

1 Basic example

A small network that consists of 6 physical nodes and 5 physical links is shown in Fig. 1, and 6 dummy nodes and 10 dummy links are also added into the network. In addition, the departure and arrival time windows are specified directly beside those dummy nodes. In the basic example, one vehicle will travel from node 1 to node 6 to serve two passengers on its way. The first passenger A departs from node 2 and needs to alight the vehicle at node 4, while the second passenger B needs to travel from node 3 to node 5.

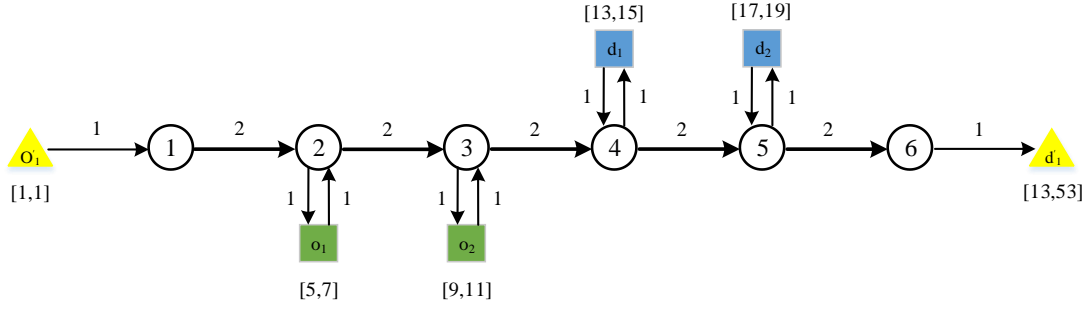


Figure 1. Network layout and time-window settings for the basic example

Both the upper bound and lower bound of the basic example are equal to 20, so it is proved that the optimal solution is 20. In addition, the optimal routes and schedules for the single one vehicle is shown in Fig. 2, and the space-time trajectory of the vehicle for the basic example is illustrated in Fig. 3. It is noted that there is no passenger waiting time or vehicle waiting time in the basic example, because the vehicle can arrive at the service points just at the time when the service time windows start.

LR_iteration	Stepsize	path_node_seq	path_time_sequence
0	1	11;1,2;3;4;5;6;12;	1;2;4;6;8;10;12;13;
1	1	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
2	0.5	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
3	0.333333	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
4	0.25	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
5	0.2	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
6	0.166667	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
7	0.142857	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
8	0.125	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
9	0.111111	11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;
Upperbound:		11;1,2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;8;9;10;12;13;14;16;17;18;20;21;

Figure 2. Path node sequences and path time sequences for the basic example

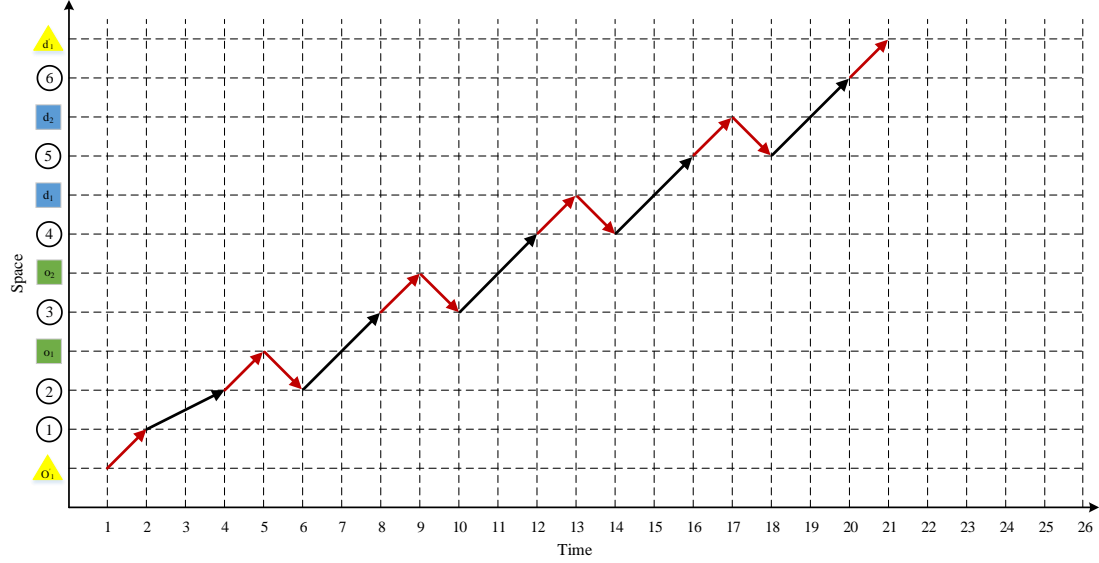


Figure 3. Space-time trajectory of the vehicle for the basic example

2 Basic example with extended link travel time

The travel time of links (2, 3) and (4, 5) is extended to 4, and the departure and arrival time windows of passengers A and B are updated accordingly, so that no vehicle or passenger waiting time are introduced, as shown in Fig. 5, and the space-time trajectory of the vehicle is shown in Fig. 6.

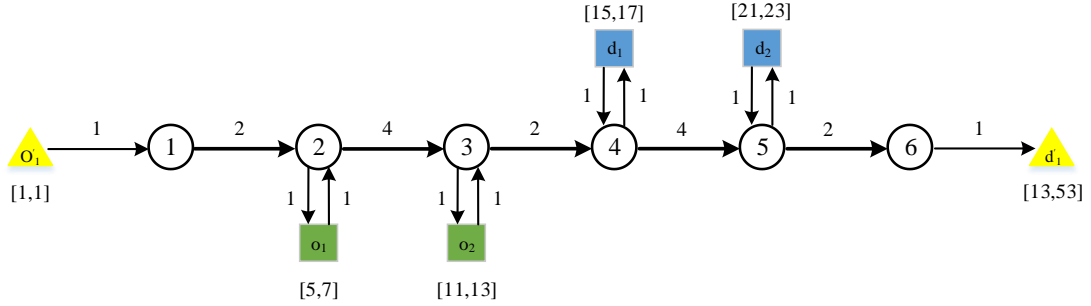


Figure 4. Network layout and time-window settings for the basic example with extended link travel time

The upper bound and lower bound of this problem are both equal to 24, which increases by 4 compared to the optimal solution of the basic example. Obviously, it is for the reason that the travel time of links (2, 3) and (4, 5) increases by 4 and no extra vehicle or passenger waiting time is introduced.

LR_iteration	Stepsize	path_node_seq	path_ime_sequence
0	1	11;1;2;3;4;5;6;12;	1;2;4;8;10;14;16;17;
1	1	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
2	0.5	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
3	0.333333	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
4	0.25	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
5	0.2	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
6	0.166667	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
7	0.142857	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
8	0.125	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
9	0.111111	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;
Upperbound:		11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;6;10;11;12;14;15;16;20;21;22;24;25;

Figure 5. Path node sequences and path time sequences for the basic example with extended link travel time

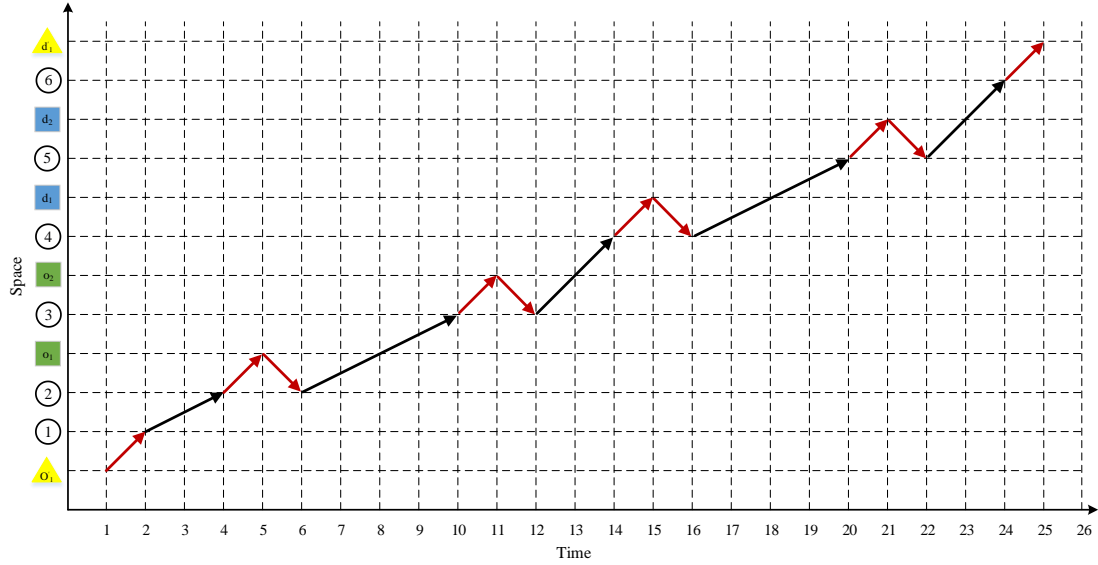


Figure 6. Space-time trajectory of the vehicle for the basic example with extended link travel time

3 Basic example with extra vehicle waiting time

In order to test the influence of vehicle waiting time on the optimal vehicle routes and schedules, the departure time window of passenger A is delayed from $[5, 7]$ to $[10, 12]$. Therefore, the vehicle will have to wait at node o_1 until passenger A gets ready to depart at time 10. In addition, the arrival time window of passenger A and the time windows of passenger B are modified accordingly, so that the vehicle will not wait at other places. The updated time window settings are shown in Fig. 7.

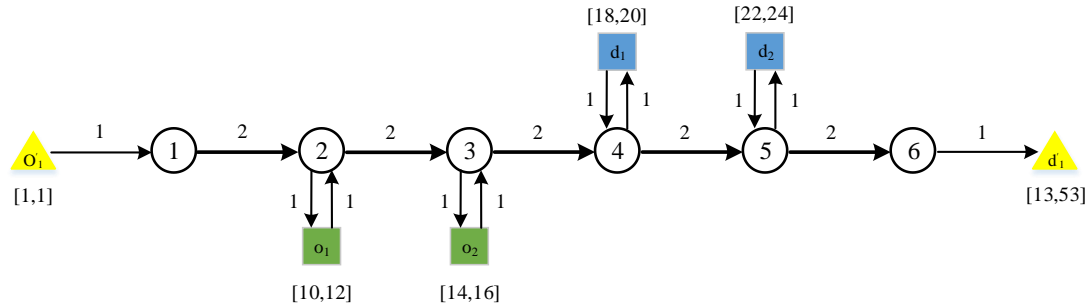


Figure 7. Path node sequences and path time sequences for the basic example with extra vehicle waiting time

The upper bound and lower bound of this example are equal to 22.5, which turns out to be the optimal solution. The optimal routes and schedules for the vehicle is shown in Fig. 8, and space-time trajectory of the vehicle is shown in Fig. 9. It can be seen that the vehicle arrives at node o_1 at time 5 and wait until time 10, so the vehicle waiting time is 5. Besides, the total travel time of the vehicle is 25, but the cost ratio of vehicle waiting time is only 0.5, then the optimal value of total cost is equal to $25 - 0.5 * (10 - 5) = 22.5$.

LR_iteration	Stepsize	path_node_seq	path_time_sequence
0	1	11;1;2;3;4;5;6;12;	1;2;4;6;8;10;12;13;
1	1	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
2	0.5	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
3	0.333333	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
4	0.25	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
5	0.2	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
6	0.166667	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
7	0.142857	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
8	0.125	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
9	0.111111	11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
Upperbound:		11;1;2;7;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	1;2;4;5;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;

Figure 8. Path node sequences and path time sequences for the basic example with extra vehicle waiting time

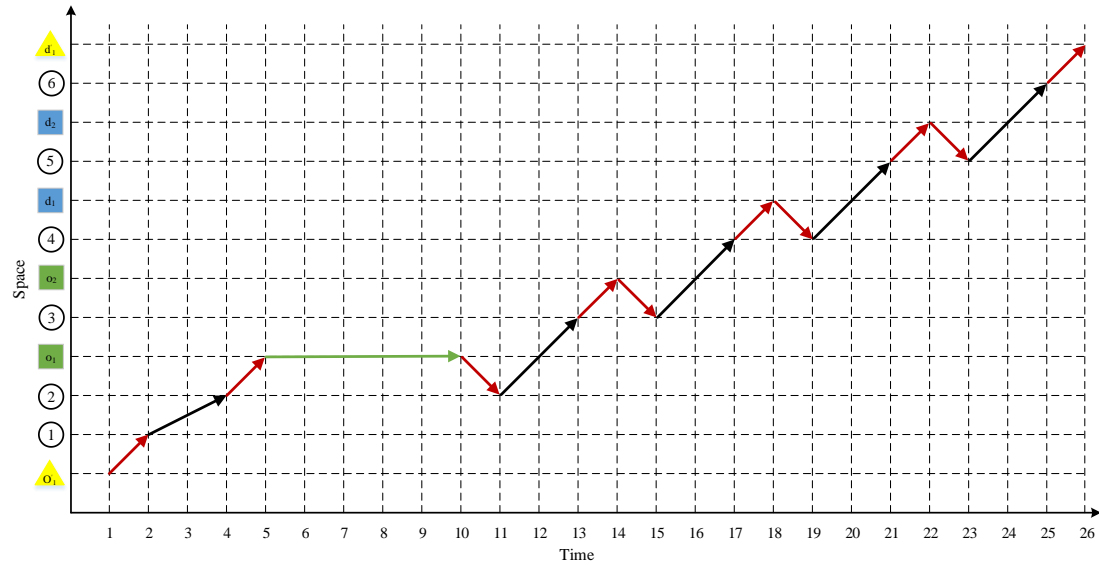


Figure 9. Space-time trajectory of the vehicle for the basic example with extra vehicle waiting time

4 Basic example with extra passenger waiting time

If the vehicle departs late from the origin depot, then the passengers will have to wait until the vehicle arrives. Therefore, the departure time window of the vehicle is delayed by 5 compared with the basic example, and the departure and arrival time windows of those two passengers are adjusted accordingly. The new time-window settings are shown in Fig. 10.

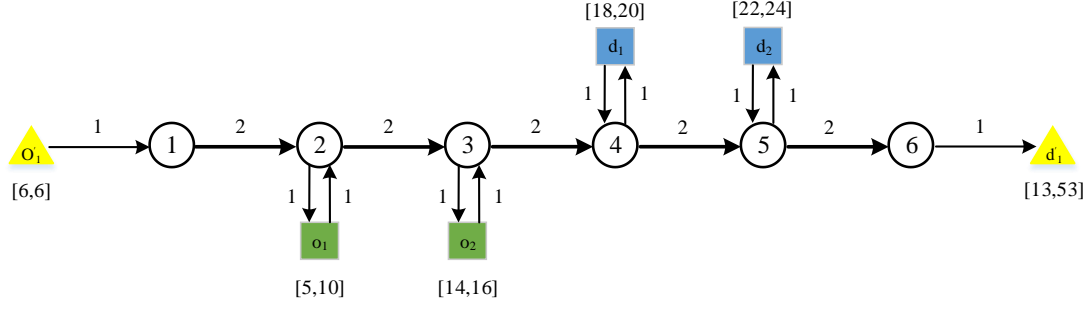


Figure 10. Network layout and time-window settings for the basic example with extra passenger waiting time

The upper bound and lower bound of this example are equal to 21.5 and the optimal routes and schedules of the vehicle are shown in Fig. 11, space-time trajectory of the vehicle is shown in Fig. 12. It is obvious that passenger A starts to wait at time 5 until the vehicle arrives at time 10, so the waiting time of passenger A is 5. In addition, because the cost ratio of passenger waiting time is 0.5 and the total travel time of the vehicle is 20, the optimal value of the total cost is $20 + 0.3 * 5 = 21.5$.

LR_iteration	Stepsize	path_node_seq	path_time_sequence
0	1	11;1;2;3;4;5;6;12;	6;7;9;11;13;15;17;18;
1	1	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
2	0.5	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
3	0.333333	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
4	0.25	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
5	0.2	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
6	0.166667	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
7	0.142857	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
8	0.125	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
9	0.111111	11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;
Upperbound:		11;1;2;7;2;3;9;3;4;8;4;5;10;5;6;12;	6;7;9;10;11;13;14;15;17;18;19;21;22;23;25;26;

Figure 11. Path node sequences and path time sequences for the basic example with extra passenger waiting time

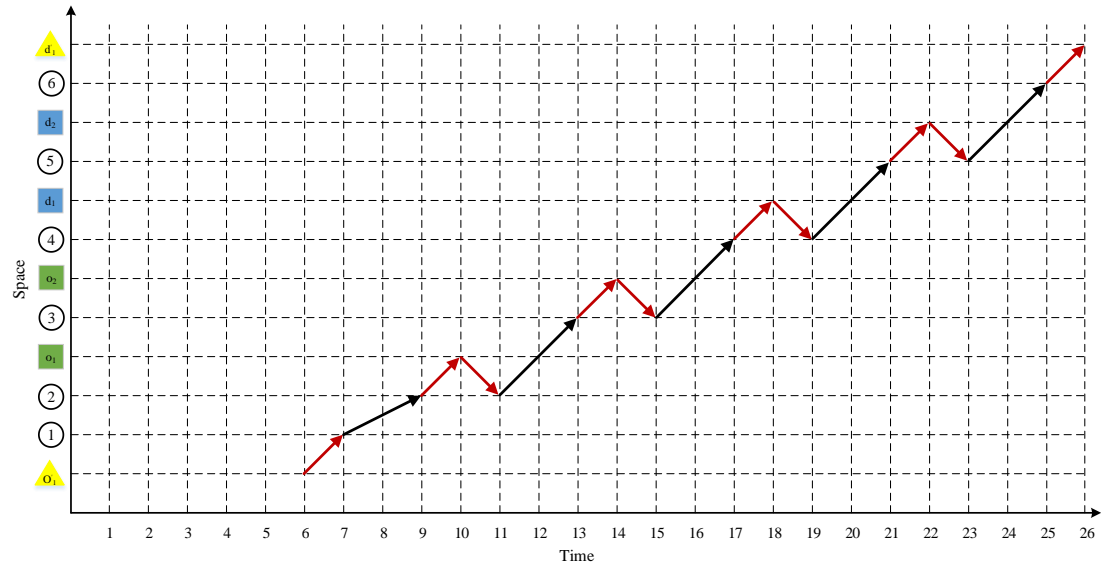


Figure 12. Space-time trajectory of the vehicle for the basic example with extra passenger waiting time