Cálculo EE

Ficha 6

Volumes de sólidos de revolução

1. Determine o volume do sólido que se obtém pela rotação em torno de OX da região limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$, para $0 \leq x \leq 1$.

2. Resolva um problema idêntico ao anterior nos casos em que a região plana $\mathcal{R}$ que sofre uma rotação em torno de OX é dada definida do seguinte modo:

   (a) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 2| + 1 \leq y \leq 3\}$;

   (b) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \cosh x \leq y \leq e + e^x \wedge x \leq 1\}$;

   (c) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 4)^2 + (y - 4)^2 \leq 1\}$.

3. Resolva um problema idêntico ao anterior no caso da região plana ser limitada pelas curvas $y = x$ e $x = 4y - y^2$.

4. Determine o volume da região que se obtém quando o disco de raio a e centro no ponto $(0, b)$, com $b > a > 0$, roda em torno do eixo OX, gerando um "toro".

5. Indique o integral que permite calcular o volume dos sólidos de revolução obtidas pela rotação em torno de OX das regiões planas limitadas pelas seguintes curvas e pelo eixo OX:

   (a) $y = x^3, \quad x \in [0, 1]$;

   (b) $y = \cos x, \quad -\dfrac{\pi}{4} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$;

   (c) $y = \sqrt{r^2 - x^2}, \quad -r \leq x \leq r$.

   (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^{\frac{3}{2}},\ 0 \leq x \leq 1\}$;

   (e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = e^x,\ 0 \leq x \leq 1\}$;

   (f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \dfrac{x^3}{12} + \dfrac{1}{x},\ 1 \leq x \leq 4\}$.