



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Департамент информатики, математического и
компьютерного моделирования**

**Лабораторная работа №1
«Выбор автомобиля»**

по дисциплине «Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент
гр. Б8120-02.03.01миопд
Ерофеев А.А. _____
(ФИО) (подпись)

« 10 » ноября 2022 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

Определение цели	2
Дополнительная информация к задаче	3
Создание математической модели	4
Модель транспорта для перемещения по городу Владивосток	4
Модель транспортного средства для набора скорости 100 км/ч за 5 секунд	4
Анализ модели	5
Анализ модели для движения по городу Владивосток	5
Зависимость мощности от скорости для разных по массе автомобилей	5
Зависимость мощности от массы при различных скоростях	9
Зависимость мощности от угла наклона дороги	13
Анализ модели для набора скорости равной 100 км/ч	17
Вывод	18
Выбор транспортного средства с необходимой минимальной мощностью для перемещения по городу Владивосток	18
Модель транспортного средства для набора скорости 100 км/ч за 5 секунд	19

Определение цели

В современном мире транспортные средства стали неотъемлемой частью нашей жизнедеятельности. Для того, чтобы приобрести продукты, попасть на работу или место отдыха, автомобильный транспорт стал необходим нам. Из этой необходимости вытекает задача о его выборе, ведь наш мир постоянно развивается и постоянно производит множество видов автотранспорта для разных целей. Сформулируем наши цели:

- выбрать транспортное средство с необходимой минимальной стоимостью, которая позволит ему совершать перемещение по населённому пункту, именнуемым городом Владивосток, расположенному на территории Российской Федерации (далее РФ);
- выбрать транспортное средство, способное набрать скорость перемещения равную 100 км/ч, при этом, затратив на это 5 секунд времени.

Автотранспорт имеет множество разных характеристик, главными же являются мощность и масса. Причём, от мощности зависит стоимость автомобиля и его способность набирать скорость. Поэтому, скорректируем цели:

- выбрать транспортное средство с необходимой минимальной мощностью, которая позволит ему совершать перемещение по населённому пункту, именнуемым городом Владивосток, расположенному на территории Российской Федерации (далее РФ);
- выбрать транспортное средство с необходимой мощностью, позволяющую ему набрать скорость перемещения равную 100 км/ч, при этом, затратив на это 5 секунд времени.



Рис. 1: Образец автомобиля

Дополнительная информация к задаче

Город Владивосток расположен в холмистой местности с множеством сопкок, поэтому в модели, для первой цели, необходимо рассматривать движение транспортного средства по наклонной дороге. В качестве транспортных средств будем рассматривать легковой автомобиль, внедорожник, автобус заполненный пассажирами (далее автобус с пассажирами).

α — угол наклона дороги в городе, в среднем, составляет 15° ;

m — масса автомобиля варьируется в зависимости от его модели. Средняя масса легкового автомобиля 1000 кг, внедорожника – 1500 кг, автобуса с пассажирами – 10000 кг;

v — скорость автомобиля варьируется от 20 до 60 км/ч (согласно правилам дорожного движения, действующим на территории РФ, 60 км/ч – максимальная допустимая скорость движения в пределах города);

N — мощность автомобиля, измеряемая в лошадиных силах (далее л.с.).



Рис. 2: Образец автобуса с пассажирами

Создание математической модели

Модель транспорта для перемещения по городу Владивосток

Как было замечено ранее, для данной модели следует рассматривать движение по наклонной дороге. При таком движении транспортное средство будет подниматься на некоторую высоту h , которая вычисляется по формуле:

$$h = S \cdot \sin \alpha,$$

где S — длина дороги, по которой движется наш транспорт, в свою очередь которая вычисляется по формуле:

$$S = v \cdot \Delta t,$$

где Δt — время, за которое транспортное средство проезжает расстояние S , v же является скоростью транспорта.

Подставим нашу S в формулу высоты:

$$h = v \cdot \Delta t \cdot \sin \alpha.$$

Минимальную мощность N , не учитывая силу трения, найдем из закона сохранения энергии:

$$mgh = N \cdot \Delta t,$$

где g — ускорение свободного падения, округлённое до первого знака после запятой, соответственно, равное 9.8 м/с^2 .

Выразим N и подставим формулу h :

$$N = mgv \cdot \sin \alpha.$$

Это и будет нашей математической моделью транспорта для перемещения по городу Владивосток.

Модель транспортного средства для набора скорости 100 км/ч за 5 секунд

Для этой задачи воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = N \cdot \Delta t,$$

где Δt — наше время для набора скорости. Выразим N :

$$N = \frac{mv^2}{2 \cdot \Delta t}$$

Это будет математической моделью для второй цели.

Анализ модели

Для удобства вычислений и составления графиков будем писать простые программы на языке программирования Python.

Анализ модели для движения по городу Владивосток

Зависимость мощности от скорости для разных по массе автомобилей

Листинг 1: Код для построения графика зависимости мощности от скорости

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
N = lambda m, g, v, alpha: m*g*v*np.sin(alpha)/ 735.49875
g = 9.8
m = 1000
alpha = 20/180*np.pi
v = np.linspace(5.56, 16.67, num=20)
N_ = N(m, g, v, alpha)
plt.plot(v, N_)
plt.xlabel('V - скорость')
plt.ylabel('N - мощность')
plt.grid(True)
plt.show()
print(N(m, g, 5.56, alpha))
print(N(m, g, 11.11, alpha))
print(N(m, g, 16.67, alpha))
```

Легковой автомобиль:

$$m = 1000 \text{ кг},$$

$$\alpha = 20^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

v от 20 км/ч до 60 км/ч (5.56 м/с до 16.67 м/с).

Получены значения:

при $v = 20$ км/ч (5.56 м/с) $N \approx 25.3$ л.с.,

при $v = 40$ км/ч (11.56 м/с) $N \approx 50.6$ л.с.,

при $v = 60$ км/ч (16.67 м/с) $N \approx 75.9$ л.с..

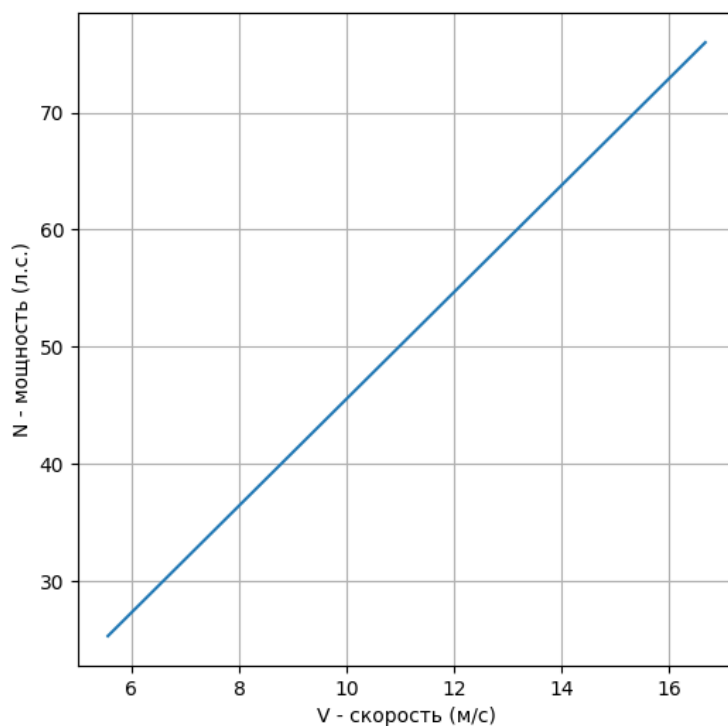


Рис. 3: График зависимости мощности от скорости для легкового автомобиля

Внедорожник:

$$m = 1500 \text{ кг},$$

$$\alpha = 20^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

v от 20 км/ч до 60 км/ч (5.56 м/с до 16.67 м/с).

Получены значения:

при $v = 20$ км/ч (5.56 м/с) $N \approx 38$ л.с.,

при $v = 40$ км/ч (11.56 м/с) $N \approx 75.9$ л.с.,

при $v = 60$ км/ч (16.67 м/с) $N \approx 113.9$ л.с..

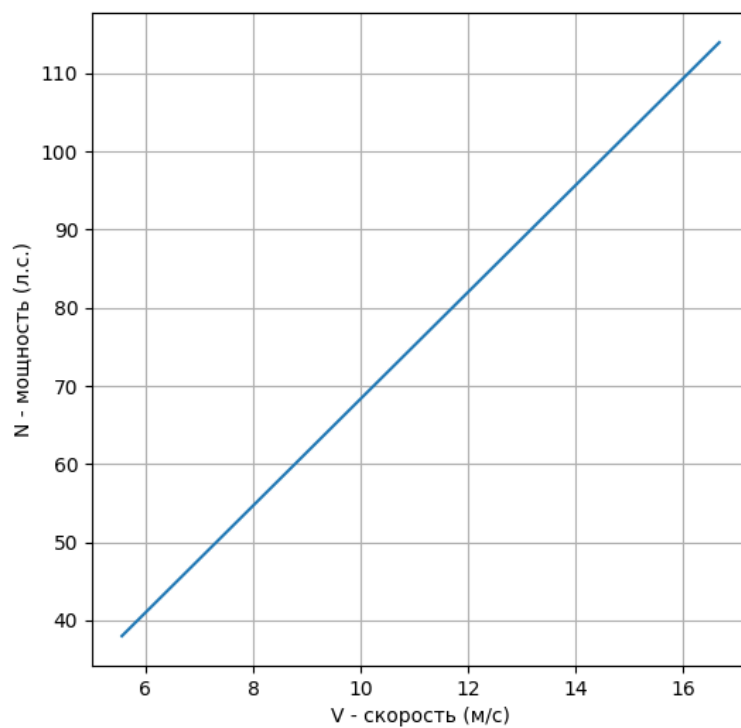


Рис. 4: График зависимости мощности от скорости для внедорожника

Автобус с пассажирами:

$$m = 10000 \text{ кг},$$

$$\alpha = 20^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

v от 20 км/ч до 60 км/ч (5.56 м/с до 16.67 м/с).

Получены значения:

при $v = 20$ км/ч (5.56 м/с) $N \approx 253.3$ л.с.,

при $v = 40$ км/ч (11.56 м/с) $N \approx 506.3$ л.с.,

при $v = 60$ км/ч (16.67 м/с) $N \approx 759.6$ л.с..

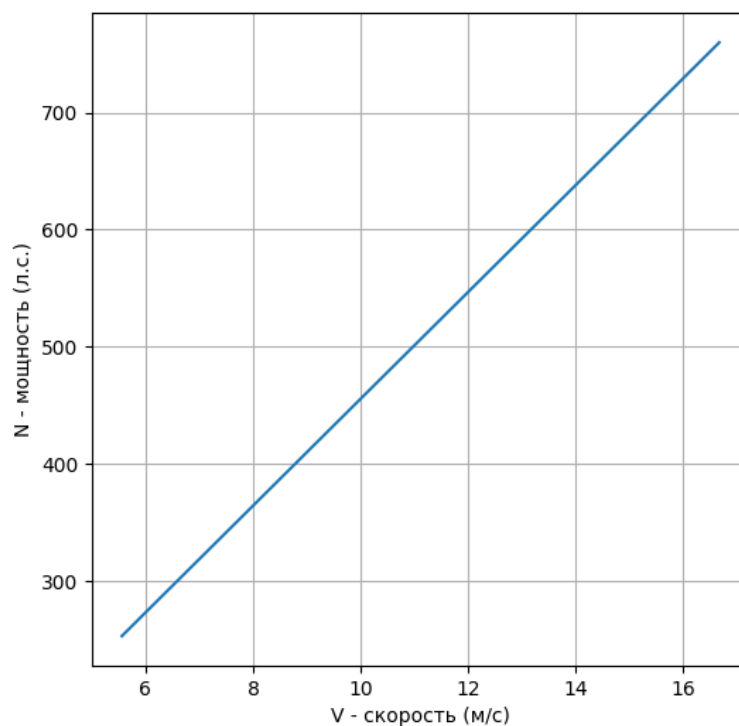


Рис. 5: График зависимости мощности от скорости для автобуса с пассажирами

Зависимость мощности от массы при различных скоростях

Листинг 2: Код для построения графика зависимости мощности от массы

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
N = lambda m, g, v, alpha: m*g*v*np.sin(alpha)/ 735.49875
g = 9.8
m = np.linspace(1000, 10000, num=100)
alpha = 20/180*np.pi
v = 16.67
N_ = N(m, g, v, alpha)
plt.plot(m, N_)
plt.xlabel('m - масса')
plt.ylabel('N - мощность')
plt.grid(True)
plt.show()
```

Для $v = 20$ км/ч (5.56 м/с):
 $m = 1000$ кг до $m = 10000$ кг,
 $\alpha = 20^\circ$,
 $g = 9.8$ м/с².

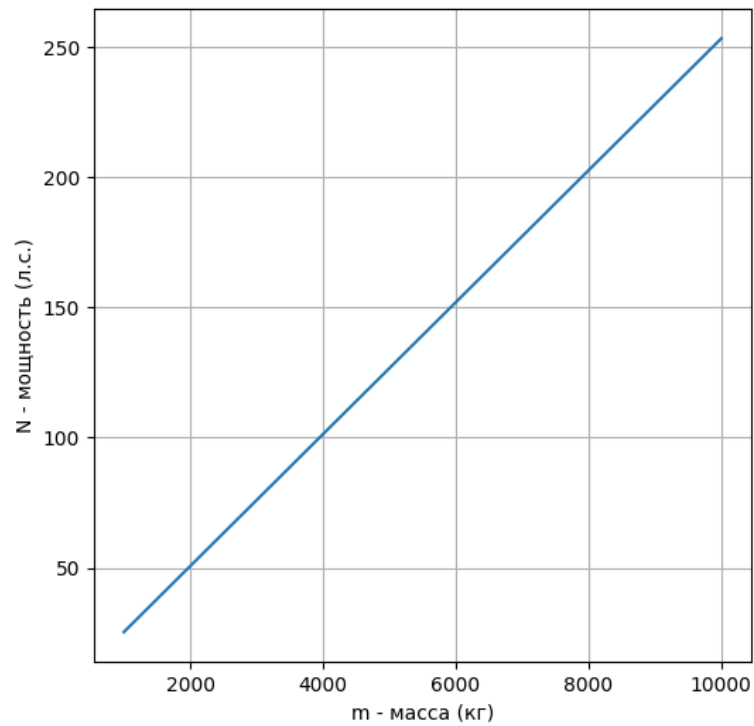


Рис. 6: График зависимости мощности от массы при $v = 20$ км/ч

Для $v = 40$ км/ч (11.56 м/с):
 $m = 1000$ кг до $m = 10000$ кг,
 $\alpha = 20^\circ$,
 $g = 9.8$ м/с².

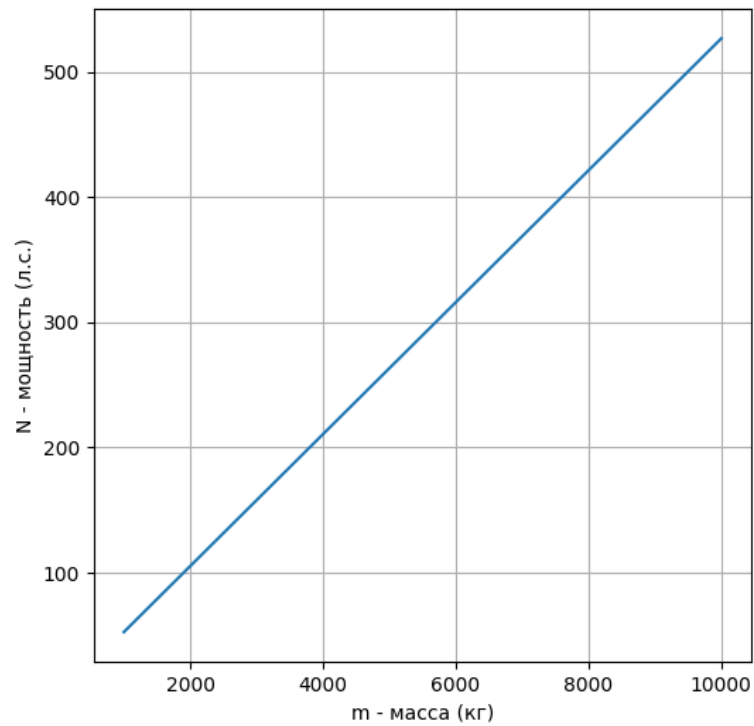


Рис. 7: График зависимости мощности от массы при $v = 40$ км/ч

Для $v = 60$ км/ч (16.67 м/с):
 $m = 1000$ кг до $m = 10000$ кг,
 $\alpha = 20^\circ$,
 $g = 9.8$ м/с².

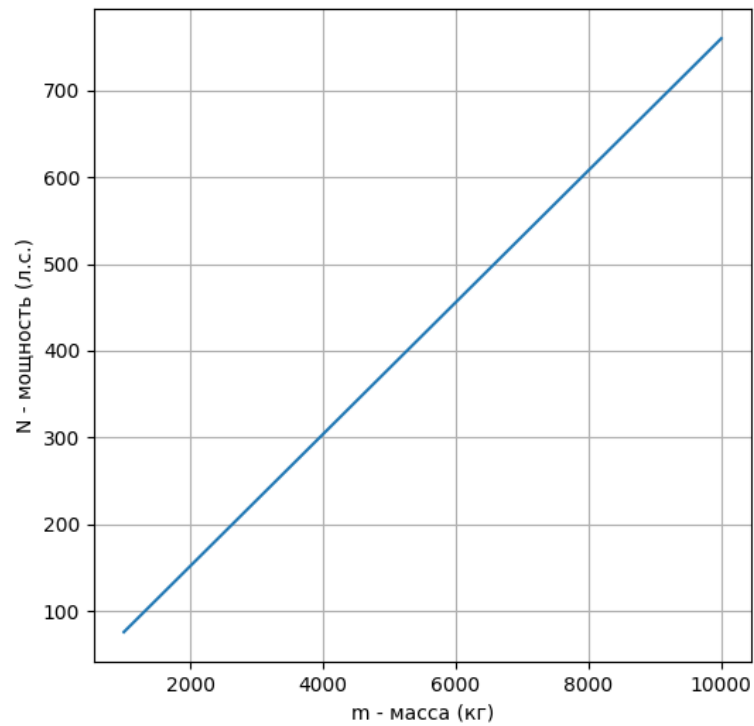


Рис. 8: График зависимости мощности от массы при $v = 60$ км/ч

Зависимость мощности от угла наклона дороги

Листинг 3: Код для построения графика зависимости мощности от угла наклона дороги

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
N = lambda m, g, v, alpha: m*g*v*np.sin(alpha)/ 735.49875
g = 9.8
m = 10000
alpha = np.linspace(10, 30, num=20)
v = 11.11
N_ = N(m, g, v, alpha/180*np.pi)
plt.plot(alpha, N_)
plt.xlabel('alpha - угол наклона')
plt.ylabel('N - мощность')
plt.grid(True)
plt.show()
```

Легковой автомобиль:

$$m = 1000 \text{ кг},$$

$$\alpha = 10^\circ \text{ до } \alpha = 30^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

$$v = 40 \text{ км/ч}.$$

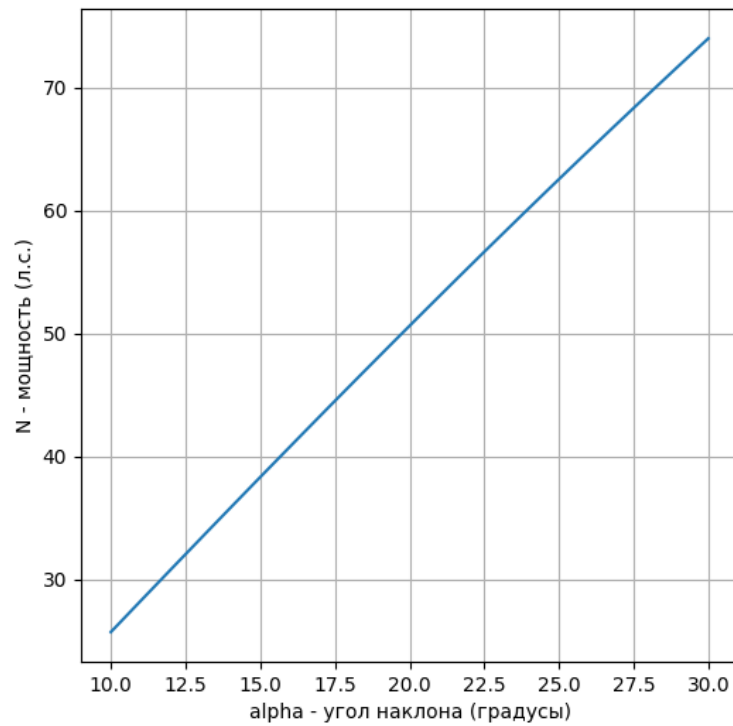


Рис. 9: График зависимости мощности от угла наклона дороги для легкового автомобиля

Внедорожник:

$$m = 1500 \text{ кг},$$

$$\alpha = 10^\circ \text{ до } \alpha = 30^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

$$v = 40 \text{ км/ч}.$$

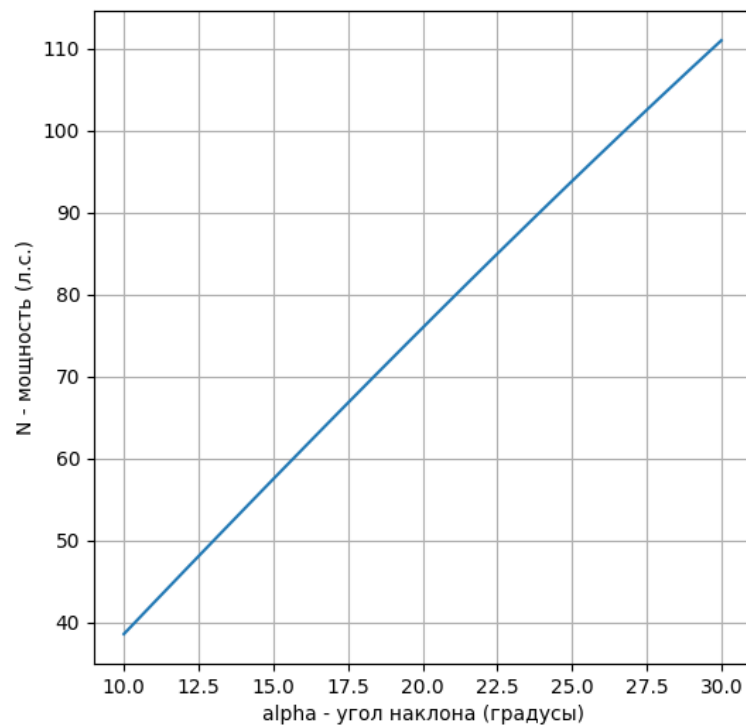


Рис. 10: График зависимости мощности от угла наклона дороги для внедорожника

Автобус с пассажирами:

$$m = 10000 \text{ кг},$$

$$\alpha = 10^\circ \text{ до } \alpha = 30^\circ,$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2,$$

$$v = 40 \text{ км/ч}.$$

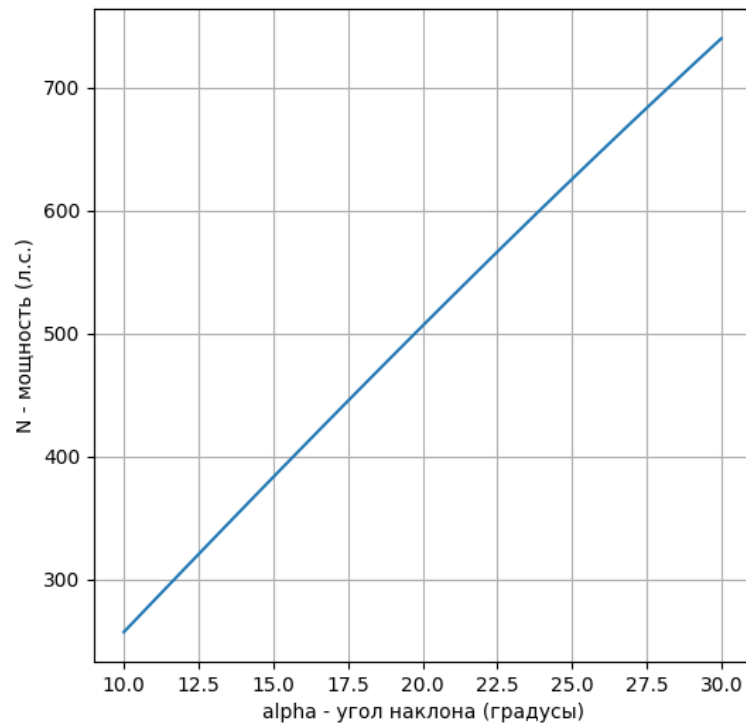


Рис. 11: График зависимости мощности от угла наклона дороги для автобуса с пассажирами

Анализ модели для набора скорости равной 100 км/ч

Листинг 4: Код для построения графика зависимости мощности от массы при движении по прямой

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
N = lambda m, v, t: ((m*v**2)/(2*t))/ 735.49875
m = np.linspace(1000, 10000, num=100)
v = 27.78
t = 5
N_ = N(m, v, t)
plt.plot(m, N_)
plt.xlabel('m - масса')
plt.ylabel('N - мощность')
plt.grid(True)
plt.show()
print(N(10000, v, 21))
```

m от 1000 кг до 10000 кг,

$\Delta t = 5$ с,

$v = 100$ км/ч (27.78 м/с).

Получены значения:

При $m = 1000$ кг $N \approx 104.9$ л.с.,

при $m = 1500$ кг $N \approx 157.4$ л.с.,

при $m = 10000$ кг $N \approx 1049.3$ л.с..

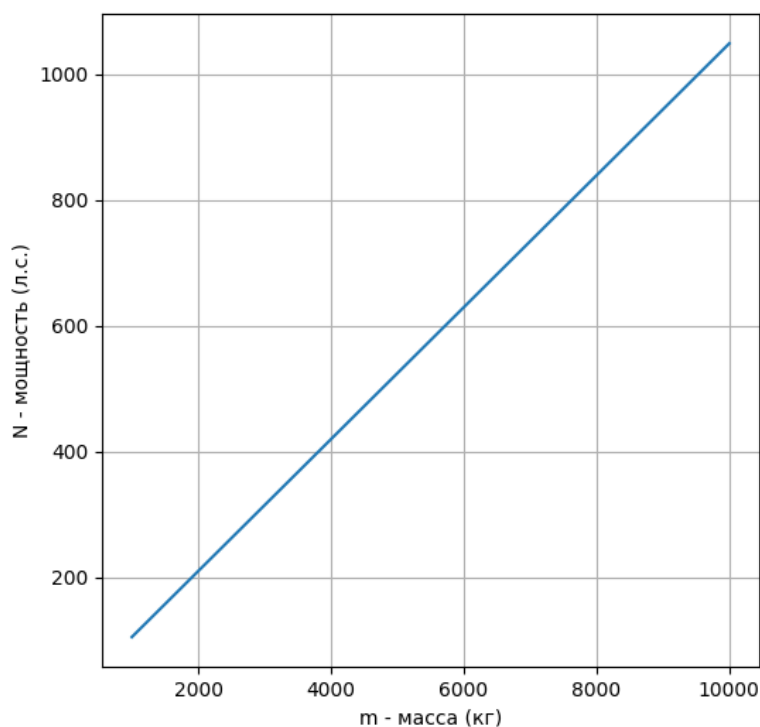


Рис. 12: График зависимости мощности от массы при движении по прямой

По графику можно понять, что автобусы с пассажирами, имеющие в среднем 250 л.с., не смогут разогнаться до 100 км/ч за 5 с, что является логичным.

Вывод

Выбор транспортного средства с необходимой минимальной мощностью для перемещения по городу Владивосток

В результате создания и анализа модели, была установлена зависимость мощности транспортного средства от его массы, угла наклона дороги и скорости. На основе полученных данных можно сделать следующий вывод, что для перемещения по городу Владивосток необходимы транспортные средства со следующими минимальными мощностями:

- в случае автомобиля: 25.3 л.с.
- в случае внедорожника: 38 л.с.
- в случае автобуса с пассажирами: 253.3 л.с.

В качестве цели была поставлена задача выбора транспорта с минимальной мощностью для перемещения по городу Владивосток, а значит, в итоге выбран автомобиль с мощностью 25.3 л.с.

Модель транспортного средства для набора скорости 100 км/ч за 5 секунд

Была вычислена мощность, необходимая для разгона до 100 км/ч по прямой.

- в случае автомобиля: 104.9 л.с.,
- в случае внедорожника: 157.4 л.с.,
- в случае автобуса с пассажирами: 1049.3 л.с..

В качестве цели была поставлена задача выбора транспорта с необходимой мощностью, которая позволит ему набрать скорость перемещения равную 100 км/ч, при этом, затратив на это 5 секунд времени. Значит мы выбираем сразу 3 вида транспорта — автомобиль, внедорожник и автобус с мощностями 104.9, 157.4 и 1049.3 л.с. соответственно.