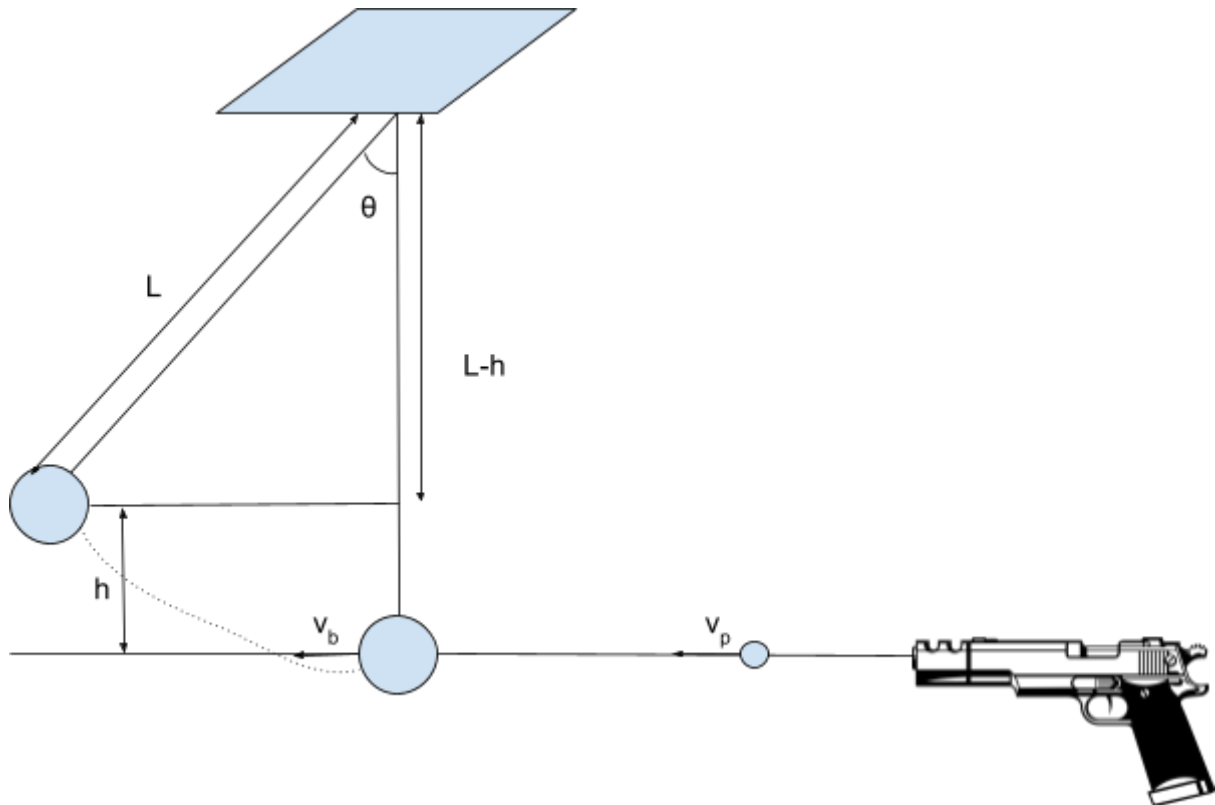


2ª Práctica. Péndulo

A) Introducción.



Conservación del momento lineal:

El principio de conservación del momento lineal, también conocido como principio de conservación de la cantidad de movimiento, establece que si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema es nula, su momento lineal permanece constante en el tiempo.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{p} = \text{constante}$$

Por lo tanto, sustituyendo en la ecuación del momento lineal, $p = m \cdot v$, y considerando que el perdigón se queda dentro de la bola, obtenemos:

$$m_p \cdot v_p = (m_b + m_p) \cdot v_b$$

Actuando sólo fuerzas conservativas (gravedad), aplicamos el teorema de la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$$

y obtenemos:

$$\begin{aligned} E_{cb} &= \frac{1}{2} (m_b + m_p) \cdot v_b^2 = (m_b + m_p) \cdot g \cdot h \\ \cos\theta &= \frac{L-h}{L} = 1 - \frac{h}{L} \Rightarrow h = L \cdot (1 - \cos\theta) \\ E_p &= (m_b + m_p) \cdot g \cdot h = (m_b + m_p) \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\theta) \\ v_b &= \sqrt{\frac{(m_b + m_p) \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\theta)}{\frac{1}{2}(m_b + m_p)}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\theta)} \\ v_p &= \frac{(m_b + m_p) \cdot v_b}{m_p} = \frac{m_b + m_p}{m_p} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\theta)} \end{aligned}$$

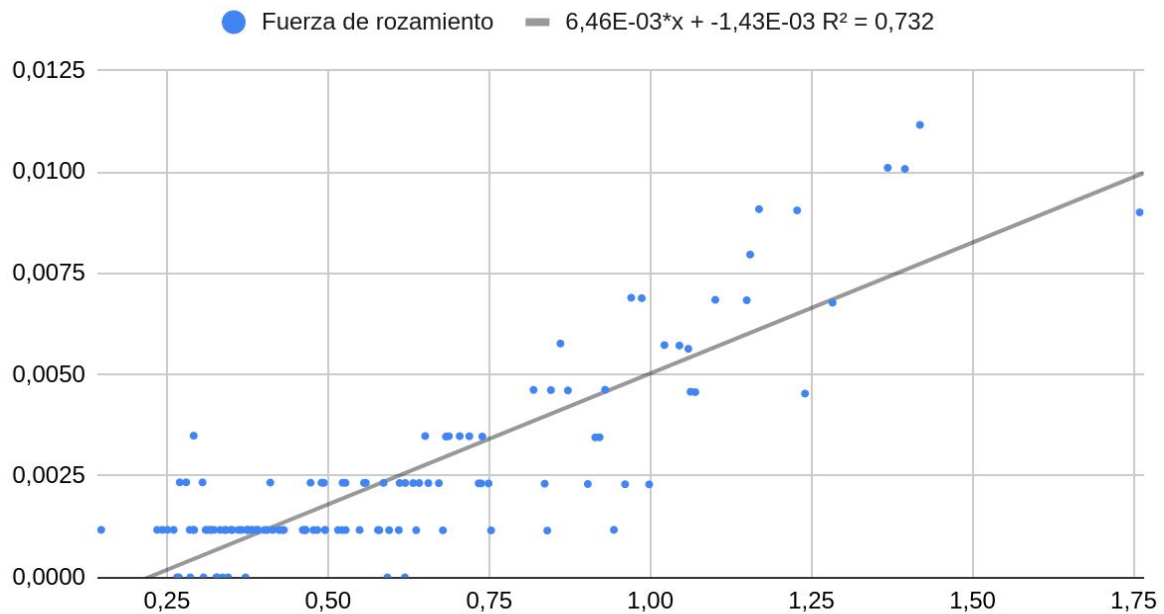
$$l = 2L2\theta(\text{rad}) = \frac{L\pi}{45}\theta(^{\circ})$$

Inserto tablas con los cálculos a partir de los datos obtenidos experimentalmente al final.

B) Gráficas de aproximación por mínimo cuadrados.

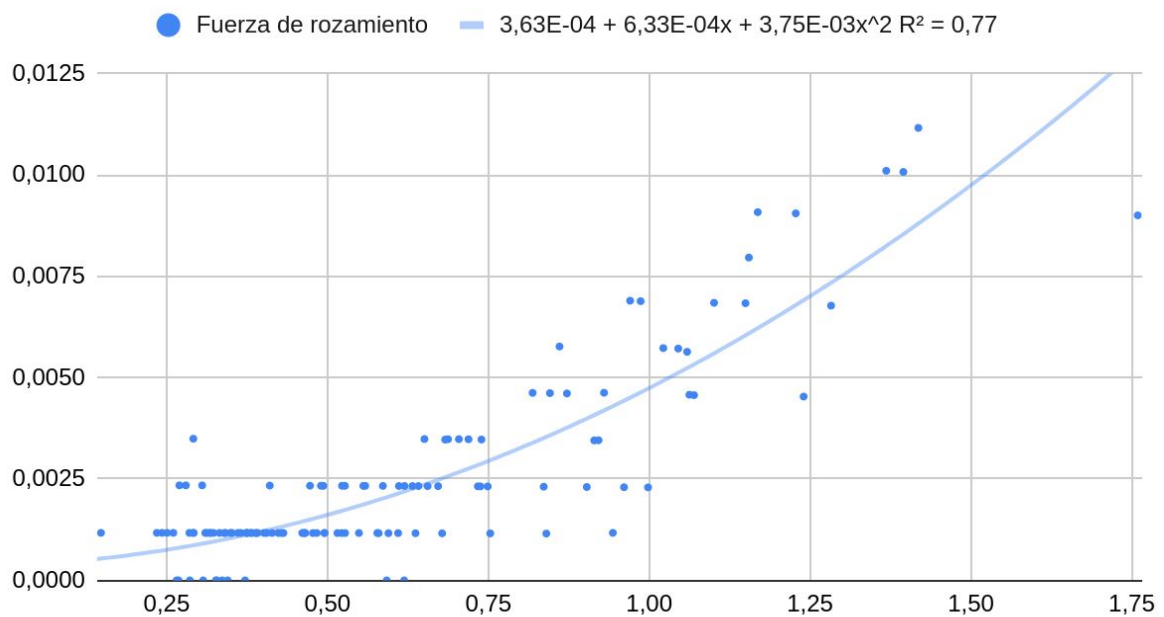
Gráficos desde 32° a 5°.

Gráfica por mínimos cuadrados (n=1)



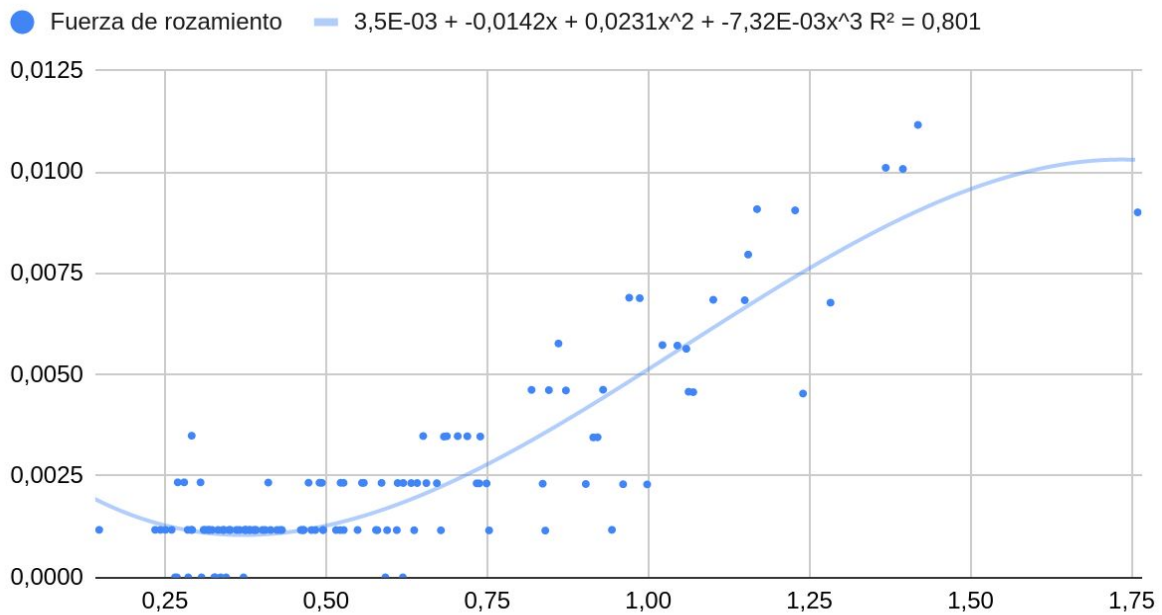
$$y = 6,46 \cdot 10^{-3}x - 1,43 \cdot 10^{-3}; R^2 = 0,732$$

Gráfica por mínimos cuadrados (n=2)



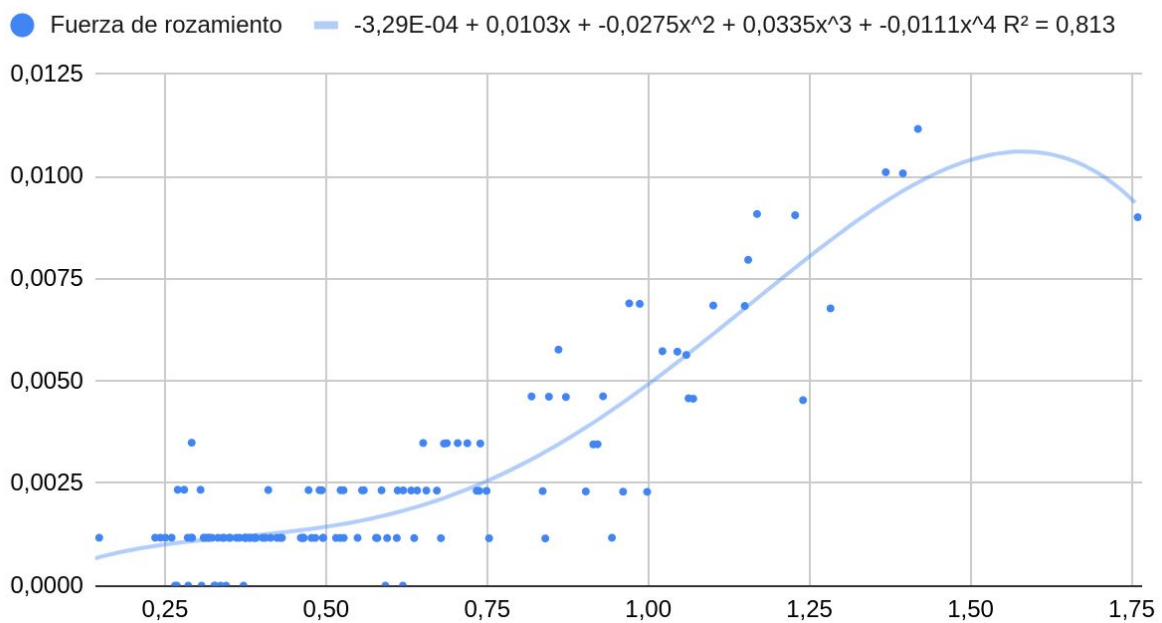
$$y = 3,63 \cdot 10^{-4} + 6,33 \cdot 10^{-4}x + 3,75 \cdot 10^{-3}x^2; R^2 = 0,77$$

Gráfica por mínimos cuadrados (n=3)



$$y = 3,5 \cdot 10^{-3} - 0,0142x + 0,0231x^2 - 7,32 \cdot 10^{-3}x^3; R^2 = 0,801$$

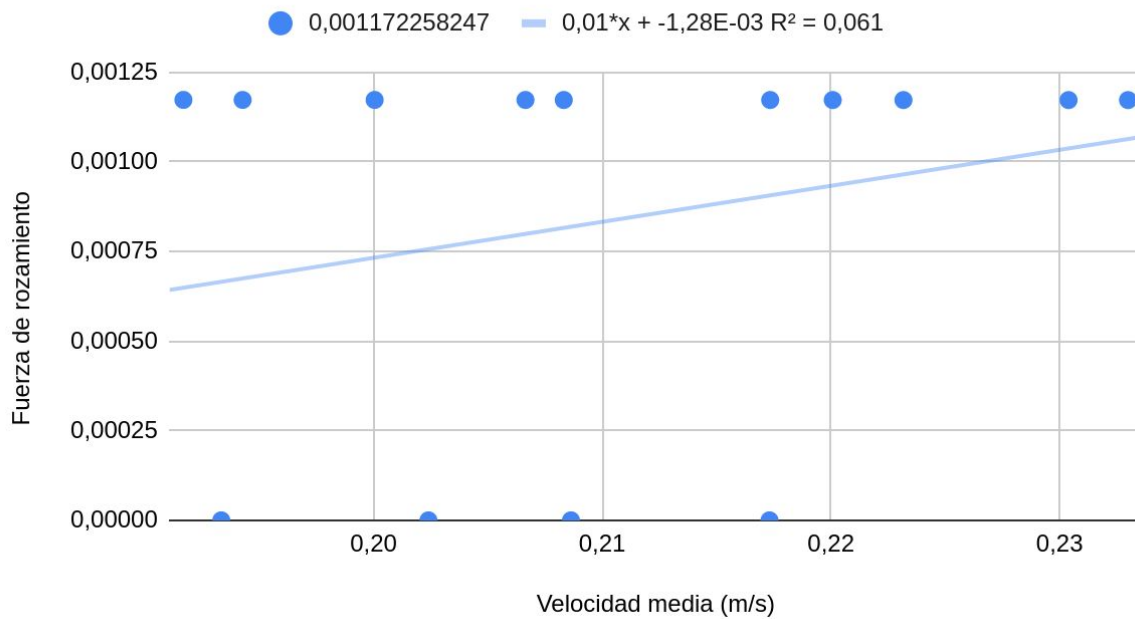
Gráfica por mínimos cuadrados (n=4)



$$y = -3,29 \cdot 10^{-4} + 0,0103x - 0,0275x^2 + 0,0335x^3 - 0,0111x^4; R^2 = 0,813$$

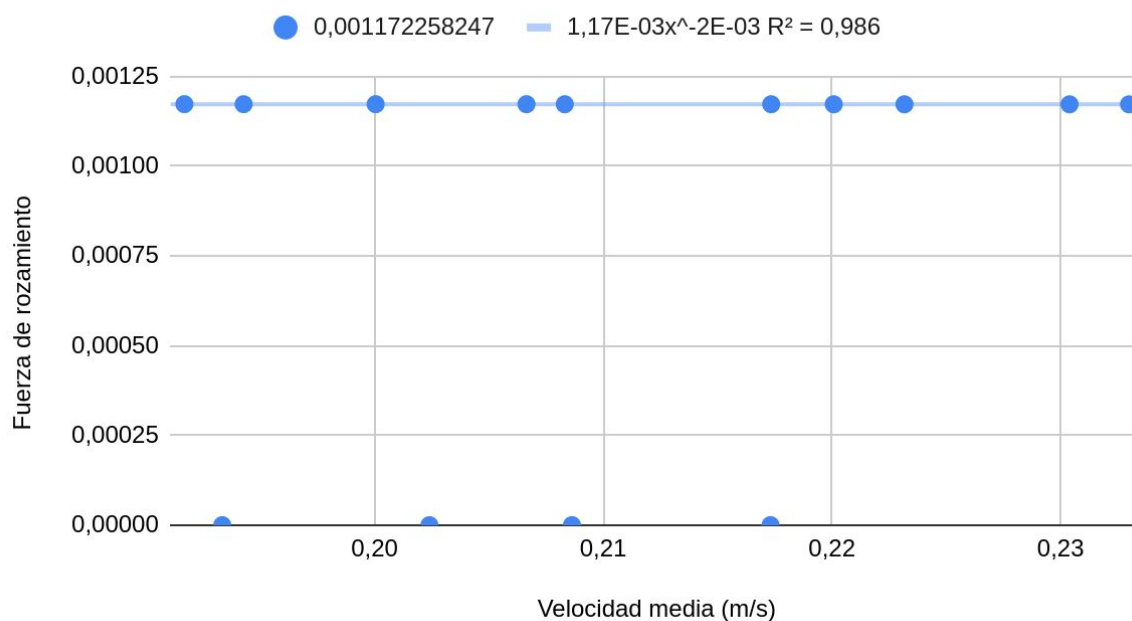
Gráficos desde 5º a 4º.

Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 0,01x - 1,28 \cdot 10^{-3}; R^2 = 0,061$$

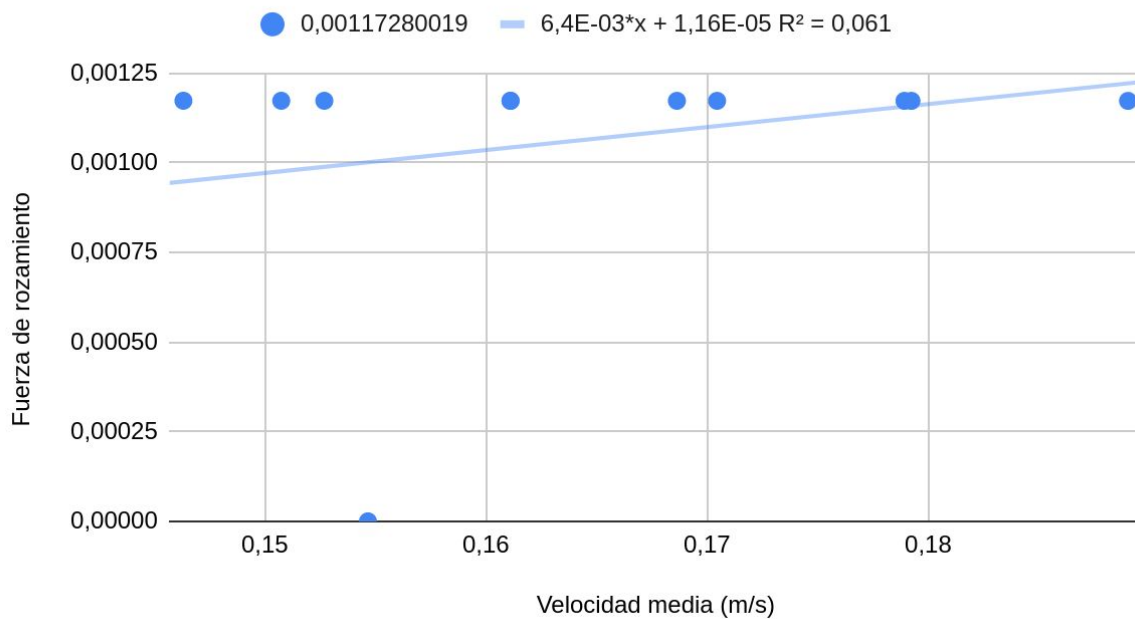
Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 1,17 \cdot 10^{-3} x^{-2 \cdot 10^{-3}}; R^2 = 0,986$$

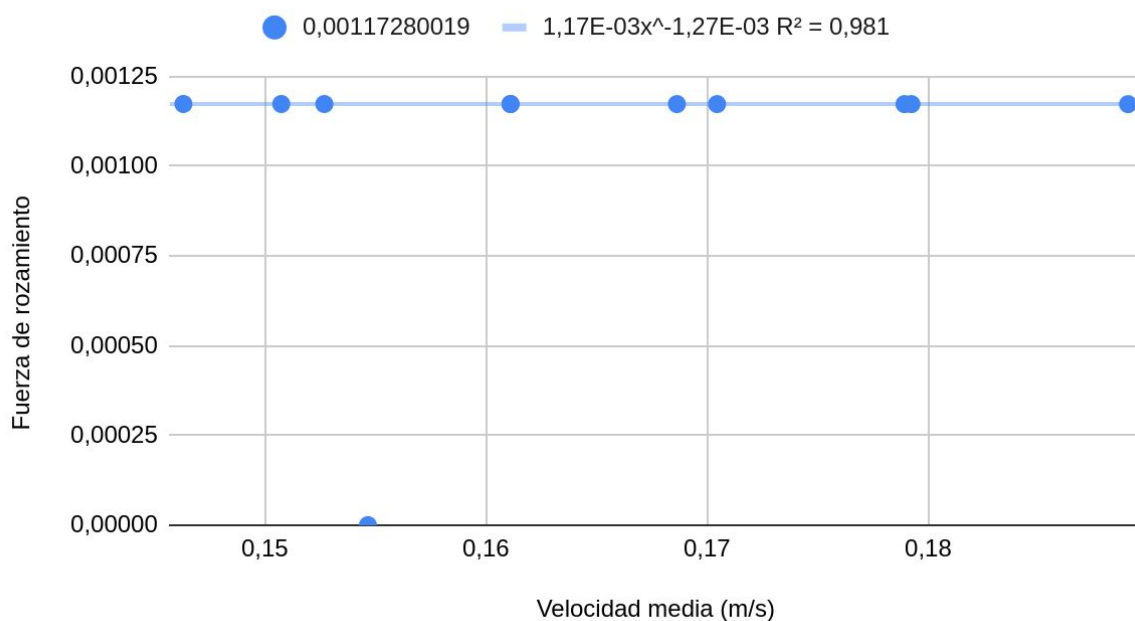
Gráficos desde 4º a 3º.

Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 6,4 \cdot 10^{-3}x + 1,16 \cdot 10^{-5}; R^2 = 0,061$$

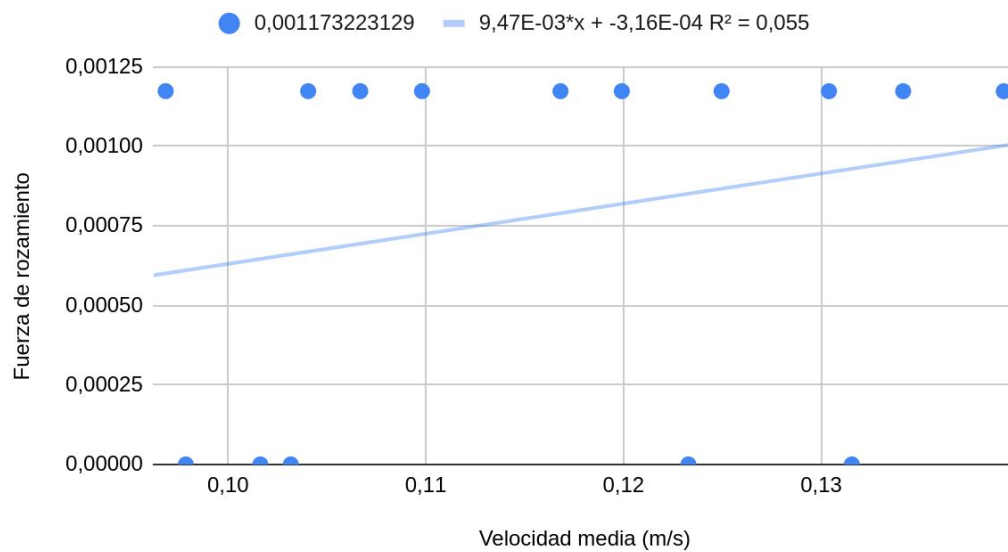
Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 1,17 \cdot 10^{-3}x^{-1,27 \cdot 10^{-3}}; R^2 = 0,981$$

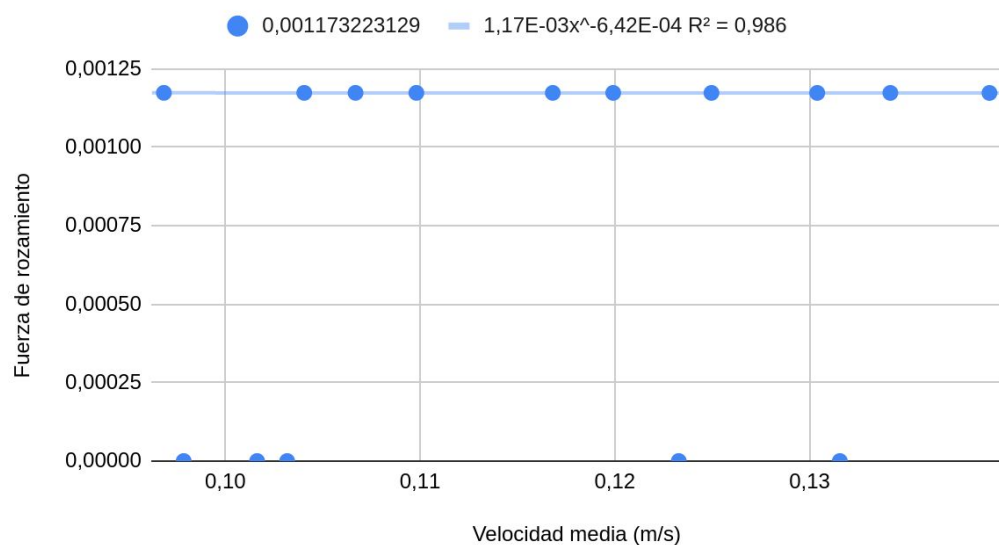
Gráficas desde 3º a 2º.

Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 9,47 \cdot 10^{-3}x - 3,16 \cdot 10^{-4}; R^2 = 0,055$$

Velocidad media (m/s) y Fuerza de rozamiento



$$y = 1,17 \cdot 10^{-3}x^{-6,42 \cdot 10^{-4}}; R^2 = 0,986$$

En conclusión, se observa en las gráficas como las para $5^\circ \leq \theta \leq 32^\circ$, $F_r \propto v^2$, ya que el coeficiente de determinación, R^2 , es mayor a 0,75 por lo que se podría considerar como bueno. También se observa como para $\theta \leq 5^\circ$, es mínima la variación de la fuerza de rozamiento respecto a la velocidad media.

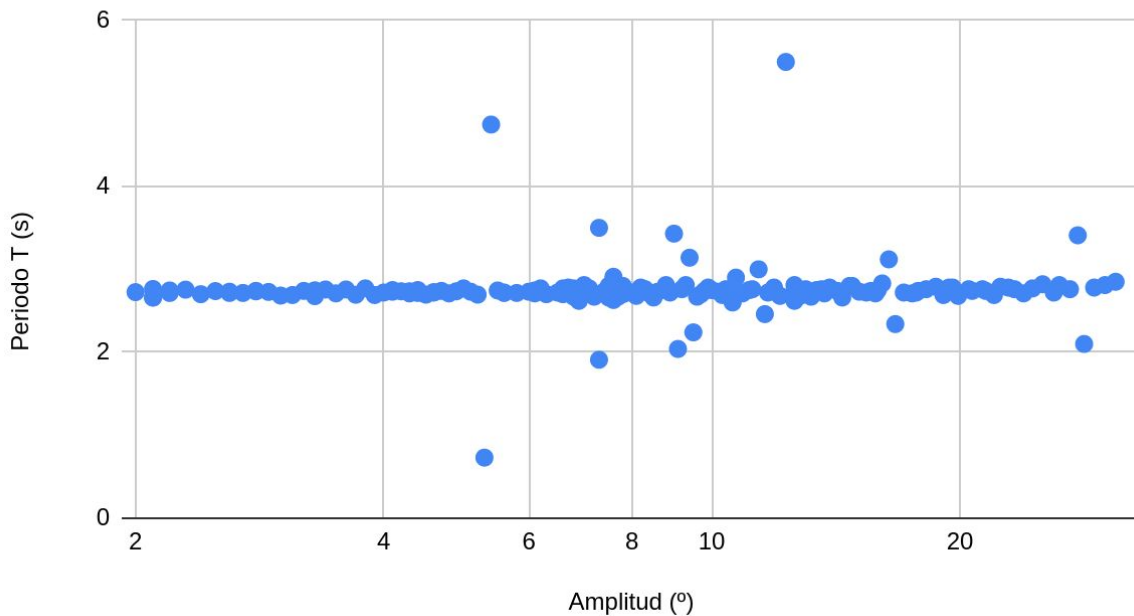
C) Periodo en función de la amplitud.

Aunque el periodo no depende del ángulo,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

se comprueba que para $\theta \leq 5^\circ$ se observa en la gráfica como decrece el periodo en función del ángulo.

Periodo (T) (s) en función de Amplitud ($^\circ$)



D) Cálculo de g en el lugar del experimento.

La fuerza centrípeta es la fuerza neta que actúa sobre un objeto para mantenerlo en movimiento a lo largo de una trayectoria circular.

$$F_c = m \cdot \omega_t^2 \cdot (R_t + h) \cdot \cos\lambda$$

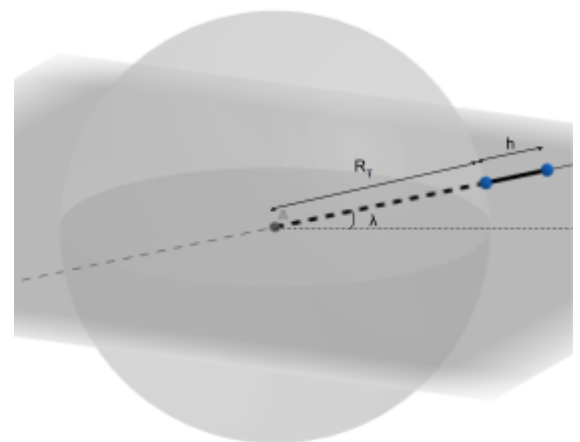
La ley de gravitación universal establece la fuerza con la que se atraen dos cuerpos por el simple hecho de tener masa. Establece que dos cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$F_g = G \frac{M_i \cdot m}{(R_t + h)^2}$$

La segunda Ley de Newton nos establece que la fuerza neta aplicada sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que adquiere dicho cuerpo.

$$F = m \cdot g \Rightarrow g = \frac{F}{m}$$

$$g = g_e \cdot (1 + 0,0053024 \sin^2\lambda - 0,0000058 \sin^2\lambda) - 3,086 \cdot 10^{-6} \cdot h = 9,798787 \text{ m/s}^2$$



Amplitud (°)	Tiempo (s)	Ep (J)	Variación de Ep (J)	Longitud recorrida l (m)	Periodo T (s)	Velocidad media (m/s)	Fuerza de rozamiento
31,9	0	0,7491826492					
30,9	2,85	0,7040753371	0,0451073121	4,042294249	2,85	1,418348859	0,01115883934
30	5,66	0,664586933	0,03948840408	3,919995537	2,81	1,395016205	0,01007358394
29,1	8,44	0,6261584921	0,03842844085	3,8041336	2,78	1,368393381	0,01010175901
28,3	10,54	0,5928973947	0,03326109742	3,694708437	2,1	1,75938497	0,009002360534
27,8	13,95	0,5725411971	0,02035619767	3,611030372	3,41	1,058953188	0,005637226934
27,2	16,71	0,5485549902	0,02398620685	3,540225855	2,76	1,282690527	0,006775332375
26,4	19,52	0,5173264437	0,03122854647	3,450111015	2,81	1,227797514	0,009051461341
26	22,24	0,5020366269	0,01528981685	3,372869723	2,72	1,240025634	0,004533177415
25,2	25,06	0,4721096319	0,02992699496	3,295628432	2,82	1,168662565	0,009080815867
24,5	27,83	0,4466411135	0,02546851838	3,199076818	2,77	1,154901378	0,00796120876
23,9	30,54	0,4253470622	0,02129405135	3,115398752	2,71	1,149593635	0,006835096578
23,3	33,3	0,4045503463	0,02079671586	3,038157461	2,76	1,100781689	0,006845173802
22,9	36,08	0,3909632951	0,01358705127	2,973789718	2,78	1,069708532	0,004568934779
22,4	38,87	0,3742927504	0,01667054464	2,915858749	2,79	1,045110663	0,005717198969
22	41,56	0,3612077225	0,01308502796	2,857927781	2,69	1,062426684	0,004578501966
21,5	44,3	0,3451667435	0,01604097897	2,799996812	2,74	1,021896647	0,005728927584
21,3	47,06	0,3388486985	0,006318045014	2,754939392	2,76	0,998166445	0,002293351727
20,7	49,8	0,3202327514	0,01861594712	2,703445198	2,74	0,9866588314	0,006886008686
20,5	52,56	0,314140417	0,006092334365	2,651951004	2,76	0,960851813	0,002297302762
19,9	55,24	0,2962033972	0,01793701982	2,60045681	2,68	0,970319705	0,006897641887
19,6	58,02	0,2874265781	0,008776819074	2,542525841	2,78	0,9145776407	0,003452007815
19,4	60,8	0,2816465262	0,005780051933	2,51034197	2,78	0,9030007085	0,002302495836
19,1	63,49	0,2730833655	0,008563160654	2,478158098	2,69	0,9212483637	0,003455453734
18,7	66,28	0,2618657611	0,01121760441	2,433100678	2,79	0,8720790962	0,004610415223
18,2	69,04	0,2481658597	0,01369990145	2,37516971	2,76	0,8605687354	0,005767967398
17,8	71,78	0,2374642728	0,0107015869	2,317238741	2,74	0,8457075698	0,004618249602
17,7	74,5	0,2348248241	0,002639448686	2,28505487	2,72	0,8400937022	0,001155092038
17,5	77,21	0,2295891208	0,005235703291	2,265744547	2,71	0,8360680985	0,002310809177
17,1	79,93	0,2192907129	0,0102984079	2,227123901	2,72	0,818795552	0,004624083955
16,7	82,27	0,209223387	0,01006732588	2,175629707	2,34	0,9297562851	0,004627315875
16,4	85,39	0,2018248358	0,007398551247	2,130572287	3,12	0,6828757331	0,003472565231
16,1	88,22	0,1945567472	0,007268088547	2,091951641	2,83	0,739205527	0,003474310019
15,9	90,97	0,1897839327	0,00477281454	2,05976777	2,75	0,7490064618	0,002317161483
15,8	93,68	0,1874193206	0,002364612048	2,040457447	2,71	0,7529363274	0,001158863691
15,6	96,42	0,182733723	0,004685597637	2,021147124	2,74	0,7376449359	0,002318286274
15,4	99,14	0,1781063415	0,004627381522	1,995400027	2,72	0,7336029512	0,002319024486
15,1	101,87	0,1712745475	0,006831793922	1,963216156	2,73	0,719126797	0,003479898992
14,8	104,67	0,1645740539	0,00670049367	1,92459551	2,8	0,6873555393	0,003481507483
14,7	107,47	0,1623697657	0,002204288202	1,898848413	2,8	0,6781601475	0,001160855278
14,4	110,13	0,1558446241	0,006525141538	1,873101316	2,66	0,704173427	0,003483603093
14,2	112,87	0,1515676985	0,004276925657	1,840917444	2,74	0,6718676805	0,002323257716
13,9	115,65	0,1452621933	0,006305505152	1,808733573	2,78	0,6506235874	0,003486143701
13,7	118,36	0,1411318535	0,004130339849	1,776549702	2,71	0,6555533954	0,002324922205
13,6	121,12	0,1390887016	0,002043151909	1,757239379	2,76	0,6366809344	0,001162705511
13,4	123,87	0,1350464649	0,0034042236668	1,737929056	2,75	0,6319742022	0,002325892794
13,2	126,54	0,1310630254	0,003983439499	1,712181959	2,67	0,6412666513	0,002326528135
13	129,3	0,1271384316	0,003924593792	1,686434862	2,76	0,6110271238	0,002327154094
12,8	131,98	0,1232727313	0,003865700266	1,660687765	2,68	0,6196596137	0,002327770667
12,7	134,74	0,121361981	0,001910750313	1,641377442	2,76	0,5947019716	0,001164113911
12,6	137,55	0,1194659717	0,001896009324	1,628503893	2,81	0,579538752	0,001164264533
12,6	140,17	0,1194659717	0	1,622067119	2,62	0,6191095874	0
12,6	142,91	0,1194659717	0	1,622067119	2,74	0,5919952989	0
12,3	145,67	0,1138664472	0,005599524508	1,602756796	5,5	0,2914103266	0,00349368321
12,1	148,35	0,1102072405	0,003659206707	1,570572925	2,68	0,5860346734	0,002329854698
11,9	151,13	0,1066071336	0,00360010688	1,544825828	2,78	0,5556927437	0,002330428981
11,7	153,85	0,1030661704	0,003540963186	1,51907873	2,72	0,5584848274	0,002330993855
11,6	156,31	0,1013178812	0,001748289197	1,499768408	2,46	0,6096619543	0,00116570611
11,4	159,31	0,09786571425	0,003452166973	1,480458085	3	0,4934860282	0,002331823513
11,2	162,07	0,09472729748	0,003392916767	1,454710988	2,76	0,5270691984	0,002332364845
11,1	164,82	0,09279857087	0,001674226609	1,435400665	2,75	0,5219638781	0,001166382774
10,9	167,53	0,0894946067	0,00330396417	1,416090342	2,71	0,5225425616	0,002333159172
10,8	170,24	0,08786487921	0,001629727496	1,396780019	2,71	0,5154169812	0,001166774634
10,7	173,14	0,08624999474	0,001614884469	1,38390647	2,9	0,4772091278	0,001166902897
10,6	175,74	0,08464995821	0,001600036523	1,371032922	2,6	0,5273203546	0,00116702998
10,4	178,5	0,08149444846	0,003155509757	1,351722599	2,76	0,4897545649	0,002334435896
10,3	181,19	0,07993898483	0,001555463622	1,332412276	2,69	0,4953205488	0,001167404151
10,2	183,92	0,07839838838	0,001540596451	1,319538728	2,73	0,4833475193	0,001167526514
10	186,67	0,07536181572	0,003036572665	1,300228405	2,75	0,472810329	0,002335414804
9,9	189,45	0,07386584876	0,001495966964	1,280918082	2,78	0,4607619	0,001167886522
9,8	192,19	0,07238476746	0,001481081293	1,268044533	2,74	0,4627899757	0,001168004162
9,7	194,89	0,07091857635	0,001466191111	1,255170985	2,7	0,4648781425	0,001168120622
9,6	197,56	0,06946727989	0,001451296463	1,242297436	2,67	0,4652799387	0,0011682359
9,5	199,8	0,06803088249	0,001436397394	1,229423888	2,24	0,5488499499	0,001168349996
9,4	202,94	0,06660938854	0,001421493949	1,216550339	3,14	0,3874364138	0,00116846291
9,3	205,75	0,06520280237	0,001406586174	1,203676791	2,81	0,4283547298	0,001168574642
9,2	208,51	0,06381112826	0,001391674115	1,190803242	2,76	0,43145045	0,001168685191
9,1	210,55	0,06243437044	0,001376757816	1,177929693	2,04	0,5774165164	0,001168794559
9	213,98	0,06107253312	0,001361837324	1,165056145	3,43	0,3396665146	0,001168902743
8,9	216,7	0,05972562043	0,001346912683	1,152182596	2,72	0,4235965428	0,001169009745
8,8	219,51	0,05839363649	0,001331983939	1,139309048	2,81	0,4054480597	0,001169115563
8,6	222,24	0,05577447103	0,002619165461	1,119998725	2,73	0,4102559432	0,002338543253

8,5	224,9	0,05448729749	0,001287173544	1,100688402	2,66	0,4137926324	0,001169425917
8,4	227,61	0,05321506865	0,001272228843	1,087814854	2,71	0,401407695	0,001169527001
8,3	230,37	0,05195778838	0,001257280267	1,074941305	2,76	0,3894714873	0,001169626901
8,2	233,15	0,05071546052	0,001242327861	1,062067756	2,78	0,3820387613	0,001169725616
8,1	235,83	0,04948808885	0,001227371671	1,049194208	2,68	0,3914903761	0,001169823148
8	238,55	0,04827567711	0,001212411741	1,036320659	2,72	0,3810002424	0,001169919494
7,9	241,27	0,04707822899	0,001197448119	1,023447111	2,72	0,3762673201	0,001170014656
7,8	244,07	0,04589574814	0,001182480849	1,010573562	2,8	0,3609191293	0,001170108633
7,8	246,77	0,04589574814	0	1,004136788	2,7	0,371902514	0
7,7	249,44	0,04472823816	0,001167509977	0,9977000136	2,67	0,3736704171	0,001170201424
7,6	252,07	0,04357570261	0,001152535548	0,984826465	2,63	0,374458732	0,00117029303
7,6	254,98	0,04357570261	0	0,9783896908	2,91	0,3362163886	0
7,5	257,64	0,042438145	0,001137557609	0,9719529165	2,66	0,3653958333	0,001170383451
7,5	260,44	0,042438145	0	0,9655161422	2,8	0,3448271936	0
7,4	263,17	0,0413155688	0,001122576204	0,959073679	2,73	0,3513111238	0,001170472686
7,3	265,08	0,04020797742	0,00110759138	0,9462058194	1,91	0,4953957169	0,001170560736
7,3	268,58	0,04020797742	0	0,9397690451	3,5	0,2685054415	0
7,2	271,25	0,03911537424	0,001092603182	0,9333322708	2,67	0,3495626482	0,001170647599
7,1	274,02	0,03803776258	0,001077611656	0,9204587222	2,77	0,3322955676	0,001170733277
7	276,83	0,03697514573	0,001062616847	0,9075851737	2,81	0,3229840476	0,001170817768
7	279,59	0,03697514573	0	0,9011483994	2,76	0,3265030433	0
6,9	282,21	0,03592752693	0,001047618801	0,8947116251	2,62	0,3414929867	0,001170901072
6,8	284,98	0,03489490937	0,001032617564	0,8818380765	2,77	0,3183530962	0,00117098319
6,8	287,65	0,03489490937	0	0,8754013023	2,67	0,3278656563	0
6,7	290,43	0,03387729619	0,001017613181	0,868964528	2,78	0,3125771683	0,001171064121
6,6	293,13	0,03287469049	0,001002605699	0,8560909794	2,7	0,3170707331	0,001171143866
6,6	295,9	0,03287469049	0	0,8496542051	2,77	0,3067343701	0
6,5	298,62	0,03188709533	0,0009875951625	0,8432174309	2,72	0,3100064084	0,001171222423
6,3	304,02	0,0299569486	0,001930146728	0,823907108	2,7	0,3051507807	0,002342675174
6,2	309,56	0,02901440291	0,0009425456856	0,8045967852	2,77	0,2904681535	0,001171450971
6,1	314,98	0,02808687952	0,00092752339	0,7917232366	2,71	0,2921487958	0,001171524779
6,1	320,47	0,02808687952	0	0,7852864623	2,745	0,2860788569	0
6	325,93	0,02717438125	0,000912498269	0,778849688	2,73	0,285292926	0,001171597399
5,8	331,36	0,02539447115	0,001779910102	0,7595393652	2,715	0,2797566723	0,002343407312
5,6	336,8	0,02367469429	0,001719776858	0,7337922681	2,72	0,2697765691	0,002343683536
5,6	342,23	0,02367469429	0	0,7209187195	2,715	0,2655317567	0
5,5	347,72	0,02283736241	0,0008373318852	0,7144819452	2,745	0,2602848617	0,001171942679
5,4	357,21	0,02201507164	0,0008222907732	0,7016083967	4,745	0,1478626758	0,00117200817
5,3	358,67	0,02120782448	0,0008072471564	0,6887348481	0,73	0,9434723947	0,001172072473
5,2	364,06	0,0204156234	0,0007922010806	0,6758612995	2,695	0,2507834136	0,001172135586
5,1	369,52	0,01963847081	0,0007771525916	0,662987751	2,73	0,242852656	0,001172197511
5	375,06	0,01887636907	0,0007621017353	0,6501142024	2,77	0,234698268	0,001172258247
4,9	380,53	0,01812932051	0,0007470485574	0,6372406539	2,735	0,2329947546	0,001172317794
4,8	385,95	0,01739732741	0,000731993104	0,6243671053	2,71	0,2303937658	0,001172376151
4,7	391,43	0,01668039199	0,0007169354207	0,6114935567	2,74	0,2231728309	0,00117243332
4,6	396,87	0,01597851644	0,0007018755536	0,5986200082	2,72	0,2200808854	0,001172489299
4,6	402,32	0,01597851644	0	0,5921832339	2,725	0,2173149482	0
4,5	407,71	0,01529170289	0,0006868135484	0,5857464596	2,695	0,2173456251	0,001172544088
4,4	413,21	0,01461995344	0,000671749451	0,572872911	2,75	0,2083174222	0,001172597688
4,4	418,64	0,01461995344	0	0,5664361368	2,715	0,2086320946	0
4,3	424,06	0,01396327013	0,0006566833074	0,5599993625	2,71	0,2066418312	0,001172650098
4,3	429,53	0,01396327013	0	0,5535625882	2,735	0,2023994838	0
4,2	435	0,01332165497	0,0006416151634	0,5471258139	2,735	0,2000460014	0,001172701319
4,1	440,5	0,0126951099	0,000626545065	0,5342522654	2,75	0,194273551	0,001172751349
4,1	445,96	0,0126951099	0	0,5278154911	2,73	0,1933390077	0
4	451,4	0,01208363684	0,000611473058	0,5213787168	2,72	0,1916833518	0,00117280019
3,9	459,47	0,01148723765	0,0005963991883	0,5085051682	2,69	0,1890353785	0,00117284784
3,8	467,78	0,01090591415	0,0005813235019	0,4956316197	2,77	0,1789283826	0,001172894301
3,7	475,86	0,01033966811	0,0005662460447	0,4827580711	2,693333333	0,1792418581	0,001172939571
3,6	484,13	0,009788501245	0,0005511668626	0,4698845225	2,756666667	0,1704538776	0,001172983651
3,5	492,26	0,009252415243	0,0005360860015	0,457010974	2,71	0,1686387358	0,00117302654
3,4	500,53	0,008731411736	0,0005210035075	0,4441374254	2,756666667	0,1611139391	0,001173068239
3,3	508,56	0,008225492309	0,0005059194263	0,4312638769	2,676666667	0,1611197547	0,001173108747
3,3	516,8	0,008225492309	0	0,4248271026	2,746666667	0,1546700616	0
3,2	525,02	0,007734658505	0,0004908338041	0,4183903283	2,74	0,1526972001	0,001173148065
3,1	533,09	0,007258911819	0,0004757466867	0,4055167797	2,69	0,1507497322	0,001173186192
3	541,14	0,006798253699	0,0004606581201	0,3926432312	2,683333333	0,14632667	0,001173223129
2,9	552,05	0,006352685548	0,0004455681502	0,3797696826	2,7275	0,1392372805	0,001173258874
2,8	562,99	0,005922208725	0,0004304768231	0,366896134	2,735	0,1341484951	0,001173293429
2,8	573,95	0,005922208725	0	0,3604593598	2,74	0,1315545109	0
2,7	584,81	0,005506824541	0,0004153841846	0,3540225855	2,715	0,1303950591	0,001173326792
2,6	595,73	0,00510653426	0,0004002902808	0,3411490369	2,73	0,1249630172	0,001173358965
2,6	606,59	0,00510653426	0	0,3347122626	2,715	0,1232826013	0
2,5	617,54	0,004721339102	0,0003851951577	0,3282754883	2,7375	0,1199179866	0,001173389946
2,4	628,34	0,004351240241	0,0003700988612	0,3154019398	2,7	0,1168155333	0,001173419737
2,3	639,36	0,003996238804	0,0003550014373	0,3025283912	2,755	0,1098106683	0,001173448336
2,2	650,22	0,003656335872	0,000339902932	0,2896548427	2,715	0,1066868665	0,001173475744
2,2	661,2	0,003656335872	0	0,2832180684	2,745	0,1031759812	0
2,1	671,84	0,00333153248	0,0003248033913	0,2767812941	2,66	0,1040531181	0,001173501961
2,1	682,48	0,00333153248	0	0,2703445198	2,66	0,1016332781	0
2,1	693,53	0,00333153248	0	0,2703445198	2,7625	0,09786226962	0
2	704,43	0,003021829619	0,0003097028612	0,2639077455	2,725	0,0968468791	0,001173526986