定义

- 欧拉回路：通过图中每条边恰好一次的回路
- 欧拉通路：通过图中每条边恰好一次的通路
- 欧拉图：具有欧拉回路的图
- 半欧拉图：具有欧拉通路但不具有欧拉回路的图

性质

欧拉图中所有顶点的度都为偶数
若G是欧拉图，则它为若干个环的并，且每条边被包含在奇数个环内

判别法

1. 无向图是欧拉图当且仅当：
   - 非零度顶点是联通的
   - 顶点的度数都是偶数
2. 无向图是半欧拉图当且仅当：
   - 非零度零点是联通的
   - 恰有0或2个奇数度顶点

   可以看这道例题：[洛谷P1636]
   是一个典型的利用欧拉图、半欧拉图解决的题
   证明1：图中所有顶点的度数和一定为偶数
   因为每一条边，都使图的总度数加2。所以一个图的总度数必定为偶数
   证明2：图中的奇数度顶点一定有偶数个
   这个其实可以用到**证明1**，因为只要有一个奇数度顶点存在，那么为了维持图总度数为偶数，一定会有另一个奇数度顶点存在。
   故，本题中，如果存在$x(x \geqslant 2)$个奇数度顶点，x一定为偶数。这样的话，我们实际上可以将图拆分为$\frac{x}{2}$个半欧拉图，每个半欧拉图都可以一笔画完，所以总共需要$\frac{x}{2}$笔才能画完。
   当$x=0$时，这个图的所有顶点度数都是偶数，成为欧拉图，同样可以一笔画完，答案为1
   AC代码：

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

vector<int> edge[1005];

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);

    int n, m;
    cin >> n >> m;
    for (int i = 1; i <= m; ++i) {
        int a, b;
        cin >> a >> b;
        edge[a].push_back(b);
        edge[b].push_back(a);
    }
```

```
    int cnt = 0;
    for (int i = 1; i <= n; ++i) {
        if (edge[i].size() % 2 == 1) cnt++;
    }

    if (cnt == 0) {
        cout << 1 << '\n';
    } else {
        cout << cnt / 2 << '\n';
    }

    return 0;
}
```