

Primitivas imediatas

1. Usando a fórmula $Pf'(x).f^n(x) = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C$, $n \neq -1$ e as propriedades das primitivas, determine a primitiva das funções, válidas no seu domínio:

a) $P(x + \sqrt{x})$ b) $P(\frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt[3]{x}}{4})$ c) $P(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x\sqrt{x}})^2$ d) $P(x^2 + 1)^3$

e) $P(-5x - 1)^6$ f) $P\sqrt[3]{-5x - 1}$ g) $Px\sqrt{x^2 + 1}$ h) $P\frac{1}{(2x - 1)^2}$

i) $P\frac{1}{\sqrt[5]{1 - 2x}}$ j) $P\frac{3}{\sqrt[5]{(-5x - 1)^3}}$ k) $Px^3(5x^4 - 1)^6$ l) $P\frac{\exp x}{(3 - \exp x)^3}$

m) $P \sin x \cos^7 x$ n) $P \cosh(2x + 1) \sinh(2x + 1)$ o) $P \tan x \sec^2 x$ p) $P\frac{\cos x}{\sin^3 x}$

q) $P \sin x \sqrt{1 - \cos x}$ r) $P\frac{3}{x(\ln x + 5)^8}$ s) $P\frac{\arctan^5 x}{1 + x^2}$

2. Usando a fórmula $P\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln |f(x)| + C$, e as propriedades das primitivas, determine a primitiva das funções, válidas no seu domínio:

a) $P\frac{1}{9x - 5}$ b) $P\frac{3x}{9x^2 - 5}$ c) $P\frac{\exp x}{3 - \exp x}$ d) $P \tan x$

e) $P\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ f) $P\frac{1}{4} \cot(2x)$ g) $P \cot(1 - 5x)$ h) $P\frac{3}{x(\ln x + 5)}$

i) $P\frac{1}{x(\ln x^2)}$ j) $P\frac{3}{(1 + x^2)(\arctan x + 10)}$

3. Usando a fórmula $P\frac{f'(x)}{1+f^2(x)} = \arctan f(x) + C$, e as propriedades das primitivas, determine a primitiva das funções, válidas no seu domínio:

a) $P\frac{1}{1 + 9x^2}$ b) $P\frac{1}{5 + x^2}$ c) $P\frac{3x}{1 + x^4}$ d) $P\frac{1}{4 + 9x^2}$

e) $P\frac{x^3}{x^8 + 1}$ f) $P\frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}$ g) $P\frac{3}{x(1 + \ln^2 x)}$ h) $P\frac{3 \exp x}{1 + \exp(2x)}$

i) $P\frac{\exp x}{4 + \exp(2x)}$

4. Usando a fórmula $P \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} = \arcsin f(x) + C$, e as propriedades das primitivas, determine a primitiva das funções, válidas no seu domínio:

a) $P \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$ b) $P \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ c) $P \frac{3x}{\sqrt{1-x^4}}$ d) $P \frac{x}{\sqrt{1-2x^4}}$

e) $P \frac{1}{\sqrt{4-9x^2}}$ f) $P \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$ g) $P \frac{3}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ h) $P \frac{3 \exp x}{\sqrt{1-\exp(2x)}}$

5. Usando a fórmula $P \frac{f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}} = \operatorname{argsh} f(x) + C$, e as propriedades das primitivas, determine a primitiva das funções, válidas no seu domínio:

a) $P \frac{1}{\sqrt{1+9x^2}}$ b) $P \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$ c) $P \frac{3x}{\sqrt{x^4+1}}$ d) $P \frac{x}{\sqrt{2x^4+1}}$

e) $P \frac{1}{\sqrt{4+9x^2}}$ f) $P \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$ g) $P \frac{3}{x\sqrt{1+\ln^2 x}}$ h) $P \frac{3 \exp x}{\sqrt{1+\exp(2x)}}$

6. Determinar a família de primitivas das seguintes funções, num intervalo adequado:

1) 4	2) $2x + 3$	3) $6x^4 + 4 - 5x$	4) $2x^{-4}, x \neq 0$
5) $x^{1/2} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2}{5x^3}$	6) $x^3(1 - 5x^4)^7$	7) $\sqrt{7 - 8x}$	8) $x\sqrt{1 - x^2}$
9) $\frac{ax^2 + bx + c}{dx^2}, a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	10) $x(\sqrt{x} + x)$	11) $\frac{x}{\sqrt{2 - 5x^2}}$	12) $\frac{1}{2x}$
13) $\frac{1}{2x^3}$	14) $\frac{2}{3x - 1}$	15) $\frac{4x^2}{1 - 5x^3}$	16) $\frac{x}{x + 5}$
17) $3\exp(x)$	18) $5\exp(-3x + 8)$	19) $x \cdot \exp(3x^2 - 5)$	20) $\frac{\exp^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$
21) $x^2 e^{-2x^3 - 7}$	22) $\sin x e^{\cos x}$	23) $\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$	24) $\frac{\ln x}{x}$
25) $\frac{1}{x \ln x}$	26) $\sin(5x)$	27) $3 \cos(1 - x)$	28) $\tan x$
29) $\cos x \sin^5 x$	30) $\frac{1}{\cos^2 x}$	31) 2^x	32) $3^{\sin^2 x} \sin(2x)$
33) e^{x+3}	34) $x \cdot \sin x^2$	35) $x^2 \cdot \operatorname{sh}(x^3 + 5)$	36) $\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
37) $\cos(-2x)$	38) $\operatorname{ch}(3x + 4)$	39) $\frac{\cos(\ln x)}{x}$	40) $\sinh(-2x)$
41) $x^2 \cosh(-2x^3)$	42) $\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$	43) $\frac{x + 1}{1 + x^2}$	44) $\frac{1}{\sin^2(2x)}$
45) $\frac{x^2}{x^2 + 2}$	46) $\frac{2x^4 - 3x^2 + x - 1}{x^2}$	47) $\frac{2x + 3}{2x + 1}$	

7. Resolva os seguintes problemas de valores iniciais:

- a) $f'(x) = 4$, $f(1) = -1$ b) $f'(x) = 2x + 3$, $f(-3) = 8$
c) $f'(x) = 4 - 5x$, $f(2) = 6$ d) $f'(x) = 2x^{-4}$, $x \neq 0$, $f(1) = 6$
e) $f'(x) = 3x^2 - 7$, $f(2) = -1$

8. Determina F tal que $F'(x) = 1 - 4x$ e $F(1) = 0$.

- Esboça os gráficos de $y = F(x)$, $y = F(x) - 2$ e $y = F(x) + 4$.

9. Um carro quando trava efectua uma desaceleração constante de $22m/s^2$. Supondo que o carro quando começou a travar ia a uma velocidade de $88m/s$, que distância percorreu o carro até travar completamente?

10. Supõe que a taxa de crescimento populacional numa determinada cidade é de $4 + 5t^{2/3}$ por mês t . Se neste momento, a cidade tem 2000 pessoas, quantas terá daqui a 8 meses?

Primitivação por partes

1. Determine a família de primitivas das seguintes funções:

- a) $f(x) = x \exp(-x)$ b) $f(x) = x \sin(2x)$ c) $f(x) = x \ln x$
d) $f(t) = \exp t \sin t$ e) $f(x) = x^2 \ln x$ f) $f(x) = x^2 \sin x$
g) $f(x) = \arcsin x$ h) $f(t) = \exp(2t) \sin(3t)$

Primitivas de potências de funções trigonométricas e de funções racionais

1. Determinar a família de primitivas das seguintes funções:

- a) $\sin x \cdot \cos^2 x$ b) $\sin^2 x$ c) $\cos^3 x$ d) $\sin^2 x \cdot \cos^3 x$ e) $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$
f) $\sec^2 x \cdot \tan^3 x$ g) $\frac{\sec^2 x + \sec x \tan x}{\tan x + \sec x}$ h) $\sec x$ i) $\sec^4 x$
j) $\tan^2 x$ l) $\tan^3 x$

2. Determinar a família de primitivas das seguintes funções:

- a) $\frac{x}{x^2 + 2}$ b) $\frac{4x - 1}{x + 2}$ c) $\frac{x - 1}{x^2 - 5x - 6}$ d) $\frac{x^2 + 2}{(x - 1)^2(x + 2)}$ e) $\frac{2x^3 - 2x^2 + 11x}{x^2 + 4}$
f) $\frac{1}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ g) $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ h) $\frac{x}{x^2 + 2x + 2}$