuando start = length-1

A continuación encontrarán algunos errores comunes que pueden ser aplicados con los ejercicios

## Ayudas para el Ejercicio 2.5



PISTA 1: Usen un algoritmo para corroborar si es un grafo bipartito. Léase qué es bipartito en <a href="http://bit.ly/2hGwAo2">http://bit.ly/2hGwAo2</a>

## Ayudas para el Ejercicio 2.6



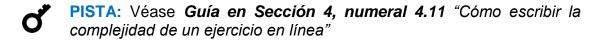
Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1



**PISTA 1:** Algoritmos para hallar componentes fuertemente conexos. Ordenamiento topológico. DFS. Léase en http://bit.ly/2gTeJKh

## Ayudas para el Ejercicio 3.1



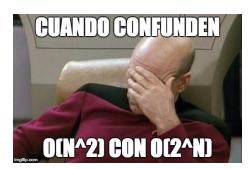


PISTA 2: Véase Guía en Sección 4, numeral 4.19 "Ejemplos para calcular la complejidad de un ejercicio de CodingBat"

#### **Errores Comunes**







## Ayudas para el Ejercicio 3.2

ď

PISTA 1: Véase Guía sección 4, numeral 4.6 "Cómo usar la escala logarítmica en Microsoft Excel".



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1



PISTA 2: Si todos los tiempos de un algoritmo dan más de 5 minutor realice otra tabla, para ese algoritmo, tomando tiempos para arreglos de tamaño 1000, 10000 y 100000.

## Ayudas para el Ejercicio 3.4

ď

PISTA 1: http://bit.ly/1TRr3HL

## Ayudas para el Ejercicio 3.5

ď

PISTA 1: <a href="http://bit.ly/2ix7rjl">http://bit.ly/2ix7rjl</a>

## Ayudas para el Ejercicio 3.6

ď

PISTA 1: http://bit.ly/2ix7rjl

### Ayudas para el Ejercicio 4



PISTA 1: Lean las diapositivas tituladas "Data Structures I: O Notation (recursion)" encontrarán la mayoría de las respuestas



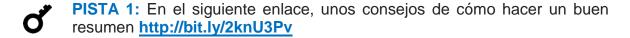
**PISTA NUMERAL 5.2:** Consideren llenar un tablero de  $2\times n$ . Si le quitamos la primera baldosa tenemos un tablero de  $2\times (n-1)$  (usando recursión). Si le quitamos 2 baldosas queda un tablero de  $2\times (n-2)$ . Hagan el dibujo. ¿Se le pueden quitar 3 baldosas, o con lo anterior ya puedo formar el de  $2\times (n-3)$ ?



Cód. ST0245
Estructuras de

Datos 1

## Ayudas para el Ejercicio 5a



PISTA 2: Aquí le explican cómo contar el número de palabras en Microsoft Word

## Ayudas para el Ejercicio 5b

PISTA 1: Para que hagan el mapa conceptual se recomiendan herramientas como las que encuentran en <a href="https://cacoo.com/">https://cacoo.com/</a> o <a href="https://cacoo.com/">https://cacoo.com/</a> o <a href="https://www.mindmup.com/#m:new-a-1437527273469">https://www.mindmup.com/#m:new-a-1437527273469</a>

## Ayudas para el Ejercicio 6a

PISTA 1: Véase Guía en Sección 4, Numeral 4.21 "Ejemplo de cómo hacer actas de trabajo en equipo usando Tablero Kanban"

## Ayudas para el Ejercicio 6b

PISTA 1: Véase Guía en Sección 4, Numeral 4.23 "Cómo generar el historial de cambios en el código de un repositorio que está en svn"

## Ayudas para el Ejercicio 6c

PISTA 1: Véase Guía en Sección 4, Numeral 4.22 "Cómo ver el historial de revisión de un archivo en Google Docs"



Cód. ST0245

Estructuras de Datos 1