

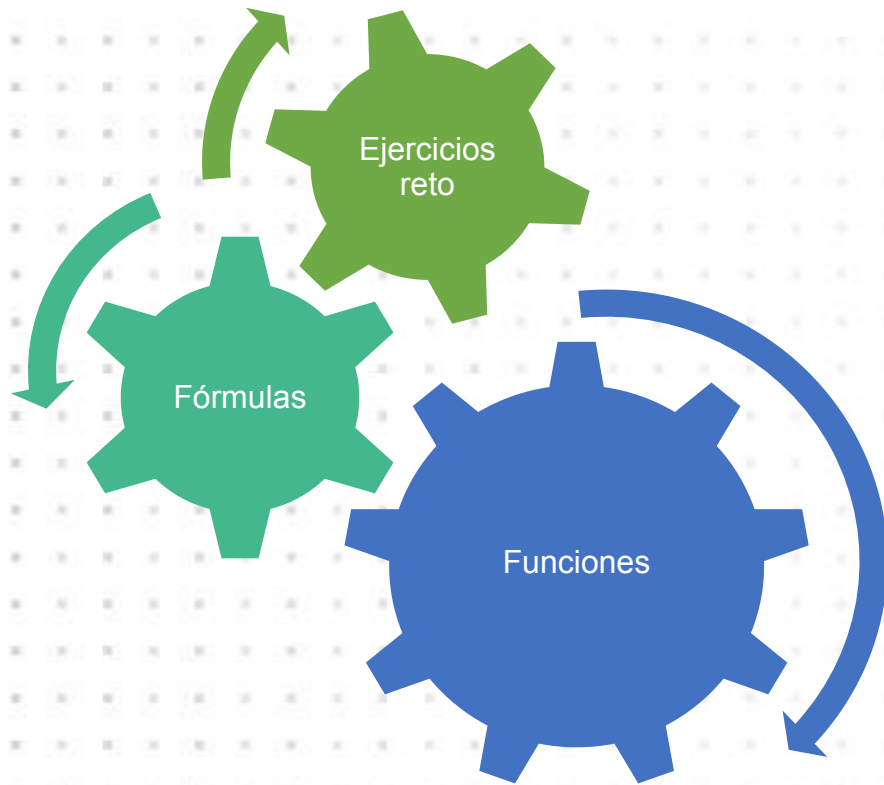
# **FUNCIONES**

**Tipos de funciones. Representación gráfica. Dominio y rango.**



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**

# ¿Alguna duda de la sesión anterior?



## Vamos a ver...

En una función, ¿a cada valor  $x$  le puede corresponder 2 o más valores en  $y$ ?



# LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante determina el dominio, rango y gráfico respectivo de una función identificando su tipo.



# ¿Qué entiendes por funciones?

*¿Puedes  
mencionar algún  
tipo de función?*

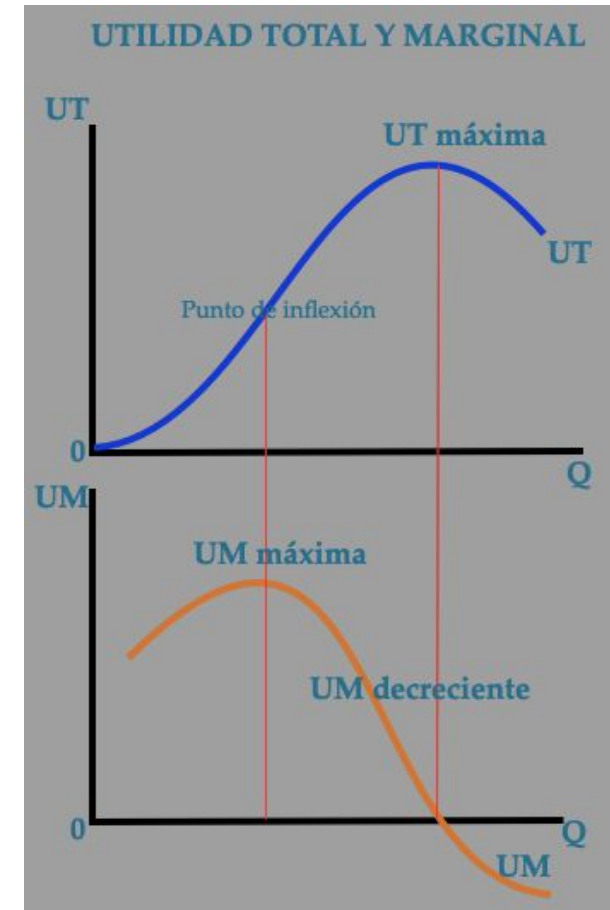
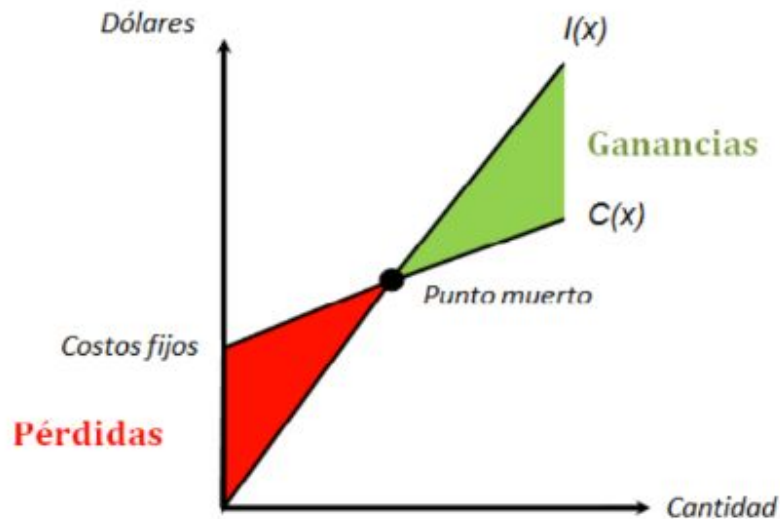
*¿A quiénes  
representan el eje de  
las abscisas y el eje de  
las ordenadas?*

Límites, propiedades y cálculo de límites.



# ¿Para qué sirven las funciones?

Las funciones nos permiten modelar procesos dentro de empresas y mediante una función se puede representar el Ingreso por bienes y servicios, el costo o la utilidad obtenida en procesos comerciales. A partir de este modelado se puede interpretar el comportamiento o tendencia de una determinada situación.



## TIPOS DE FUNCIONES

DOMINIO

RANGO



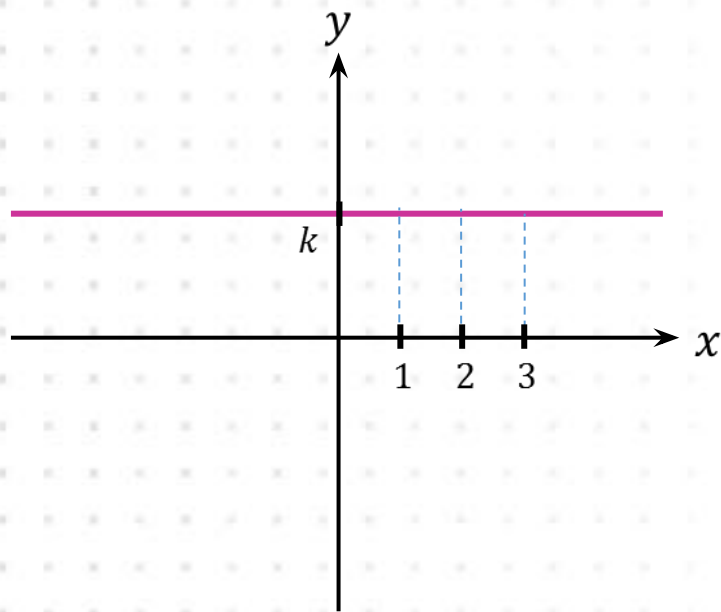
Desaprende lo que te limita

# 1

## FUNCIONES ESPECIALES

### Dominio y Rango

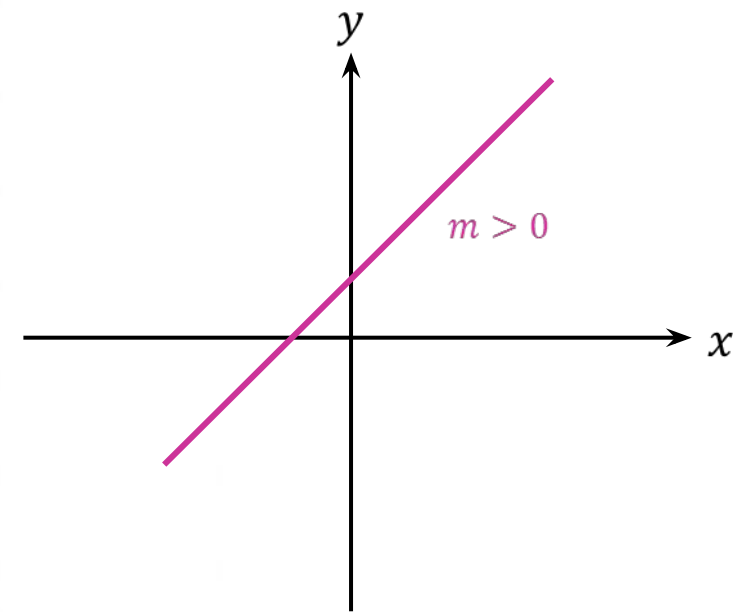
1. Función Constante  $f(x) = k$



$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = \{k\}$$

2. Función Lineal  $f(x) = mx + b$  ;  $m \neq 0$



$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$



### Ejemplo.

Determinar el dominio, rango, gráfica y puntos de intersección a los ejes coordenados de la función:

$$f(x) = -3x + 5$$

Donde  $x \in [-2, 4]$

### SOLUCIÓN:

Es una función lineal  $f(x) = mx + b$ , por tanto, su representación es una recta

Siendo  $b = 5$ , la recta corta al *eje Y* en  $y = 5$  y es de pendiente negativa

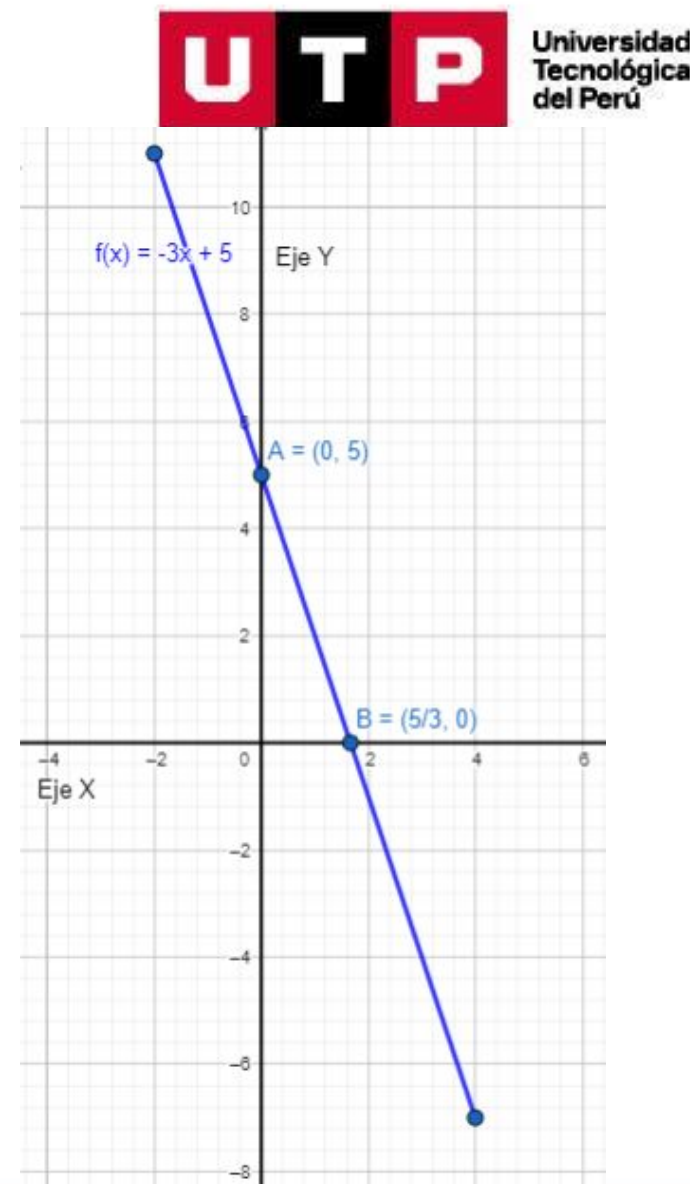
Evaluamos los extremos y los puntos de corte a los ejes:

$$f(-2) = -3(-2) + 5 = 11 \quad (-2, 11)$$

$$f(4) = -3(4) + 5 = -7 \quad (4, -7)$$

$$\text{Si } x = 0, \text{ entonces: } y = -3(0) + 5 = 5 \quad (0, 5)$$

$$\text{Si } y = 0, \text{ entonces: } 0 = -3x + 5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{3} \quad \left(\frac{5}{3}, 0\right)$$

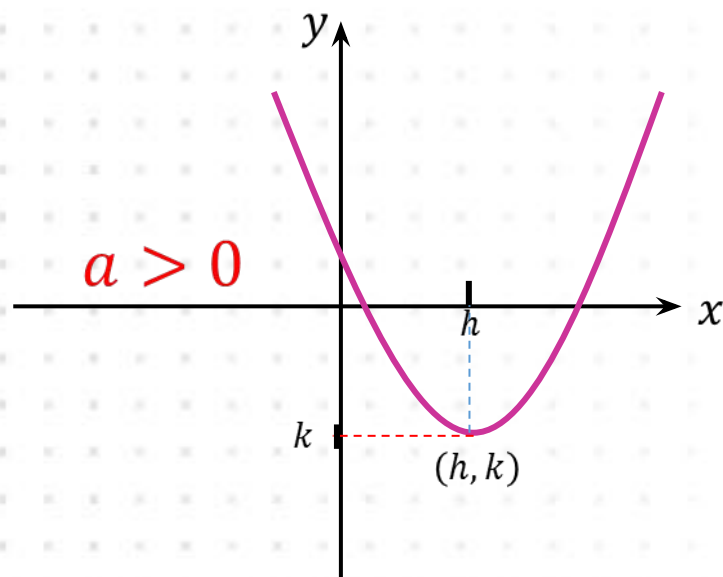




# 2 FUNCIONES ESPECIALES

## Dominio y Rango

3. Función Cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $a \neq 0$



El vértice se puede obtener mediante la siguiente fórmula:

$$h = -\frac{b}{2a} \quad k = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

$$V(k, k) = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \quad ; \quad \text{Ran}(f) = [k, +\infty)$$

**Ejemplo.** Determine el dominio, rango y graficar la función  $f(x) = x^2 - 6x + 10$

**SOLUCIÓN:**

$$a = 1; b = -6; c = 10$$

$$V(h, k) = \left( -\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(1)} = 3$$

$$k = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(3)$$

$$= (3)^2 - 6(3) + 10$$

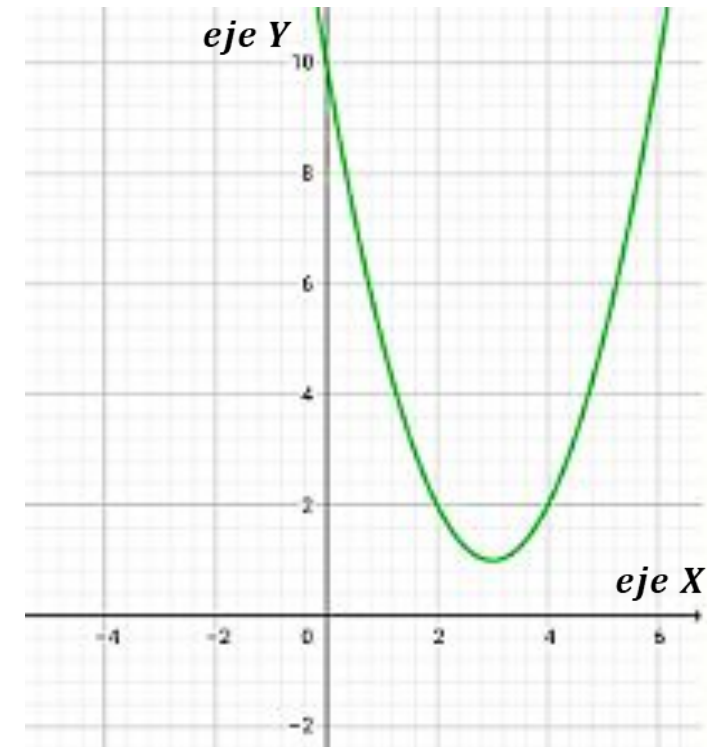
$$= 9 - 18 + 10 = 1$$

$$V = (3; 1)$$

**RPTA:**

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = [1, +\infty]$$

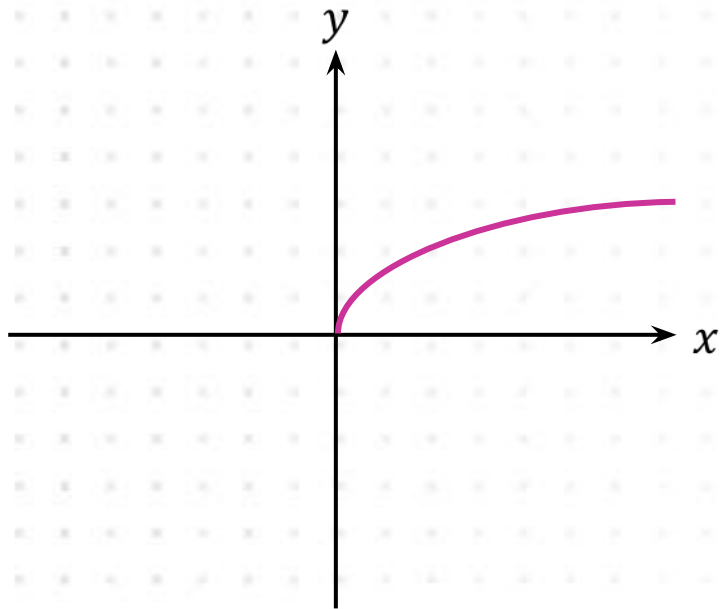


# 2

## FUNCIONES ESPECIALES

### Dominio y Rango

4. Función Raíz Cuadrada  $f(x) = \sqrt{x}$



$$\text{Dom}(f) = [0, +\infty) \quad ; \quad \text{Ran}(f) = [0, +\infty)$$

### Ejemplo.

Determine el dominio, rango de la función  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 11x + 12} + 1$

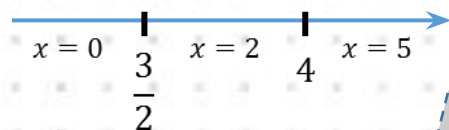
(Sugerencia.: Obtenga el rango a partir de la tabulación de la función en su dominio)

### SOLUCIÓN:

Evaluando los signos

$$(2x - 3)(x - 4) \geq 0$$

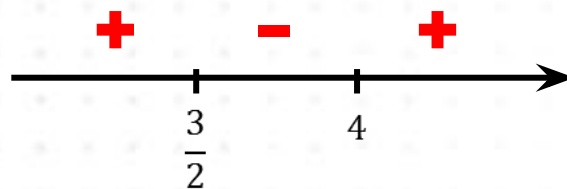
$$\begin{array}{ccc} (-3)(-4) & (1)(-2) & (7)(1) \\ + & - & + \end{array}$$



$$2x^2 - 11x + 12 \geq 0$$

$$(2x - 3)(x - 4) \geq 0$$

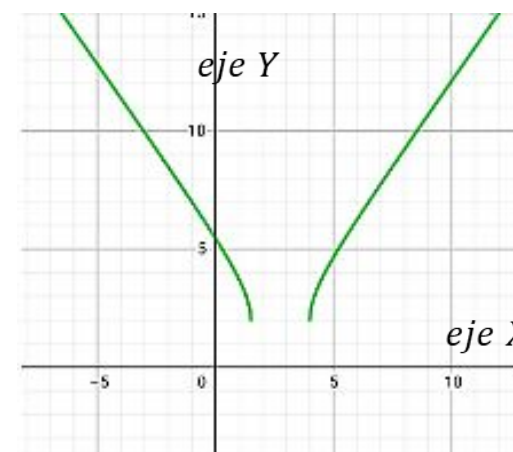
$$x = \frac{3}{2} \quad x = 4$$



$$\text{Dom}(f) = \langle -\infty, 3/2 \rangle \cup [4, +\infty)$$

$$\text{Ran}(f) = [1, +\infty)$$

	0	3/2	4	5
	4.5	1	1	22.4



# EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Determine el dominio de la función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x^2-5x+6}}$$

**SOLUCIÓN:**

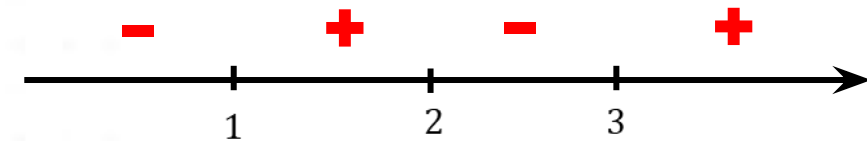
Determinando el dominio:

$$\frac{1-x}{x^2-5x+6} \geq 0$$

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6} \leq 0$$

$$\frac{x-1}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

P.C.  $x = 1; x = 2; x = 3$



$$Dom(f) = \langle -\infty, 1] \cup \langle 2, 3 \rangle$$

# EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Sea  $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ ; donde  $-1 < x < 5$ . Determine el dominio, rango y gráfica de la función considerando sus interceptos a los ejes coordenados si los hubiera.

## SOLUCIÓN:

$$V(h, k) = \left( -\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

$$h = -\frac{2}{2(-1)} = 1$$

$$k = f(1)$$

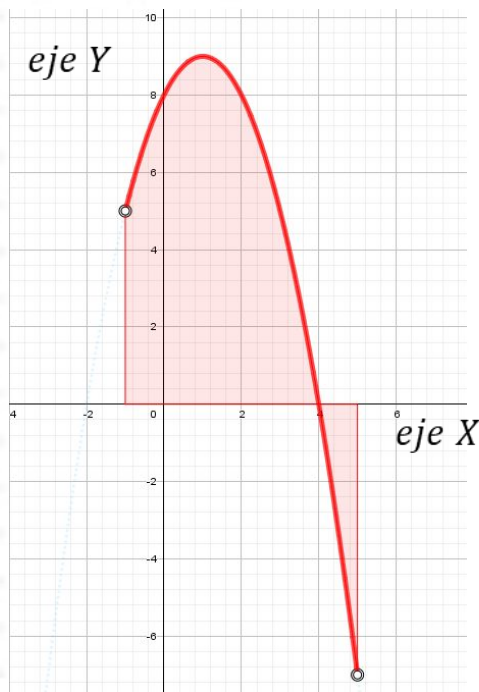
$$k = -1 + 2 + 8$$

$$k = 9 \quad V = (1; 9)$$

$$-1 < x < 5$$

$$f(-1) = -1 - 2 + 8 = 5$$

$$f(5) = -25 + 10 + 8 = -7$$



$$\text{Dom}(f) = \langle -1, 5 \rangle$$

$$\text{Ran}(f) = \langle -7, 9 \rangle$$

## INTERCEPTOS CON LOS EJES

$$y = -x^2 + 2x + 8$$

$$\text{Eje } y: \Rightarrow x = 0$$

$$y = 0 + 2(0) + 8$$

$$y = 8 \quad \Rightarrow \quad (0, 8)$$

$$\text{Eje } x: \Rightarrow y = 0$$

$$0 = -x^2 + 2x + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

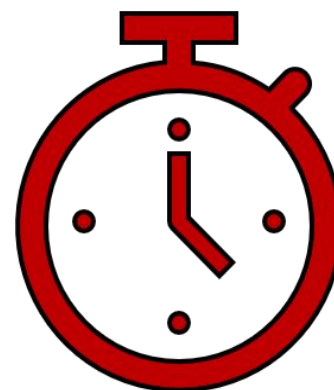
$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4 \quad x = -2 \quad \Rightarrow \quad (4, 0)$$



# ¡Manos a la obra!

A desarrollar los ejercicios propuestos



Tiempo : 25 min

**INICIAMOS LOS EJERCICIOS RETO**



Universidad  
Tecnológica  
del Perú



# EJERCICIOS RETO

1. La grafica de la función  $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$  intercectan al eje  $x$  en los puntos  $(-2, 0)$  y  $(5, 0)$  y al eje  $y$  en el punto  $(0, k)$ . Halle el valor de  $R = b + c + k$ .
2. Hallar el dominio y rango de la función  $f(x) = \sqrt{6 + x - x^2}$
3. Hallar el dominio, rango y grafica de la función  $f(x) = 2x^2 + x + 6$ ; con  $-3 \leq x \leq 8$ .
4. Hallar el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 100}}$
5. Determine el dominio, rango y gráfica de la función  $f(x) = x^2 + 3x - \frac{3}{4}$

# RESPUESTAS

1.  $R = -\frac{46}{3}$

2.  $D_f = [-2, 3] \ ; \ R_f = \left[0, \frac{5}{2}\right]$

3.  $D_f = [-3, 8] \ ; \ R_f = \left[\frac{47}{8}, 142\right]$

4.  $D_f = \langle -\infty, -10 \rangle \cup [-5, 3] \cup \langle 10, +\infty \rangle$

5.  $D_f = \mathbb{R} \ ; \ R_f = [-3, +\infty)$



# Espacio de Preguntas



Pregunta a través del chat o levantando la mano en el Zoom. No te quedes con tus dudas, si quieres preguntar o comentar algo respecto a lo que hemos trabajado, es momento de hacerlo y así poder ayudarte. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



**Tiempo : 10 min**



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

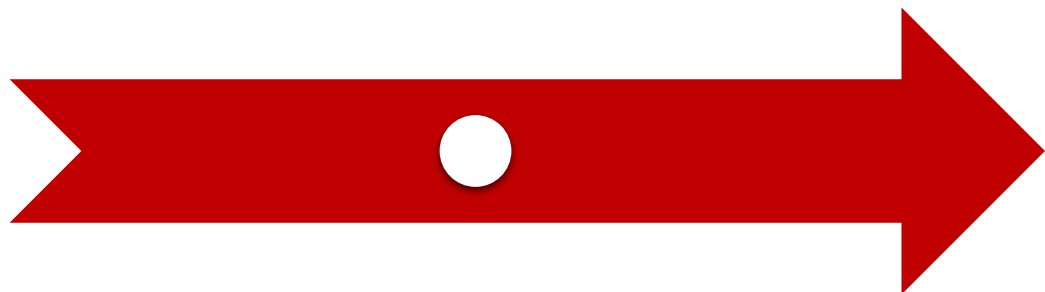
# ¿Qué hemos aprendido hoy?

1. ¿Cómo se representa una función constante?
2. ¿Cómo se representa una función cuadrática?
3. ¿Cómo se determina el vértice de una función cuadrática?



**Desaprende** lo que te limita

## FUNCIONES ESPECIALES



Lo logré



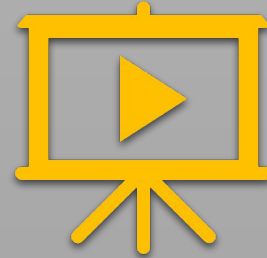
Desaprende lo que te limita

# FINALMENTE



Excelente tu  
participación

Los ganadores nos ponemos  
metas los perdedores se  
ponen excusas



Ésta sesión quedará  
grabada para tus  
consultas.



PARA TI

1. Realiza los ejercicios propuestos de ésta sesión y sigue practicando.
2. Consulta en el FORO tus dudas.

Desaprende lo que te limita



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**