座位号__________

专业__________

学院__________

学号 □□□□□□□□□□□□

姓名__________

（密 封 线 内 不 答 题）

密……………………封……………………线

诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学考试

《 2009 线性代数 》试卷

注意事项：1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚；

2. 所有答案请直接答在试卷上(或答题纸上)；

3. 考试形式：闭卷；

4. 本试卷共 八 大题，满分 100 分， 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									
评卷人									

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 A，B 是任意 n 阶方阵，则以下等式中一定成立的是（   ）

A：$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$　　　　B：$\det(AB) = \det B \cdot \det A$

C：$\mathrm{rank}(A+B) = \mathrm{rank}(A) + \mathrm{rank}(B)$，　　　　D：$(AB)^T = A^T B^T$

2. 矩阵 $A_{m\times n}$ 的秩 rank(A)=m<n, B 为 n 阶方阵，则（   ）

A：A 的任意 m 阶子式都不为零　　　　B：当 rank(B)=m 时，rank(AB)=m

C：A 的任意 m 个列向量都线性无关　　　　D：A 的任意 m+1 阶子式都为零

3. 对矩阵 $A_{m\times n}$ 施行一次行变换相当于（   ）

A：左乘一个 m 阶初等矩阵，　　　　B：右乘一个 m 阶初等矩阵

C：左乘一个 n 阶初等矩阵，　　　　D：右乘一个 n 阶初等矩阵

4. 设 A，B 是实对称矩阵，则下列不成立的是（   ）

A：A+B 是实对称矩阵，　　　　B：AB 是实对称矩阵

C：ABA 是实对称矩阵，　　　　D：A-B 是实对称矩阵

5. 满足下列哪一条件的矩阵 A 称作正交矩阵（   ）

A：$A = A^T$　　　　B：$A^T = A^{-1}$

C：$A = A^{-1}$　　　　D：$\det A = \pm 1$

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 n 阶方阵 A 的所有特征值分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$，，则 $\det(\lambda_1 A - A^2) =$

2. 当 t ________ 时，向量组 $\alpha_1=(1,2,3)$，$\alpha_2=(2,3,1)$，$\alpha_3=(3,4,t)$ 线性相关。

3. 若 $\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^T X\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&9&6\\2&6&4\\1&5&3\end{pmatrix}$，则 X= ________

4. 当 t ________ 时，二次型：$5x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3-2tx_2x_3$ 为正定。

5. 已知有可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\theta&0\\0&0&\sin\theta\end{pmatrix}$，则 $P^{-1}A^4P=$ ________

三、判断下列命题的真伪，为真在括号内填“T”，为假填“F”．(共 10 分)

1．如果非齐次方程组 AX=B 的方程个数少于未知量个数，则方程组 AX=B 一定有无数多个解. （ ）

2．A、B 为矩阵，若 AB=E，则 A、B 都是可逆矩阵. （ ）

3．A、B、C 为矩阵，若 AB=BC，则 A=C. （ ）

4．若 rank(A)=rank(B)，则 A 与 B 等价 . （ ）

5．若矩阵 A 与 B 有相同的特征值，则 A、B 相似. （ ）

四、计算题（每小题 6 分，共 18 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&-2\\4&t&3\\3&-1&1\end{pmatrix}$，B 是非零的三阶方阵，且 AB=0，求 t 值。

2. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 4\\ 4 & 9 & 16\end{pmatrix}$，$A^*$为 A 的伴随矩阵，求 $\det A^*$。

3. 向量 ω 在基 α，β，γ 下的坐标是（4，3，5），求ω在 $\alpha-\beta$，$\beta-\gamma$，$\gamma-\alpha$ 下的坐标。

五、（7 分）计算行列式：$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5+x \\ 1 & 2 & 3 & 4+x & 5 \\ 1 & 2 & 3+x & 4 & 5 \\ 1 & 2+x & 3 & 4 & 5 \\ 1+x & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$。

六、（10 分）设 $\alpha_1=(0,1,1,2)$，$\alpha_2=(1,0,1,2)$，$\alpha_3=(1,1,0,0)$，$\alpha_4=(1,2,3,6)$；求向量空间

$L=\left\{k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3+k_4\alpha_4 \,\middle|\, k_i\in R, i=1,2,3,4\right\}$ 的一个基。

七、（10 分） 给定方程组 $\begin{cases} x_1 + ax_2 - 2x_3 = a \\ 2x_1 - 3x_2 + ax_3 = -1 \\ -3x_1 + (4-2a)x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

当方程组有无数多个解时，求其通解。

八、(10 分)用正交变换将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=6x_1^2+5x_2^2+7x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3$ 化为标准型。