

FUNCIONES

Par ordenado. Reglas de correspondencia.

Función. Valor de una función

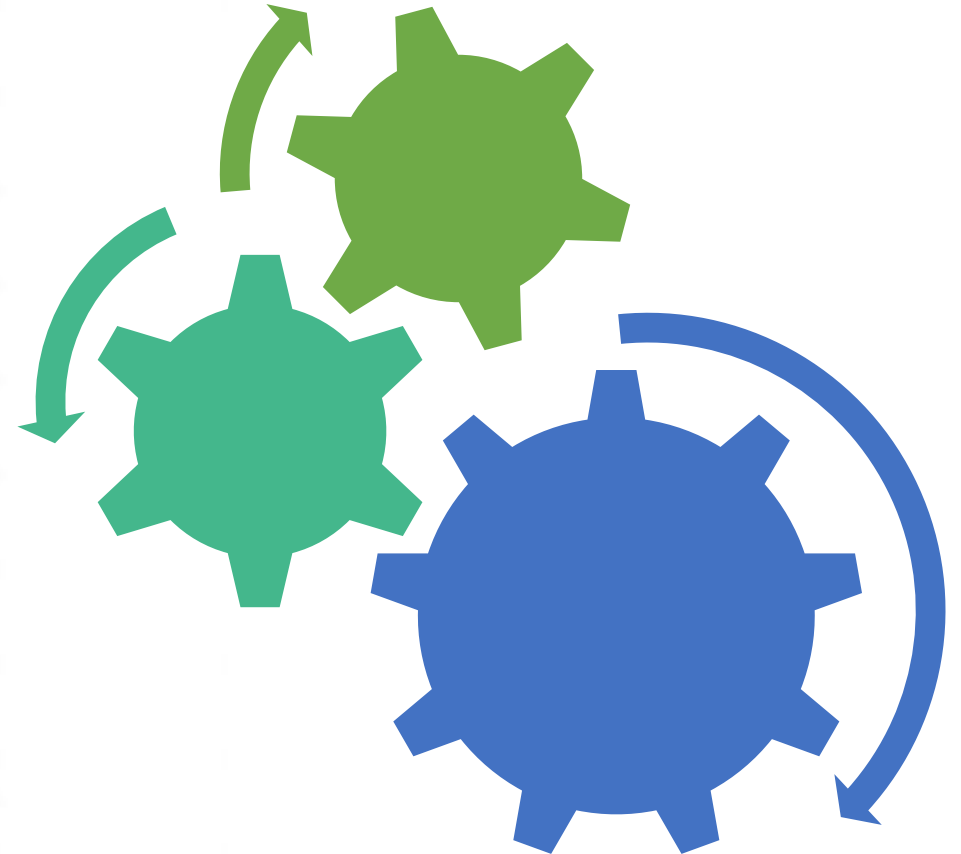
Relación



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

Inicio

Feedback sobre la práctica calificada



LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante determina el valor de una función a partir de su regla de correspondencia.



¿Qué entiendes por funciones?

*¿Puedes
mencionar algún
tipo de función?*

*¿A quiénes
representan el eje de
las abscisas y el eje de
las ordenadas?*

Límites, propiedades y cálculo de límites.



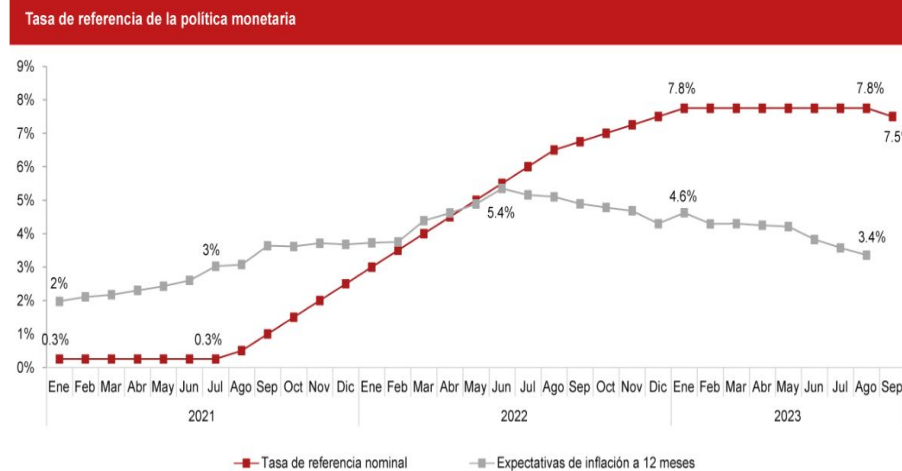
Utilidad

¿Para qué sirven las funciones?

Las funciones nos permiten modelar situaciones que afectan a la sociedad como la economía, el índice de pobreza, la tasa de desempleo y así poder generar proyecciones que nos permitirán estar preparados ante futuros escenarios, pues a partir de este modelado se puede interpretar el comportamiento o tendencia de una determinada situación



FUENTE: INEI. ELABORACIÓN Y PROYECCIÓN: Macroconsult.



Fuente: BCRP. Elaboración: ComexPerú.



FUNCIONES

REGLA DE
CORRESPONDENCIA

VALOR DE
UNA FUNCIÓN



Desaprende lo que te limita

1 PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos arbitrarios A y B , el producto cartesiano es una operación que resulta en un conjunto formado por todos los pares ordenados (a, b) , donde “ a ” representa a los elementos del conjunto A y la segunda componente “ b ” representa a los elementos del conjunto B .

El producto cartesiano de A y B se denota por $A \times B$. Simbólicamente el producto cartesiano se representa:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

EJEMPLO

Sean los conjuntos $A = \{-2, 0, 3\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7\}$ determine el producto cartesiano de $A \times B$ y de $B \times A$

Solución:

$$A \times B = \{(-2, 1); (-2, 3); (-2, 5); (-2, 7); (0, 1); (0, 3); (0, 5); (0, 7); (3, 1); (3, 3); (3, 5); (3, 7)\}.$$

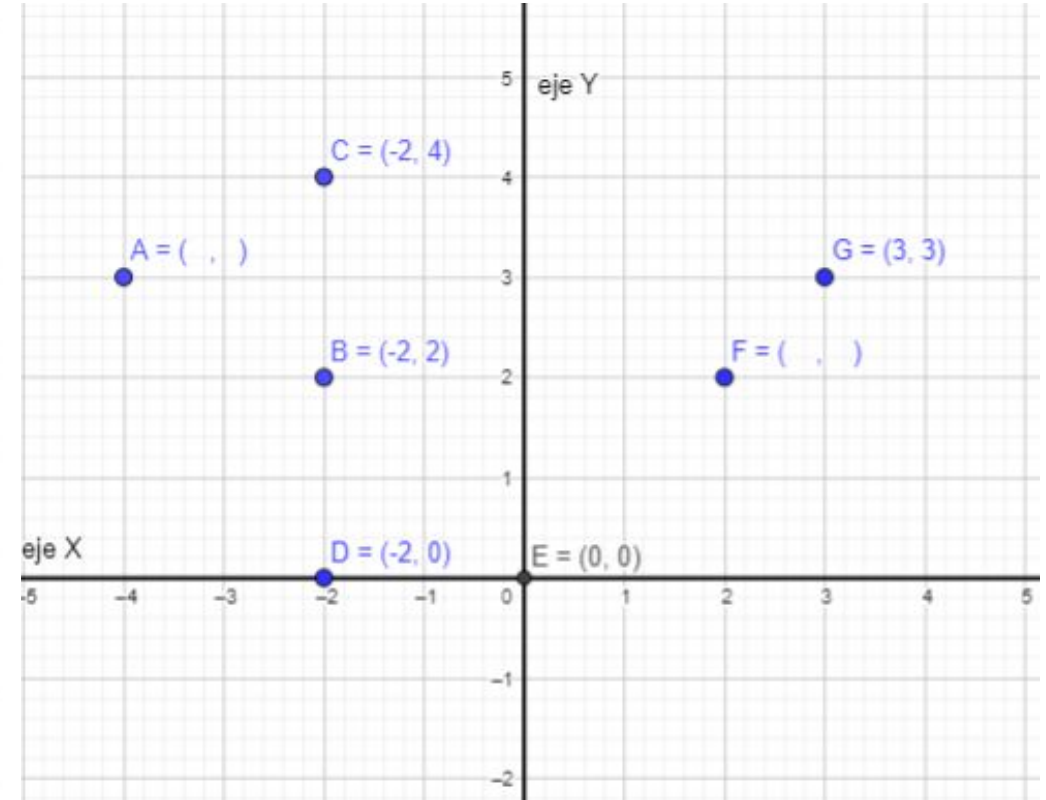
$$B \times A = \{(1, -2); (1, 0); (1, 3); (3, -2); (3, 0); (3, 3); (5, -2); (5, 0); (5, 3); (7, -2); (7, 0); (7, 3)\}$$

2 PLANO CARTESIANO

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, una vertical y la otra horizontal que se cortan en un punto llamado origen.

La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o *eje X*; la recta vertical es llamada eje de las ordenadas o *eje Y*.

El plano cartesiano permite describir la posición de puntos, los cuales se representan mediante los pares ordenados (x, y) .



3 ¿Qué es una relación?

Dados dos conjuntos arbitrarios A y B no vacíos, se llama relación binaria de A en B o simplemente relación, a todo subconjunto R del producto cartesiano $A \times B$.

EJEMPLO

Sean los conjuntos $A = \{-2, 0, 3\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7\}$ determine la relación

$$R = \{(a, b) \in R \mid a + b < 5\}$$

Solución:

$$R = \{(-2, 1); (-2, 3); (-2, 5); (0, 1); (0, 3); (3, 1)\}.$$

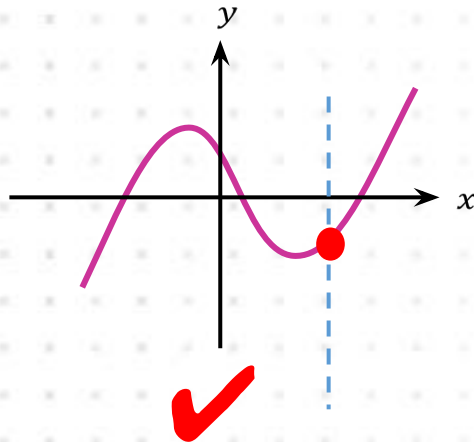
4

¿Qué es una función?

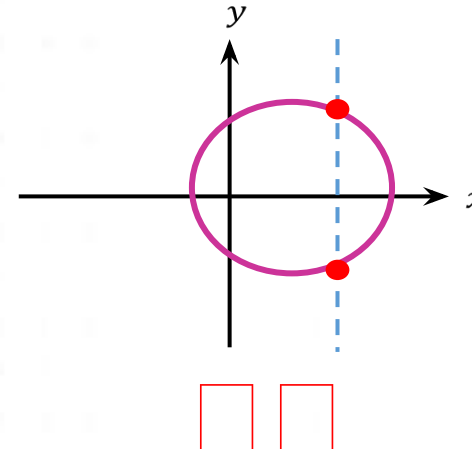
Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una regla (procedimiento o mecanismo) de manera que asociamos a cada elemento " x " del conjunto A un único elemento " y " en el conjunto B .

$$f: A \rightarrow B$$
$$x \quad y = f(x)$$

¿Cómo puedo identificar una función geoméricamente?



Es función



No es función, es una relación

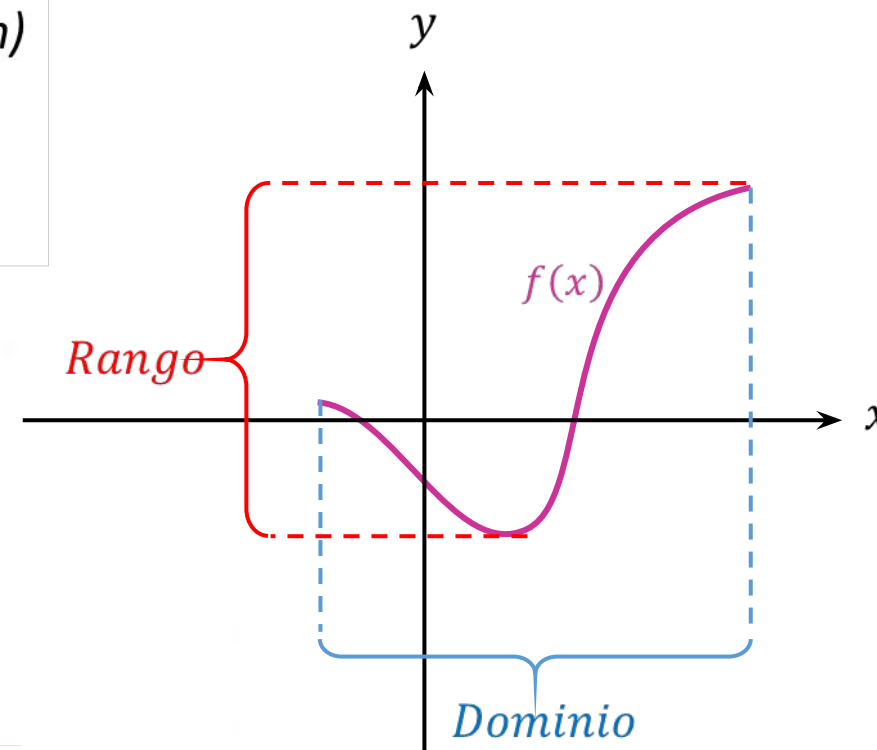
5 Dominio y Rango

Sea $f : A \rightarrow B$, llamaremos **dominio** de la función al conjunto de todas sus primeras componentes (preimagen) y lo denotaremos por D_f o $Dom(f)$, es decir:

$$D_f = \{x \in A / \exists y \in B \wedge (x, y) \in f\}$$

Y llamaremos **rango** de la función f al conjunto de las imágenes de todos los elementos de A , mediante f al cual denotaremos R_f o $Ran(f)$, es decir:

$$R_f = \{y \in B / \exists x \in A \wedge (x, y) \in f\}$$



Ejemplo.

Calcule el valor de n para que el conjunto de pares ordenados sea una función y determine su correspondiente dominio y rango

SOLUCIÓN:

$$F = \{(1, n); (3, 4); (1, n^2 - 6); (n, 8); (7, 8 - n)\}$$

$$(1, n) = (1, n^2 - 6)$$

$$n = n^2 - 6$$

$$n^2 - n - 6 = 0$$

$$(n - 3)(n + 2) = 0$$

$$n = 3 ; n = -2$$

Para $n = -2$, tenemos:

$$F = \{(\mathbf{1}, \mathbf{-2}); (3, 4); (\mathbf{1}, \mathbf{-2}); (-2, 8); (7, 10)\}$$

Se cumple la condición de función:

Para $n = 3$, tenemos:

$$F = \{(1, 3); (\mathbf{3}, \mathbf{4}); (1, 3); (\mathbf{3}, \mathbf{8}); (7, 5)\}$$

NO Se cumple la condición de función:

Por tanto, solo consideramos el caso de $n = -2$

RPTA:

$$Dom(f) = \{1, 3, -2, 7\} \quad Ran(f) = \{-2, 4, 8, 10\}$$

6 Valor de una función

Consideremos la función f cuya regla de correspondencia es $y = f(x)$, $x \in D_f$.

Dado un valor específico de $x = x_0$, por medio de la regla de correspondencia le corresponde un y_0 , tal que $y_0 = f(x_0)$. Se dice entonces que la función ha sido evaluada en x_0 y se ha obtenido un y_0 .

EJEMPLO Sea la función f cuya regla de correspondencia es $f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{x} + 5}{3 - (x+1)^2}$.

Determine el valor de la función evaluada en los puntos $x_1 = 3$; $x_2 = 16$; $x_3 = a + 1$

Solución:

$$y_1 = f(3) = \frac{3^2 - \sqrt{3} + 5}{3 - (3 + 1)^2}$$

$$y_1 = \frac{14 - \sqrt{3}}{-13}$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{3} - 14}{13}$$

$$y_2 = f(16) = \frac{16^2 - \sqrt{16} + 5}{3 - (16 + 1)^2}$$

$$y_2 = \frac{257}{-286}$$

$$y_3 = -\frac{257}{286}$$

$$y_3 = f(a + 1) = \frac{(a + 1)^2 - \sqrt{a + 1} + 5}{3 - (a + 1 + 1)^2}$$

$$y_3 = \frac{a^2 - \sqrt{a + 1} + 5}{3 - a^2 - 4a - 4}$$

$$y_3 = \frac{a^2 - \sqrt{a + 1} + 5}{-a^2 - 4a - 1}$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Hallar los valores de, $a, b \in \mathbb{N}$; para que el conjunto de pares ordenados sea una función y determine la correspondiente función; así como su dominio y rango.

$$f = \{(1,8); (2,10); (1, a^2 - 1); (-1, a + b); (a^2 - 2b, a); (2a - 4, b + 4)\}$$

SOLUCIÓN:

Cada valor de x debe tener un único valor en y , por tanto:

$$(1,8) = (1, a^2 - 1)$$

$$8 = a^2 - 1$$

$$9 = a^2$$

$$\sqrt{9} = a \quad \Rightarrow \quad a = 3, \quad a \in \mathbb{N}$$

$$\text{Luego: } (2a - 4, b + 4) = (2(3) - 4, b + 4) = (2, b + 4)$$

Cada valor de x debe tener un único valor en y , por tanto:

$$(2,10) = (2, b + 4)$$

$$6 = b$$

Finalmente:

$$f = \{(1,8); (2, 10); (-1, 9); (-3, 3)\}$$

$$D_f = \{-3, -1, 1, 2\} \quad R_f = \{3, 8, 9, 10\}$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Sea la función f definida por $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$.

Determine el valor de

$$P = \frac{3f(4) - 5(f(0))^2}{5 - 2f(2)^{f(2)}}$$

SOLUCIÓN:

$$f(4) = \frac{2(4)^2 - 3(4) + 1}{4 - 1}$$

$$f(4) = \frac{21}{3}$$

$$f(4) = 7$$

$$f(0) = \frac{2(0)^2 - 3(0) + 1}{0 - 1}$$

$$f(0) = \frac{1}{-1}$$

$$f(0) = -1$$

$$f(2) = \frac{2(2)^2 - 3(2) + 1}{2 - 1}$$

$$f(2) = \frac{3}{1}$$

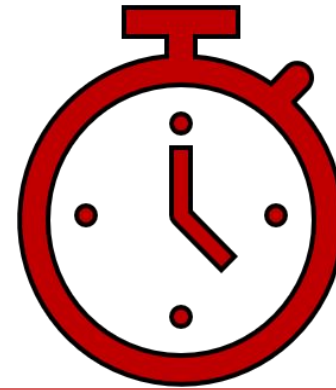
$$f(2) = 3$$

$$P = \frac{3(7) - 5(-1)^2}{5 - 2(3)^3} = \frac{21 - 5}{5 - 54} = -\frac{16}{49}$$

Práctica

¡Manos a la obra!

A desarrollar los ejercicios propuestos



Tiempo : 25 min

INICIAMOS LOS EJERCICIOS RETO



Universidad
Tecnológica
del Perú

EJERCICIOS RETO

1. Dada la función $f = \{(4, n); (3, 4); (4, n^2 - 12); (n, 1); (5, 2n)\}$. Determine el dominio y rango de la función.
2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} x - 9 & ; \quad 0 < x < 6 \\ x^2 - 16 & ; \quad 6 \leq x < 12 \\ 26 - 2x & ; \quad 12 \leq x \leq 20 \end{cases}$. Calcular $E = \frac{2f(3) - f(6)}{5 - f(12)^3}$
3. Dada la función $f = \{(3, 2m + n); (5, m - 13); (3, 8); (5, n - 6); (b, 9)\}$. Determine el dominio y rango de la función.
4. Dados los conjuntos $A = \{-3, 6, 7, 12\}$ y $B = \{-1, 3, 5, 9\}$, determine la relación $R = \{(a, b) \in A \times B \mid 2a - b \leq 10\}$

Cierre

RESPUESTAS

1. $D_f = \{-3, 3, 4, 5\}$; $R_f = \{-6, -3, 1, 4\}$
2. $E = \frac{32}{3}$
3. $D_f = \{-2, 3, 5\}$; $R_f = \{-8, 8, 9\}$
4. $D_f = \langle -\infty, -10 \rangle \cup [-5, 3] \cup \langle 10, +\infty \rangle$
5. $R = \{(-3, -1); (-3, 3); (-3, 5); (-3, 9); (6, 3); (6, 5); (6, 9); (7, 5); (7, 9)\}$



Espacio de Preguntas



No te quedes con tus dudas, si quieres preguntar o comentar algo respecto a lo que hemos trabajado, es momento de hacerlo y así poder ayudarte. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



Tiempo : 10 min



Universidad
Tecnológica
del Perú

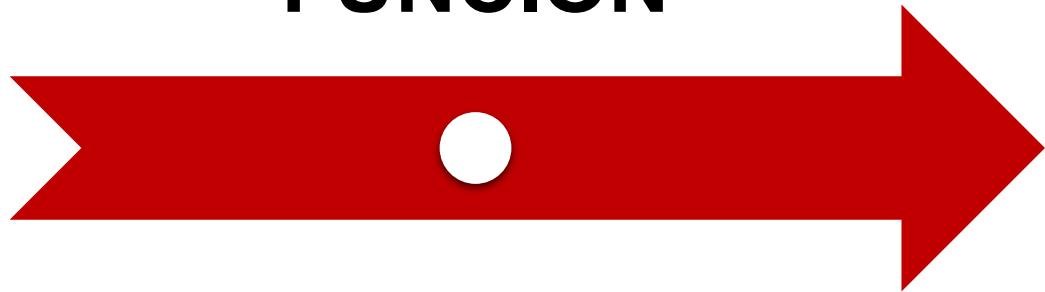
¿Qué hemos aprendido hoy?

1. ¿Qué es una función?
2. ¿Qué es el dominio de una función? ¿Qué es el rango de una función?
3. ¿Cuándo una gráfica representa una función?



Desaprende lo que te limita

FUNCIONES – VALOR DE UNA FUNCIÓN



Lo logré



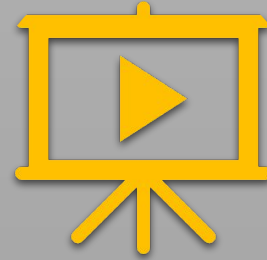
Desaprende lo que te limita

FINALMENTE



Excelente tu
participación

Los ganadores nos ponemos
metas los perdedores se
ponen excusas



Ésta sesión quedará
grabada para tus
consultas.



PARA TI

1. Realiza los ejercicios propuestos de ésta sesión y sigue practicando.
2. Consulta en el FORO tus dudas.

Desaprende lo que te limita



**Universidad
Tecnológica
del Perú**