

Computação Gráfica

Prof. Rodrigo Martins

rodrigo.martins@francomontoro.com.br

Este material foi cedido pelo Prof. Jorge Cavalcanti da UNIVASF
(UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO)

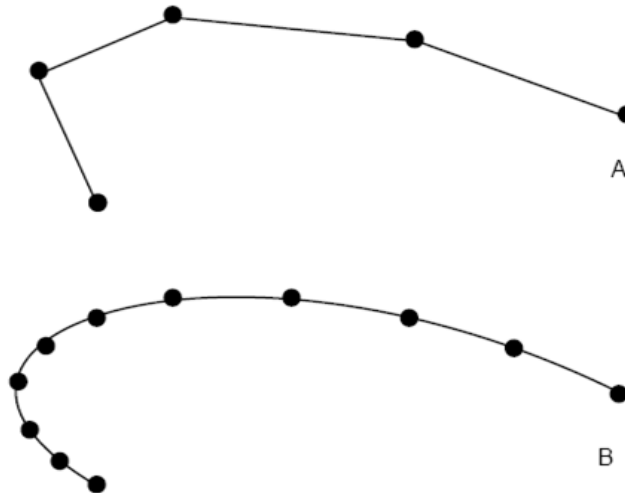
Curvas e Superfícies

- Curvas e superfícies desempenham um importante papel na criação de objetos sintéticos e na visualização de fenômenos científicos.
- As curvas são a base tanto da geração de forma simples quanto na criação de projetos complexos.
- Representar curvas por linhas retas pode ser suficiente para várias aplicações. No entanto, curvas e superfícies mais complexas demandam uma maneira mais eficiente de representação.

Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Conjunto de Pontos** – Nessa representação, a curva pode ser gerada pelo uso de uma grande quantidade de pontos ou pela conexão deles por segmentos adequados.
- Quanto maior o número de pontos, melhor a representação e mais suave será a curva.
 - Mais pontos podem ser obtidos por interpolação ou aproximação.



Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Representação analítica** – Nessa representação, são utilizadas uma ou mais equações.
 - É mais precisa, compacta, não requer armazenamento de pontos e facilita o cálculo de novos pontos, sempre exatos.
- É mais fácil também determinar as propriedades da curva, como inclinação, pontos de curvatura etc.
- Essa representação também simplifica a aplicação de mudanças como escala, rotação, projeções e outras.
- Formas não paramétricas – Funções do tipo $y=f(x)$ ou vice-versa.
 - $y = (10^2 - x^2)^{1/2}$ – Equação de um quarto de círculo de raio 10.
- Polinômios em geral são adequados e mais usados para representar curvas em função da facilidade de derivar, integrar ou avaliar seu valor em algum ponto.

Curvas e Superfícies

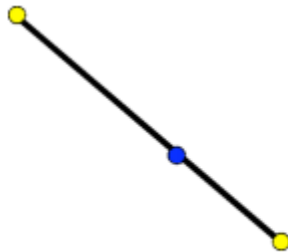
Representação de Curvas

- **Formas paramétricas**
- Na forma paramétrica, cada coordenada de um ponto em uma curva é representada como uma função de um único parâmetro.
 - A curva fica independente do sistema de coordenadas.
 - Os extremos e o comprimento da curva são fixos pelo intervalo do parâmetro.
 - Facilita manipulações dos objetos nas transformações geométricas.
- A representação espacial 3D é simplificada com a adição de mais uma coordenada pela função $z=z(t)$.

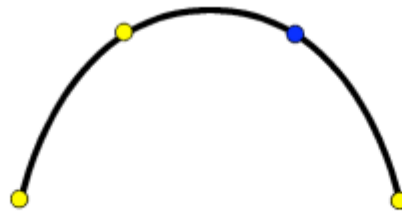
Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Formas paramétricas**
- Cada ponto de uma curva genérica em 3D é definido por:
 - $\mathbf{Q}(t)=[\mathbf{x}(t) \ y(t) \ z(t)]$, onde $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ são denominadas Funções-Base.



Linear



Quadratic



Cubic

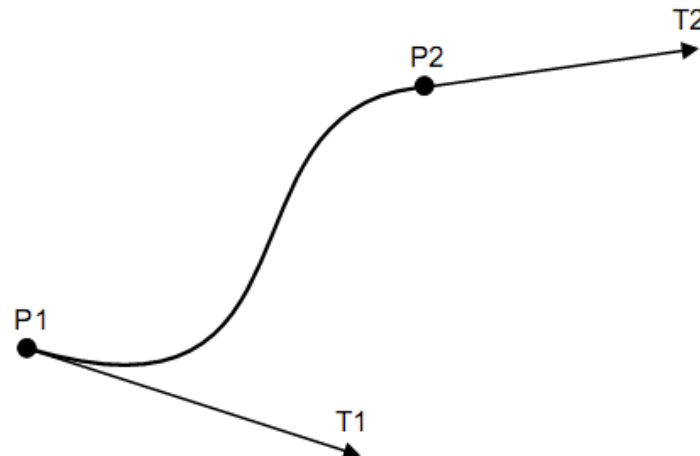
Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Curvas de Hermite**
- O uso de polinômios de 3ª ordem para ajuste de curvas foi intensamente descrito pelo matemático francês Charles Hermite (1822-1901).
- Para gerar uma curva de Hermite, são necessários quatro fatores:
 - Os pontos $P1$ e $P2$, que descrevem os pontos inicial e final da curva.
 - Os vetores $T1$ e $T2$, que descrevem as tangentes e seus pesos na curva em $P1$ e $P2$.

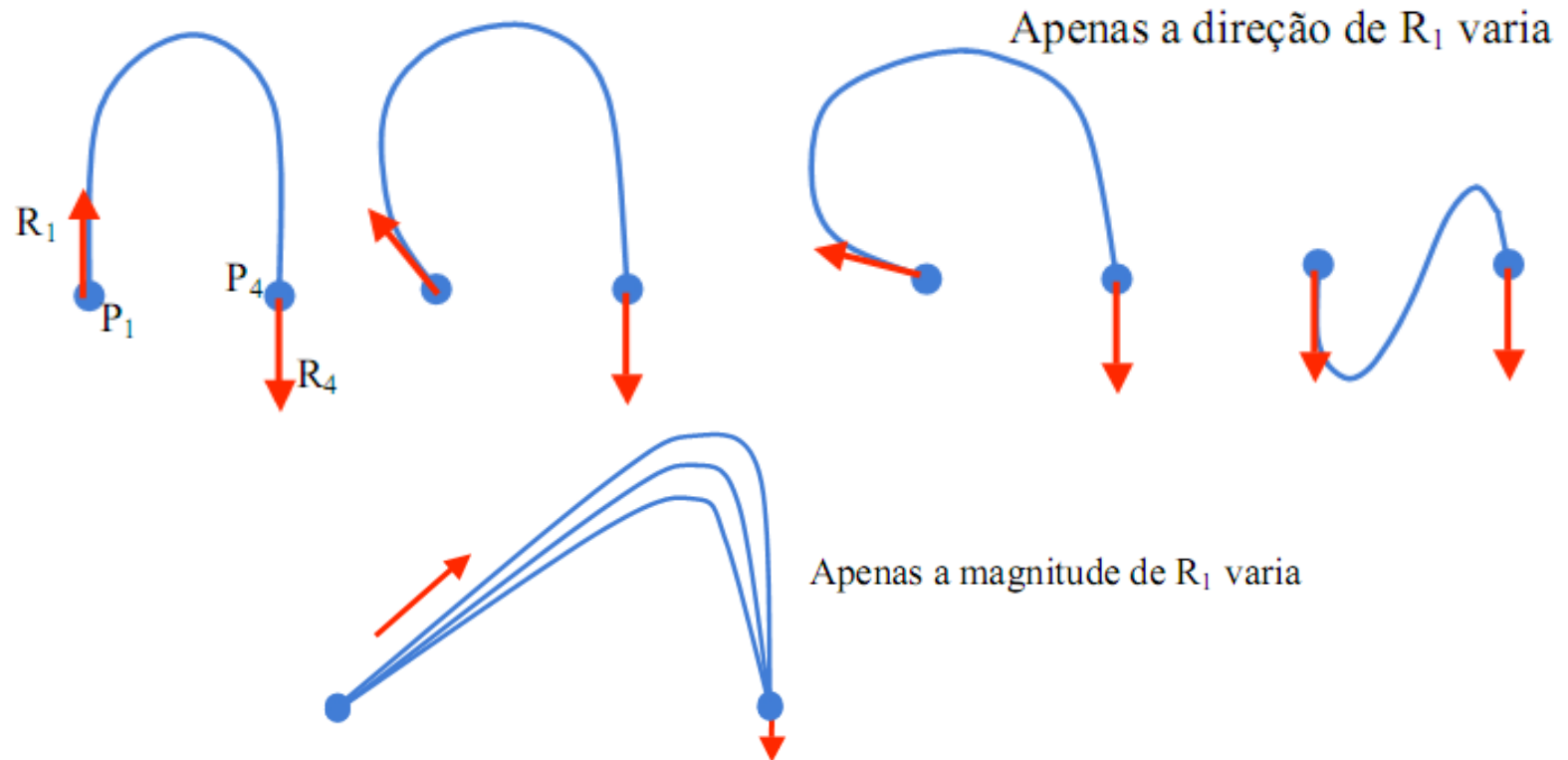
Curvas e Superfícies

- **Curvas de Hermite**
- Esses quatro fatores de controle têm participação na composição da geometria da curva de Hermite.
- Como os vetores têm quatro propriedades básicas: módulo, direção, sentido e ponto de aplicação, Hermite usou essas propriedades para dar maior flexibilidade e ao mesmo tempo controle para as definição das curvas.



Curvas e Superfícies

- **Curvas de Hermite**

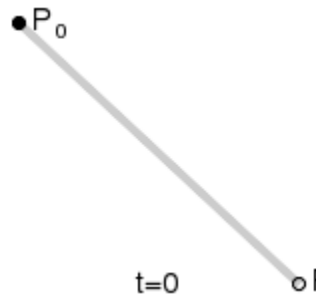


Curvas e Superfícies

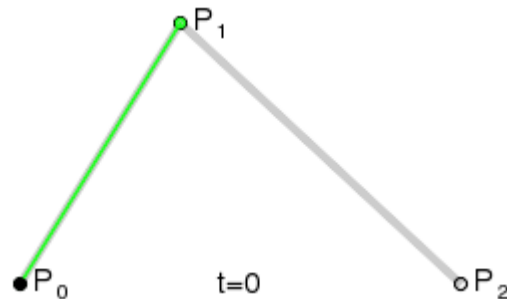
Representação de Curvas

- **Curvas de Bézier**

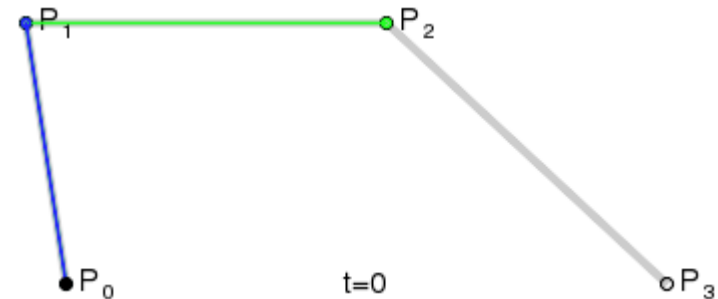
- Desenvolvidas por Pierre Bézier na década de 1960.
- Baseada nos princípios descritos por Hermite, porém usando pontos de controle na curva ao invés de vetores no início e fim da curva.



Curva de Bézier Linear



Curva de Bézier Quadrática



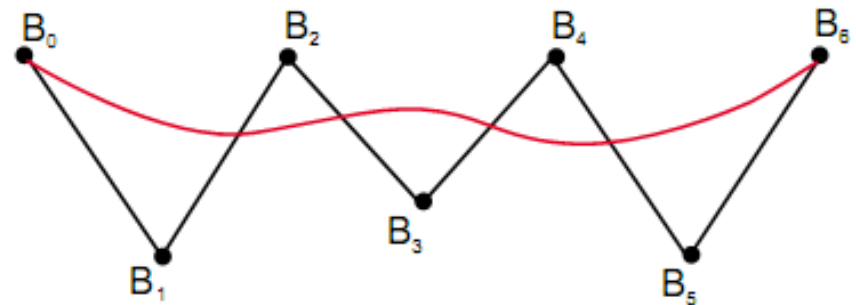
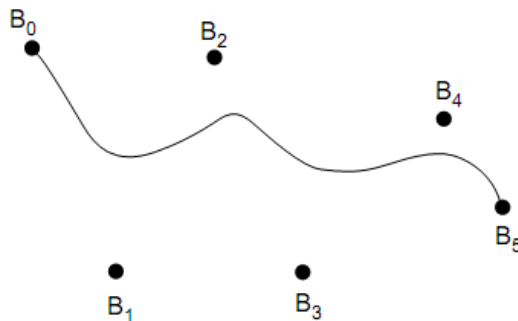
Curva de Bézier Cúbica

Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Curvas de Bézier**

- Um método adequado para o design de curvas e superfícies de forma livre em ambientes interativos, por isso é bastante usado em softwares gráficos.
- A curva passa pelo primeiro e pelo último ponto de controle e usa pelo menos outros dois para construir sua tangente. Quanto mais pontos de controle, mais flexibilidade no manuseio da curva.

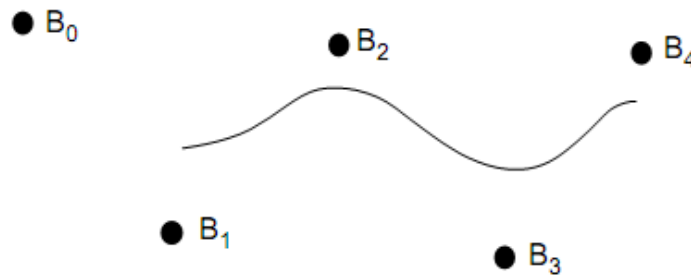


Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Curvas B-Spline**

- O nome spline é uma alusão à régua flexível usada para gerar curvas livres suaves.
- A curva spline original é formada por vários pontos de controle, cuja alteração em um desses pontos se propaga por todos os demais.
- A curva B-Spline é uma versão com controle local, onde a alteração em um ponto de controle se propaga apenas para os pontos vizinhos.
- Outra característica é que a função não passa pelos pontos de controle.

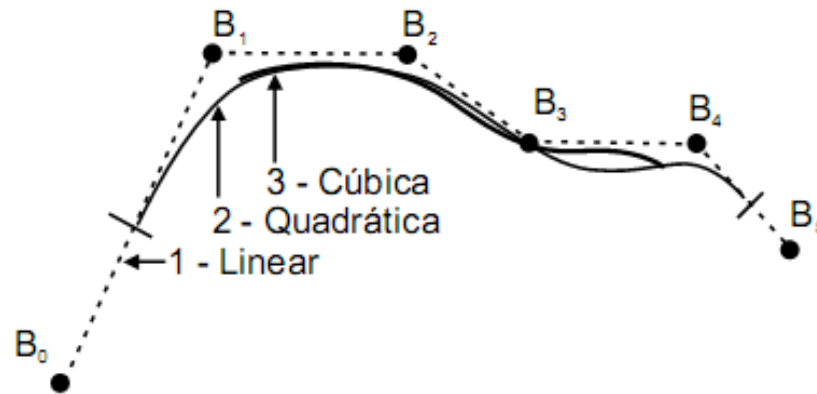


Curvas e Superfícies

Representação de Curvas

- **Curvas B-Spline**

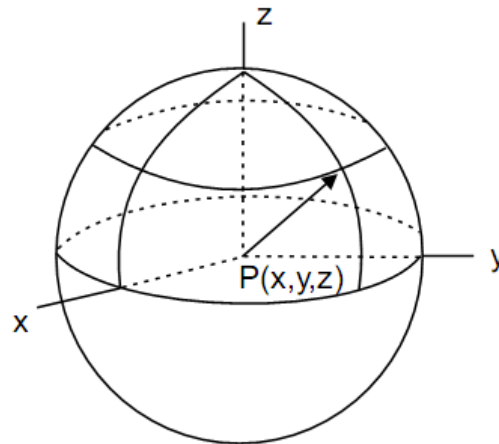
- Ela pode ser gerada por qualquer número de pontos de controle.
- São preferencialmente usada nas aplicações que usam curvas livres para projeto de modelos.
- Em uma mesma curva, podem ser verificadas funções lineares, quadráticas e cúbicas.



Curvas e Superfícies

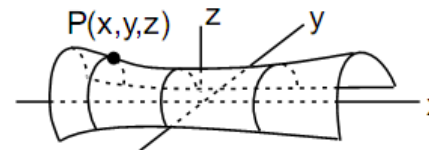
Representação de Superfícies

- De um modo geral, as superfícies são uma generalização de curvas.
- Uma superfície pode ser gerada a partir das mesmas formas de representação das curvas.
- A geração de objetos a partir dos seus contornos constituem uma etapa importante da modelagem de objetos gráficos.



Esfera com centro (x_0, y_0, z_0)

$$\text{Equação: } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$$



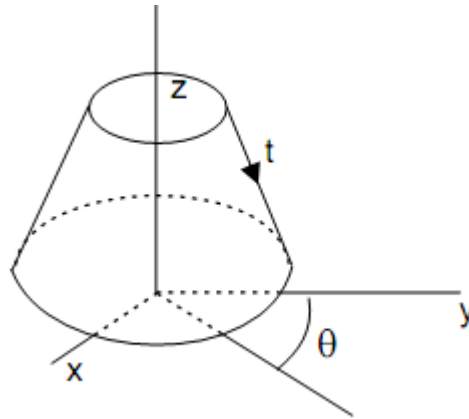
Parabolóide Hiperbólico

$$\text{Equação: } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$$

Curvas e Superfícies

Representação de Superfícies

- **Superfícies de Revolução**
- A rotação de uma curva plana em torno de um eixo produz a mais popular família de superfícies.

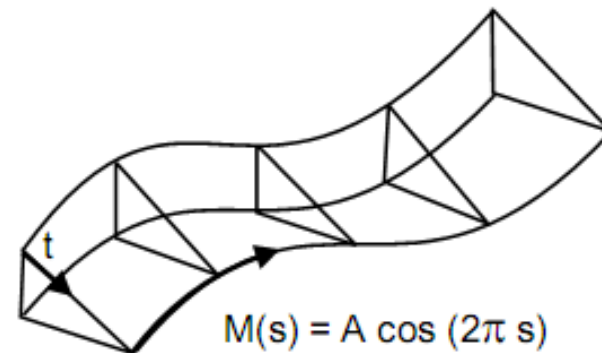
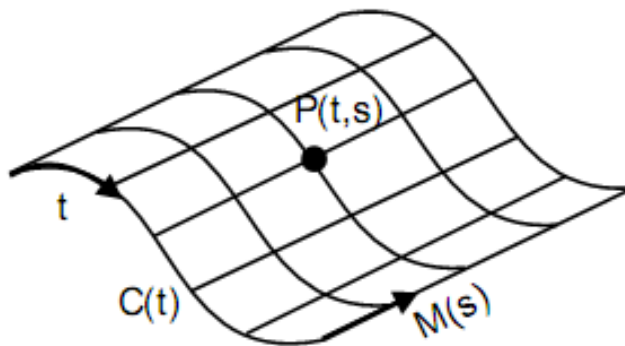


- Cada ponto em superfície de revolução é uma função de dois parâmetros: o ângulo de rotação e uma posição na curva t a ser rotacionada, sendo sua descrição definida por $P(t, \theta)$.

Curvas e Superfícies

Representação de Superfícies

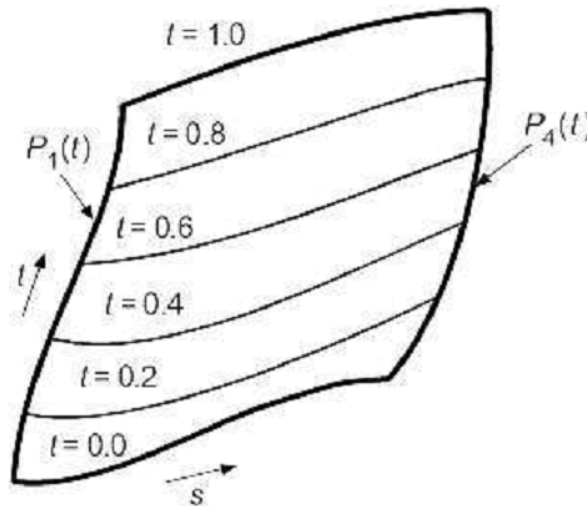
- **Superfícies de Deslocamento**
- Translações e deslocamentos genéricos de curvas produzem superfícies de diversas formas.
 - Esse modo de geração é chamado de *sweeping* (varredura).
- Essa operação pode ser descrita tanto por uma simples reta quanto por curvas complexas.



Curvas e Superfícies

Representação de Superfícies

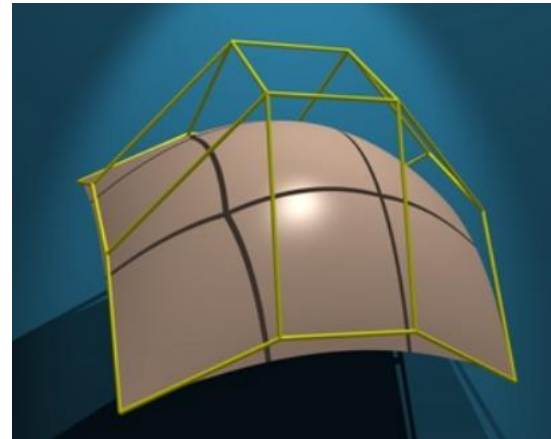
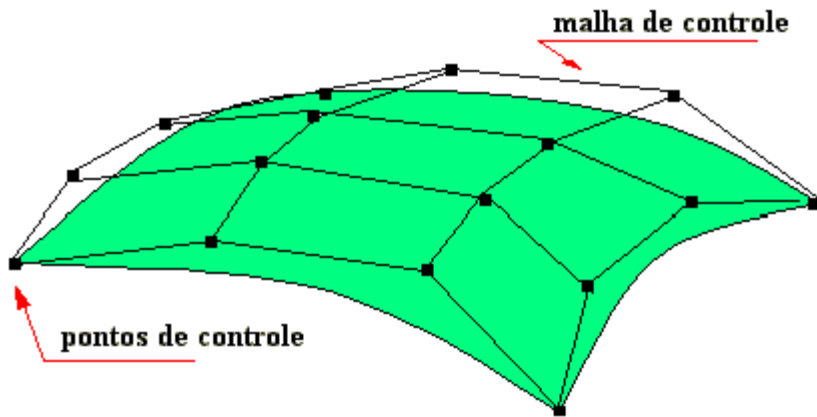
- **Superfícies de Hermite**
- Extensão das curvas de hermite.
- Definida por duas "bordas" dadas por $P_1(t)$ e $P_4(t)$ e
- um conjunto de cúbricas s que são definidas nos pontos $t = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ e 1.0 (normalizadas).



Curvas e Superfícies

Representação de Superfícies

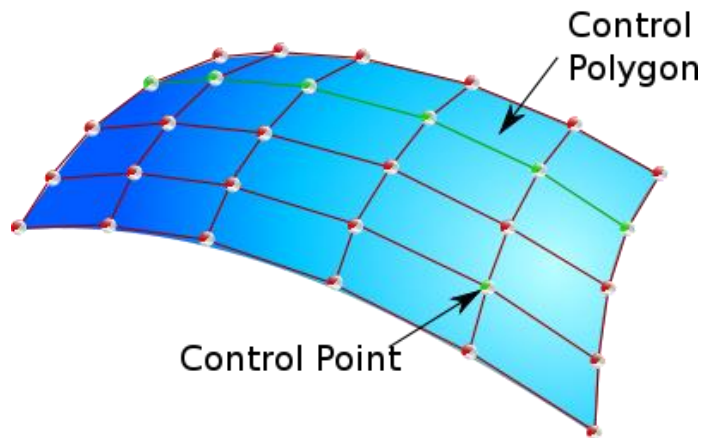
- **Superfícies de Bézier**
- Usa uma malha com 16 pontos de controle da superfície.
 - Os pontos das extremidades fazem parte da superfície.
- Esta é uma curva que provê grande controle sobre sua forma por parte do usuário.
- <http://www.math.tamu.edu/~sottile/research/stories/ControlPolytope/index.html>



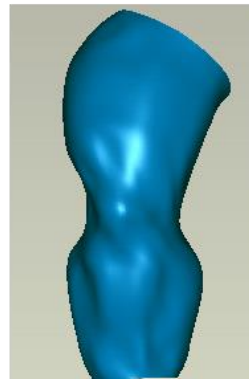
Curvas e Superfícies

Representação de Superfícies

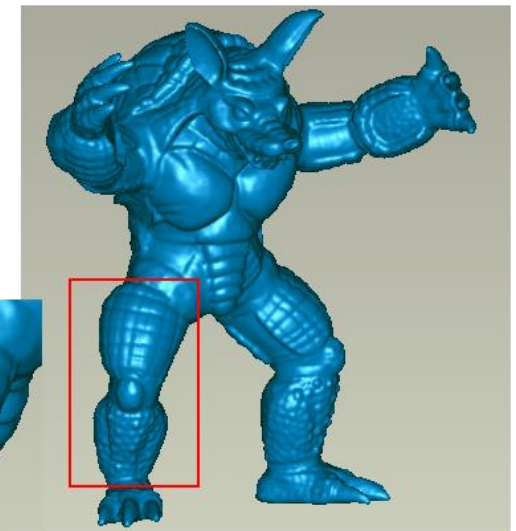
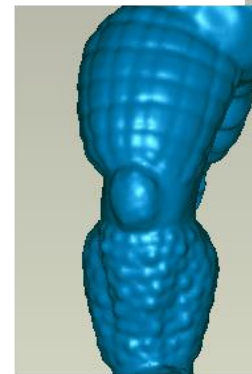
- **Superfícies B-Spline**
- De forma similar às superfícies de Bézier, representamos uma superfície B-Spline bicúbica através de um conjunto de pelo menos 16 pontos de controle.
- Resulta em uma aparência mais suave.



Reconstructed
BSpline Surface



Original Polygon
Model



Referências desta aula

- AZEVEDO, Eduardo; CONCI, Aura. 2007. Computação Gráfica: Teoria e Prática. Elsevier, Vol. 2, 2007.
- Aula montada com base no material do Prof. Jorge Cavalcanti - UNIVASF.