



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

## ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного  
моделирования

### ОТЧЕТ

к лабораторной работе №2  
по дисциплине «Математическое моделирование»

Направление подготовки  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент  
гр. Б9120-01.03.02миопд  
Крюков Н.В. \_\_\_\_\_  
(ФИО) (подпись)

« 11 » ноября 2022 г.

Владивосток  
2022 г.

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>Задача о нагревательном приборе</b>	<b>3</b>
Постановка задачи . . . . .	3
Выбор переменных . . . . .	3
Выбор законов и зависимостей . . . . .	4
Формулировка математической модели . . . . .	4
Решение . . . . .	6
Код программы . . . . .	6
Тестирование . . . . .	7
<b>Заключение</b>	<b>8</b>

# Введение

В данной лабораторной работе я буду решать задания, используя программы компьютерной математики. Оформлять решенные задачи буду в среде компьютерной верстки «TeX», затем конвертировать в документ формата PDF.

## Задача о нагревательном приборе

### Постановка задачи

Необходимо получить график изменения температуры умного нагревательного прибора при условии всех теплопотерь. Сам нагревательный прибор может отключать свой нагревательный элемент при приближении к нужной температуре.

### Выбор переменных

Множество нагревательных приборов и необходимых условий можно охарактеризовать параметрами

1. массой  $m$ ;
2. мощностью  $p$ ;
3. удельной теплоёмкостью материала  $c$ ;
4. коэффициентом конвективного теплообмена  $k$ ;
5. площадью поверхности нагревательного прибора  $S$ ;
6. температурой атмосферы  $T_a$ ;

7. температурой, до которой необходимо нагреть нагревательный прибор  $T_R$ .

## Выбор законов и зависимостей

Для того, чтобы построить график изменения температуры, необходимо узнать, за счёт чего температура увеличивается и за счёт чего она может уменьшаться. При увеличении или уменьшении температуры количество тепла нагревательного прибора также увеличивается или уменьшается:

$$Q = cmT,$$

$$(Q_2 - Q_1) = cm(T_2 - T_1),$$

$$\Delta Q = cm\Delta T.$$

Уменьшение температуры может происходить по нескольким причинам: конвекция и тепловое излучение. Формула конвективного теплообмена за единицу времени –  $kS(T - T_a)\Delta t$ . Формула теплового излучения за единицу времени –  $S\epsilon(T^4 - T_a^4)\Delta t$ . Переобозначим суммарные теплопотери за единицу времени как  $L(T) \cdot \Delta t$ .

Увеличение количества тепла происходит за счёт мощности на единицу времени  $P \cdot \Delta t$ . Предположим, что нагревательный элемент может отключаться, тогда домножим предыдущую формулу на некий коэффициент  $H$ , который будет меняться с изменениями температуры –  $P \cdot \Delta t \cdot H$ .

## Формулировка математической модели

Узнаем сколько тепла получает и отдаёт нагревательный прибор

$$Q = P \cdot \Delta t - L(T) \cdot \Delta t$$

Подставим формулу количества тепла нагревательного элемента:

$$cm\Delta T = P \cdot \Delta t - L(T) \cdot \Delta t$$

Преобразуем уравнение:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P - L(T)}{cm}$$

Предположим существование функции  $H$ , которая изменяет работу нагревательного элемента.

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P \cdot H - L(T)}{cm}$$

Пусть при преодолении необходимой температуры функция  $H$  равна нулю, в остальных случаях – единице. Если  $t > T_R$  тогда 0, иначе 1:

$$H = 1 - \left\lfloor \frac{t}{T_R} \right\rfloor$$

Финальная формула выглядит так:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P \cdot \left(1 - \left\lfloor \frac{t}{T_R} \right\rfloor\right) - kS(T - T_a) - S\mathfrak{E}(T^4 - T_a^4)}{cm}$$

Математическая модель поставлена

## Решение

Последнее уравнение является дифференциальным уравнением температуры по времени. Так как в начальный момент времени  $t_0$  температура равна атмосферной  $T = T_a$ , то значит эта задача является задачей Коши. Напишем программу для вычитывания графика роста температуры.

## Код программы

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <cmath>
#include <string>

int m = 1;
int p = 3000;
int c = 460;
int tA = 300;
double k = 25;
double s = 0.05;
const double sigma = 5.7 * pow(10, -8);
int tR = 600;

using std::cin;
using std::cout;
using std::endl;
using std::string;
using std::ofstream;
using std::to_string;
```

```

double losses(double t) {
    return s * (k * (t - tA) + sigma * (pow(t, 4) - pow(tA, 4)));
}

double h(double t) {
    return t >= tR ? 0 : 1;
}

double f(double t) {
    return (1.0 * (1.0 * p * h(t) - losses(t)) / (c * m));
}

int main() {
    ofstream fout("output.txt");
    string x = "";
    string y = "";
    double t = tA;
    for (int i = 0; i < 100; i++) {
        cout << i << ' ' << h(t) << ' ' << t << ' ' << f(t) << endl;
        x += to_string(i);
        x += ", ";
        y += to_string(t);
        y += ", ";
        t += (double)f(t);
    }
    fout << x << endl << y << endl;
    fout.close();
}

```

## Тестирование

Проведём эксперимент с конкретными значениями

Для визуализации результатов использовалась библиотека языка Python

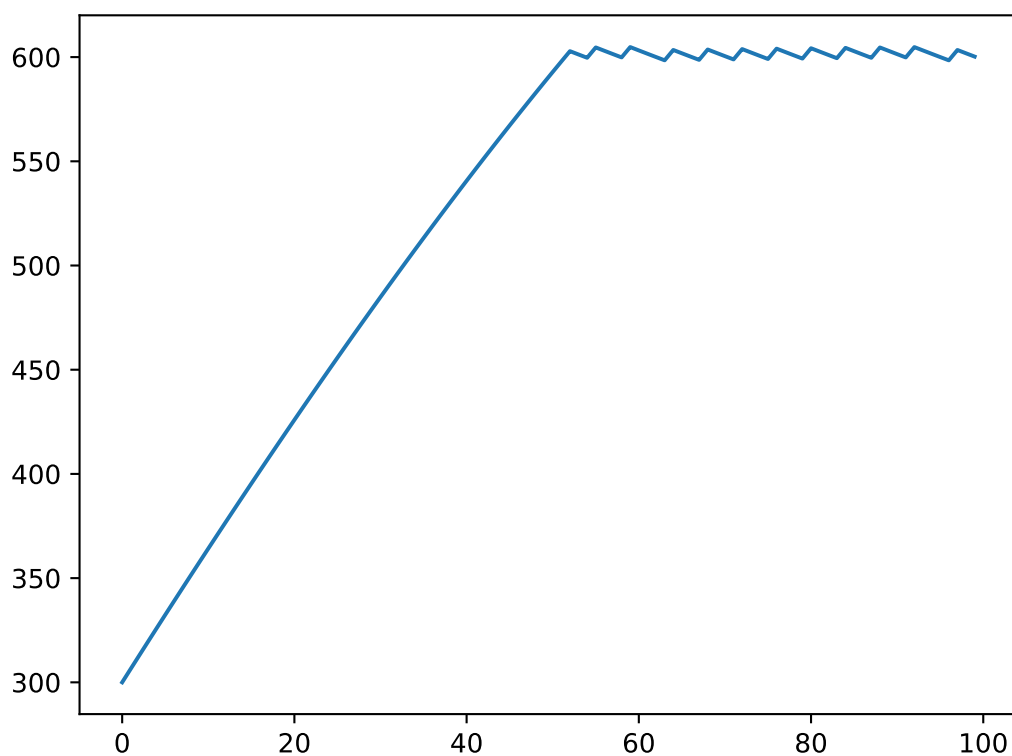


Рис. 1: График температуры

## Заключение

В ходе работы была написана и протестирована программа для прогнозирования температуры нагревательного прибора.