

SECCIONES CÓNICAS

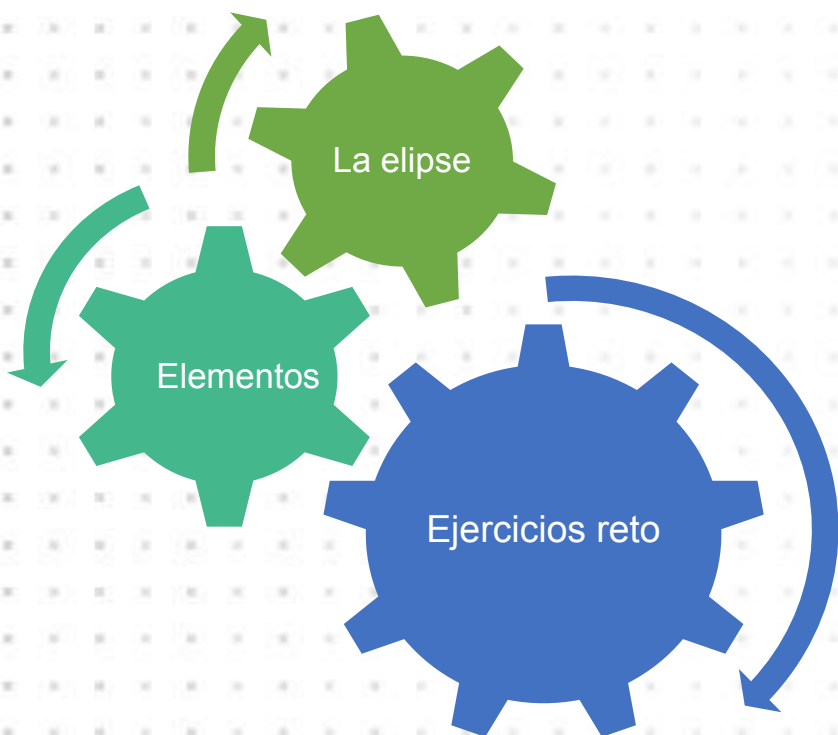
**Hipérbola. Ecuación Ordinaria, Canónica y General.
Gráficas con eje paralelo al eje “x”; “y”.**



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

Inicio

¿Alguna duda de la sesión anterior?



Te acuerdas...

¿Cuál es la diferencia entre la ecuación general de la circunferencia y ecuación de la elipse ?



LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas sobre hipérbolas identificando sus ecuaciones, elementos y gráficas.

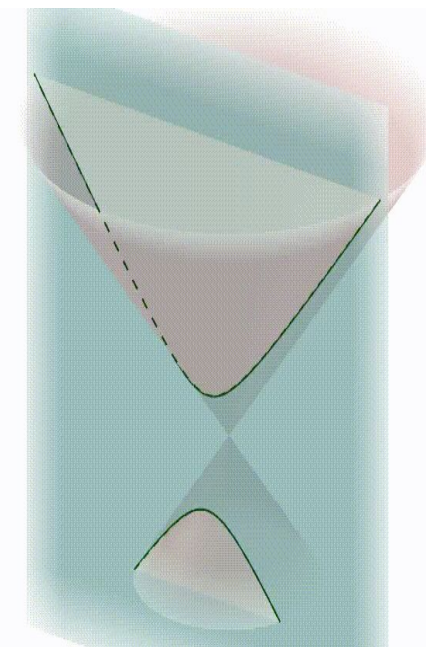


¿Qué sabes de la hipérbola?

*¿Qué forma
tiene una
hipérbola?*

*¿Sabes qué es una
asíntota?*

*¿Has visto
hipérbolas en tu
entorno?*



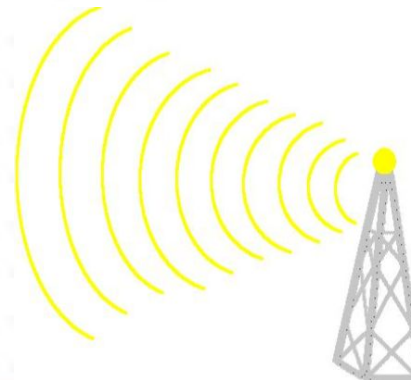
¿Cuál es la utilidad del estudio de la Hipérbola?

Muchas personas aprenden acerca de esta forma durante sus cursos de álgebra en la preparatoria o colegio, pero no es obvio el por qué esta forma es importante. La hipérbola tiene unas cuantas propiedades que le permiten jugar un papel importante en el mundo real. Muchos campos usan las hipérbolas en sus diseños y predicciones de fenómenos..

Los sistemas de satélites pueden hacer mucho uso de las hipérbolas y las funciones hiperbólicas. Cuando los científicos lanzan un satélite al espacio, primero deben usar ecuaciones matemáticas para predecir su camino.



Las señales de los sistemas de radio emplean funciones hiperbólicas. Un sistema de radio importante, LORAN, identifica posiciones geográficas usando hipérbolas. Los científicos y los ingenieros establecieron las estaciones de radio en posiciones de acuerdo con la forma de una hipérbola para poder optimizar el área cubierta por la señal de una estación.



La Torre de Koba



Puente hiperbólico de Manchester

**SECCIONES
CÓNICAS**

HIPÉRBOLA



Desaprende lo que te limita

1 Transformación

HIPÉRBOLA

Es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante e igual a $2a$.

Ecuación Ordinaria

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Centro

$$C(h, k)$$

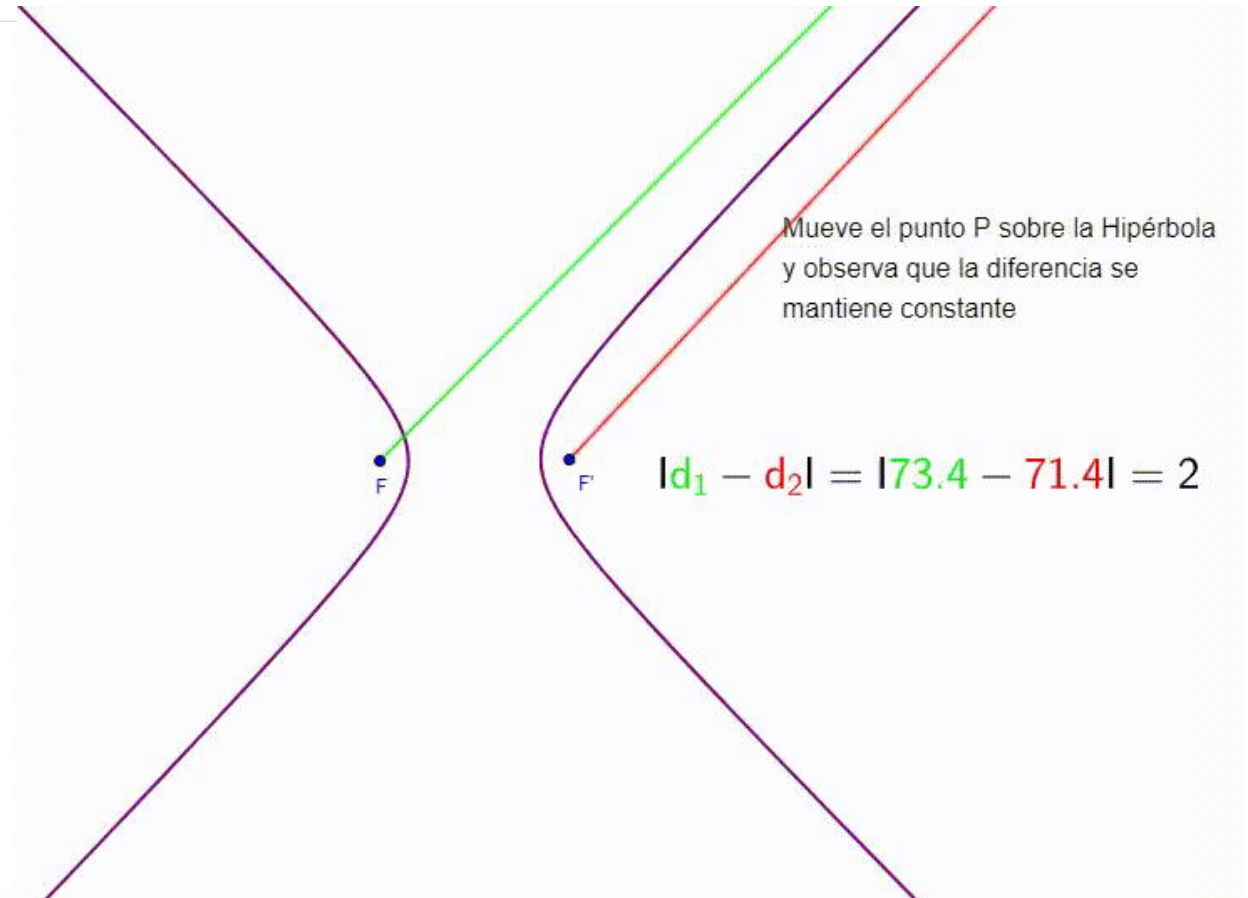
Ecuación Canónica

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación General

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A y B son de diferente signo



1.1 Elementos

Eje Real: cuya longitud es de $2a$.

Eje imaginario: Recta perpendicular al eje focal que pasa por los vértices y el focos.

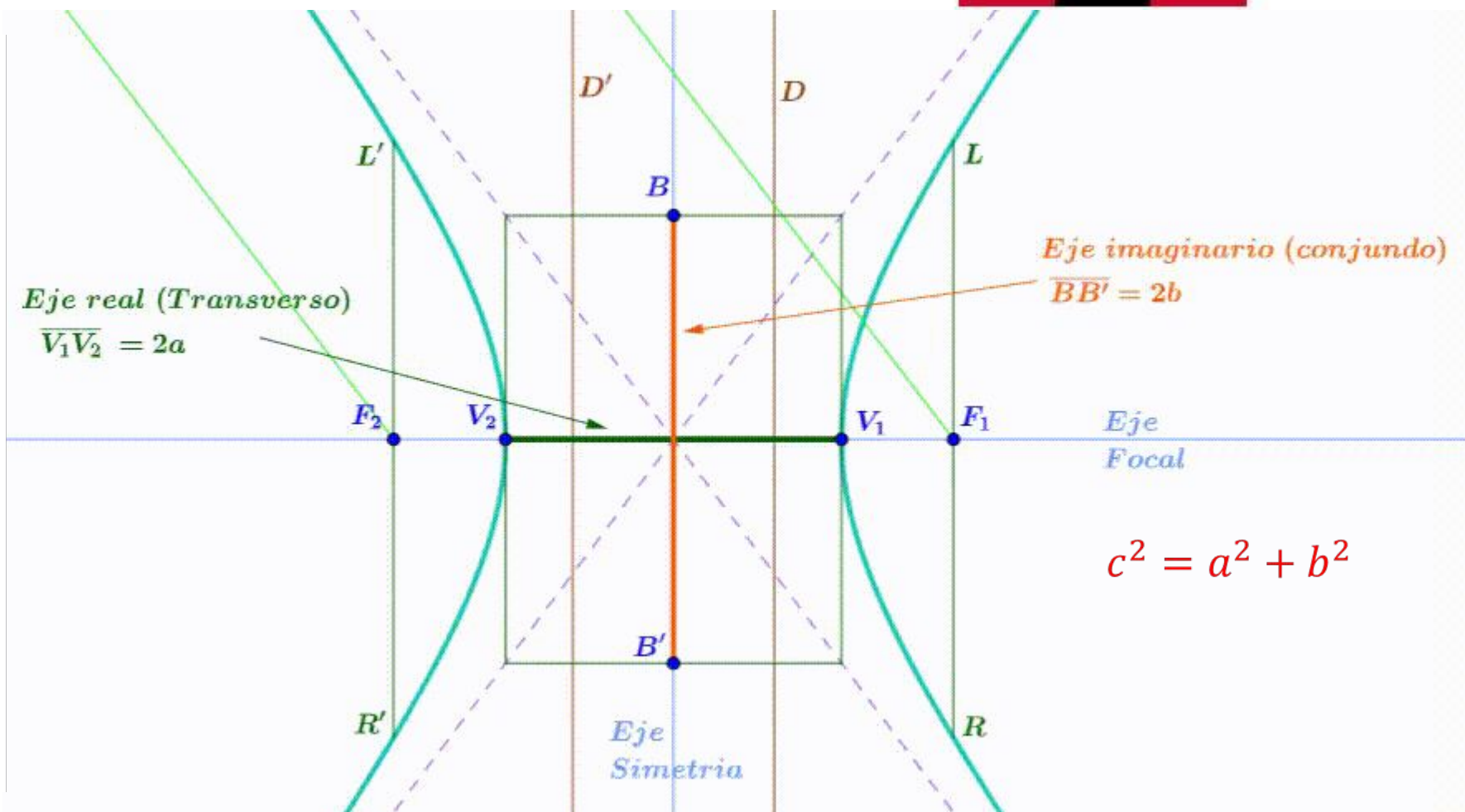
Vértice (V): La hipérbola tiene 2 vértices, la distancia entre ellos es de $2a$.

Foco (F): La hipérbola tiene 2 focos, la distancia entre ellos es de $2c$.

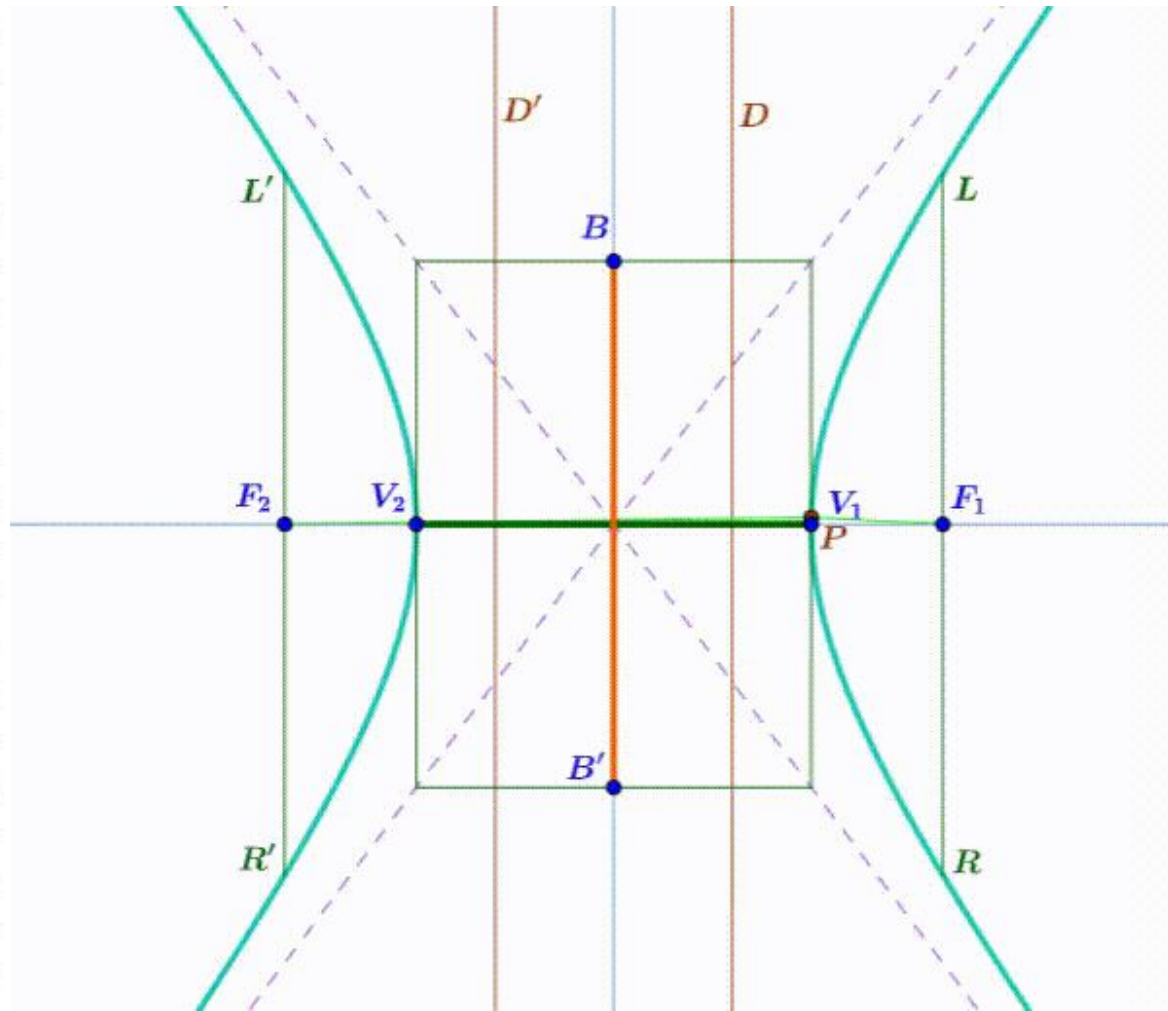
Directriz(D): Recta fija que dista $\frac{a}{e}$ del centro. Y cuya distancia entre ambas rectas es $\frac{2a}{e}$.

Lado recto (LR): Es una cuerda focal perpendicular al eje focal, cuya longitud es de $\frac{2b^2}{a}$.

Excentricidad: $e = \frac{c}{a}$



2 HIPÉRBOLA PARALELA AL EJE X



Ecuación Canónica

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la asíntota
oblicua

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

Ecuación de la Directriz

$$x = \pm \frac{a}{e}$$

Ecuación Ordinaria

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Ecuación General

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A y B son de diferente signo

Ecuación de la asíntota oblicua

$$y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$$

Ecuación de la Directriz

$$x = \pm \frac{a}{e} + h$$

Ejemplo.

Bosqueja la gráfica de la ecuación $x^2 - 9y^2 - 6x - 18y - 36 = 0$; y halle los vértices, focos, rectas directrices y asíntotas.

SOLUCIÓN:

$$(x^2 - 6x) - (9y^2 + 18y) = 36$$

$$(x - 3)^2 - 9(y + 1)^2 = 36 + 9 - 9$$

$$(x - 3)^2 - 9(y + 1)^2 = 36$$

$$\frac{(x - 3)^2}{36} - \frac{9(y + 1)^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\frac{(x - 3)^2}{6^2} - \frac{(y + 1)^2}{2^2} = 1$$

$$C(h, k) = (3, -1)$$

$$a = 6 \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$b = 2 \quad c^2 = 6^2 + 2^2$$

$$c = \sqrt{40}$$

$$V_1(3 + 6, -1) = (9, -1)$$

$$V_2(3 - 6, -1) = (-3, -1)$$

$$F_1(-3 + \sqrt{40}, -1)$$

$$F_2(-3 - \sqrt{40}, -1)$$

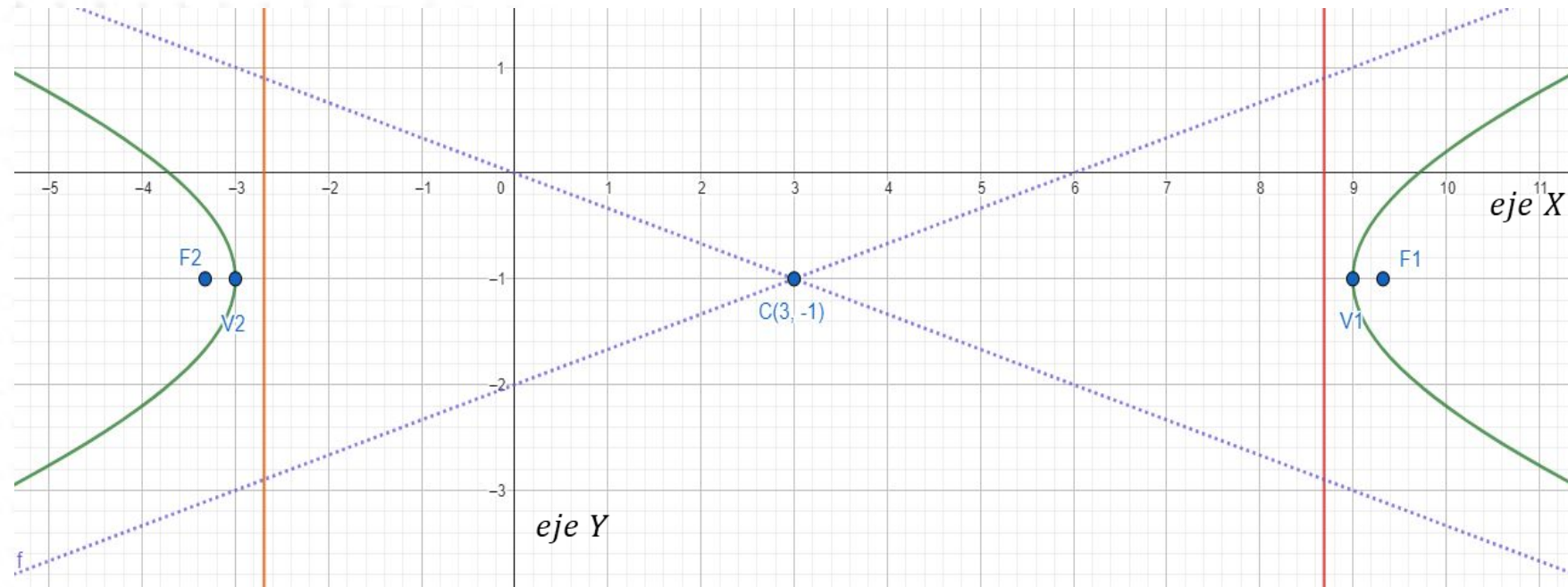
$$L_D: x = h \pm \frac{a^2}{c}$$

$$L_D: x = 3 \pm \frac{6^2}{\sqrt{40}}$$

$$\text{As: } y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$$

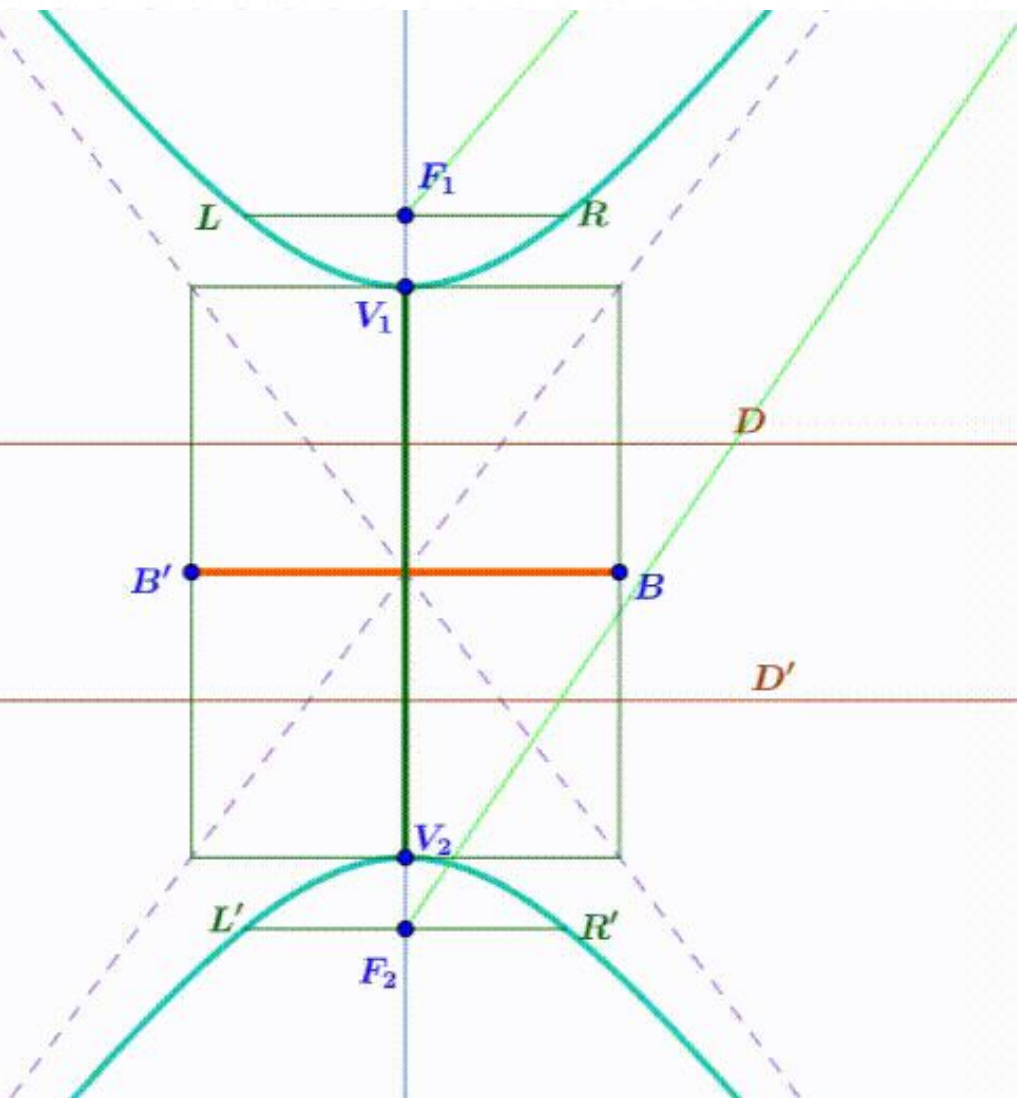
$$\text{As: } y + 1 = \pm \frac{2}{6}(x - 3)$$

$$y_1 = \frac{1}{3}x - 2 ; \quad y_2 = -\frac{1}{3}x$$



3

HIPÉRBOLA PARALELA AL EJE Y



Ecuación Canónica

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la asíntota
oblicua

$$y = \pm \frac{a}{b}x$$

Ecuación de la Directriz

$$x = \pm \frac{a}{e}$$

Ecuación Ordinaria

$$\frac{(y - h)^2}{a^2} - \frac{(x - k)^2}{b^2} = 1$$

Ecuación General

$$Ay^2 + Bx^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A y B son de diferente
signo

Ecuación de la asíntota
oblicua

$$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$$

Ecuación de la Directriz

$$y = \pm \frac{a}{e} + k$$

Ejemplo.

Bosqueja la gráfica de la ecuación $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$; y halle los vértices, focos, rectas directrices y asíntotas.

SOLUCIÓN:

$$(9x^2 - 54x) - (4y^2 - 8y) = -113$$

$$9(x - 3)^2 - 4(y - 1)^2 = -113 + 81 - 4$$

$$9(x - 3)^2 - 4(y - 1)^2 = -36$$

$$\frac{9(x - 3)^2}{-36} - \frac{4(y - 1)^2}{-36} = \frac{-36}{-36}$$

$$\frac{(y - 1)^2}{3^2} - \frac{(x - 3)^2}{2^2} = 1$$

$$C(h, k) = (3, 1)$$

$$a = 3 \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$b = 2 \quad c^2 = 3^2 + 2^2$$

$$c = \sqrt{13}$$

$$V_1(3, 1 + 3) = (3, 4)$$

$$V_2(3, 1 - 3) = (3, -2)$$

$$F_1(3, 1 + \sqrt{13})$$

$$F_2(3, 1 - \sqrt{13})$$

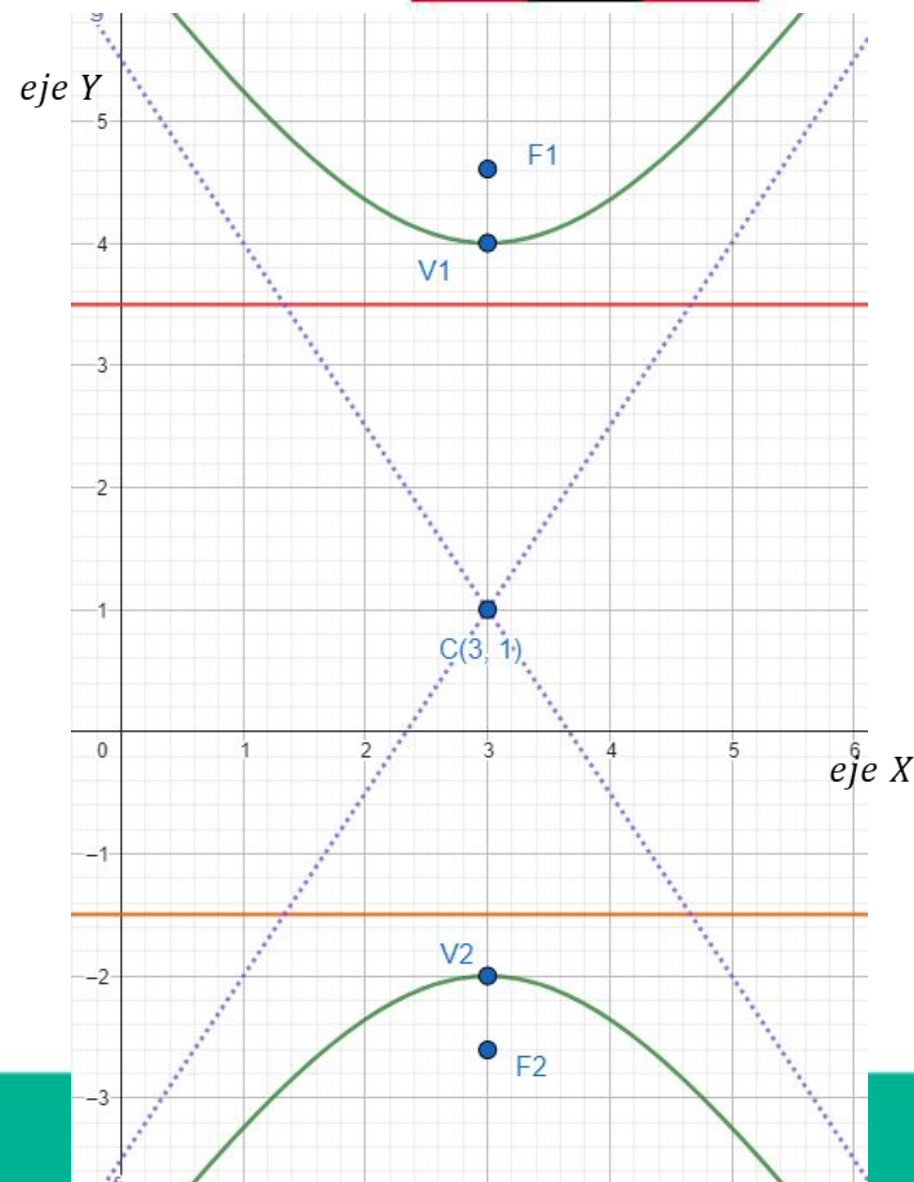
$$L_D: y = k \pm \frac{a^2}{c}$$

$$L_D: y = 1 \pm \frac{3^2}{\sqrt{13}}$$

$$\text{As: } y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$$

$$\text{As: } y - 1 = \pm \frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y_1 = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} ; \quad y_2 = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Determine la ecuación canónica de la hipérbola y las asíntotas a partir de los datos dados: foco $F(4,0)$ y vértice $V(2,0)$

SOLUCIÓN:

El centro es $(0,0)$:

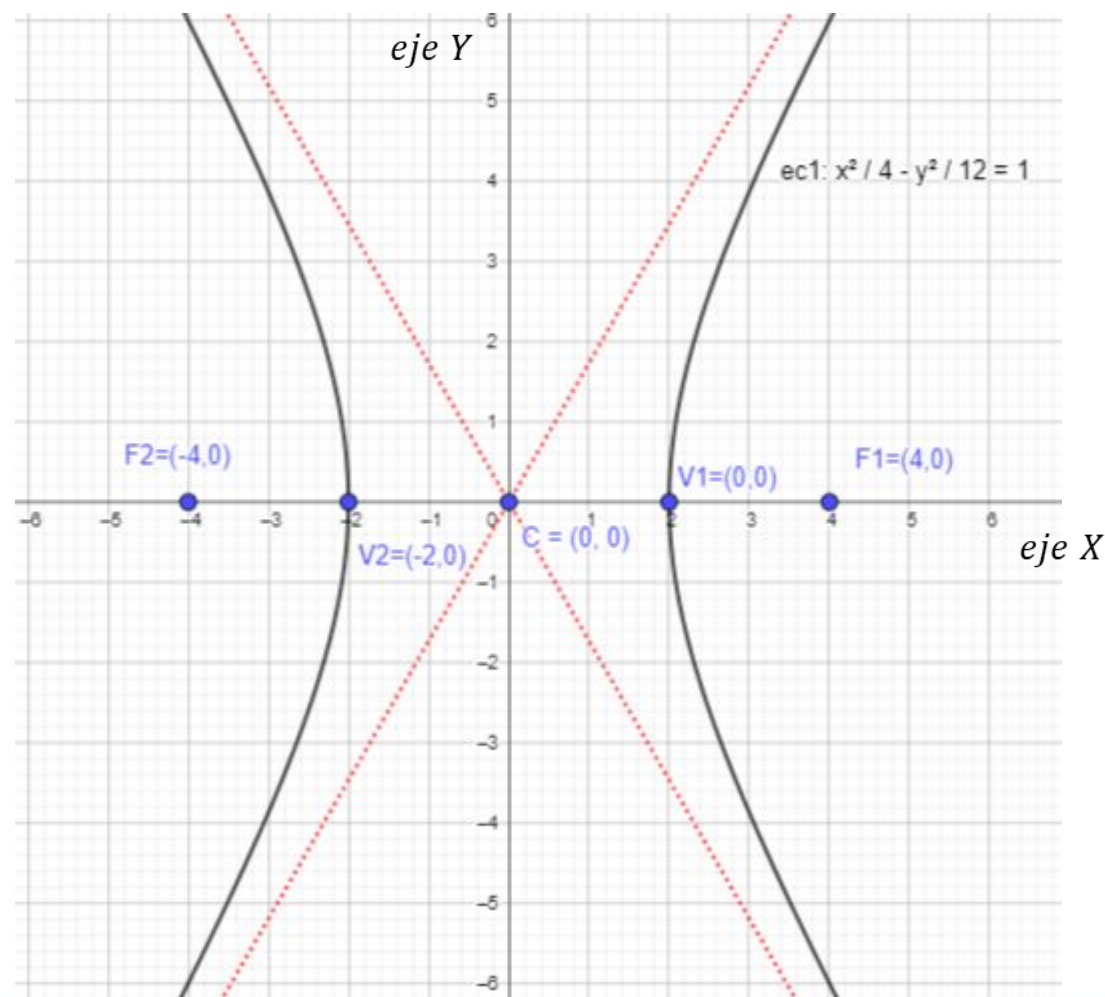
$$\begin{cases} c = 4 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$b = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

Las asíntotas:

$$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow y = \pm\sqrt{3}x$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Determine la excentricidad y la longitud del lado recto de la hipérbola de ecuación $4x^2 - 9y^2 = 36$

SOLUCIÓN:

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1 \quad \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

El centro es (0,0):

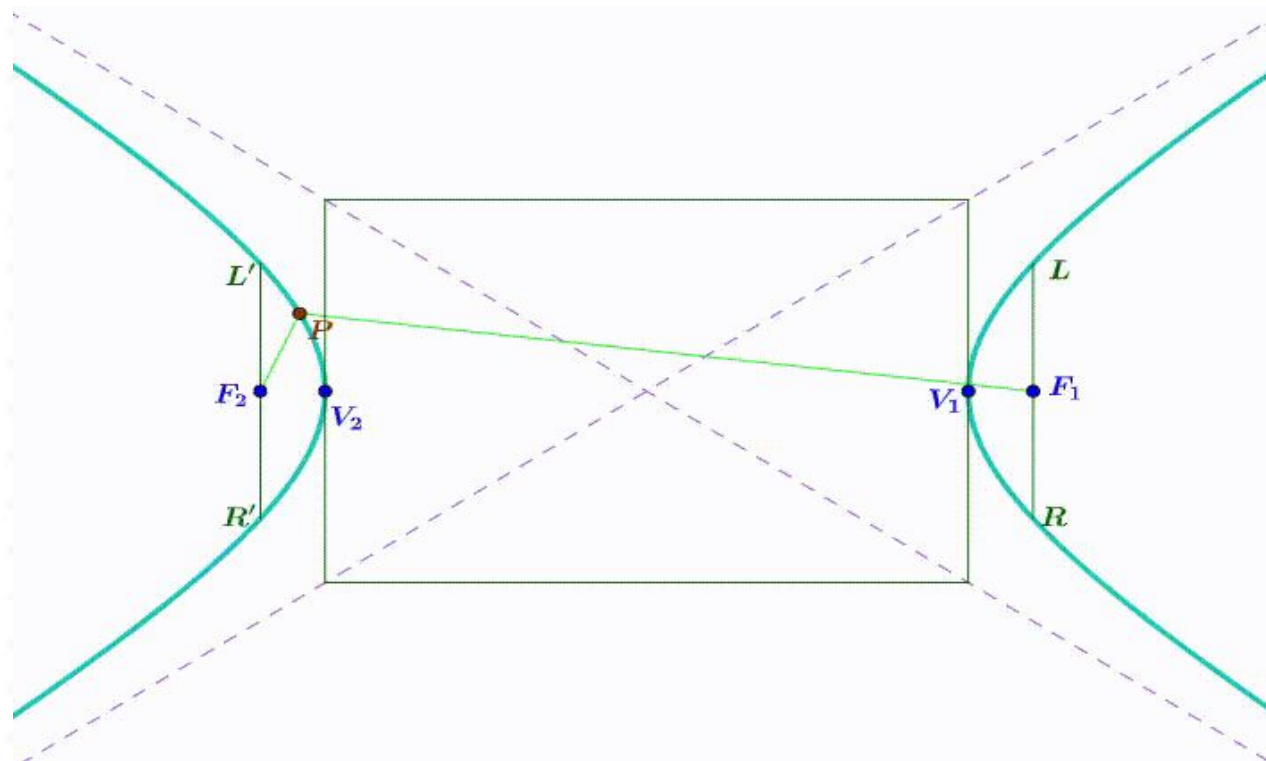
$$c = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

Lado recto:

$$LR = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow LR = \frac{8}{3}$$



Práctica

¡Ahora es tu turno!

A desarrollar los ejercicios propuestos



Tiempo : 25 min

INICIAMOS LOS EJERCICIOS RETO



Universidad
Tecnológica
del Perú

EJERCICIOS RETOS

1. Hallar la longitud del lado recto de la cónica: $x^2 - y^2 - 2x + 4y - 12 = 0$
2. Una hipérbola tiene su centro en el origen y el eje transversal en el eje de las ordenadas. Si la distancia entre las directrices es 2 y su excentricidad es $e = 2$, hallar la ecuación ordinaria de la hipérbola
3. Los vértices de la siguiente cónica $16x^2 + 25y^2 - 1600 = 0$, vienen a ser los focos de una hipérbola. Además, las directrices pasan por los focos de la cónica dada inicialmente. Hallar la ecuación ordinaria de la hipérbola.
4. Los focos de la cónica $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$ coinciden con los focos de la hipérbola cuya excentricidad es $\frac{4}{3}$, señale la ecuación ordinaria de la hipérbola



Cierre

RESPUESTAS

1. $LR = 6$

2. $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{3} = 1$

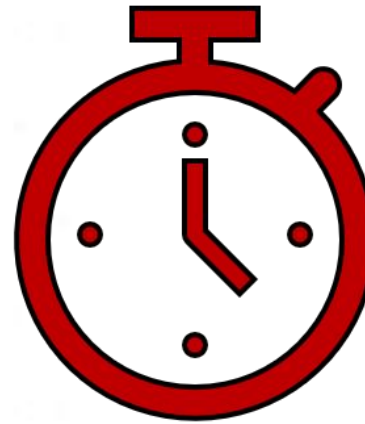
3. $\frac{y^2}{1600} - \frac{x^2}{1200} = 1$

4. $x^2 - y^2 = 1$

Espacio de Preguntas



No te quedes con tus dudas, si quieres preguntar o comentar algo respecto a lo que hemos trabajado, es momento de hacerlo y así poder ayudarte. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



Tiempo : 5 min



Universidad
Tecnológica
del Perú

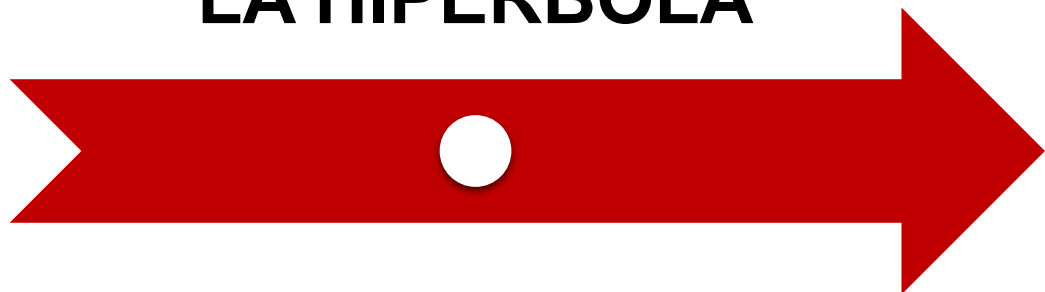
¿Qué hemos aprendido hoy?

1. ¿Cuáles son los elementos principales para generar la ecuación de una hipérbola?
2. ¿Cuál es la relación entre “a”, “b” y “c”? ¿Qué es lo que miden?



Desaprende lo que te limita

LA HIPÉRBOLA



Lo logré



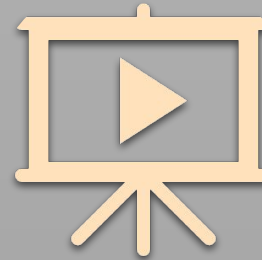
Desaprende lo que te limita

FINALMENTE



Excelente tu
participación

Triunfo porque no pongo
excusas, pongo soluciones.



Esta sesión quedará
grabada para tus
consultas.



PARA TI

1. Realiza los ejercicios propuestos de ésta sesión y sigue practicando.
2. Consulta en el FORO tus dudas.



Desaprende lo que te limita



**Universidad
Tecnológica
del Perú**