

2009—2010 年第 2 学期《概率论与数理统计》期末试题（A 卷）

姓名 _____ 学号 _____

学院 _____ 专业 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							
评卷人							

题号	八	九	十	十一	总分
得分					
评卷人					

注意：1、共十一题，一至七题 2 学分和 3 学分都要做。八、九两题
仅仅 2 学分做，十、十一两题仅仅 3 学分做。

一、（8 分）甲、乙两人掷均匀硬币，其中甲掷 $n+1$ 次，乙掷 n 次。求“甲掷出正面的次数大于乙掷出正面的次数”这一事件的概率。

二、（8 分）在线段 AB 上，有一点 C 介于 A, B 之间，线段 AC 的长度 $AC=a$ 大于线段 CB 的长度 $CB=b$ 。在线段 AC 上随机地取一点 X ，在线段 CB 上随机地取一点 Y ，求长度为 AX, XY, YB 的线段可构成一个三角形的概率。

三、（12 分）两台机床加工同样的零件，第一台出现废品的概率为 0.05，第二台出现废品的概率为 0.02，加工的零件混放在一起，若第一台车床与第二台车床加工的零件数为 5:4。

求（1）任意地从这些零件中取出一个合格品的概率；

（2）若已知取出的一个零件为合格品，那么，它是由哪一台机床生产的可能性较大。

四、（12 分）设离散型随机向量 (X, Y) 的联合分布如下：

Y \ X	-1	0	1
0	0.1	0	0.1
1	0.1	0.2	0
2	0.2	0.1	0.2

试求：(1)、 $P(X+Y<1)$ (2)、 $E(XY)$

五、(14 分)设的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x+y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求：(1)、 A 。

(2)、 $E(XY)$, $\text{cov}(X, Y)$, X 和 Y 的相关系数。

(3)、 (X, Y) 落入区域 $D = \{0 \leq x \leq 1, y \geq x^2\}$ 的概率。

六、(10) 某学院有 1000 名学生，每人有 80% 的概率去大礼堂听讲座，问礼堂至少要有多少座位才能以 99% 的概率保证去听讲座的同学有座位？

七、(12分)设随机变量 ξ 与 η 独立，并有相同的分布 $N(a, \sigma^2)$ 。试证：

$$E[\max(\xi, \eta)] = a + \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}$$

八、(仅仅 2 学分做) (12) 假设随机变量 Y 服从参数 $\lambda = 1$ 的指数分布，令随机变量

$$X_k = \begin{cases} 0 & Y \leq k \\ 1 & Y > k \end{cases} \quad (k = 1, 2)$$

求 (1)、 X_1 和 X_2 的联合概率分布。

(2)、 X_1 的分布函数。

九、(仅 2 学分做) (12 分) 设 X, Y 是相互独立的随机变量，其概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0, \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

已知 X, Y 的函数

$$Z = g(X, Y) = \begin{cases} 1 & X \leq Y, \\ 0 & X > Y. \end{cases}$$

试求 EZ , DZ 。

十、(仅仅 3 学分做)(12 分)设总体 X 的密度函数为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{|\theta|} & \theta < x < \theta + |\theta|, \\ 1 & \text{other} \end{cases}$,

试就以下两种情况分别求 θ 的最大似然估计量。

(1)、 $\theta < 0$ (2)、 $\theta > 0$

十一、(仅仅 3 学分做) (12 分)

化肥厂用自动包装机装化肥，某日测得 8 包化肥的重量（斤）如下：

98.7 100.5 101.2 98.3 99.7 99.5 101.4 100.5

已知各包重量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$

(1) 是否可以认为每包平均重量为 100 斤（取 $\alpha = 0.05$ ）？

(2) 求参数 σ^2 的 90% 置信区间。

可能用到的上侧分位点：

$$t_{0.025}(6) = 2.45, \quad t_{0.025}(7) = 2.36, \quad t_{0.025}(8) = 2.31$$

$$t_{0.05}(6) = 1.94, \quad t_{0.05}(7) = 1.90, \quad t_{0.05}(8) = 1.86$$

$$\chi_{0.05}^2(6) = 12.6, \quad \chi_{0.05}^2(7) = 14.1, \quad \chi_{0.05}^2(8) = 15.5$$

$$\chi_{0.95}^2(6) = 1.64, \quad \chi_{0.95}^2(7) = 2.17, \quad \chi_{0.95}^2(8) = 2.73$$