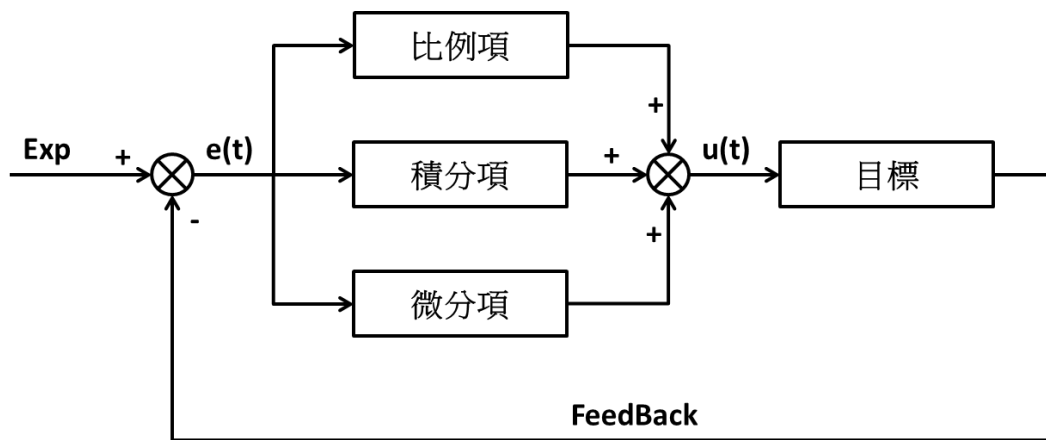


PID 控制器

中原大學 CYPH 王文宏

PID 控制器由比例 Proportional、積分 Integral、微分 Derivative 所組成



在已知 $e(t) = \text{Exp} - \text{Feedback}$ 可寫成以下形式，其中 K_P 為比例參數

$$u(t) = K_P[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt}]$$

將其展開，其中 T_I, T_D 為積分時間與微分時間

$$u(t) = K_P e(t) + \frac{K_P}{T_I} \int_0^t e(t) dt + K_P T_D \frac{de(t)}{dt}$$

對上式作離散化

$$u(t) = K_P e(t) + \frac{K_P}{T_I} \sum_{t=0}^t e(t) \Delta t + K_P T_D \frac{e(t) - e(t-1)}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow u(t) = K_P e(t) + \frac{K_P \Delta t}{T_I} \sum_{t=0}^t e(t) + \frac{K_P T_D}{\Delta t} (e(t) - e(t-1))$$

令 $K_I = \frac{K_P \Delta t}{T_I}$, $K_D = \frac{K_P T_D}{\Delta t}$ ，可到到**位置式 PID**，其中 K_I 為積分參數， K_D 為微分參數

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \sum_{t=0}^t e(t) + K_D (e(t) - e(t-1))$$

由 $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ 可得到**增量式 PID**

$$\Delta u(t) = K_P (e(t) - e(t-1)) + K_I e(t) + K_D (e(t) - 2e(t-1) + e(t-2))$$

增量式 PID 與**位置式 PID** 之關係為

$$u(t) = \sum_{t=0}^t \Delta u(t)$$