

Задача о скорости роста популяции

Постановка задачи

Необходимо получить график изменения численности популяции травоядных животных и хищников при определённых условиях.

Выбор переменных

Множество условий охарактеризуем набором некоторых параметров:

1. a - скоростью размножения травоядных,
2. b - скоростью поедания травоядных хищниками,
3. c - естественной скоростью вымирания хищников,
4. d - скоростью размножения хищников за счёт поедания травоядных.

$$a := 3$$

$$b := 1$$

$$c := 2$$

$$d := 1$$

Выбор законов и зависимостей

Для того, чтобы построить график изменения численности травоядных и хищников, необходимо узнать, за счёт чего численность увеличивается и за счёт чего она может уменьшаться.

Количество травоядных может увеличиваться за счёт размножения, а уменьшаться за счёт поедания хищниками:

$$dx/dt = a x - (b y) x$$



Количество хищников может увеличиваться за счёт поедания травоядных и уменьшаться за счёт естественного вымирания:

$$dy/dt = (d \cdot x) \cdot y - c \cdot y$$



Формулировка математической модели

Объединим вышеприведённые уравнения в систему дифференциальных уравнений

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} a \cdot y_0 - (b \cdot y_0) \cdot y_1 \\ (d \cdot y_0) \cdot y_1 - c \cdot y_1 \end{bmatrix}$$

Математическая модель поставлена

Решение

Зададим несколько начальных условий, а также построим графики для этих точек

$$x_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad x_2 := \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad x_3 := \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad x_4 := \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad x_5 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad x_6 := \begin{bmatrix} 1.3 \\ 3.1 \end{bmatrix}$$

$$Z_1 := \text{rkfixed}(x_1, 0, 2000, 100000, D)$$

$$Z_4 := \text{rkfixed}(x_6, 0, 2000, 100000, D)$$

$Z_2 := \text{rkfixed}(x_2, 0, 2000, 100000, D)$

$Z_5 := \text{rkfixed}(x_5, 0, 2000, 100000, D)$

$Z_3 := \text{rkfixed}(x_3, 0, 2000, 100000, D)$

$Z_6 := \text{rkfixed}(x_4, 0, 2000, 100000, D)$

$n := 0 \dots 1000$

