



# Estatística aplicada à Tomada de Decisão

---

**Função de valor**

**Métodos MOLP (CP e CGT)**



# Função de valor

- **As funções de valor são aquelas que representam uma valoração para um determinado critério.**
- **As funções de valor devem representar o desempenho esperado para cada um dos critérios segundo o objetivo esperado.**

# Funções de valor

- **Um mesmo critério, em problemas de diferentes objetivos podem ser representados por diferentes funções de valor.**
- **A função de valor irá representar qual a expectativa do critério considerado no problema em questão.**



# Métodos MOLP

## Métodos Baseados na Distância

- **Menor Distância do Melhor**
- **Maior Distância do Pior**

# Menor Distância do Melhor

- O método da Programação de Compromisso é baseado no conceito de distância métrica (Teorema de Pitágoras), entre dois pontos cujas coordenadas são conhecidas (Zeleny, 1982).
- O que motiva a utilização deste método é que ele procura minimizar a distância de todos os pontos factíveis avaliáveis, para um determinado ponto escolhido pelo DM, chamado de "ponto Ideal". A dificuldade na escolha do "Ponto Ideal" em relação a solução final é diminuída quando, por uma restrição, o "Ponto Meta" for menor ou igual ao "Ponto Ideal". Uma "Solução Ideal" é definida pela função objetivo  $f_i^* = \text{Max } f_i(x)$ . O vetor  $f^*$  cujos elementos são todos máximos é chamado de vetor ideal:  $f^* = (f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*)$ .

# Método programação por Compromisso

## (CP – Compromise Programming)

A obtenção da solução Ideal não é possível pois dificilmente existe um vetor de decisões  $\mathbf{x}^*$  que seja solução comum a todos os  $n$  problemas. Porém, ela pode ser utilizada na avaliação das soluções alcançáveis.

Esta distância é medida pela família métrica " $l_s$ ", definida por:

$$l_s(x) = \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i^S \left| \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^* - f_{i,w}} \right|^S \right)^{1/S}$$

em que:

- $\alpha_i$   $\Rightarrow$  são pesos atribuídos subjetivamente pelo DM ou derivado de alguma estrutura de preferência;
- $f_{w,i}$   $\Rightarrow$  é o pior valor obtido para o critério  $i$ ,
- $f_i(\mathbf{x})$   $\Rightarrow$  é o resultado da implementação da decisão  $\mathbf{x}$  com respeito ao  $i$ ésimo critério,
- $S$   $\Rightarrow$  reflete a importância que o DM atribui aos desvios máximos, e varia no seguinte intervalo:  $1 \leq S \leq \infty$ .

# Método programação por Compromisso

## (CP – Compromise Programming)

- Para  $S=1$ , todos os desvios de  $f_1^*$  são levados em consideração proporcionalmente às suas magnitudes. Para  $2 \leq S \leq \infty$ , o maior desvio tem a maior influência. Para  $S = \infty$ , o maior desvio é o único considerado (critério minimax). O problema é resolvido, geralmente, para um conjunto de pesos atribuídos  $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n\}$  e para  $s=1, 2$  e  $\infty$  (Gershon e Duckstein, 1983).
- Como a escolha de “S” reflete a importância que o DM atribui aos desvios máximos, pode-se dizer que existe dois esquemas de pesos: no primeiro o parâmetro “S” reflete a importância que os desvios máximos possuem e, no segundo o parâmetro “ $\alpha_i$ ” reflete a importância do critério  $i$ .

# Método programação por Compromisso

(CP – Compromise Programming)

- Quando as alternativas de solução estão discretizadas e cada um dos critérios está representado na matriz de avaliação (*Payoff*), este método pode ser aplicado fazendo-se que os melhores valores alcançados por cada um dos critérios seja definido como  $f_i^*$ , e os piores como  $f_{i,w}$ . Com esses valores, com os parâmetros " $\alpha_i$ " (pesos) e " $S$ " dados, calcula-se a distância de cada alternativa à solução ideal, e seleciona-se a alternativa de menor distância como a de melhor compromisso.



# Maior Distância do Pior

- O método da Teoria do Jogos Cooperativos minimiza a distância de um certo ponto ideal, a “melhor” solução é aquela que maximiza a distância de algum ponto “*status quo*”, considerando uma hipotética situação de nível mínimo, em que a medida de distância utilizada é a geométrica (Gershon e Duckstein, 1983).
- A teoria do jogo, em geral, é um estudo matemático de resolução de conflitos. Um aspecto da teoria do jogo é que os participantes têm a oportunidade de se comunicarem e formar ligações e reforçar concordâncias e/ou acordos. O resultado de cada acordo resulta na formulação de uma matriz de avaliação (*Payoff*). A função de distância utilizada é dada por:

# Método dos Jogos Cooperativos

(CGT – COOPERATIVE GAME THEORY)

$$l_s(x) = \prod_{i=1}^n |f_i(x) - f_i^*|^{\alpha_i}$$

em que:

$\alpha_i \Rightarrow$  é o peso do  $i$ ésimo critério;

$f_i^* \Rightarrow$  é o  $i$ ésimo elemento do ponto “*status quo*”;

$f_i(x) \Rightarrow$  é o resultado da implementação da decisão  $x$  com respeito ao  $i$ ésimo critério.