

Duração: 90 minutos

1º Teste de ALGA EE

Nome: _____ Nr.: _____ Curso: _____

GRUPO I (10 valores)

Indique com as letras V ou F o valor lógico de cada uma das seguintes afirmações, sem apresentar cálculos.
Cotação - Resposta certa: **1** valor. Resposta em branco: **0** valores. Resposta errada: **-0,5** valores.

1. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = 3A$. Então, $AB^T = \begin{bmatrix} 15 & 9 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$.
2. Considere a matriz $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $a_{ij} = \begin{cases} i & \text{se } i > j \\ 0 & \text{se } i = j \\ 1 & \text{se } i < j \end{cases}$. Então, $\frac{A^T + 3A}{2}$ é uma matriz simétrica.
3. Sejam as matrizes $X = [\xi_{ij}] \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ e $Y = [y_{ij}] \in \mathcal{M}_{m \times p}(\mathbb{R})$. Então $XY \in \mathcal{M}_{m \times p}(\mathbb{R})$ e $(XY)_{ab} = \sum_{i=1}^n \xi_{ai} y_{ib}$, $a = 1, \dots, m$, $b = 1, \dots, p$.
4. Sejam A uma matriz do tipo 15×5 , B uma matriz do tipo 6×5 e C uma matriz do tipo 15×6 . Então a expressão $AB^T - C^T$ está bem definida.
5. Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. Efetuando, sobre a matriz A , a seguinte sequência de operações elementares $l_1 \leftrightarrow l_2$, $l_3 \leftarrow l_3 - 2l_1$ e $l_1 \leftarrow l_1 - 2l_3$ obtemos uma matriz em escada reduzida.
6. Se A é uma matriz escalar, então A é uma matriz triangular inferior.
7. Sejam A e B matrizes invertíveis de ordem n . Então, a solução da equação matricial $X^T A^{-1} - B = I_n$ é $X = A^T + A^T B^T$.
8. Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. Então se $a = 2$, A e B são matrizes comutáveis.
9. Seja $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ uma matriz invertível tal que $A^3 = \frac{1}{4}I_n$. Então, $A^{-1} = 4A^2$.
10. Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Então, A é ortogonal.

GRUPO II (10 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, apresente os cálculos relevantes.

1. Determine os valores de b para os quais a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ é invertível.

2. Considere a matriz invertível $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

(a) Determine A^{-1} .

(b) Use A^{-1} para resolver a equação matricial $2AX = B$ com $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

3. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & -6 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

(a) Determine uma matriz em escada equivalente a A .

(b) Determine $\text{fer}(A)$.

(c) Justifique, sem fazer mais cálculos, se a matriz A é invertível.

4. Indique, justificando, o valor lógico da seguinte proposição: “Sejam A , B e C matrizes quadradas da mesma ordem não-nulas. Então, se $AC = BC$, tem-se que $A = B$.”