

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Método de la matriz inversa o adjunta.



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

Inicio

¿Alguna duda de la sesión anterior?



Que dices...

Resolvamos el siguiente sistema

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$$



LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve sistemas de ecuaciones lineales empleando el método de la matriz inversa en casos aplicados.



¿Qué tanto conoces?

*¿Qué es un
sistema de
ecuaciones?*

*¿Con qué métodos se
pueden resolver los
sistemas de
ecuaciones?*



Utilidad

¿Para qué me sirve los sistemas de ecuaciones lineales?



En la mayoría de los problemas aplicativos intervienen variables que forman un sistema de ecuaciones, para los cuales existen métodos matriciales que facilitan el trabajo de encontrar los valores que satisfacen dichas ecuaciones.

**SISTEMAS DE
ECUACIONES
LINEALES**

**MÉTODO DE LA
MATRIZ INVERSA**



Desaprende lo que te limita

Transformación

Todo sistema de ecuaciones lineales puede ser expresado como una ecuación matricial.

Sistema Lineal

$$\begin{cases} x + y - 3z = 4 \\ x + 2y - 2z = 10 \\ 3x - y + 5z = 14 \end{cases}$$

Siendo:

A: Matriz de coeficientes.

X: Matriz de variables

B: Matriz de constantes

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}}$$

*Para su solución destacaremos tres **métodos** durante las siguientes sesiones*



1 MÉTODO MATRIZ INVERSA

Este método se aplica sólo a sistemas de "n" ecuaciones lineales con "n" incógnitas.

Dada la ecuación matricial:

$$A \cdot X = B$$

el método consiste en hallar X por:

$$X = A^{-1} \cdot B$$

RECORDEMOS:

Si $|A| \neq 0$, entonces $\exists A^{-1}$ por lo tanto existe una solución única para $X = A^{-1} \cdot B$

Si $|A| = 0$, entonces $\nexists A^{-1}$ su solución no es única por lo que se usará otro tipo de solución.

EJEMPLO

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x + y - 3z = 4 \\ x + 2y - 2z = 10 \\ 3x - y + 5z = 14 \end{cases}$ aplicando la matriz inversa

Hallemos la inversa de A

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$$

$$|A| = 18$$

$$\text{Cof}(A) = \begin{bmatrix} 8 & -11 & -7 \\ -2 & 14 & 4 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 8 & -2 & 4 \\ -11 & 14 & -1 \\ -7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \quad \Rightarrow \quad X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 8 & -2 & 4 \\ -11 & 14 & -1 \\ -7 & 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 32 - 20 + 56 \\ -44 + 140 - 14 \\ -28 + 40 + 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34/9 \\ 41/9 \\ 13/9 \end{bmatrix}$$

existe una solución única



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Un médico recomienda que un paciente que tome 50 mg de Niacina, de Riboflavina y de Tiemina diariamente para aliviar una deficiencia vitamínica, En su maletín de medicinas en casa, el paciente encuentra tres marcas de píldoras de vitaminas. Las píldoras VitaMax contienen 5 mg de N, 15 mg de R y 10 mg de T, Vitron contiene 10 mg de N, 20 mg de R y 10 mg de T y Vitaplus contiene 15 mg de N y 10 mg de T. ¿Cuántas píldoras de cada tipo debe tomar el paciente diariamente para obtener los 50 mg de cada vitamina?

Solución:

$$\begin{array}{c} N \\ R \\ T \end{array} \begin{array}{ccc} VM & VT & VP \\ \left[\begin{array}{ccc} 5 & 10 & 15 \\ 15 & 20 & 0 \\ 10 & 10 & 10 \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow 50 \text{ Niacina} \\ \longrightarrow 50 \text{ Rivo flavina} \\ \longrightarrow 50 \text{ Tiemina} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 10y + 15z = 50 \\ 15x + 20y = 50 \\ 10x + 10y + 10z = 50 \end{cases}$$

Podemos simplificar por fila y expresar el sistema como:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x + 4y = 10 \\ x + y + z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Un médico recomienda que un paciente que tome 50 mg de Niacina, de Riboflavina y de Tiemina diariamente para aliviar una deficiencia vitamínica, En su maletín de medicinas en casa, el paciente encuentra tres marcas de píldoras de vitaminas. Las píldoras VitaMax contienen 5 mg de N, 15 mg de R y 10 mg de T, Vitron contiene 10 mg de N, 20 mg de R y 10 mg de T y Vitaplust contiene 15 mg de N y 10 mg de T. ¿Cuántas píldoras de cada tipo debe tomar el paciente diariamente para obtener los 50 mg de cada vitamina?

Solución:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B$$

$$A^{-1} A \cdot X = A^{-1} B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

Luego de calcular la inversa de A, tenemos:

$$A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & 1 & -12 \\ -3 & -2 & 9 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & 1 & -12 \\ -3 & -2 & 9 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Por tanto, el paciente debe consumir 2 píldoras de Niacina, 1 de Riboflavina y 2 de Tiemina

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Sean las matrices: $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$. Resuelve la ecuación matricial $AX = B$.

Solución:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

Recuerda que, para hallar la inversa por el método de la adjunta, debemos de construir la matriz menor y la matriz de cofactores

$$\text{men}(A) = \begin{bmatrix} 8 & 11 & -7 \\ -2 & -4 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{cof}(A) = \begin{bmatrix} 8 & -11 & -7 \\ 2 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -4 \\ -11 & -4 & 5 \\ -7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & 11 & -7 \\ -2 & -4 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

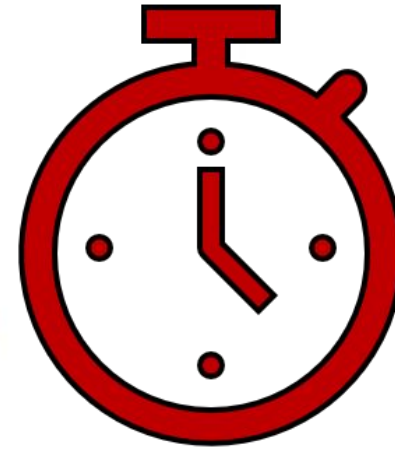
$$X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -26 \\ 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 13 \\ -15 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Práctica

¡Ahora es tu turno

A desarrollar los ejercicios propuestos



Tiempo : 25 min

INICIAMOS LOS EJERCICIOS RETO



Universidad
Tecnológica
del Perú

EJERCICIOS RETO

1. Resolver el sistema de ecuaciones utilizando el método de la matriz inversa

$$\begin{cases} 3x + 4y - 3z = 5 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ 2x + 2y - 3z = 5 \end{cases}$$

2. Resolver el sistema de ecuaciones utilizando el método de la matriz inversa

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 3z = 2 \\ x + z = 5 \end{cases}$$

3. Un joyero tiene tres clases de monedas A, B y C. Las monedas de tipo A tienen 2 gramos de oro, 4 g de plata y 14 g de cobre; las de tipo B tienen 6 g de oro, 4 de plata y 10 de cobre, y las del tipo C tienen 8 g de oro, 6 g de plata y 6 g de cobre. ¿Cuántas monedas de cada tipo se debe fundir para obtener 44 gramos de oro, 44 gramos de plata y 112 gramos de cobre?

4. A una función de teatro asisten hombres, mujeres y niños. Cada niño paga 10 soles; cada mujer 50 soles y cada hombre 60 soles. El día de hoy la recaudación ha sido de 16300 soles, con 340 asistentes en total. Se sabe además que las mujeres son el doble de la diferencia entre los hombres y los niños (asistieron más hombres que niños). ¿Cuántos hombres, mujeres y niños asistieron a dicha función de teatro?. Modele mediante un sistema de ecuación y resuelva por el método de matriz inversa.



Cierre

RESPUESTAS

1. C.S.: $\left\{\left(\frac{7}{2}, -\frac{7}{4}, -\frac{1}{2}\right)\right\}$
2. C.S.: $\left\{\left(\frac{21}{2}, -4, -\frac{11}{2}\right)\right\}$
3. Debe fundir 5 monedas de tipo A, 3 monedas de tipo B y 2 monedas de tipo C
4. Asistieron 130 hombres, 160 mujeres y 50 niños



Espacio de Preguntas



No te quedes con tus dudas, si quieres preguntar o comentar algo respecto a lo que hemos trabajado, es momento de hacerlo y así poder ayudarte. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



Tiempo : 5 min

¿Qué aprendimos hoy?

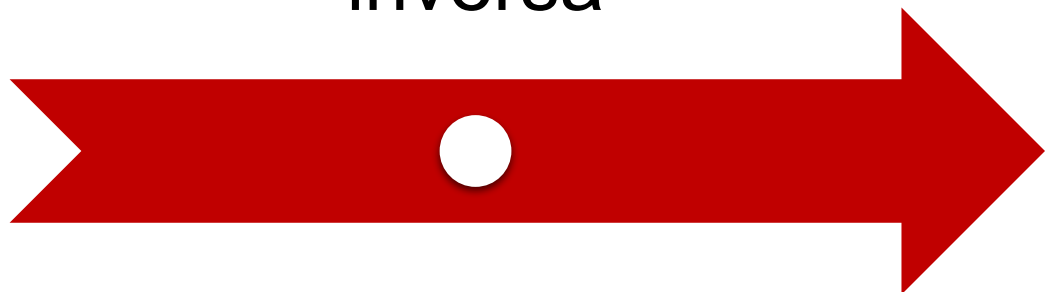
1. ¿Qué es la matriz adjunta?

2. ¿Cuándo no puedo aplicar el método de la matriz inversa?



Desaprende lo que te limita

Método de la matriz
inversa



Lo logré



Desaprende lo que te limita

FINALMENTE

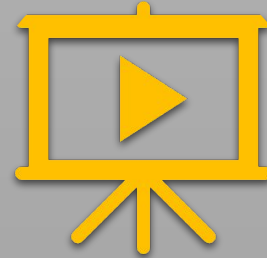


Universidad
Tecnológica
del Perú



Gracias por tu
participación

Recuerda: aprender feliz es
aprender para siempre.



Ésta sesión quedará
grabada para tus
consultas.



PARA TI

1. Resuelve los ejercicios de esta sesión y sigue practicando.
2. Consulta en el FORO tus dudas.



Desaprende lo que te limita



**Universidad
Tecnológica
del Perú**