

【注意】□□は答えのみ、その他の問題は途中の計算、答えも書くこと。

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の極限を求めよ。

ただし、必要に応じて  $\lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} = e$  を使用しても良い。

①  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} \log_3 x + \log_3 \sqrt{2x + 1} - \log_3 \sqrt{2x - 1} \right)$

②  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$

③  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{2x}$

④  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{1}{2x} \right)^{-x}$

(2)  $c, p, q (p \neq 0, q \neq 0)$  は定数とする。

また、関数  $f(x)$  は  $x = c$  で微分可能とする。

このとき、次の極限を  $c, p, q, f'(c)$  などを用いて表せ。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+ph) - f(c+qh)}{h}$$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax+b}{\cos x} = \frac{1}{2}$  を満たす定数  $a, b$  の値を求めよ。

(4) 次の関数を微分せよ。

①  $y = \sin \sqrt{x^2 + x + 1}$

②  $y = (\log x)^x \ (x > 1)$

【知識技能 40点 (1)~(4):各5点】

(1)	①	
	②	
	③	
	④	
(2)		
(3)		
(4)	①	
	②	

2  $y = x^x$  の導関数を求めよ。ただし、 $x > 0$  とする。

【知識技能 10点】

$y' =$

3  $f(x), g(x)$  は区間  $[a, b]$  で連続とする。

$f(a) > g(a)$  かつ  $f(b) < g(b)$  であるならば、  
方程式  $f(x) = g(x)$  は  $a < x < b$  の範囲に  
少なくとも1つの実数解を持つことを示せ。

【10点 思考判断表現】

4 (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$  の極限を調べよ。

(2)  $y = x^\alpha \ (x > 0, \alpha \text{ は実数})$  のとき、 $y'$  を求めよ。

【10点 思考判断表現 (1)(2):各5点】

4  $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$  を証明せよ。

【15点 思考判断表現】

5  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n-1} - x^2 + ax + b}{x^{2n} + 1}$  とする。

ただし、 $a, b$  は定数とし、 $a > 0, x \geq 0$  とする。

- (1)  $x \geq 0$  のときに連続となるための  $b$  の条件を求めよ。
- (2)  $b$  が(1)の条件を満たすとする。

$f(x)$ の最大値とそれを与える  $x$  の値を  $a$  を用いて表せ。

【15点 思考判断表現】