

Дискретная математика

Типовик 4

Ученик: Титов Даниил, М3104

Преподаватель: Липех

Санкт-Петербург

2021

Содержание

1	В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоёные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?	3
2	Сколькими способами можно распределить 150 студентов по 25 человек в группе?	3
3	Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове МАТЕМАТИКА?	3
4	У игрока есть 5 четырёхгранных костей. Сколькими способами может выкинуть ровно две 1 и одну 3 на них, если кости нумерованы?	3
5	Для представленного графа определите	4
5.1	Есть ли в графе Эйлеров цикл или Эйлерова цепь? Если есть, то выпишите. Если нет, то обоснуйте отсутствие	4
5.2	Есть ли в графе Гамильтонов цикл, Гамильтонова цепь? Если есть, то выпишите. Если нет, то обоснуйте отсутствие	4
6	Нарисуйте орфорграф с 3мя компонентами сильной связности, имеющий не более 11 вершин и не менее 8.	5
7	Граф задан матрицей расстояний	5
7.1	Построить минимальное остовное дерево	6
7.2	Построить фундаментальную систему циклов, ассоциированную с этим остовом	6
7.3	Найти кратчайшие пути от вершины 4 до всех остальных вершин графа	7

1 В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоёные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

Так как мы знаем:

1. Что нам не важно, в каком порядке мы будем покупать пирожные

2. Что пирожные могут повторяться

То мы будем использовать "Combinations with repetitions":

$$\overline{C}_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

$$\overline{C}_7^4 = \frac{(7+4-1)!}{4!(7-1)!} = \frac{10!}{4!*6!} = \frac{5040}{24} = 210$$

2 Сколькими способами можно распределить 150 студентов по 25 человек в группе?

Так как мы знаем:

1. Что порядок элементов (студентов) не важен

2. Что студенты не могут повторяться

То мы будем использовать "Combinations" 6 раз ($\frac{125}{25} = 5$):

$$\overline{C}_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\overline{C}_{150}^{25} * \overline{C}_{125}^{25} * \overline{C}_{100}^{25} * \overline{C}_{75}^{25} * \overline{C}_{50}^{25} * 1 = \frac{150!}{25!*(150-25)!} * \frac{125!}{25!*(125-25)!} * \frac{100!}{25!*(100-25)!} * \frac{75!}{25!*(75-25)!} * \frac{50!}{25!*(50-25)!} = \frac{150!}{25!*125!} * \frac{125!}{25!*100!} * \frac{100!}{25!*75!} * \frac{75!}{25!*50!} * \frac{50!}{25!*25!}$$

3 Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове МАТЕМАТИКА?

Так как мы знаем:

1. Что нам важно, в каком порядке у нас будут стоять буквы

2. Что мы выбираем все элементы (буквы) в слове

3. Что повторений элементов не может быть

То мы будем использовать "Permutations":

$$P_n = n!$$

$$P_{10} = 10! = 3628800$$

4 У игрока есть 5 четырёхгранных костей. Сколькими способами может выкинуть ровно две 1 и одну 3 на них, если кости нумерованы?

Так как мы знаем:

1. Что нам важно, в каком порядке у нас будут выкинуты кости

2. Что мы выбираем все элементы (цифры) в последовательности

3. Что элементы могут повторяться

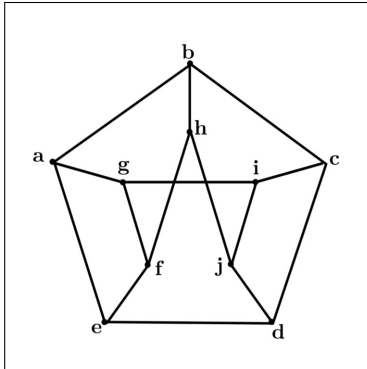
То мы будем использовать "Permutations with repetitions":

$$\overline{P}_n(k_1, \dots, k_l) = \frac{n!}{k_1! * \dots * k_l!}$$

$$\overline{P}_5(1, 1, 3, 2, 2) + \overline{P}_5(1, 1, 3, 2, 4) + \overline{P}_5(1, 1, 3, 4, 4) = \frac{5!}{2!*1!*1!*1!*1!} + \frac{5!}{2!*1!*1!*2!*1!} + \frac{5!}{2!*1!*1!*2!*1!} = 60 + 30 * 2 = 120$$

5 Для представленного графа определите

Представленный граф:



5.1 Есть ли в графе Эйлеров цикл или Эйлерова цепь? Если есть, то выпишите. Если нет, то обоснуйте отсутствие

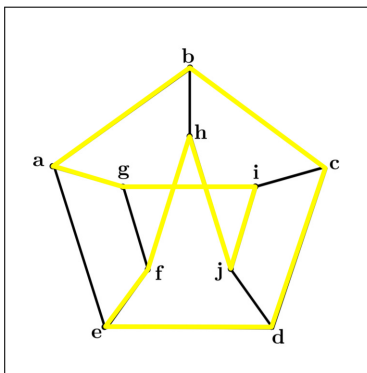
Эйлеров путь в графе - это путь, проходящий по всем рёбрам графа ровно по одному разу

Эйлеров цикл - эйлеров путь, являющийся циклом, то есть замкнутый путь, проходящий через каждое ребро графа ровно по одному разу

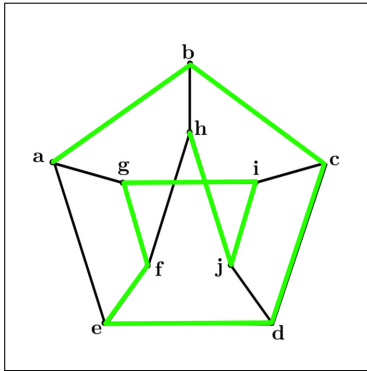
Соответственно у нас нет ни Эйлерова пути, ни Эйлерова цикла, так как каждая из вершин имеет нечётную степень

5.2 Есть ли в графе Гамильтонов цикл, Гамильтонова цепь? Если есть, то выпишите. Если нет, то обоснуйте отсутствие

Гамильтонов путь - простой путь (путь без петель), проходящий через каждую вершину графа ровно один раз

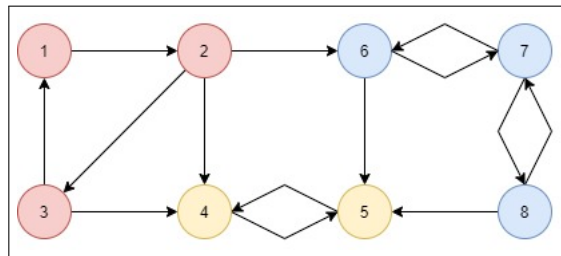


Гамильтонова цепь - простой цепь (нет повторяющихся вершин), обладающая свойством гамильтонова пути



6 Нарисуйте орфорграф с 3мя компонентами сильной связности, имеющий не более 11 вершин и не менее 8.

Вот мой граф, и тут разными цветами отмечены разные компоненты сильной связности:

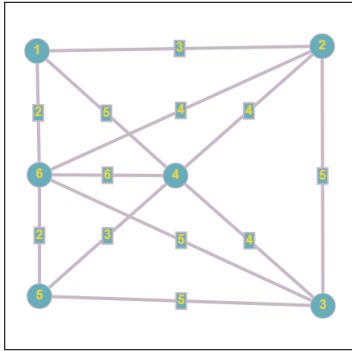


7 Граф задан матрицей расстояний

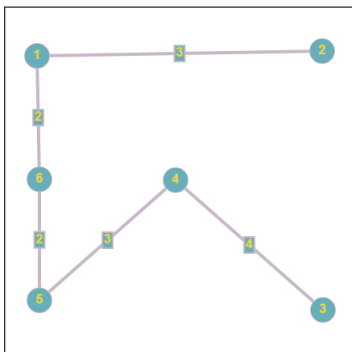
Матрица:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & - & 5 & - & 2 \\ & 0 & 5 & 4 & - & 4 \\ & & 0 & 4 & 5 & 5 \\ & & & 0 & 3 & 6 \\ & & & & 0 & 2 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

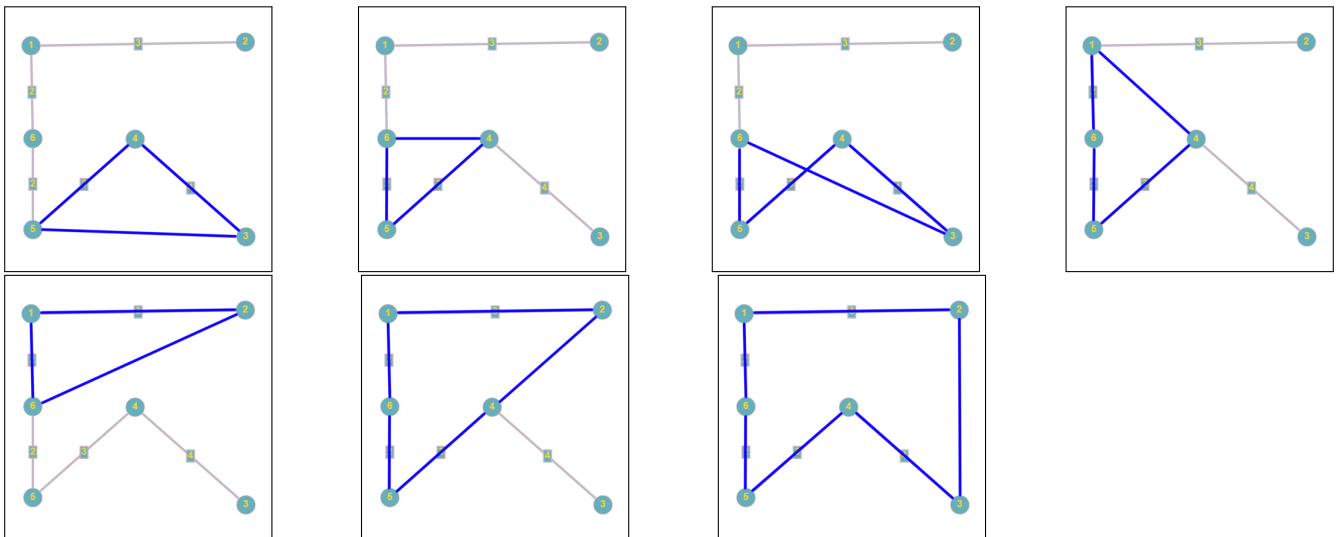
Граф:



7.1 Построить минимальное остовное дерево

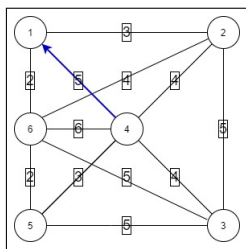


7.2 Построить фундаментальную систему циклов, ассоциированную с этим остовом

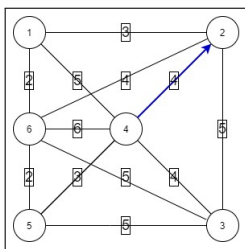


7.3 Найти кратчайшие пути от вершины 4 до всех остальных вершин графа

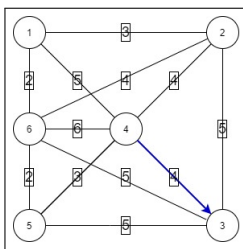
Найти кратчайшее расстояние можно при помощи [алгоритма Дейкстры](#), соответственно, используя этот алгоритм, я и получил следующие результаты:



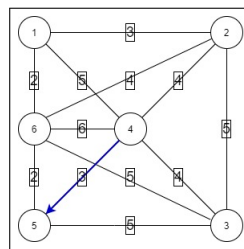
$$4 \rightarrow 1 = 5$$



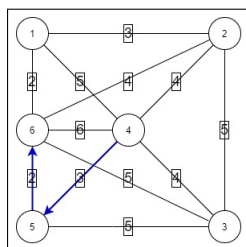
$$4 \rightarrow 2 = 4$$



$$4 \rightarrow 3 = 4$$



$$4 \rightarrow 5 = 3$$



$$4 \rightarrow 6 = 5$$