Devoir commun de mathématiques (2 heures).

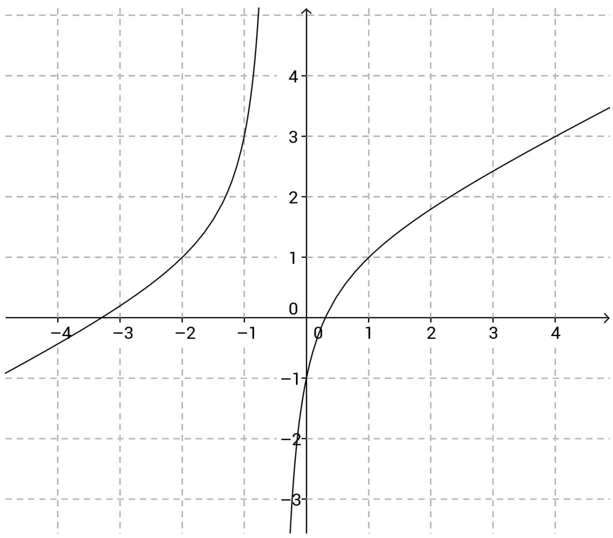
Nom : 18/05/2015

Prénom : 1èreS

Classe :

Exercice 1 : (8,5 points)

Partie A *Interprétations graphiques*



Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-5\,;5]\backslash\{-\frac{1}{2}\}$ et dont voici la représentation graphique C_f.

1) Réaliser le tableau de signe de la dérivée de f .

2) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=2$ et encadrer chacune d'elles par deux entiers consécutifs.

Partie B

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-\frac{1}{2}\}$ par $g(x)=\dfrac{x^2+3x+1}{2x+1}$ et C_g sa représentation graphique.

1) a) Démontrer que $g'(x)=\dfrac{2x^2+2x+1}{(2x+1)^2}$

   b) Résoudre l'équation $g'(x)=\dfrac{1}{2}$.

2) Dresser le tableau de signe de $g'(x)$.
   Dresser le tableau des variations de g .

3) Résoudre l'équation $g(x)=2$.
4) Donner l'équation de la tangente T à C_g au point d'abscisse 1.
5) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) dirigée par $\vec{u}(2\,;1)$ et passant par $A(\frac{3}{2};2)$.

   b) Existe-t-il des tangentes à C_g parallèles à (d) ?

Partie C

Est-il possible que C_f soit une partie de C_g ?

Exercice 2 : (8 points)

Un barrage du Tarn, sur le cours d'eau du Tescou, dont la construction sera finalisée au 1er janvier 2016, possédera un réservoir de 1,5 millions de m^3 initialement rempli au 2 tiers.

On prélèvera en chaque début d'année (durant le mois de février) 20% de la quantité d'eau retenue par le barrage pour remplir les réservoirs des agriculteurs de la région. Le barrage est tel que son réservoir se remplit chaque année de 100 000 m^3 .

1) Montrer que le réservoir contient 900 000 m^3 à la fin du mois de décembre 2016.

2) Montrer que si v_n est le volume d'eau contenue dans le réservoir à la fin du mois de décembre $2016+n$ alors : $v_{n+1}=0{,}8v_n+1$ (en centaines de milliers de m^3)

3) Compléter le tableau suivant décrivant les valeurs prises par les variables n et v lors de l'exécution du programme ci-contre .

<u>Initialisation</u>

n prend la valeur 0
v prend la valeur 9

<u>Traitement</u> :

tant que $v>6{,}25$
v prend la valeur $0{,}8v+1$
n prend la valeur $n+1$
fin tant que

<u>Sortie</u> :

afficher n

n	v

4) À partir de quelle année le réservoir du barrage contient moins que 625 000 m^3 d'eau ?

5) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n , par $u_n=v_n-5$. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,8 dont on donnera le premier terme.

6) Exprimer u_n en fonction de n . En déduire que $v_n=5+4\times(0{,}8)^n$.

7) Déterminer le sens de variation de cette suite.

8) Montrer que pour tout entier naturel $n, v_n>5$. Faut-il craindre l'épuisement futur du réservoir du barrage ?

9) Quel est le volume d'eau dans le réservoir après le prélèvement de 20% du début d'année 2023 ? Cela contredit-il le résultat de la question 8) ?

Exercice 3 : (3,5 points)

Un mini championnat de Beach-volley est organisé sur la plage de Fréjus. Chaque équipe doit disputer quatre matchs.
Il faut trois victoires pour se qualifier pour le tournoi régional se déroulant à Marseille.

Parmi les équipes qui participent à ce tournoi cette année, l'équipe de Draguignan est favorite : pour chacun de ses matchs, on estime qu'elle a 6 chances sur 10 de gagner.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de victoires de l'équipe de Draguignan.

On donnera les résultats numériques en écriture décimale.

1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2) Calculer la probabilité pour que l'équipe de Draguignan remporte exactement 3 victoires.

3) Calculer la probabilité pour que l'équipe de Draguignan ne soit pas qualifiée.

4) Quelle est la probabilité pour que l'équipe de Draguignan perde le premier match mais soit tout de même qualifiée.