2009－2010 年第 2 学期概率统计试题答案

一、（1）令甲$_{正}$＝甲掷出正面的次数，甲$_{反}$＝甲掷出反面的次数，乙$_{正}$＝乙掷出正面的次数，乙$_{反}$＝乙掷出反面的次数。

$\Omega-(甲_{正}>乙_{正})=(甲_{正}\le乙_{正})=(甲_{反}>乙_{反})$

因为硬币是均匀的，所以

$\mathrm{P}(甲_{正}>乙_{正})=P(甲_{反}>乙_{反})$

故 $\mathrm{P}(甲_{正}>乙_{正})=\frac{1}{2}$

二、 $\frac{b}{2a}$

三、

$A_1=\{第一车床加工的零件\}$ $A_2=\{第二车床加工的零件\}$ $\mathrm{B}=\{合格品\}$

(1) $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=\frac{867}{900}$

(2) $P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{475}{867}$

$P(A_2|B)=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)}=\frac{392}{867}$

四、 $P(X+Y<1)=P(X=-1,Y=0)+P(X=-1,Y=1)+P(X=0,Y=0)=0.2$

XY	－2	－1	0	1	2
概率	0.2	0.1	0.5	0	0.2

E(XY)=－0.1

五、 $A=\frac{1}{3}$

$EX=\int_0^1 dx\int_0^2 \frac{1}{3}x(x+y)dy=\frac{5}{9}$ $EY=\frac{11}{9}$ $E(XY)=\frac{2}{3}$

$\mathrm{cov}(X,Y)=-\frac{1}{81}$

$P\{(X,Y)\in D\}=\frac{53}{60}$

六、830 个

七、

令 $X=\dfrac{\xi-a}{\sigma}$， $Y=\dfrac{\eta-a}{\sigma}$

则 $\max(\xi,\eta)=a+\sigma\max(X,Y)$

$E[\max(X,Y)]=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}$

$\therefore E[\max(\xi,\eta)]=a+\dfrac{\sigma}{\sqrt{\pi}}$

八、

X_1 \ X_2	0	1	X_1 的边缘分布
0	$1-e^{-1}$	0	$1-e^{-1}$
1	$e^{-1}+e^{-2}$	e^{-2}	e^{-1}
X_2 的边缘分布	$1-e^{-2}$	e^{-2}	

X_1 的分布函数

$$F_{X1}(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 1-e^{-1} & 0<x\le 1\\ 1 & x>1\end{cases}$$

九、

$P(Z=1)=1-e^{-1}$

$P(Z=0)=e^{-1}$

$EZ=1-e^{-1}$， $EZ^2=1-e^{-1}$， $DZ=e^{-1}\left(1-e^{-1}\right)$

十、1、$\hat{\theta}_L=\min\limits_{1\le i\le n}\{X_i\}$　　2、$\hat{\theta}_L=\dfrac{1}{2}\max\limits_{1\le i\le n}\{X_i\}$

十一、 $H_0:\mu_0=100$　　$H_1:\mu_0\ne 100$

检验统计量为$t=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$， H_0的拒绝域为$W=\{|t|\ge t_{\alpha/2}(n-1)\}$

计算可得： $\bar{x}=99.98$, $s=1.122$　, $t=\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}=-0.050$

$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(7)=2.3646$　，$|t|\le t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$　故接受原假设。

（2） $\alpha = 0.1$ ， n=8　查表得 $\chi^2_{0.05}(7) = 14.067$， $\chi^2_{0.95}(7) = 2.167$

$s^2 = 1.259$　故置信区间为

$$[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}] = [0.626, 4.067]$$