

CARACTERISTIQUES D'UN FILTRE

filtre RC du 1^{er} ordre

L'objectif de ce TP est de rappeler les caractéristiques des filtres RC de base et de mettre en œuvre des méthodes efficaces de mesure de leurs caractéristiques.

A l'issue de la séance, vous devez être capable d'évaluer rapidement les performances d'un filtre.

1. MATERIEL

Matériel par poste de travail:

- 1 plaquette d'essai
- 1 oscilloscope numérique
- 1 générateur de fonctions
- 1 capacité de 10 nF
- 1 résistance de 3,3 k Ω (orange/orange/rouge)
- 1 résistance de 10 k Ω (marron/noir/orange)
- 1 Té BNC
- 1 cordon coaxial. BNC/BNC
- 1 cordon coaxial BNC/BANANE
- 1 sonde d'oscilloscope "par 10"

2. RAPPEL

2.1. Amplification en tension et gain

Une des caractéristiques d'un quadripôle est son amplification en tension. L'amplification est définie à une fréquence donnée ou sur une plage de fréquence (amplification en continu, amplification à la résonance, amplification dans la bande passante...).

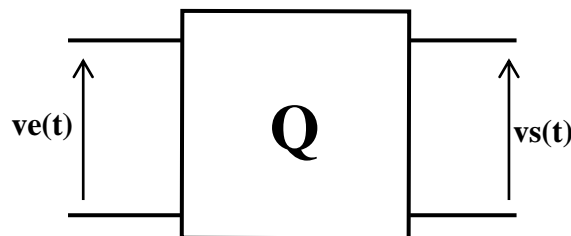


Fig. 1 : quadripôle

$$v_e(t) = V_e \cdot \sin(\omega t)$$

$$v_s(t) = V_s \cdot \sin(\omega t + \varphi) = V_e \cdot |A| \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Amplification en tension A du quadripôle est en notation complexe $A = |A|.e^{j\varphi}$

- Module : $|A| = \frac{V_s}{V_e}$
- Argument : $\varphi = \text{déphasage de } v_s(t) \text{ par rapport à } v_e(t)$
- Gain du quadripôle exprimé en décibel : $G_{dB} = 20 \log_{10} |A|$ dB

2.2. Fréquence de coupure

La réponse d'un quadripôle en fréquence correspond à l'évolution de son amplification (module et phase) en fonction de la fréquence du signal d'entrée.

La ou les fréquences de coupure limitent la zone où l'amplification varie "peu" : c'est la bande passante du quadripôle. Au delà d'une fréquence de coupure, l'amplification diminue rapidement.

Dans le cas des filtres passe-bas, passe-haut ou passe-bande à "maximum plat" :

- la fréquence de coupure f_c est définie à -3dB ($20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -3$)
- à la fréquence de coupure f_c , le gain en dB correspond au gain maximum en dB du quadripôle diminué de 3dB : $G_{dB}(f_c) = G_{\max_{dB}} - 3$ dB
- à la fréquence de coupure, on a donc : $\frac{|A(f_c)|}{|A_{\max}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

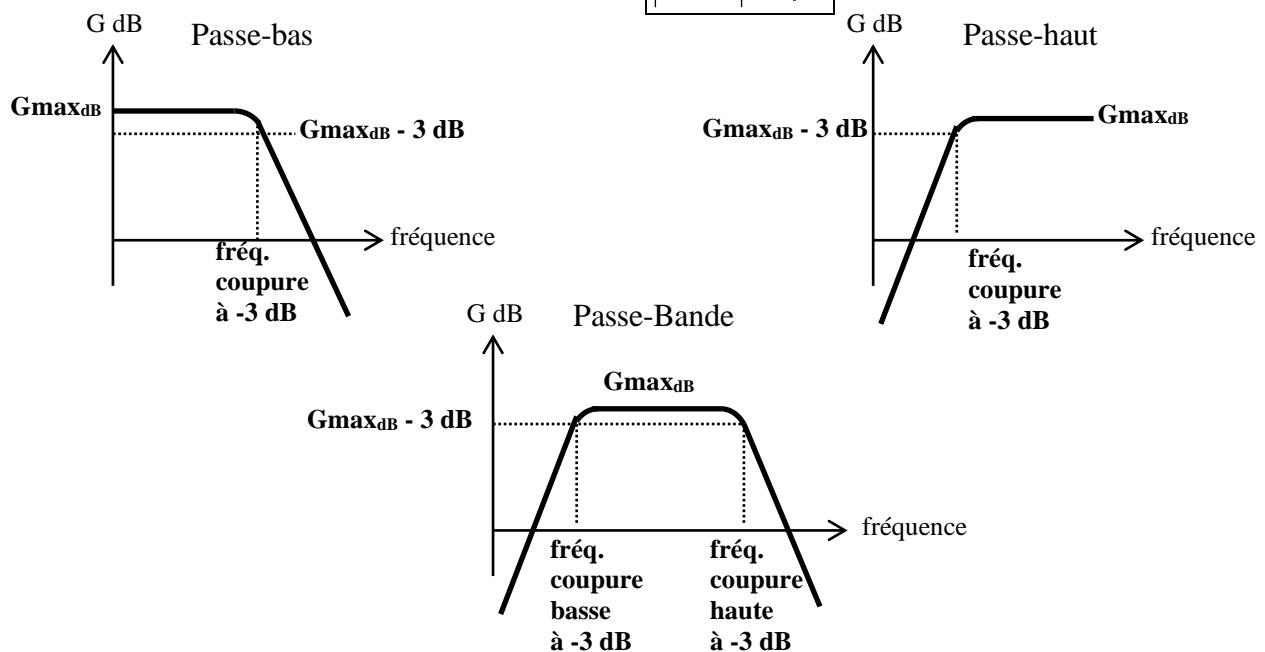


Fig. 2 : définition fréquence de coupure à -3 dB

Les mesures de gain et de fréquence de coupure n'ont de sens que si le quadripôle reste dans un domaine linéaire : $v_e(t)$ sinusoïdal $\rightarrow v_s(t)$ sinusoïdal

2.3. Réponse à un échelon

Un système du premier ordre est totalement défini par sa constante de temps τ . Les systèmes d'ordre supérieur et les systèmes non linéaires sont beaucoup plus difficiles à caractériser. L'analyse de la réponse d'un système à un échelon donne les caractéristiques de temps de montée et de temps de réponse qui donne une idée globale du comportement du système.

2.3.1. Temps de montée

Le temps de montée caractérise la vitesse de montée du signal. Pendant le temps de montée, le signal passe de 10% à 90% de sa valeur finale.

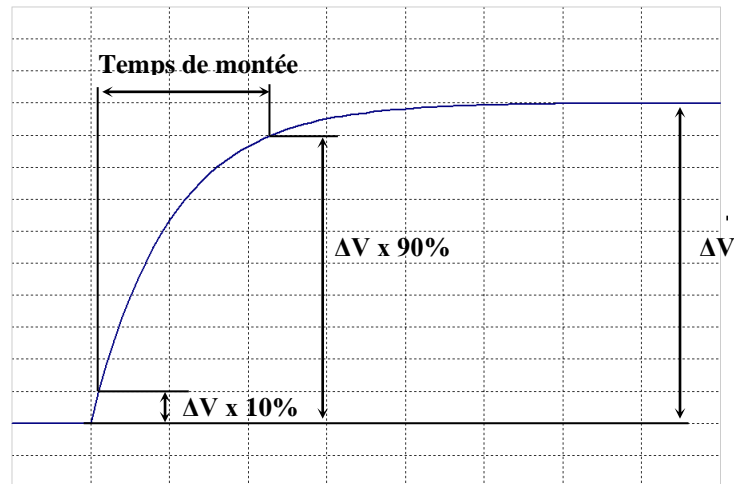


Fig. 3 : mesure du temps de montée

Dans le cas d'un système du premier ordre, le temps de montée T_m est égal à $2,2\tau$. $T_m = 2,2.\tau$

2.3.2. Temps de réponse

C'est le temps pour que le signal atteigne sa valeur finale à mieux que 5%.

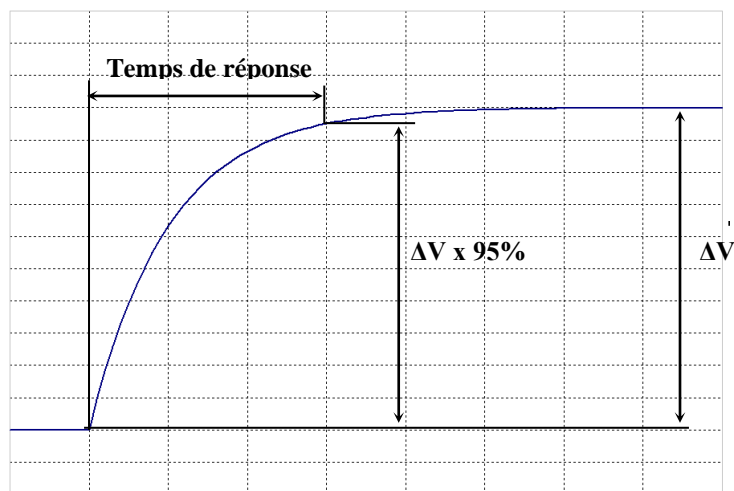


Fig. 4: mesure du temps de réponse

Dans le cas d'un système du premier ordre le temps de réponse T_r est égal à 3τ . $T_r = 3.\tau$

3. PREPARATION

3.1. Etude du filtre passe-bas du 1^{er} ordre

Le montage suivant est un filtre RC passe-bas du 1^{er} ordre.

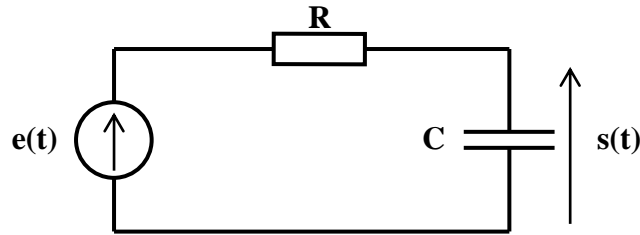


Fig. 5 : filtre RC passe-bas du 1^{er} ordre

3.1.1. Etude en régime harmonique ou sinusoïdal

- Exprimer la fonction de transfert $T(\omega) = S / E$ en fonction des éléments.

En électronique, la fréquence est utilisée majoritairement pour caractériser les filtres.

- Donner la fonction de transfert $T(f) = S / E$ en fonction des éléments.
- Préciser le module $|T(f)|$ et l'argument $\text{Arg}(T(f))$.
- Quelles sont les valeurs limites de $|T|$ et $\text{Arg}(T)$ quand la fréquence f tend vers 0 puis vers ∞ ?
- Déterminer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3dB .
- Préciser le module $|T(f_c)|$ et l'argument $\text{Arg}(T(f_c))$.
- Tracer l'allure du diagramme de Bode (gain en dB et phase en degré) de $T(f)$.

Rappel : dans un diagramme de Bode, l'axe des fréquences est gradué logarithmiquement.

3.1.2. Etude avec un signal carré

Sans démonstration :

- Donner la réponse temporelle $s(t)$ du filtre à un échelon d'amplitude E lorsque la tension initiale aux bornes du condensateur est nulle.
 - o $e(t) = 0$ pour $t < 0$
 - o $e(t) = E$ pour $t \geq 0$
 - o $s(t) = 0$ pour $t < 0$
- Tracer l'allure de cette réponse.
- Que devient la réponse temporelle $s(t)$ à un échelon lorsque la tension initiale aux bornes du condensateur n'est pas nulle ?
 - o $e(t) = 0$ pour $t < 0$
 - o $e(t) = E$ pour $t \geq 0$
 - o $s(t) = S_0 \neq 0$ pour $t = 0$
- Donner en régime établi, l'allure de $s(t)$ lorsque $e(t)$ est un signal carré périodique dans les 2 cas suivants : période $T = 0,1RC$ et période $T = 10RC$.
 - o $e(t) = +E$ pour $kT \leq t < kT + T/2$ et k entier
 - o $e(t) = -E$ pour $kT + T/2 \leq t < (k+1)T$ et k entier

3.1.3. Schéma équivalent

Les caractéristiques du filtre RC passe-bas du 1^{er} ordre étant connues, il est intéressant de pouvoir transformer si possible un schéma plus complexe en ce modèle équivalent. La figure ci-dessous illustre ce type de transformation.

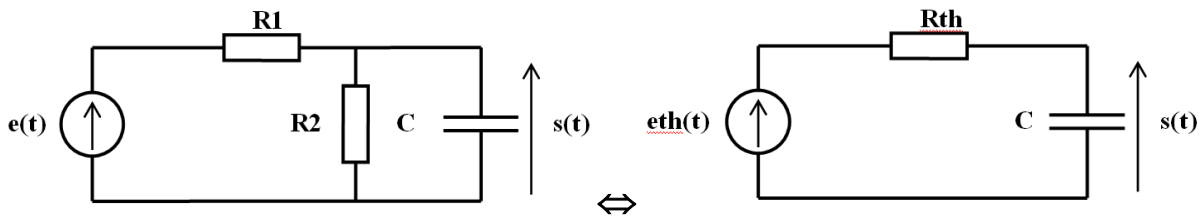


Fig. 6 : Schéma équivalent grâce au modèle de Thévenin

- Déterminer les paramètres e_{th} et R_{th} du modèle de Thévenin équivalent au circuit e , $R1$ et $R2$.

3.2. Filtre passe-haut du 1^{er} ordre

Le montage suivant est un filtre RC passe-haut du 1^{er} ordre.

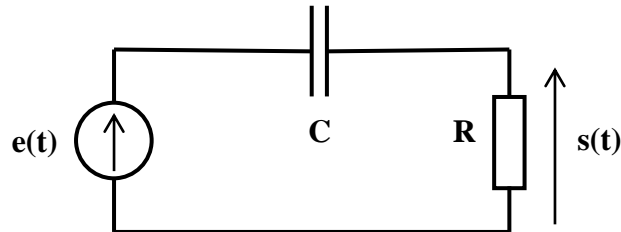


Fig. 7 : filtre RC passe-haut du 1^{er} ordre

3.2.1. Etude en régime harmonique ou sinusoïdal

- Donner la fonction de transfert $T(f) = S / E$ en fonction des éléments.
- Préciser le module $|T(f)|$ et l'argument $\text{Arg}(T(f))$.
- Quelles sont les valeurs limites de $|T(f)|$ et $\text{Arg}(T)$ quand la fréquence f tend vers 0 puis vers ∞ ?
- Déterminer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3dB .
- Préciser le module $|T(f_c)|$ et l'argument $\text{Arg}(T(f_c))$.
- Tracer l'allure du diagramme de Bode (gain en dB et phase en degré) de $T(f)$.

3.2.2. Etude avec un signal carré

Sans démonstration :

- Donner la réponse temporelle $s(t)$ du filtre à un échelon d'amplitude E lorsque la tension initiale aux bornes du condensateur est nulle.
 - o $e(t) = 0$ pour $t < 0$
 - o $e(t) = E$ pour $t \geq 0$
 - o $s(t) = 0$ pour $t < 0$
- Tracer l'allure de cette réponse.

4. MANIPULATION

4.1. Filtre RC passe-bas du 1^{er} ordre

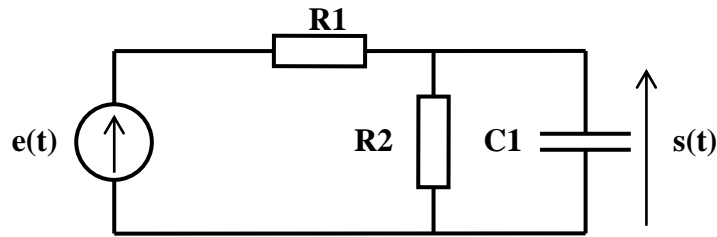


Fig. 8 : filtre RC passe-bas du 1^{er} ordre

- Réaliser le filtre précédent avec $R1 = 3,3 \text{ k}\Omega$, $R2 = 10 \text{ k}\Omega$ et $C1 = 10 \text{ nF}$

Nota : Pour le câblage électrique, les masses de tous les appareils sont reliées ensemble et forment un potentiel de référence.

4.1.1. Réponse en fréquence

L'expérimentation s'effectue avec un signal d'entrée sinusoïdal.

- Régler le signal d'entrée $e(t)$ sinusoïdal de 3,75V crête à crête.

L'étude en fréquence se limite au domaine 100 Hz à 100 kHz.

- Vérifier le type de filtre.
- Mesurer l'amplification max.
- Mesurer la fréquence de coupure du filtre à -3dB par la méthode rapide (voir méthode en annexe A1).
- Relever le diagramme de Bode du filtre pour le gain en décibel uniquement en se limitant à 5 fréquences judicieusement choisies.
- Compléter le diagramme de Bode du filtre avec la phase en degré (voir méthode en annexe A2) en se limitant à 5 fréquences judicieusement choisies.
- Positionner clairement la fréquence de coupure sur le tracé.
- Tracer les asymptotes sur les courbes de gain et de phase.
- Les courbes correspondent-elles à un filtre passe-bas du 1^{er} ordre ?
- Justifier la fréquence de coupure mesurée.
- Justifier l'amplification maximale mesurée.

4.1.2. Réponse à un signal carré

L'expérimentation s'effectue avec un signal d'entrée carré.

- Régler le signal d'entrée $e(t)$ carré de 5,3V crête à crête à la fréquence de 1 kHz.
- Relever rapidement l'oscillogramme présentant $e(t)$ et $s(t)$.
- Mesurer la constante de temps de ce circuit avec les deux méthodes suivantes :
 - temps de montée en utilisant la mesure automatique "rise time",
 - temps de réponse en utilisant les curseurs.
- Comparer les mesures obtenues à la valeur théorique.
- Indiquer qualitativement les changements de forme et d'amplitude du signal $s(t)$ quand la fréquence du signal d'entrée évolue de 1kHz à 7 kHz puis de 7 kHz à 50 kHz.
- Interpréter ces observations en utilisant le diagramme de Bode sachant qu'un signal carré se décompose en série de Fourier.

4.2. Filtre RC passe-haut du 1^{er} ordre

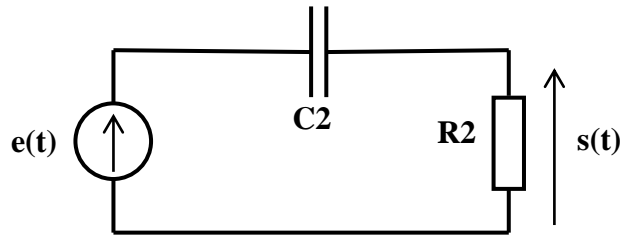


Fig. 9 : filtre RC passe-haut du 1^{er} ordre

- Réaliser le filtre précédent avec $R2 = 10\text{ k}\Omega$ et $C2 = 10\text{ nF}$

Réponse en fréquence

L'expérimentation s'effectue avec un signal d'entrée sinusoïdal.

- Régler le signal d'entrée $e(t)$ sinusoïdal de 2,82V crête à crête.

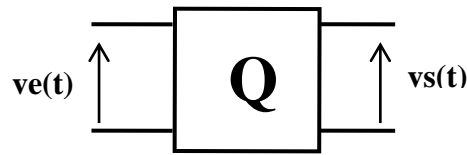
L'étude en fréquence se limite au domaine 100 Hz à 100 kHz.

- Vérifier le type de filtre.
- Mesurer l'amplification max.
- Mesurer la fréquence de coupure du filtre à -3dB par la méthode rapide.
- Relever le diagramme de Bode du filtre (gain en décibel uniquement) en se limitant à 5 fréquences judicieusement choisies.
- Positionner clairement la fréquence de coupure sur le tracé.
- Tracer les asymptotes sur la courbe de gain.
- La courbe correspond-elle à un filtre passe-haut du 1^{er} ordre ?
- Comparer la fréquence de coupure mesurée à la valeur théorique.

A.1. Méthode de mesure rapide d'une fréquence de coupure

Principe

Dans le cas d'un quadripôle ayant une réponse de type passe-bas, passe-haut ou passe-bande à "maximum plat", la fréquence de coupure f_c est définie à -3dB .



L'amplitude V_e de la tension sinusoïdale d'entrée du quadripôle est fixe.

$V_{s\max}$ est l'amplitude maximale de la tension en sortie du quadripôle sur tout le domaine de fréquence. **Il faut rester dans un domaine linéaire** ($v_e(t)$ sinusoïdal $\rightarrow v_s(t)$ sinusoïdal).

A la fréquence de coupure à -3dB , les amplitudes $V_{s\max}$ et V_s sont liées par :
$$V_s = \frac{V_{s\max}}{\sqrt{2}}$$

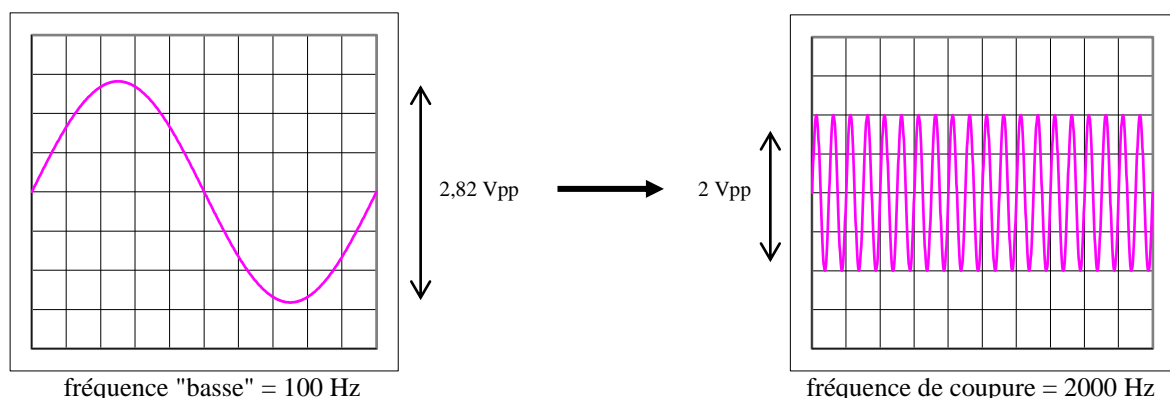
Méthode

Cette méthode rapide nécessite une tension d'entrée v_e d'amplitude constante donc indépendante de la fréquence :

- La tension de sortie du générateur doit être stable lorsque la fréquence évolue.
- L'impédance d'entrée du quadripôle doit être indépendante de la fréquence ou très grande devant l'impédance interne du générateur.

La méthode de mesure rapide de la fréquence de coupure est décrite dans le cas d'un filtre passe-bas¹ inconnu. Le domaine de fréquence² s'étend par exemple de 100 Hz ³ à 100 kHz .

1. Visualiser les tensions d'entrée v_e et de sortie v_s du quadripôle grâce à l'oscilloscope.
 2. Configurer le générateur pour obtenir une tension d'entrée v_e sinusoïdale de fréquence "basse" de 100 Hz .
 3. Régler le générateur pour obtenir une tension de sortie V_s de $2,82\text{ Vpp}$ ⁴ ($V_{s\max}$).
 4. Vérifier le type de filtre en effectuant un balayage en fréquence rapide jusqu'à la fréquence "haute" de 100 kHz . La tension d'entrée crête à crête doit rester constante.
 5. Revenir à la fréquence "basse".
 6. Augmenter la fréquence jusqu'à obtenir une tension de sortie V_s de 2 Vpp $\left(V_s = \frac{V_{s\max}}{\sqrt{2}} \right)$.
- La fréquence relevée sur le générateur est la fréquence de coupure f_c .



Exemple : oscillogrammes de v_s pour un filtre passe-bas
calibre : $0,5\text{ V/div}$, 1 ms/div

1 Lorsque cette méthode est assimilée, elle peut être transposée facilement à un autre type de filtre.

2 Si le domaine de fréquence n'est pas précisé alors il est à adapter à l'utilisation du quadripôle.

3 En dessous de 100 Hz , le mode AC de l'oscilloscope est exploitable pour des mesures de gain jusqu'à 10 Hz uniquement si des sondes par 10 sont utilisées.

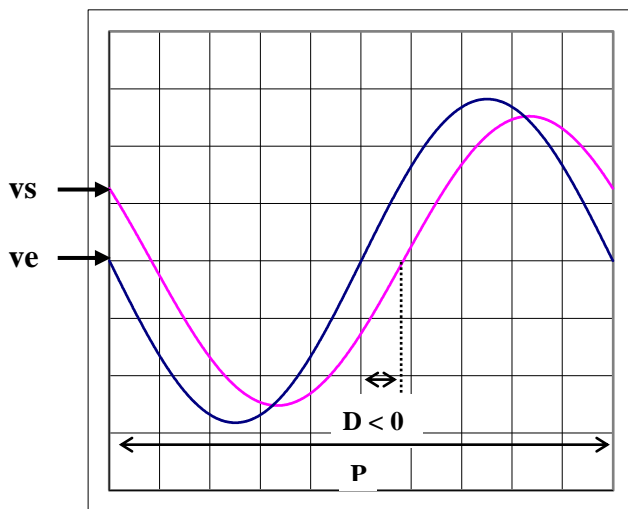
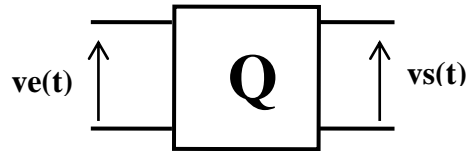
4 La tension de sortie doit être adaptée au quadripôle pour rester dans le domaine linéaire.

A.2. Méthode de mesure directe du déphasage à l'oscilloscope

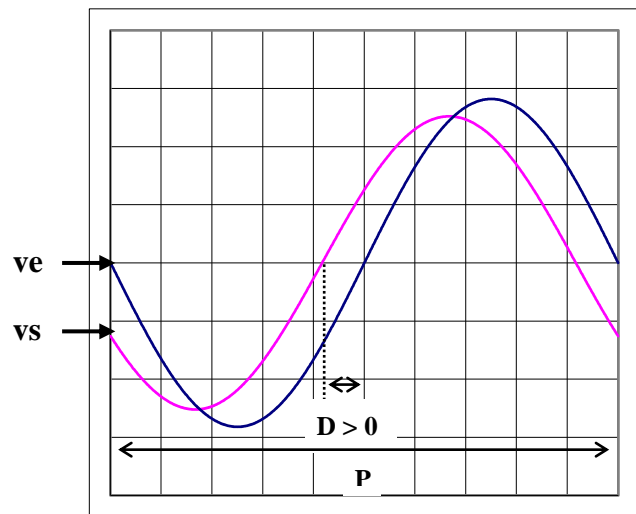
Plutôt que la méthode de mesure de déphasage dites de Lissajous qui nécessite un formulaire de calcul, un passage en XY et une réflexion intense, nous préférons une méthode directe plus intuitive et plus rapide.

Principe

Les tensions sinusoïdales d'entrée v_e et de sortie v_s du quadripôle sont visualisées avec un oscilloscope.



Déphasage v_s par rapport à $v_e = -30$ deg



Déphasage v_s par rapport à $v_e = +30$ deg

Exemple d'oscillogrammes de signaux déphasés

La mesure du décalage temporel D entre les points de passage par 0 en montant⁵ de v_e et de v_s permet de déterminer le déphasage φ de v_s par rapport à v_e .

Le décalage D est signé :

- $D < 0$ si v_s monte et passe par 0 après référence v_e
- $D > 0$ si v_s monte et passe par 0 avant référence v_e

Sachant que la période P du signal sinusoïdal est équivalente à 360 degrés, le déphasage en

degré est donné par : $\boxed{\varphi(v_s/v_e) = 360 \cdot \frac{D}{P} \text{ deg}}$

⁵ Le décalage entre les fronts descendants peut être également utilisé pour la mesure du déphasage.

Méthode

Réglage préliminaire

1. Choisir les calibres de tension pour avoir les signaux en plein écran.
2. Positionner verticalement les signaux :
 - position DC : compenser les composantes continues pour avoir les sinusoïdes symétriques par rapport l'axe X.
 - position AC⁶ si $f > 100$ Hz : réglage le même zéro pour les 2 voies puis passer en AC pour éliminer les composantes continues.
3. Synchroniser l'oscilloscope sur le signal v_e pris pour référence.

Mesure du déphasage avec les divisions

4. Choisir la base de temps pour avoir une période du signal de référence v_e à l'écran.
5. Mesurer la période P_{div} du signal de référence v_e en nombre de division.
6. Déterminer le signe du décalage D_{div} .
7. Mesurer le décalage $|D_{div}|$ en division entre les points de passage par 0 en montant⁷ de v_e et de v_s .

8. Calculer le déphasage en degré : $\varphi_{(v_s / v_e)} = 360 \cdot \frac{D_{div}}{P_{div}}$ deg

Mesure du déphasage avec les curseurs

4. Calculer la période P_t en utilisant la fréquence indiquée par le générateur.
5. Déterminer le signe du décalage D_t .
6. Mesurer grâce aux curseurs, le décalage $|D_t|$ en unité de temps entre les points de passage par 0 en montant⁸ de v_e et de v_s (dilater si besoin autour du passage par zéro).

7. Calculer le déphasage en degré : $\varphi_{(v_s / v_e)} = 360 \cdot \frac{D_t}{P_t}$ deg

6 En dessous de 100 Hz, le mode AC de l'oscilloscope est exploitable pour des mesures de phase jusqu'à 10 Hz uniquement si des sondes par 10 sont utilisées.

7 Le décalage entre les fronts descendants peut être également utilisé pour la mesure du déphasage.

8 Le décalage entre les fronts descendants peut être également utilisé pour la mesure du déphasage.