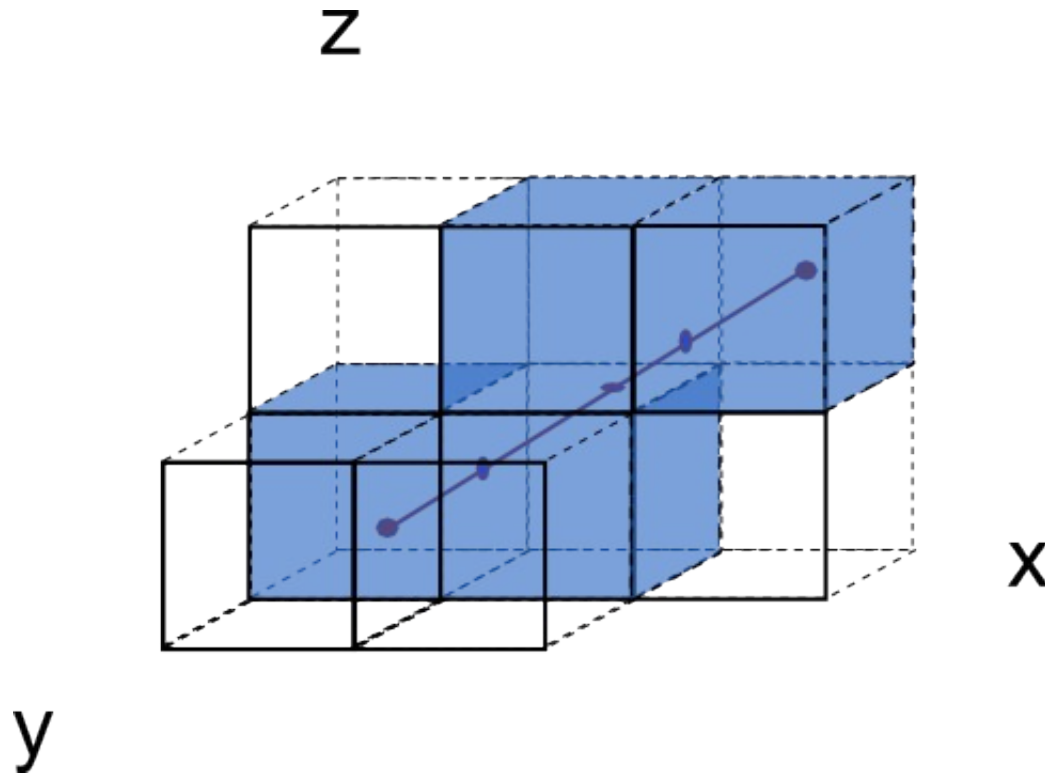


Прямая  $l$  задана 2мя точками в пространстве  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$ .

Пространство разбито сеткой с шагами  $dx, dy, dz$ .



Задача — аппроксимировать прямую ломаной, проходящей через узлы сетки.

План решения — найти все ячейки сетки, через которые проходит прямая, затем провести ломаную через узлы найденных ячеек.

### ***Подзадача 1 — вывести формулу пересечения прямой и плоскости, перпендикулярной одной из осей координат.***

Формула прямой по 2м точкам:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

1. Плоскость, перпендикулярная оси  $z$ , прямая не параллельна плоскости и не лежит в ней:

$$z = n, \quad z_1 \neq z_2$$

$$x = \frac{(n-z_1)(x_2-x_1)}{z_2-z_1} + x_1$$

$$y = \frac{(n-z_1)(y_2-y_1)}{z_2-z_1} + y_1$$

2. Плоскость, перпендикулярная оси  $y$ , прямая не параллельна плоскости и не лежит в ней:

$$y=n, \quad y_1 \neq y_2$$

$$x = \frac{(n-y_1)(x_2-x_1)}{y_2-y_1} + x_1$$

$$z = \frac{(n-y_1)(z_2-z_1)}{y_2-y_1} + z_1$$

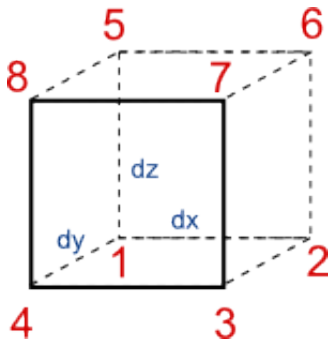
3. Плоскость, перпендикулярная оси x, прямая не параллельна плоскости и не лежит в ней:

$$x=n, \quad x_1 \neq x_2$$

$$y = \frac{(n-x_1)(y_2-y_1)}{x_2-x_1} + y_1$$

$$z = \frac{(n-x_1)(z_2-z_1)}{x_2-x_1} + z_1$$

**Подзадача 2 — найти последовательность ячеек, через которые проходит прямая.**



1. Исходная ячейка — содержит 1ю точку прямой  $l(x_1, y_1, z_1)$ .

Ячейка задается координатами точки 1 с наименьшими значениями  $x, y, z - (nx_1, ny_1, nz_1)$ .

$$(nx_1, ny_1, nz_1) = (dx \times (x_1 \div dx), dy \times (y_1 \div dy), dz \times (z_1 \div dz)) \quad (\text{целочисленное деление})$$

$$(nx_2, ny_2, nz_2) = (nx_1 + dx, ny_1, nz_1)$$

$$(nx_3, ny_3, nz_3) = (nx_1 + dx, ny_1 + dy, nz_1)$$

$$(nx_4, ny_4, nz_4) = (nx_1, ny_1 + dy, nz_1)$$

$$(nx_5, ny_5, nz_5) = (nx_1, ny_1, nz_1 + dz)$$

$$(nx_6, ny_6, nz_6) = (nx_1 + dx, ny_1, nz_1 + dz)$$

$$(nx_7, ny_7, nz_7) = (nx_1 + dx, ny_1 + dy, nz_1 + dz)$$

$$(nx_8, ny_8, nz_8) = (nx_1, ny_1 + dy, nz_1 + dz)$$

2. Находим точки пересечения прямой с гранями текущей ячейки.

Рассмотрим случай, когда точек пересечения будет ровно 2 (случаи, когда прямая проходит через грани, узлы и т. п. рассмотрим отдельно)

Последовательно проверяем грани ячейки:

- каждая грань определяется 3мя точками (1,2,3), (1,2,5), (2,3,6), (3,4,7), (1,4,5), (5,6,7).
- находим точку пересечения плоскости, на которой лежит грань, с прямой (формула выше).
- проверяем, лежит ли эта точка пересечения внутри текущей ячейки (сравниваем координаты пересечения с координатами границ грани).

3. Выбираем направление перемещения в следующую ячейку. Точки пересечения 2 —  $p_1$  и  $p_2$  — выбираем ту, для которой соответствующие знаки разностей  $(p_x - x_1)$ ,  $(p_y - y_1)$ ,  $(p_z - z_1)$  совпадают со знаками разностей  $(x_2 - x_1)$ ,  $(y_2 - y_1)$ ,  $(z_2 - z_1)$  или соответственно равны нулю.

4. По выбранной точке находим грань соседней ячейки, переходим с соседнюю ячейку, повторяем для нее алгоритм до тех пор, пока не перейдем в ячейку, содержащую последнюю точку.

Итого: нашли последовательность ячеек сетки, через которые проходит прямая.

### ***Подзадача 3 — определить вершины ячеек, через которые будет проходить ломаная.***

Простой способ — взять для каждой ячейки координаты точки «1» (с наименьшими значениями  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). При правильно выбранном шаге сетки данный способ может обеспечить любую необходимую точность аппроксимации.

Дополнительный способ — обеспечить более точное перемещение внутри ячеек — выбирать те вершины ячейки, которые находятся ближе остальных к точке пересечения с соответствующей гранью (будет рассмотрен отдельно).