

Faktöriyel

Halil Yiğit KOÇHAN

November 22, 2023

- 1'den n 'ye kadar olan sayılar " $n!$ "
- Negatif sayıların faktöriyeli yoktur.
- $0! = 1$
- $1! = 1$
- $2! = 2$
- $3! = 6$
- $4! = 24$
- $5! = 120$
- $6! = 720$
- ...
- $n! = n(n-1)$

Problem 0.1 $-(n-2)! + 4 - 2n + 3! = ?$

Sol.

$$\begin{aligned} n-2 &\geq 0 & 4-2n &\leq 0 \\ n &\geq 2 & 4 &\leq 2n \\ & & 2 &\leq n \end{aligned}$$

$$1 + 1 + 6 = 8$$

□

Problem 0.2 $1! + 2! + 3! + \dots + 999!$ birler basamağı?

Sol.

$$1 + 2 + 6 + 24 + ..0 + ..0 + ..0 = 33$$

(10 ile bölümünden kalan)

□

Problem 0.3 – $0! + 4! + 8! + 12! + \dots + 100!$ onlar basamağı?

Sol.

$$\begin{aligned}6! &= 720 \\7 \times 8 &= 56 \\8! &= 8 \cdot 7! = 720 \times 56 \\720 \bmod 100 &= 20 \\20 \times 56 &= 1120 \\1120 \bmod 100 &= 20 \\1 + 24 + 20 &= 45\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 + 24 + .20 + .00 + \dots + .00 &= 45 \\(100 \text{ ile bölümünden kalan})\end{aligned}$$

□

Problem 0.4 – $23!$ içinde en çok kaç tane 2 çarpanı vardır? ($23! = 2^n \times A$ ise n_{max})

Sol.

$$\begin{aligned}23 \div 2 &= 11 & 5 \div 2 &= 2 \\11 \div 2 &= 5 & 2 \div 2 &= 1\end{aligned}$$

$$11 + 5 + 2 + 1 = 19$$

□

Problem 0.5 – $34! = 6^n \times A$, $n_{max} = ?$

Sol.

$$\begin{aligned}6^n &= 2^n \times \underline{3}^n & 34 \div 3 &= 11 \\& & 11 \div 3 &= 3 \\& & 3 \div 3 &= 1\end{aligned}$$

$$11 + 3 + 1 = 15$$

□

Problem 0.6 – $30! = 24^n \times A$, $n_{max} = ?$

Sol.

$$24^n = \underline{2}^3 n \times 3^n$$

$$30 \div 2 = 15$$

$$15 + 7 + 3 + 1 = 26$$

$$15 \div 2 = 7$$

$$3n = 26$$

$$7 \div 2 = 3$$

$$n \cong 8$$

$$3 \div 2 = 1$$

□

Problem 0.7 – $\frac{25!+26!}{3^n} \in Z$, $n_{max} = ?$

Sol.

$$25!(1 + 26)$$

$$25 \div 3 = 8$$

$$25!(27)$$

$$8 \div 3 = 2$$

$$25!(\underline{3}^3) \div 3$$

$$8 + 2 = 10$$

$$10 + 3 = 13$$

□

Problem 0.8 – $29!$ içinde kaç tane 10 çarpanı vardır? ($29! = 10^n \times A$, $n = ?$) ($29! - 1$ 'in sondan kaç basamağı 9'dur?)

Sol.

$$10^n = 2^n \times \underline{5}^n$$

$$29 \div 5 = 5$$

$$5 \div 5 = 1$$

$$5 + 1 = 6$$

□

Problem 0.9 – $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 256 \times 256!$ sondan kaç basamağı 9'dur?

Sol.

$$\sum_{k=1}^n k \times k! = (n+1)! - 1 \quad (257! - 1)$$

$$257 \div 5 = 51$$

$$51 \div 5 = 10$$

$$10 \div 5 = 2$$

$$= 63$$

□

Problem 0.10 – $\frac{24!}{2^a}$ çift sayı ise $a_{max} = ?$

Sol.

$$24 \div 2 = 12$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$3 \div 2 = 1$$

$$12 + 6 + 3 + 1 = 22$$

$$\text{Paydanın çift olması için } a_{max} = 22 - 1 = 21$$

□