

2. План выполнения работы

1. Анализ математических моделей, выбранных для исследования

- (a) Исследование уравнения Бюргерса в одномерной, двумерной и трёхмерной постановках
- (b) Изучение уравнения Кортевега–де Фриза–Бюргерса (KdV–Burgers) и его физического смысла
- (c) Обзор существующих численных и аналитических методов решения указанных уравнений
- (d) Обоснование актуальности применения методов глубокого обучения, в частности PINN, для их решения

2. Обзор и классификация методов Physics-Informed Neural Networks (PINN)

- (a) Классическая архитектура PINN
- (b) Современные модификации: SA-PINN, XPINN, Fourier Feature Embeddings, PNet и др.
- (c) Сравнение архитектур по устойчивости, точности и применимости

3. Численный эксперимент: одномерное уравнение Бюргерса

- (a) Реализация базовой архитектуры PINN и модифицированных вариантов
- (b) Сравнение с точным аналитическим решением
- (c) Оценка поведения при малых значениях коэффициента вязкости (жесткость уравнения)
- (d) Анализ зависимости точности от плотности выборки (сеточных точек)

- (e) Исследование влияния гиперпараметров (ширина, глубина сети, число коллокационных точек и др.)

4. Численный эксперимент: двумерное и трёхмерное уравнение Бюргера

- (a) Реализация PINN для многомерных случаев
- (b) Сравнение с результатами численных методов (например, метод конечных разностей или элементов)
- (c) Анализ сходимости и качества решений при варьировании сетки и архитектуры модели
- (d) Сравнение вычислительных затрат и устойчивости

5. Анализ возможности применения PINN для уравнения Кортевега–де Фриза–Бюргера

- (a) Обоснование сложности данного уравнения (нелинейность, наличие дисперсии и вязкости)
- (b) Исследование применения PINN и оценка качества аппроксимации
- (c) Попытка генерализации решения и анализ ошибок
- (d) Сравнение с существующими численными результатами из литературы

6. Обобщение и анализ результатов

- (a) Сравнительный анализ эффективности различных архитектур PINN
- (b) Выводы по устойчивости и точности моделей
- (c) Рекомендации по выбору архитектуры и подхода для различных типов PDE

7. Заключение и перспективы дальнейших исследований

- (a) Выводы по результатам исследования
- (b) Возможные направления для расширения: смешанные задачи, адаптивная выборка, мультимодальные PINN и др.