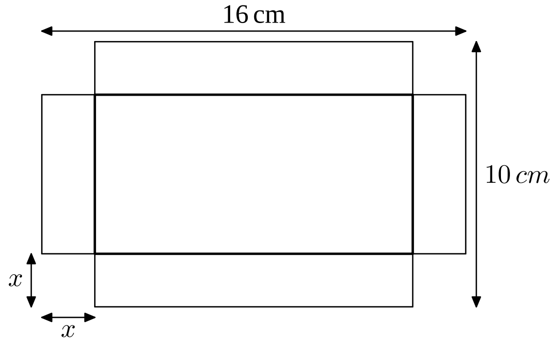
Contrôle 16 janvier 2018 sujet A

Exercice 1 *(8 points)*

On veut réaliser, avec le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en cm.



1. a. Quelles valeurs peut prendre la variable x dans ce problème ?
   b. Donner l'expression du volume $\mathcal{V}$ en fonction de la valeur de x.
2. a. Déterminer l'expression de la fonction $\mathcal{V}'$ dérivée de la fonction $\mathcal{V}$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction $\mathcal{V}$.
   c. Justifier que la fonction $\mathcal{V}$ admet une valeur maximale sur l'intervalle $[0\,;5]$.
3. Quelle est le volume maximale qu'on peut obtenir avec ce type de boîte ?

Exercice 2 *(8 points)*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{3x-4}{x^2+1}$$

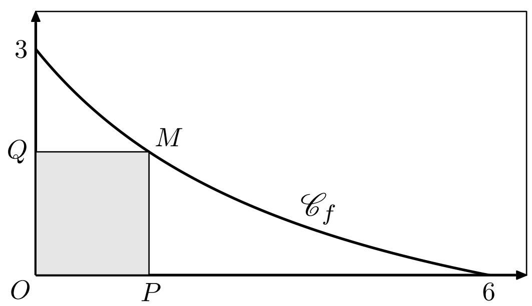
1. Montrer que l'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.
3. a. Déterminer le tableau de signe de f' sur $\mathbb{R}$..
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   On admettra les deux limites suivantes :
   $$\lim_{x\mapsto -\infty} f(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x\mapsto +\infty} f(x) = 0$$
4. En déduire les extrémums de la fonction f.
5. Donner sans justification le meilleur intervalle pour $f(x)$ lorsque $-1 \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}$.

Exercice 3 *(4 points)*

On considère la fonction f définie sur $[0\,;6]$ par :

$$f(x) = \frac{12-2x}{x+4}$$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Soit M un point de la courbe $\mathscr{C}_f$. On considère les points P et Q appartenant respectivement à l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées de sorte à ce que le quadrilatère $OPMQ$ soit un rectangle.

Déterminer la position du point M afin que l'aire du rectangle $OPMQ$ soit maximale.