东 南 大 学 考 试 卷

课程名称	工程矩阵理论	考试学期	05-06-2	得　　分	
适用专业	工科硕士研究生	考试形式	闭　　卷	考试时间长度	150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一.（16%）假设 $C^{2\times 2}$ 的子空间 $V_1=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ a & b\end{pmatrix} \mid \forall a,b,c\in C\right\}$，

$$V_2=\left\{\begin{pmatrix} x & y \\ x & x+y\end{pmatrix} \mid \forall x,y\in C\right\}$$。分别求 $V_1,V_2,V_1\cap V_2,V_1+V_2$ 的基及其维数。

二.（8%）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$。试将 A^2e^A 表示成关于 A 的次数不超过 2 的多项式。

三.（16%）$C^{2\times 2}$ 上的线性变换 f 定义如下：

对任意 $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\in C^{2\times 2}$，　　$f(X)=\begin{pmatrix} a-b & c-d \\ c-d & a-b\end{pmatrix}$

1. 求 f 在 $C^{2\times 2}$ 的基 $E_{11},E_{12},E_{21},E_{22}$ 下的矩阵；

2. 求 f 的值域 $R(f)$ 及核子空间 $K(f)$ 的各一组基及它们的维数；

3. 问：$C^{2\times 2}=R(f)\oplus K(f)$ 是否成立？为什么？

四.（8%）假设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 0\end{pmatrix}$，求 A 的广义逆矩阵 A^+。

五.（12%）假设矩阵 A 的特征多项式是 $c(\lambda)=(\lambda-a)^6$，最小多项式是 $m(\lambda)=(\lambda-a)^3$，并且 $r(A-aI)=3$。

1. 写出 A 的若当标准形 K，并讨论 A^2 的若当标准形 J；

姓名＿＿＿＿　　学号＿＿＿＿

线　封　密

2. 写出e^{Jt}

六.（10%）假 设 $A\in C^{s\times t},B\in C^{m\times n},M=\begin{pmatrix}A & O\\ O & B\end{pmatrix}$ 。若 $\|A\|_F=a,\quad \|B\|_F=b$ ，

$\|A\|_2=c$， $\|B\|_2=d$。试求$\|M\|_F$和$\|M\|_2$。

七.（30%)证明题：

1. 假设$n\times n$矩阵A满足$A^2=2A$，证明：

   (1). A相似于对角阵$\Lambda=\begin{pmatrix}2I_r & \\ & O\end{pmatrix}$,其中$r$为$A$的秩；

   (2). $tr(A)=2r(A)$.

2. 假设酉矩阵A是正定的，证明：$A=I$。

3. 假设A是$n\times n$上三角矩阵，若A是正规矩阵，证明：A是对角阵。

4. 假设$n\times n$矩阵A的秩等于1，若A不是幂零阵，证明：A相似于对角阵。

5. 假设A,B均是$n\times n$ Hermite 矩阵，若A的特征值均大于a，B的特征值均大于b，证明：$A+B$的特征值均大于$a+b$。