



计算机视觉

空间域图像处理 (3)

2019-3-18



空间域图像处理

- 基本概念
- 基本运算
 - ✓ 点运算
 - ✓ 直方图运算
 - ✓ 代数运算
- 空间滤波器
 - ✓ 平滑空间滤波器
 - ✓ 锐化空间滤波器



加法运算：图像均值去噪

- **图像加法运算**：两幅图像 $f(x,y)$ 和 $h(x,y)$ 之间的和。

$$g(x, y) = f(x, y) + h(x, y)$$

- 主要应用：**图像均值去噪**
- 由于噪声的干扰，对于一幅原始图像 $f(x,y)$ ，都会存在着一个噪声图像集合：

$$\{g_i(x, y)\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

其中

$$g_i(x, y) = f(x, y) + h_i(x, y)$$



加法运算：图像均值去噪

- 对所有噪声图像采用均值操作：

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i(x, y)$$

- 假设噪声 $h(x, y)$ 均值为0，且互不相关，可以证明均值图像的期望值即是原始图像：

$$E[\bar{g}(x, y)] = f(x, y)$$

- 随着 N 的不断增大，均值图像会不断接近于原图像，即起到了去噪的效果。

图像均值去噪：示例

- 星系图去噪

原图



噪声图像



N=8



N=16



N=64

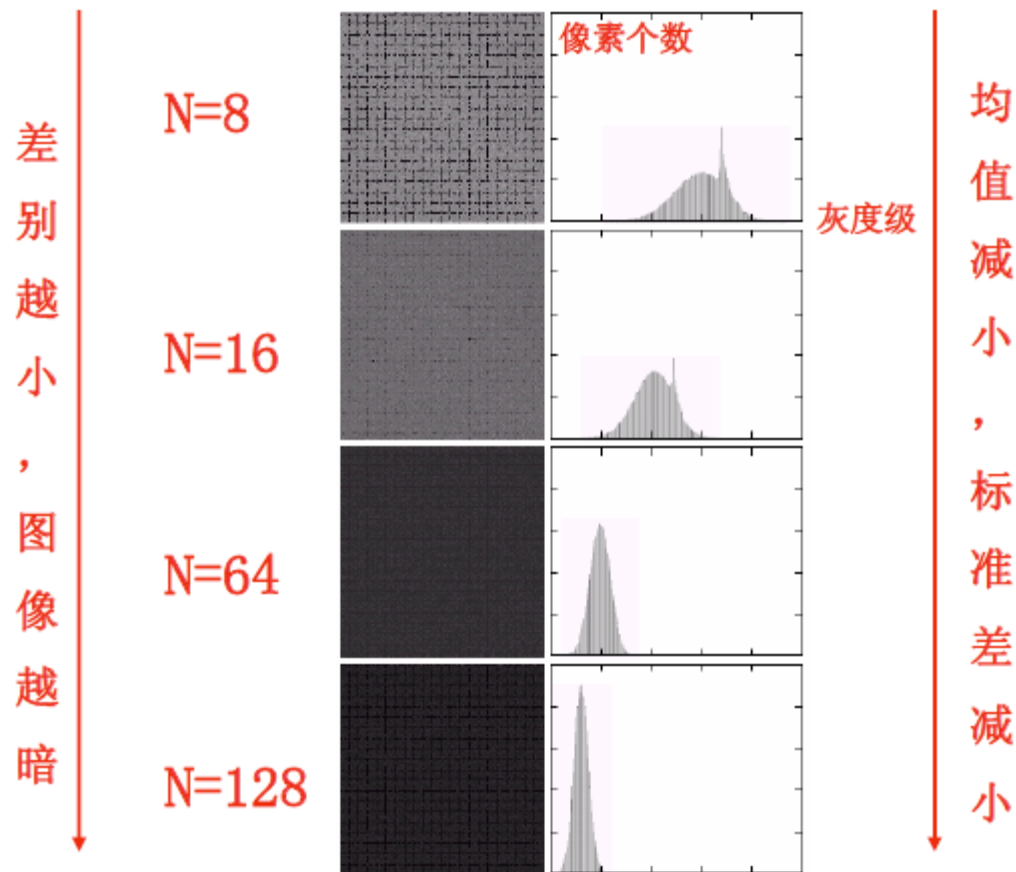


N=128



图像均值去噪：示例

- 星系图去噪

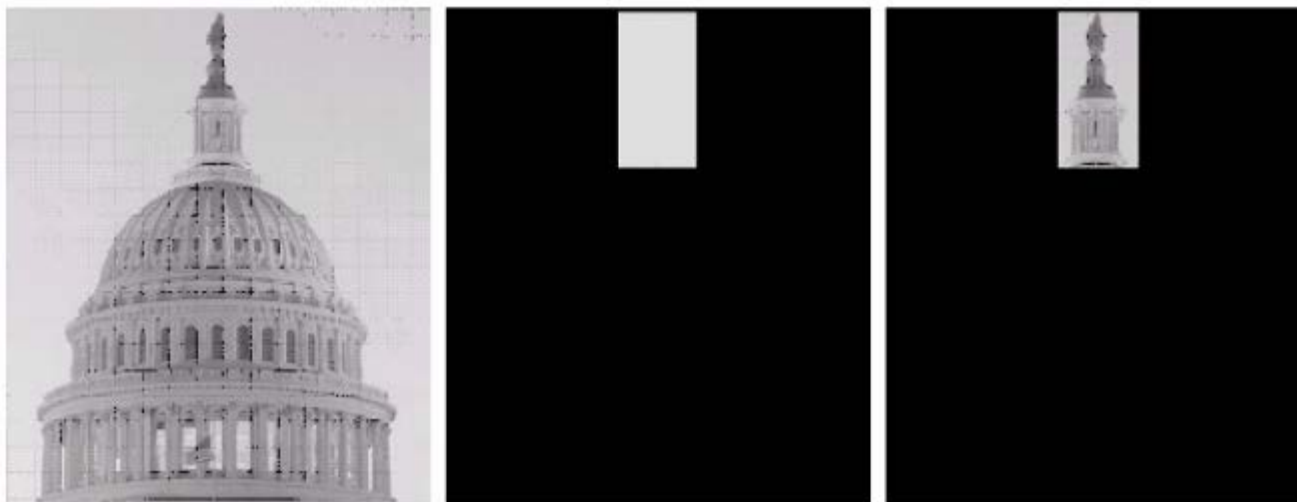


与运算

- 与运算：两幅图像 $f(x,y)$ 和 $h(x,y)$ 之间的逻辑与

$$g(x, y) = f(x, y) \wedge h(x, y)$$

- 主要应用：应用于模板运算，来提取感兴趣的子图像



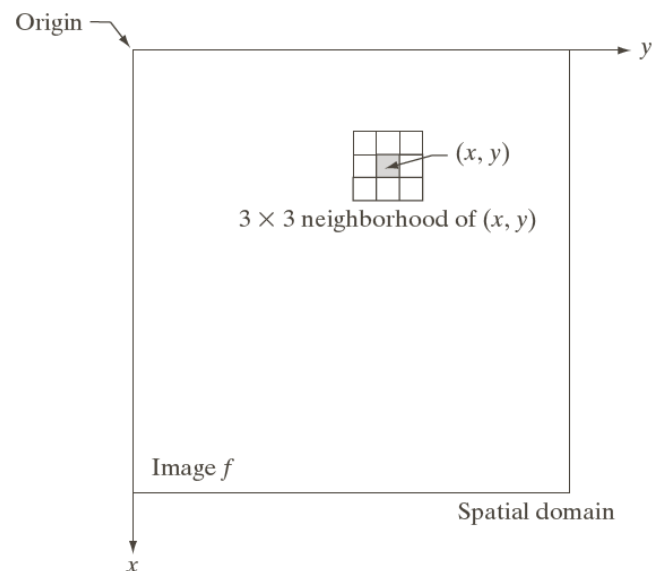


空间域图像处理

- 基本概念
- 基本运算
 - ✓ 点运算
 - ✓ 直方图运算
 - ✓ 代数运算
- 空间滤波器
 - ✓ 平滑空间滤波器
 - ✓ 锐化空间滤波器

空间滤波器的概念

- 图像处理操作： $g(x, y) = T[f(x, y)]$
- 图像处理算子T是定义在 (x, y) 的邻域上
- 前面的点运算和代数运算中， (x, y) 的邻域都是 1×1 。
- 如果邻域是一个 $m \times n$ 的掩膜(mask)，且 $m > 1$ ， $n > 1$ ，该掩膜通常被称为一个滤波器(filter)。





空间滤波的机制

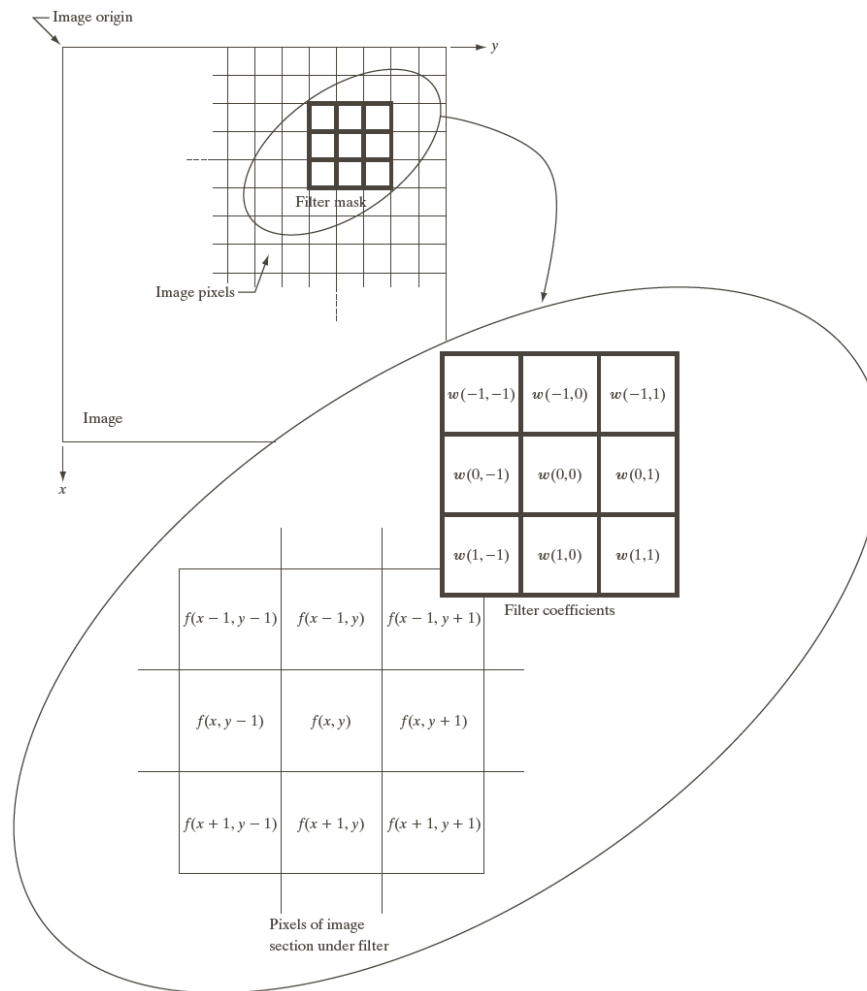
- 空间滤波的数学表达：滤波器坐标原点在核的中心点。

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

其中， $m=2a+1$ ， $n=2b+1$

$w(s, t)$ 是滤波器系数，即滤波器这个子图像中每个像素的值。

空间滤波的机制



空间滤波计算步骤

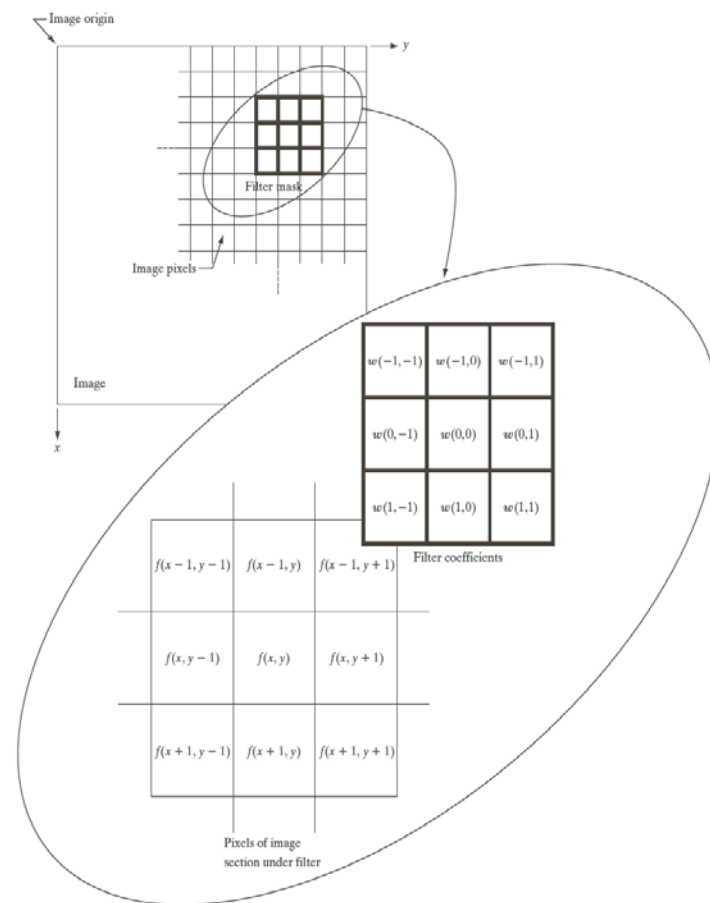
- 空间滤波器：

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

其中， $m=2a+1$ ， $n=2b+1$ ， $w(s,t)$ 是滤波器，其值是滤波器系数。

- 空间滤波的计算步骤：

- 1. 以图像中的一个像素为中心，将该像素 $m \times n$ 邻域内的灰度值与对应的滤波器系数相乘，得到的结果作为该中心像素滤波后的值。
- 2. 将滤波器从一个像素移动到它的下一个相邻像素，重复步骤1。





空间域图像处理

- 基本概念
- 基本运算
 - ✓ 点运算
 - ✓ 直方图运算
 - ✓ 代数运算
- 空间滤波器
 - ✓ 平滑空间滤波器
 - ✓ 锐化空间滤波器



平滑空间滤波器

- 平滑空间滤波器(Smoothing Spatial Filters)

- 作用：

- ✓ 模糊处理：去除图像中一些不重要的细节
 - ✓ 减少噪声

- 分类：

- ✓ 均值（线性）滤波器
 - ✓ 统计排序（非线性）滤波器
 - ✓ 自适应滤波器



线性（均值）滤波器

- 线性滤波器(Linear Filters)

- 原理：计算包含在滤波器内所有相邻像素的平均值。因此，也称之为均值滤波器。
- 作用：减少图像灰度的“尖锐”变化，减少噪声。即滤掉了高频信号，因此也被称之为低通滤波器（Low-pass Filters）。

算术均值滤波器

	a				b		
	1	1	1		1	2	1
$\frac{1}{9} \times$	1	1	1	$\frac{1}{16} \times$	2	4	2
	1	1	1		1	2	1

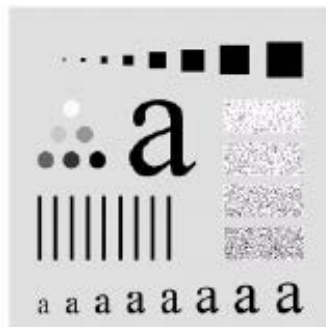
- 图a: 标准的像素算术平均值
- 图b: 像素的加权平均, 表明一些像素更为重要

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

算术均值滤波器： 示例1

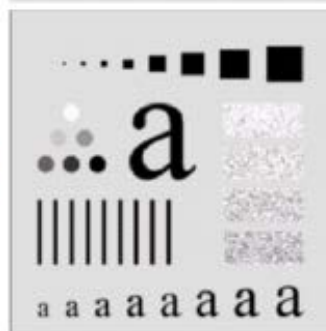
- 滤波器尺寸大小对于图像平滑的影响。

原图



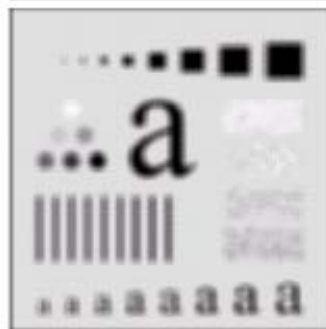
3 x 3

5 x 5

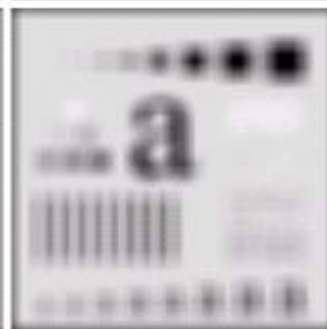


9 x 9

15 x 15

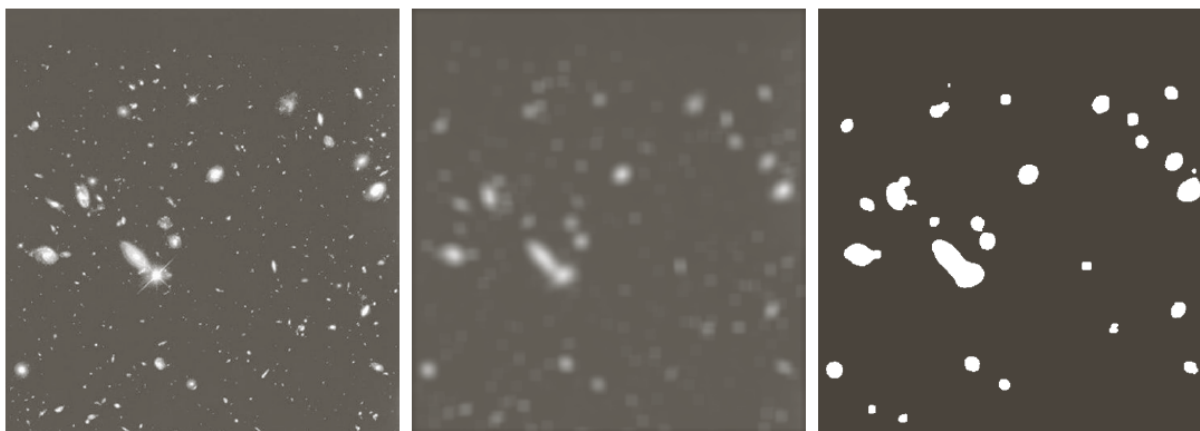


35 x 35



算术均值滤波器：示例2

- 提取感兴趣的物体而模糊图像（哈勃空间望远镜图像）
- 1. 根据感兴趣物体的尺寸大小平滑图像，使得不感兴趣的部分融入到背景中。
- 2. 在平滑后的图像上，应用相应的阈值，达到提取感兴趣目标的目的。



原图

15×15

应用阈值后



几何均值滤波器

- 几何均值滤波器(Geometric Mean Filter)

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

- 其中， S_{xy} 代表以 (x,y) 为中心的 $m \times n$ 的矩形区域
- 特点：
 - 1.几何均值滤波器的平滑效果与算术均值滤波器效果相当。适合于处理高斯等随机噪声。
 - 2.几何均值滤波器比算术均值滤波器丢失的图像细节信息要少，即几何均值滤波器得到的图像更加锐化一些。



谐波均值滤波器

- 谐波均值滤波器(Harmonic Mean Filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

- 其中， S_{xy} 代表以 (x,y) 为中心的 $m \times n$ 的矩形区域
- 特点：
 1. 对于“盐”(salt)噪声效果好，但不适合去除“胡椒”(pepper)噪声。
 2. 善于处理高斯噪声。



逆谐波均值滤波器

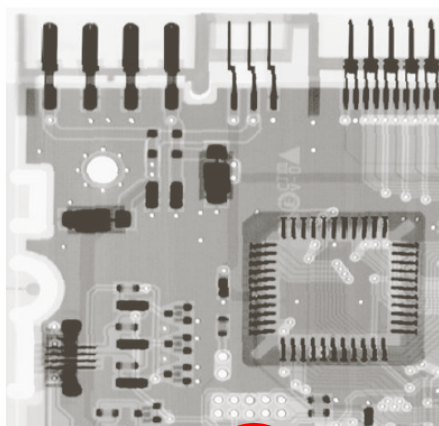
- 逆谐波均值滤波器(Contraharmonic Mean Filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

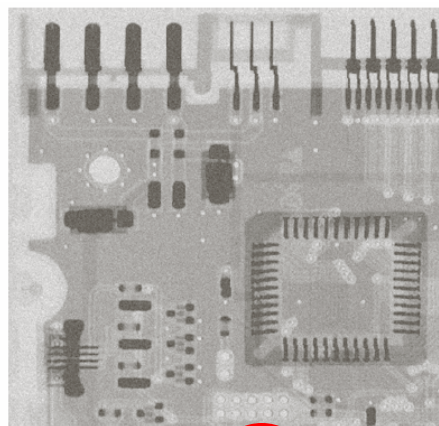
- 其中，Q是滤波器阶数。
- 特点：
 - 1. 当Q为负数时，可以消除“盐”(salt)噪声
 - 2. 当Q为正数时，可以消除“胡椒”(pepper)噪声
- 因此，需要事先知道噪声是暗噪声还是亮噪声
- 3. 当Q=-1时，成为谐波均值滤波器
- 4. 当Q=0时，成为算术均值滤波器

均值滤波器：示例一高斯噪声

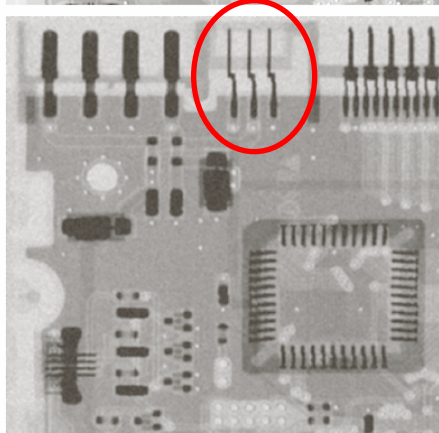
原图



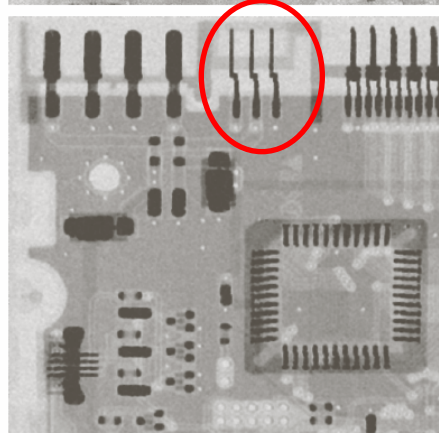
加入高斯噪声的图像：噪声均值为0，方差为400



3×3 算术均值滤波器的结果

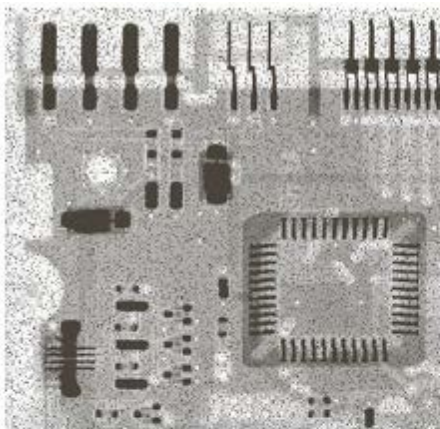


3×3 几何均值滤波器的结果
图像更加清晰

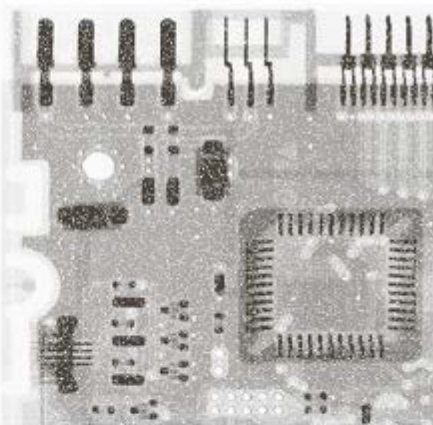


均值滤波器：盐噪声和胡椒噪声

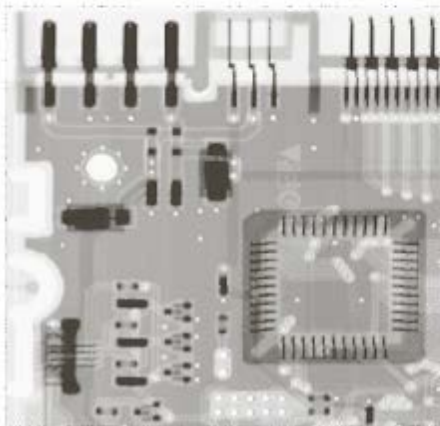
加入胡椒噪声的
图像：概率为0.1



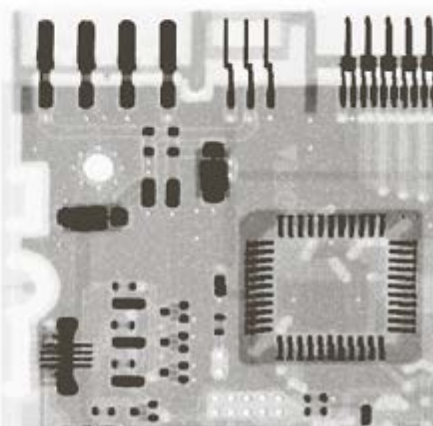
加入盐噪声的图像：
概率为0.1



3×3 逆谐波均
值滤波器的结
果， $Q=1.5$



3×3 逆谐波均
值滤波器的结
果， $Q=-1.5$





非线性滤波器：统计排序滤波器

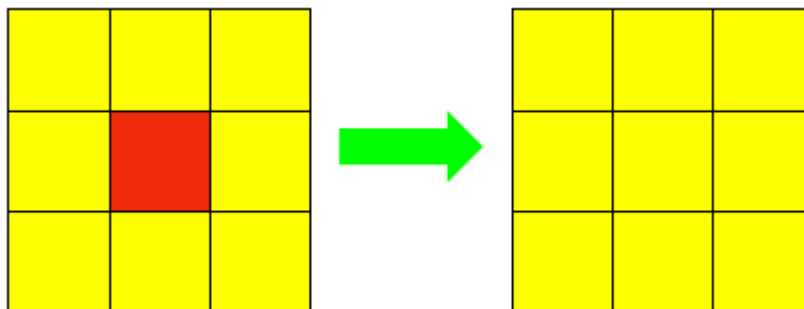
- 统计排序滤波器(Order-Statistics Filters)
- 它是一种非线性滤波器
- 它是基于滤波器所在图像区域内像素的排序，用排序结果决定的值来代替中心像素的值。
- 分类
 - 1. 中值滤波器
 - 2. 最大值滤波器
 - 3. 最小值滤波器
 - 4. 中点滤波器
 - 5. 修正的阿尔法均值滤波器

中值滤波器

- 中值滤波器(Median Filters)
- 原理：用滤波器区域内所有像素的中间值，作为结果值来代替中心像素值。

$$R = med\{z_k \mid k = 1, 2, \dots, n\}$$

- 强迫滤波器区域内突出的亮点（暗点）更像它周围的值，以消除孤立的亮点（暗点）。
- 作用：去除噪声。



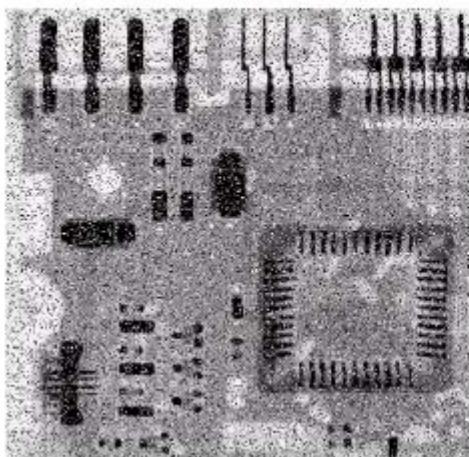


中值滤波器

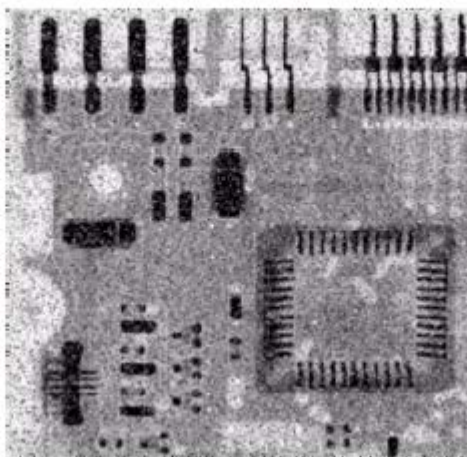
- 中值滤波器的特点：
 - 1. 对于去除椒盐噪声(salt-and-pepper noise)特别有效。
椒盐噪声：以黑白点叠加在图像上。
 - 2. 在去除噪声的同时，可以比较好的保留边缘的锐度和图像的细节。

中值滤波器：示例

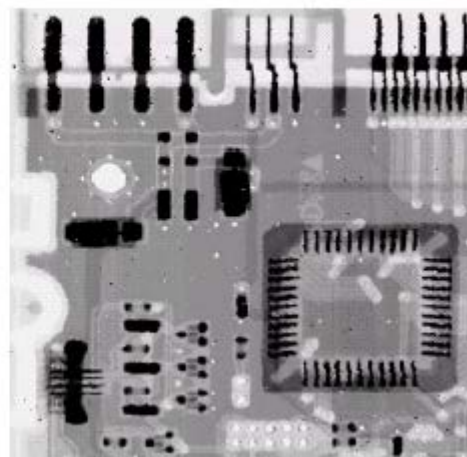
原图



3x3均值滤波



3x3中值滤波





最大值和最小值滤波器

- **最大值和最小值滤波器** (Max and Min Filter)

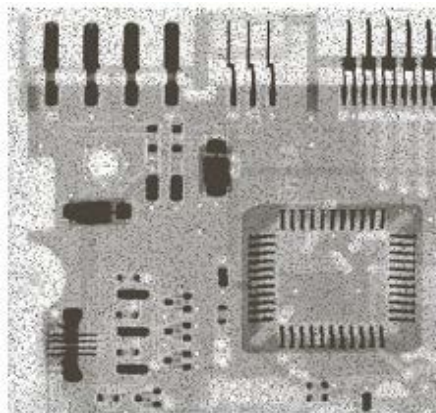
$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

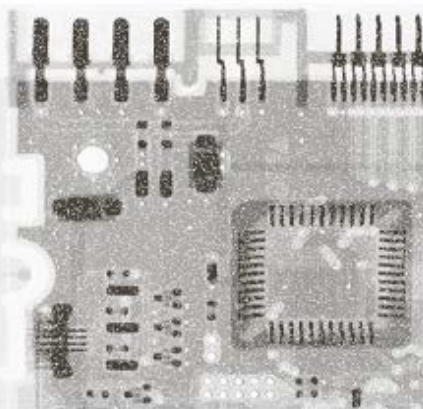
- 其中， S_{xy} 代表以 (x,y) 为中心的 $m \times n$ 矩形区域。
- 特点：
 - 1. 最大值滤波器用于发现图像中最亮的点，因此可以用来过滤“胡椒”噪声。
 - 2. 最小值滤波器用于发现图像中最暗的点，因此可以用来过滤“盐”噪声。

最大最小值滤波器示例：胡椒/盐噪声

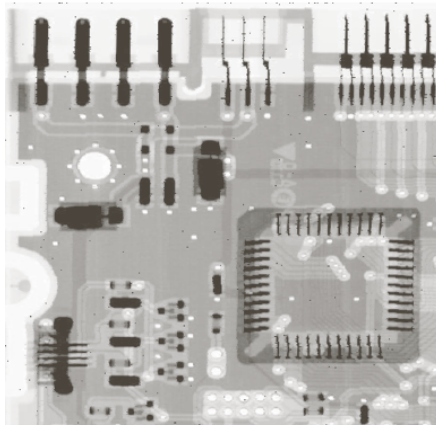
加入胡椒噪声的图像：
概率为0.1



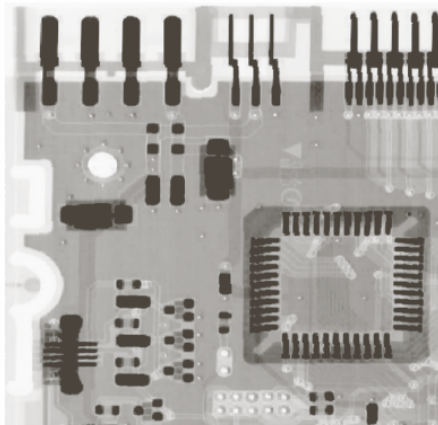
加入盐噪声的图像：
概率为0.1



3×3 最大值滤波器的结果



3×3 最小值滤波器的结果





中点滤波器

- 中点滤波器 (Midpoint Filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \right]$$

- 其中， S_{xy} 代表以 (x,y) 为中心的 $m \times n$ 矩形区域。
- 特点：
 - 1. 中点滤波器综合了统计滤波器和均值滤波器的特点。
 - 2. 它对高斯、均匀随机分布噪声有很好的滤波效果。



修正的阿尔法均值滤波器

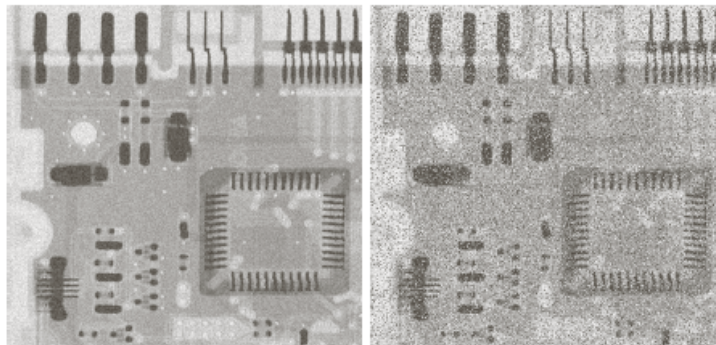
- 修正的阿尔法均值滤波器 (Alpha-trimmed Mean Filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g_r(s, t)$$

- 其中， g_r 代表以 (x,y) 为中心的 $m \times n$ 矩形区域中去掉 $d/2$ 个最大值像素和 $d/2$ 个最小值像素后剩下的像素。
- 特点：
 - 1. 当 $0 < d < (mn-1)/2$ 时，适合于有多种类型噪声混合在一起情况下的除噪，例如高斯和椒盐噪声混合在一起。
 - 2. 当 $d=0$ 时，该滤波器成为算术均值滤波器。
 - 3. 当 $d=(mn-1)/2$ 时，该滤波器成为中值滤波器。

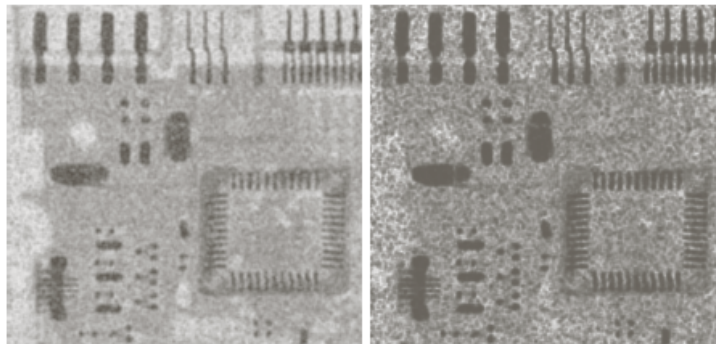
统计滤波器示例：均匀噪声+椒盐噪声

加入均匀分布噪声的图像：均值：0，方差：800



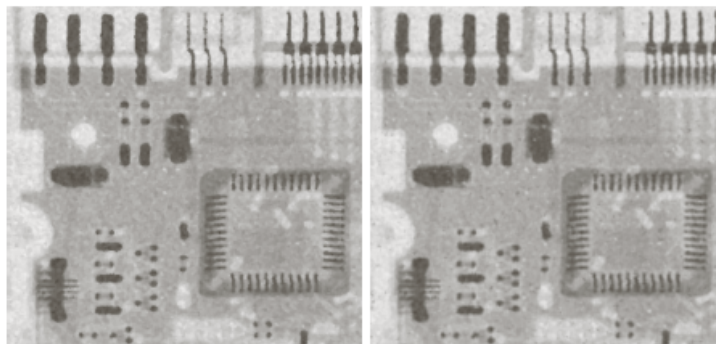
又加入椒盐噪声的图像， $P_a = P_b = 0.1$

5×5算术均值滤波器的结果



5×5几何均值滤波器的结果

5×5中值滤波器的结果



5×5修正的阿尔法均匀滤波器的结果



自适应的局部噪声消除滤波器

- 自适应的局部噪声消除滤波器 (Adaptive, local noise reduction filter)

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$$

- σ_{η}^2 : 噪声方差; M_L , σ_L^2 : 区域 S_{xy} 内像素灰度值的均值和方差。
- 设计思想:
 - 1. 当 $\sigma_{\eta}^2 = 0$ 时, 意味着这是个零噪声情形, 即 $g(x,y)=f(x,y)$, 所以滤波器输出为 $g(x,y)$ 。
 - 2. 当 $\sigma_{\eta}^2 \leq \sigma_L^2$ 时, 意味着该区域的灰度值方差大于噪声方差, 即该区域是图像的边缘区域。所以该区域应该予以保留, 即滤波器输出为 $g(x,y)$ 。
 - $\sigma_{\eta}^2 = \sigma_L^2$
 - 3. 当 $\sigma_{\eta}^2 > \sigma_L^2$ 时, 意味着该区域灰度值分布和噪声分布混合程度较深, 应该予以滤除, 这里使用均值滤波, 即滤波器输出为该区域均值。



自适应的局部噪声消除滤波器

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$$

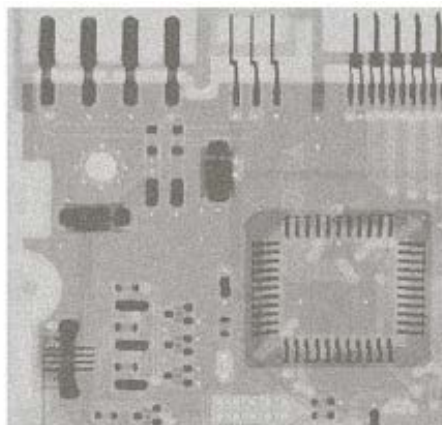
- 问题1：当 $\sigma_{\eta}^2 > \sigma_L^2$ 时，怎么办？
- 在此情况下，该滤波器仍然使用均值滤波器来消除噪声，即强行设置

$$\sigma_{\eta}^2 = \sigma_L^2$$

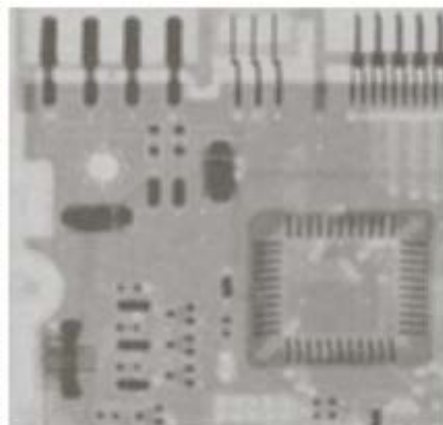
- 问题2：如何估计 σ_{η}^2 ？
- 无法估计！

自适应的局部噪声消除滤波器示例

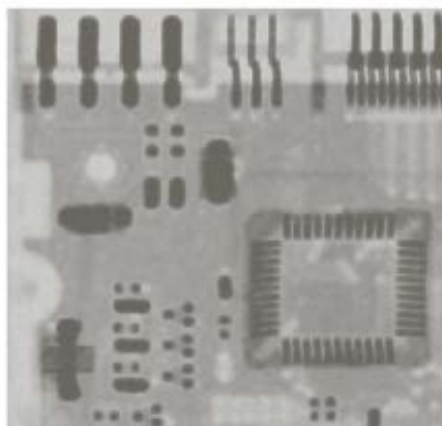
加入高斯噪声的
图像：均值：0，
方差：1000



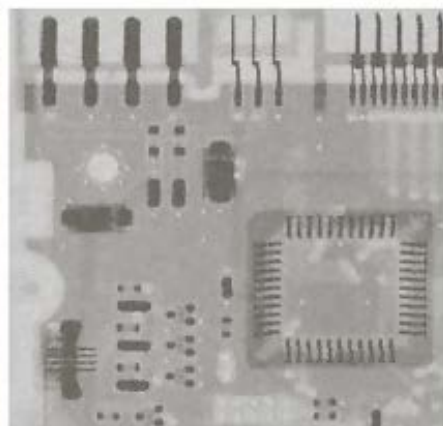
7×7 算术均值滤
波器的结果



7×7 几何均值滤
波器的结果



7×7 自适应噪
声消除滤波器
的结果





自适应中值滤波器

- 自适应中值滤波器 (Adaptive Median Filter)
- 目的：
 1. 消除椒盐噪声
 2. 降低滤波产生的失真现象
- 定义如下符号：
- Z_{\min} : S_{xy} 区域中灰度值最小值
- Z_{\max} : S_{xy} 区域中灰度值最大值
- Z_{med} : S_{xy} 区域中灰度值中值
- Z_{xy} : 点(x,y)的灰度值
- S_{\max} : 允许的最大 S_{xy} 区域

自适应中值滤波器

■ 自适应中值滤波器 (Adaptive Median Filter)

■ Level 1: $A1 = Z_{med} - Z_{min}$

■ $A2 = Z_{med} - Z_{max}$

■ If $A1 > 0$ and $A2 < 0$, 去 level 2

■ Else 增加邻域窗口大小

■ If 邻域窗口大小 $< S_{max}$, 重复 Level 1

■ Else 输出 Z_{xy}

■ Level 2: $B1 = Z_{xy} - Z_{min}$

■ $B2 = Z_{xy} - Z_{max}$

■ If $B1 > 0$ and $B2 < 0$, 输出 Z_{xy}

■ Else 输出 Z_{med}

说明中值 Z_{med} 不是脉冲，下一步检测 Z_{xy} 是不是脉冲

说明中值 Z_{med} 是脉冲，扩大窗口来找到非脉冲中值

说明 Z_{xy} 也不是脉冲，所以输出图像原值，从而不会产生图像失真。

说明 Z_{xy} 是脉冲，所以输出中值，从而产生中值滤波的效果。

自适应中值滤波器：示例

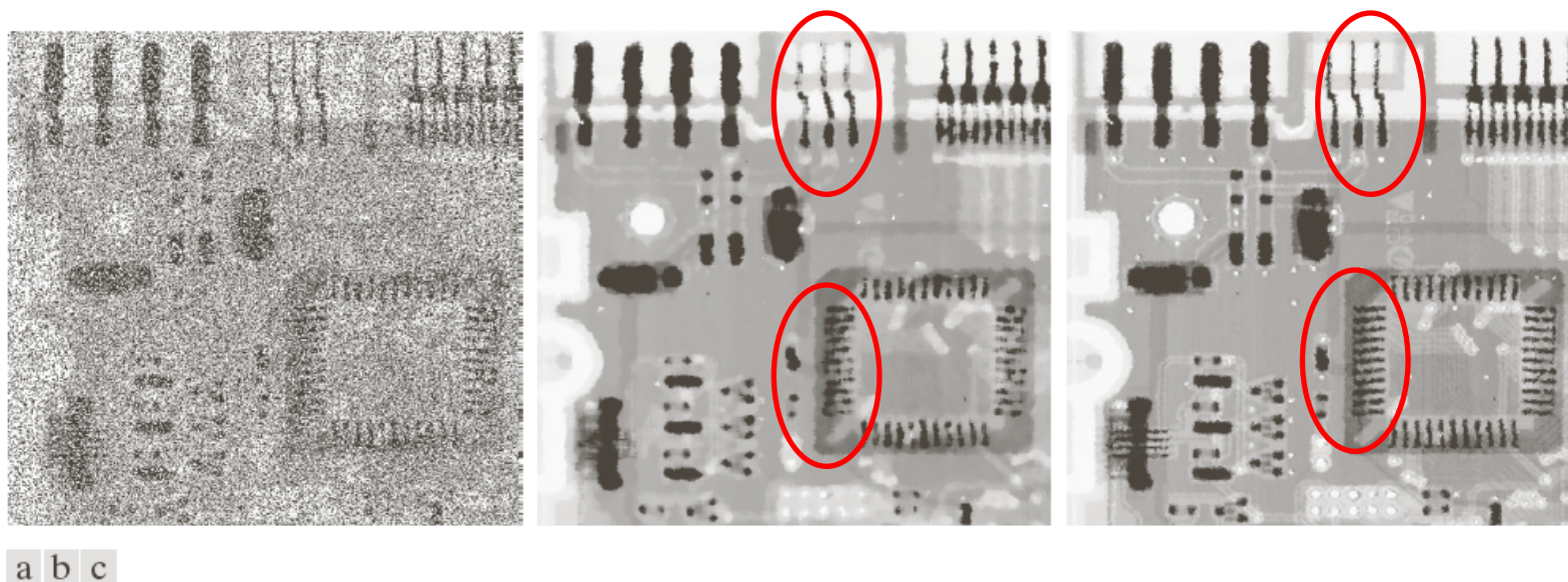


FIGURE 5.14 (a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities $P_a = P_b = 0.25$. (b) Result of filtering with a 7×7 median filter. (c) Result of adaptive median filtering with $S_{\max} = 7$.

左图：加入椒盐噪声的图像， $P_a=P_b=0.25$

中图： 7×7 中值滤波器的结果

右图： S_{\max} 为7的自适应中值滤波器的结果



空间域图像处理

- 基本概念
- 基本运算
 - ✓ 点运算
 - ✓ 直方图运算
 - ✓ 代数运算
- 空间滤波器
 - ✓ 平滑空间滤波器
 - ✓ 锐化空间滤波器



锐化空间滤波器

- 锐化空间滤波器(Sharpening Spatial Filters)
- 核心思想：突出图像中的细节，增强被模糊了的细节
- 应用领域：
 1. 印刷中的细微层次强调。弥补扫描对图像的钝化。
 2. 超声探测成像，分辨率低，边缘模糊，通过锐化来改善
 3. 图像识别中，做图像分割前，进行边缘提取，从而促进目标识别和定位。
 4. 恢复过度钝化、曝光不足的图像



锐化滤波器的设计原理

- 均值滤波产生钝化的效果，而均值与积分具有相似的性质。
- 那么，微分能不能产生相反的效果，即锐化的效果呢？
- 结论是肯定的。因此，可以用微分运算来设计锐化滤波器。
- 在图像处理中，数字函数的微分运算通常是用差值来定义。例如，数字函数 $f(x)$ 关于 x 轴的一阶导数可以表达为：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$



锐化滤波器的分类

- 锐化滤波器的分类：
 - 1. 二阶微分滤波器：拉普拉斯算子
 - 2. 一阶微分滤波器：梯度算子



拉普拉斯算子

- 一个图像函数 $f(x,y)$ 的拉普拉斯变换可以定义为：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- 沿 x , y 轴的二阶偏导可以定义为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \frac{\partial f(x+1) - f(x)}{\partial x} \\ &= f(x+2) - f(x+1) - [f(x+1) - f(x)] \\ &= f(x+2) - f(x) - 2f(x+1)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- 相加可得：

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

拉普拉斯算子：实施

标准实施

中心系数为负

偏导沿着x,y轴正向

	$f(x, y+1)$			$f(x-1, y+1)$		$f(x+1, y+1)$
0	1	0	1	1	1	
$f(x-1, y)$	$f(x, y)$	$f(x+1, y)$	1	-8	1	
0	1	0	1	1	1	
	$f(x, y-1)$		$f(x-1, y-1)$		$f(x+1, y-1)$	

扩展实施
(考虑了对角邻域)

中心系数为正

偏导沿着x,y轴反向

0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1