Sistemas de Numeração

Sistemas de Numeração

- O que é um sistema de numeração?
- Os humanos:

```
1 ... 2 ... 3 ... 4 ... 5 ...

I ... II ... III ... IV ... V ...
```

- E nos computadores?

Sistemas de numeração

- Como é que aprendemos a fazer na escola primária?
  - Aprendemos os algarismos `0 1 2 3 4 5 6 7 8 9`
  - Aprendemos a combinar os algarismos para representar qualquer número

- Sistema decimal

```
  0
  1
  2
  3
  4
  5
  6
  7
  8
  9
 10
 11
 12
 13
 …
 18
 19
 20
 21
 …
 99
100
```

Sistemas de numeração

- E nos computadores?
- Os primeiros sistemas eram eletromecânicos
  - Os fios elétricos só tinham dois estados: com corrente e sem corrente.

    Não se consegue colocar um “5” a passar num fios… a não ser que…

Sistemas de numeração

- Sistema decimal 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Sistema binário 0 1

Sistemas de numeração – sistema decimal / binário

Sistema decimal	Sistema binário
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
…	
99	?
100	

1001 é o número nove?
1001 é o número mil e um?

1001_{base}

1001_{2} 1001_{10}

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

- Exemplo

$$
\begin{aligned}
375 &= 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \\
&= 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \times 1 \\
&= 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0
\end{aligned}
$$

O valor de um algarismo depende da sua posição

Recordar que é fácil multiplicar ou dividir por 10

valor x base$^{\text{posição}}$

$$
\begin{aligned}
&\ 4 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 \\
&= 4 \times 1000 + 8 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1 \\
&= 4832
\end{aligned}
$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

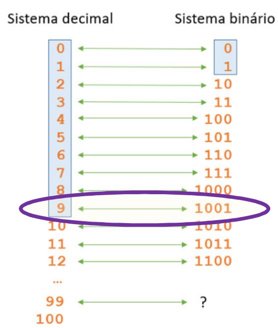
Conversão da base 2 para a base 10

- Qual o número decimal representado por 1001_2?

valor x base$^{\text{posição}}$

```
3  2  1  0  -> posição
1  0  0  1₂ -> valor
```

$$
\begin{aligned}
&= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
&= 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \\
&= 8 + 0 + 0 + 1 \\
&= 9
\end{aligned}
$$



Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 2 para a base 10

valor x base^{posição}

- Qual o número decimal representado por 10011_2?

```
4   3   2   1   0   -> posição
1   0   0   1   1₂  -> valor
```

$$= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

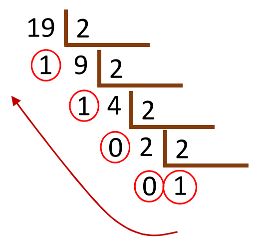
$$= 16 + 0 + 0 + 2 + 1$$

$$= 19$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2 – divisões sucessivas

- Como converter 19_{10} para a base 2?



$19_{10} = 10011_2$

- Divisões sucessivas até o resultado ser inferior ao divisor

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2 – Método dos múltiplos

- Como converter 19_{10} para a base 2?

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
32	16	8	4	2	1
	1	0	0	1	1

$$\begin{array}{r} 19 \\ -16 \\ \hline 3 \\ -2 \\ \hline 1 \\ -1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$19_{10} = 10011_2$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2 – Exercício

- Como converter 45_{10} para a base 2?

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
64	32	16	8	4	2	1
	1	0	1	1	0	1

$$\begin{array}{r} 45 \\ -32 \\ \hline 13 \\ -8 \\ \hline 5 \\ -4 \\ \hline 1 \\ -1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$45_{10} = 101101_2$

45 | 2
05 22 | 2
1 02 11 | 2
0 1 5 | 2
1 2 | 2
0 1

Sistemas de numeração – Bases 2, 4, 8 e 10

Base 10	Base 2	Base 4	Base 8
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	10	4
5	101	11	5
6	110	12	6
7	111	13	7
8	1000	20	10
9	1001	21	11
10	1010	22	12
11	1011	23	13
12	1100	30	14
13	1101	31	15
14	1110	32	16
15	1111	33	17
16	10000	100	20

$12_{10} = 1100_2 = 30_4 = 14_8$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão de uma base N para a base 10

- Qual o número decimal representado por 203_4?

valor x base$^{\text{posição}}$

```
2  1  0  -> posição
2  0  3₄ -> valor
```

$$= 2 \times 4^2 + 0 \times 4^1 + 3 \times 4^0$$
$$= 2 \times 16 + 0 \times 4 + 3 \times 1$$
$$= 32 + 0 + 3$$
$$= 35$$

$$203_4 = 35_{10}$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão de uma base N para a base 10

- Qual o número decimal representado por 264_8?

valor x base$^{\text{posição}}$

```
2  1  0  -> posição
2  6  4₈ -> valor
```

$= 2 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 4 \times 8^0$

$= 2 \times 64 + 6 \times 8 + 4 \times 1$

$= 128 + 48 + 4$

$= 180$

$264_8 = 180_{10}$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 8 – Exercício

- Como converter 37_{10} para a base 8?

8^2	8^1	8^0
64	8	1
	4	5

$$\begin{array}{r} 37 \\ -32 \\ \hline 5 \\ -5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 37 & 8 \\ \hline 5 & 4 \end{array}$$

$37_{10} = 45_8$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

- **Conversão da base *N* para a base *M***
- A conversão faz-se sempre entre a base 10 e as restantes bases
  - Em alguns casos é possível efetuar a conversão direta entre bases diferentes de 10.
- Como converter 37_8 para a base 4?

```
  1   0   -> posição
  3   78  -> valor
= 3 × 8¹  +  7 × 8⁰
= 3 × 8  +  7 × 1
= 24 + 7
= 31
```

4^3	4^2	4^1	4^0
64	16	4	1
	1	3	3

$$\begin{array}{r} 31 \\ -16 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 31 & 4 \\ \hline 3 & 7 \;|\; 4 \\ & 3 \;\; 1 \end{array}$$

$37_8 = 31_{10} = 133_4$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 35_{10} \\ +\ 7_{10} \\ \hline 42_{10} \end{array}$$

0 1 2 3 4 5 6 7

$$\begin{array}{r} 11_8 \\ +\ 4_8 \\ \hline 15_8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 35_8 \\ +\ 7_8 \\ \hline 44_8 \end{array}$$

0 1 2 3

$$\begin{array}{r} 11_4 \\ +\ 2_4 \\ \hline 13_4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 32_4 \\ +\ 2_4 \\ \hline 100_4 \end{array}$$

0 1

$$\begin{array}{r} 10_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 11_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 1_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 10_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 11_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 100_2 \end{array}$$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

$$\begin{array}{r} 35_{10} \\ -\ {}^{1}7_{10} \\ \hline 2\,8_{10} \end{array}$$

0
1
2
3
4
5
6
7

$$\begin{array}{r} 36_8 \\ -\ \ 4_8 \\ \hline 32_8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 31_8 \\ -\ {}^{1}5_8 \\ \hline 24_8 \end{array}$$

0
1
2
3

$$\begin{array}{r} 123_4 \\ -\ \ 22_4 \\ \hline 101_4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 130_4 \\ -\ {}^{1}22_4 \\ \hline 102_4 \end{array}$$

0
1

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ -\ 1_2 \\ \hline 100_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100_2 \\ -\ {}^{1\,1}1_2 \\ \hline 011_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100_2 \\ -\ {}^{1}1{}^{1}1_2 \\ \hline 001_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 10_2 \end{array}$$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético
- Como podemos verificar se as contas estão corretas?
  - Operação inversa
  - Cálculo noutra base

$$\begin{array}{r} 100_2 \\ -\ {}^{1}1{}^{1}1_2 \\ \hline 001_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1\,1}\ \ \\ 1_2 \\ +\ \ 11_2 \\ \hline 100_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ +\ \ 11_2 \\ \hline 1000_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5_{10} \\ +\ 3_{10} \\ \hline 8_{10} \end{array}$$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

0
1

$$
\begin{array}{r}
110_2 \\
\times \; 11_2 \\
\hline
{}^{1\,1}\,110_2 \\
+\,110_2\;\; \\
\hline
10010_2
\end{array}
$$

- Note-se que apenas conhecemos a tabuada na base decimal

$$
\begin{array}{r}
31_4 \\
\times \;\; 2_4 \\
\hline
62_4
\end{array}
\;\Leftarrow \text{ERRADO!}
$$

Na base 4 os únicos símbolos que existem são: 0 1 2 3

Sistemas de numeração

- Sistema decimal
  - Com 2 algarismos consigo representar 100 valores `00 ... 99`
  - Com 3 algarismos consigo representar 1000 valores `000 ... 999`
- Sistema binário
  - Com 2 algarismo consigo representar 4 valores `00 01 10 11`
  - Com 3 algarismos consigo representar 8 valores `000 001 010 011 100 101 110 111`
- Sistema octal
  - Com 2 algarismo consigo representar 64 valores `00 ... 77`
  - Com 3 algarismos consigo representar 512 valores `000 ... 777`
- Para a mesma quantidade de dígitos, as bases "maiores" representam mais valores
  - Exemplo: $95125_{10} = 271625_8 = 10111001110010101_2$

Sistemas de numeração – Bases 2, 4, 8, 10

Base 10	Base 2	Base 4	Base 8	Base 16
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	10	2	2	2
3	11	3	3	3
4	100	10	4	4
5	101	11	5	5
6	110	12	6	6
7	111	13	7	7
8	1000	20	10	8
9	1001	21	11	9
10	1010	22	12	A
11	1011	23	13	B
12	1100	30	14	C
13	1101	31	15	D
14	1110	32	16	E
15	1111	33	17	F
16	10000	100	20	10

Sistemas de numeração – Bases 2, 4, 8, 10 e 16

Base 10	Base 16
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

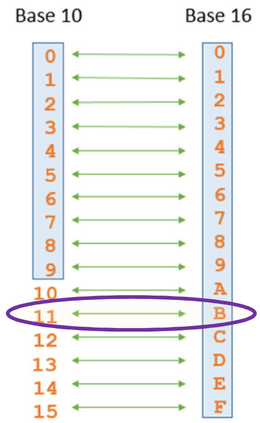
Conversão da base 16 para a base 10

- Qual o número decimal representado por $2B5_{16}$?

valor x base$^{\text{posição}}$

```
2  1  0  -> posição
2  B  5₁₆ -> valor
```

$$= 2 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 5 \times 16^0$$
$$= 2 \times 256 + 11 \times 16 + 5 \times 1$$
$$= 512 + 176 + 5$$
$$= 693$$



Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 16

- Como converter 164_{10} para a base 16?

16^2	16^1	16^0
256	16	1
	10	4

$$\begin{array}{r} 164 \\ -160 \\ \hline 4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 164 & 16 \\ \hline 04 & 10 \\ 4 & \end{array}$$

~~$164_{10} = 104_{16}$~~

$164_{10} = A4_{16}$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
A
B
C
D
E
F

$$\begin{array}{r} 27_{16} \\ + \quad 4_{16} \\ \hline 2B_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \phantom{8_{16}} \\ C8_{16} \\ + \quad 9_{16} \\ \hline D1_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \phantom{D5_{16}} \\ 3D5_{16} \\ + \quad 77_{16} \\ \hline 44C_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5C_{16} \\ - \quad 2_{16} \\ \hline 5A_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} B2_{16} \\ - \quad {\scriptstyle 1}D_{16} \\ \hline A5_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} F37_{16} \\ - \quad E9C_{16} \\ \hline 09B_{16} \end{array}$$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

$27_{16} + 4_{8}$

- Não se podem misturar bases!
- Converter tudo para uma mesma base.

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

- Exemplo

valor x base^{posição}

$$375 = 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5$$
$$= 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \times 1$$
$$= 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

O valor de um algarismo depende da sua posição

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 7 & 5, & 5 & 6 \end{array}$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

- Exemplo

$$0{,}56 = 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$
$$= 5 \times \frac{1}{10^1} + 6 \times \frac{1}{10^2}$$
$$= 5 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$$
$$= \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$$
$$= \frac{50}{100} + \frac{6}{100}$$
$$= \frac{56}{100}$$

$$\begin{array}{r|l} 56 & 100 \\ \hline & ? \end{array}$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

- E se for em binário?

$0{,}101_2 = ?$

$$\begin{array}{cccccc} & & -1 & -2 & -3 & \text{-> posição} \\ 0 & , & 1 & 0 & 1_2 & \text{-> valor} \end{array}$$

$$1 \times 2^{-1} \; + \; 0 \times 2^{-2} \; + \; 1 \times 2^{-3}$$
$$= 1 \times \frac{1}{2^1} \; + 0 \; + \; 1 \times \frac{1}{2^3}$$
$$= 1 \times \frac{1}{2} \; + \; 0 \; + \; 1 \times \frac{1}{8}$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$
$$= \frac{4}{8} + \frac{1}{8}$$
$$= \frac{5}{8} \quad = 0{,}625$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2

- Como converter $0{,}6875_{10}$ para a base 2?

$$\begin{array}{r} 0{,}6875 \\ \times \quad\quad 2 \\ \hline 1{,}3750 \\ \times \quad\quad 2 \\ \hline 0{,}7500 \\ \times \quad\quad 2 \\ \hline 1{,}5000 \\ \times \quad\quad 2 \\ \hline 1{,}0000 \end{array}$$

$0{,}6875_{10} = 0{,}1011_2$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

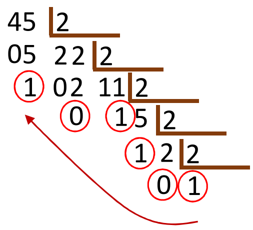
Conversão da base 10 para a base 2

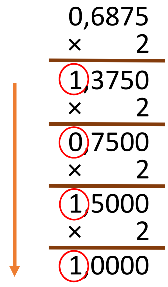
- Como converter $45{,}6875_{10}$ para a base 2?

  Por partes:

  45_{10}

  $0{,}6875_{10}$





$45_{10} = 101101_2$

$0{,}6875_{10} = 0{,}1011_2$

$45{,}6875_{10}=101101{,}1011_2$

Sistemas de numeração – Operações matemáticas

- Cálculo aritmético

  $101{,}01_2 + 1{,}1_2$

  $101{,}101_2+10{,}11_2$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 101{,}01_2 \\ +\quad 1{,}1_2 \\ \hline 110{,}11_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 111} \\ 101{,}101_2 \\ +\quad 10{,}11_2 \\ \hline 1000{,}011_2 \end{array} \quad \begin{array}{c} ❶ \rightarrow \\ ❷ \rightarrow \\ ❹ \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 5{,}625_{10} \\ +\quad 2{,}75_{10} \\ \hline 8{,}375_{10} \end{array} \downarrow ❸$$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Nem todos os números se conseguem representar da mesma forma

$$0{,}5 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \cong 0{,}33333333(3)$$

O mesmo acontece quando convertemos de uma base para outra

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2

Como converter $0{,}16_{10}$ para a base 2?

Define-se um limite para a precisão com que queremos trabalhar

0,16
× 2
0,32
× 2
0,64
× 2
1,28
× 2
0,56
× 2
1,12
× 2
0,24
× 2
0,48
× 2
0,96
× 2
1,92

1,92
× 2
1,84
× 2
1,68
× 2
1,36
× 2
0,72
× 2
1,44
× 2
0,88
× 2
1,76
× 2
...

$0{,}16_{10} \cong 0{,}0010100011110101\ldots_2$

Sistemas de numeração – Conversão entre bases

Conversão da base 10 para a base 2

Como converter $0{,}6_{10}$ para a base 2?

$$
\begin{array}{rr}
 & 0{,}6 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 1{,}2 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 0{,}4 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 0{,}8 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 1{,}6 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 1{,}2 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 0{,}4
\end{array}
$$

$0{,}6_{10} = 0{,}(1001)_2$

$0{,}6_{10} = 0{,}1(0011)_2$

Sistemas de numeração – valores negativos

Como representar valores negativos?

Base 2

0
1

Se tudo se resume a '0' e '1', como colocamos o sinal '-'?

Usamos um bit para representar o sinal.

0 ➡ +

1 ➡ -

-22_{10}

$22_{10} = 10110_2$

$-22_{10} = 110110_{2\ c/sinal}$

$+22_{10} = 010110_{2\ c/sinal}$

Sistemas de numeração – valores negativos

Como representar valores negativos?

Base 2

0
1

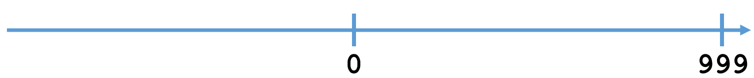
Se tudo se resume a ‘0’ e ‘1’, como colocamos o sinal ‘-’?

E se “eliminássemos” os valores negativos?

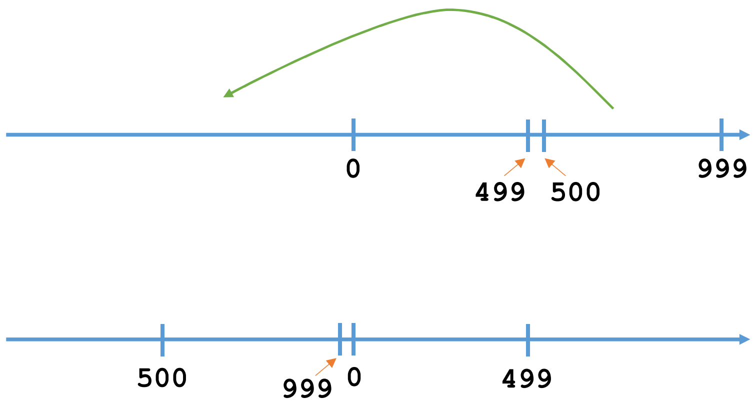
Sistemas de numeração – valores negativos

Quantidade de algarismo -> Gama de valores possíveis

Exemplo: 3 algarismos -> [000 ; 999]



Sistemas de numeração – valores negativos



Sist. de numeração – representação em complemento

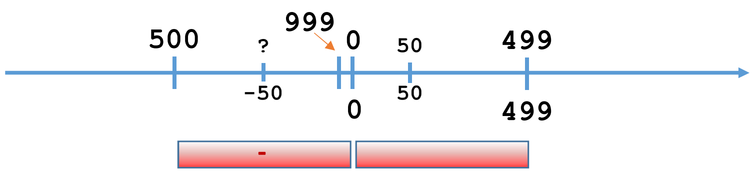
Complemento para 9

Fixar o número de algarismos

Ficamos com metade da gama de valores

Usando três algarismo vamos representar em complemento para 9 o número -50

$$\begin{array}{rr} & 999 \\ - & 50 \\ \hline & 949 \end{array}$$



-50 -> $949_{\text{comp. p/9}}$

Sist. de numeração – representação em complemento

Complemento para 9

Num sistema com três algarismos, calcular o complemento para 9 dos números -7 e -4

$$\begin{array}{r} 999 \\ -\quad 7 \\ \hline 992 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 999 \\ -\quad 4 \\ \hline 995 \end{array}$$

-7 -> $992_{\text{comp. p/9}}$

-4 -> $995_{\text{comp. p/9}}$

3 - 7
= 3 + (-7)
= 3 + 992
= 995

13 - 7
= 13 + (-7)
= 13 + 992
= ~~1~~005

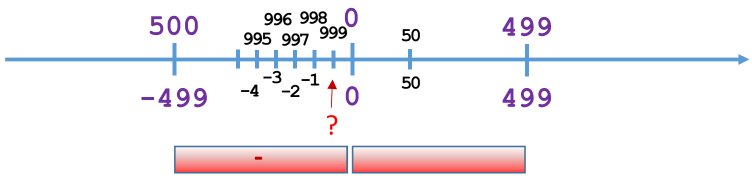
13 – 7 = 5 !?!

Sist. de numeração – representação em complemento

Complemento para 9

Num sistema com três algarismos, calcular o complemento para 9 dos números -7 e -4

$$\begin{array}{r} 999 \\ -\quad 7 \\ \hline 992 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 999 \\ -\quad 4 \\ \hline 995 \end{array}$$



-7 -> $992_{\text{comp. p/9}}$

-4 -> $995_{\text{comp. p/9}}$

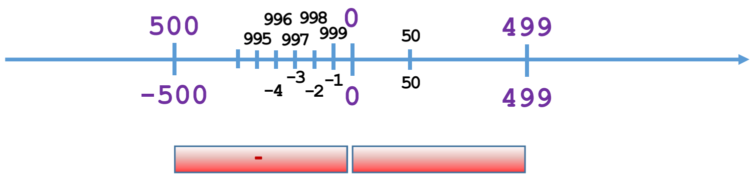
Dois zeros !? -0 !?

Sist. de numeração – representação em complemento

Complemento para 10

Num sistema com três algarismos, calcular o complemento para 10 dos números -7 e -4

$$\begin{array}{r} 999 \\ -\quad 7 \\ \hline 992 \\ +\quad 1 \\ \hline 993 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 999 \\ -\quad 4 \\ \hline 995 \\ +\quad 1 \\ \hline 996 \end{array}$$



-7 -> $993_{\text{comp. p/10}}$

-4 -> $996_{\text{comp. p/10}}$

7 -> $7_{\text{comp. p/10}}$ (representa-se a ele próprio)

Sist. de numeração – representação em complemento

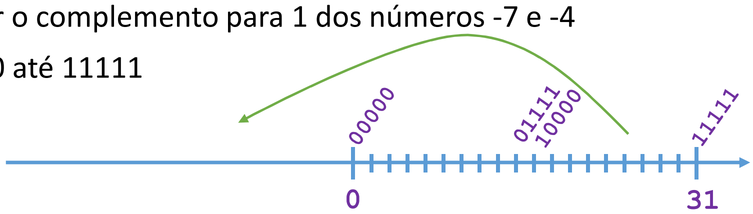
Complemento para 1

Num sistema com 5 algarismos, calcular o complemento para 1 dos números -7 e -4

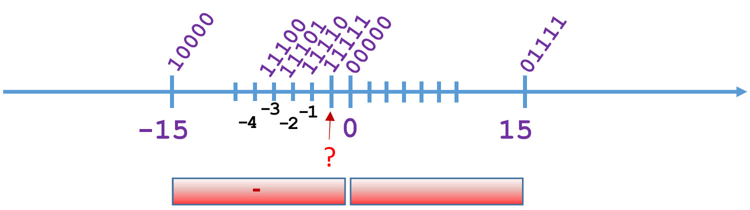
Determinar o “meio” da gama de 00000 até 11111

$7_{10} = 111_2$

$4_{10} = 100_2$



$$\begin{array}{r} 11111 \\ -\quad 111 \\ \hline 11000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11111 \\ -\quad 100 \\ \hline 11011 \end{array}$$



-7 -> $11000_{\text{comp. p/1}}$

-4 -> $11011_{\text{comp. p/1}}$

Sist. de numeração – representação em complemento

Complemento para 2

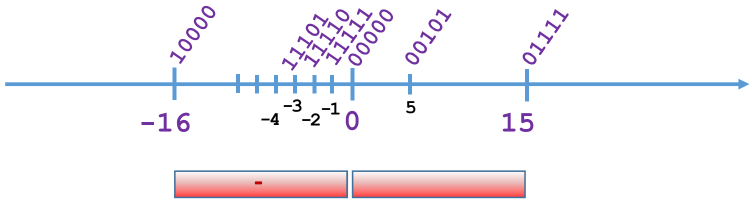
Num sistema com 5 algarismos, calcular o complemento para 2 dos números -7 e -4

Determinar o "meio" da gama de 00000 até 11111

$7_{10} = 111_2$

$4_{10} = 100_2$

$$\begin{array}{rr} & 11111 \\ - & 111 \\ \hline & 11000 \\ + & 1 \\ \hline & 11001 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 11111 \\ - & 100 \\ \hline & 11011 \\ + & 1 \\ \hline & 11100 \end{array}$$



-7 -> $11001_{\text{comp. p/2}}$

-4 -> $11100_{\text{comp. p/2}}$

Sistemas de numeração – representação BCD

BCD – Binary-Coded Decimal

Representação digito a digito

Exemplo: representar em BCD, usando 8 bits, o número 54

$5_{10} = 101_2$

$4_{10} = 100_2$

$$54 = \underbrace{0101}_{5}\underbrace{0100}_{4}{}_{\text{BCD}}$$

Sistemas de numeração – representação BCD

BCD – Binary-Coded Decimal

Representação digito a digito

Exemplo: representar em BCD com sinal, usando 8 bits, o número -54

$5_{10} = 101_2$

$4_{10} = 100_2$

$-54 = \underbrace{1}_{-}\underbrace{101}_{5}\underbrace{0100}_{4}\ _{\text{BCD c/sinal}}$

3 bits para o primeiro digito -> limite ao valor máximo/mínimo

com 8 bits: [-79; 79]

Sistemas de numeração

Números em vírgula flutuante

Exemplo:

$$12345$$

$$12345 \times 10^0$$

$$0.12345 \times 10^5$$

$$1.2345 \times 10^4$$

$$0.0012345 \times 10^7$$

SMMMMMMM $\rightarrow$ inteiros

SEEMMMMM $\rightarrow$ Vírgula flutuante

A falta o dígito para representar o sinal do expoente. Solução: “excesso para 50”

Sistemas de numeração

Números em vírgula flutuante

SEEMMMMM

Passos a dar:

1. Se o número não tem expoente, dotar o número de um expoente zero (i.e. $\times 10^0$)
2. Deslocar a parte decimal para a esquerda ou para a direita, aumentando ou diminuindo o expoente, por forma a colocar o ponto decimal na posição correta
3. Corrigir a precisão, através da eliminação de dígitos ou pela adição de zeros no fim
4. Mudar a notação do expoente para excesso para 50

Sistemas de numeração

Números em vírgula flutuante

SEEMMMMM

Exemplo:

246.8035

Passo 1: 246.8035×10^0 [Acrescentou-se o 10^0]

Passo 2: 0.2468035×10^3 [Deslocou-se 3 casas e aumentou-se o expoente]

Passo 3: 0.24680×10^3 [Acertou-se a precisão a 5 dígitos]

Passo 4: O expoente 3 em notação excesso 50 representa-se por 53

Resultado da normalização: 05324680

Nota: usa-se o zero para positivo e 5 para negativo

Sistemas de numeração – norma IEEE 754

IEEE 754

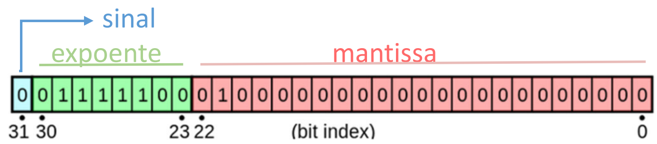
Representação em vírgula flutuante para 32 e 64 bits.

A versão de 32 bits designa-se por precisão simples. Esta divide os 32 bits da seguinte forma:

1 bit para sinal

8 bits para o expoente

23 bits para a mantissa



A normalização IEEE 754 para 32 bits (precisão simples) apresenta as seguintes especificidades:

- O expoente é representado em excesso de 127;
- Utilizando os 23 bits da mantissa posso representar 24 bits: como os números normalizados começam sempre por 1 esse bit não é representado mas está implícito!!

Nota: Imagem adaptada de https://en.wikipedia.org/wiki/IEEE_754

Sistemas de numeração – norma IEEE 754

IEEE 754

Exemplo: Representar 25375 em IEEE 754 precisão simples

Passo 1: 110001100011111 [Conversão para binário]

Passo 2: 1.10001100011111 × 2^{14} [Deslocação até obter '1.']

Passo 3: 14 equivale a 141 (excesso de 127 na base 10) que equivale a 10001101 em binário

Passo 4: Ignoro o 1 à esquerda do ponto, porque é sempre **1.**

Resultado: 0 10001101 10001100011111000000000

Sistemas de numeração – conversão entre bases

Conversão direta entre bases diferentes de 10

Só é possível se as duas bases forem potência uma da outra

Exemplo: base 2 <-> base 16

$2^4 = 16^1$

Usamos 4 bits na base 2 para representar o equivalente a 1 bit na base 16

$$\underbrace{0101}_{5}\,\underbrace{1010_2}_{A_{16}}$$

$01011010_2 = 90_{10} = 5A_{16}$