

SECCIONES CÓNICAS

**Parábola. Ecuación Ordinaria, Canónica y General.
Gráficas con eje paralelo al eje “x”; “y”**



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

Inicio

¿Alguna duda de la sesión anterior?



Vamos a ver...

¿Cuál es el centro y radio de la circunferencia
 $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$?



LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas sobre parábolas identificando sus ecuaciones, elementos, y gráficas en casos aplicados a la ingeniería.



¿Qué sabes de la parábola?

*¿Puedes
mencionar algunos
elementos de la
parábola?*

*¿Has visto
parábolas en tu
entorno?*



Utilidad

¿Para qué me sirve el estudio de la parábola ?



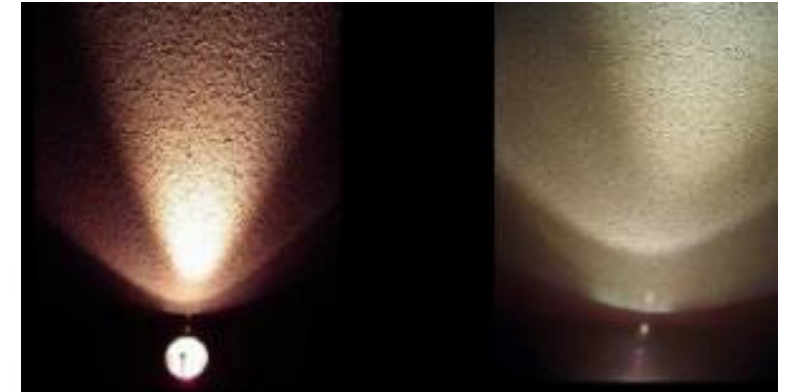
La parábola es una curva que tiene una gran importancia en Física y se ajusta a la descripción o representación matemática de muchos fenómenos.

También tiene importancia en nuestra vida cotidiana y, aunque muchas veces no nos fijemos o no seamos conscientes de ello, tenemos muchas parábolas a nuestro alrededor.

Cualquier cuerpo lanzado al aire de forma oblicua u horizontal describe un movimiento parabólico bajo la acción de la gravedad.

Los chorros y las gotas de agua que salen de los caños de las numerosas fuentes que podemos encontrar en las ciudades

Cuando un haz luminoso de forma cónica se proyecta sobre una pared.



**SECCIONES
CÓNICAS**

PARÁBOLA



Desaprende lo que te limita

1 Transformación

PARÁBOLA

Una parábola es el conjunto de todos los puntos en el plano que equidistan de una recta fija L_D llamada directriz y de un punto fijo llamado foco. Presenta los siguientes elementos:

Distancia focal o parámetro (p): Es la distancia del foco al vértice y se le asigna la letra p

Eje de simetría (L_1): Recta perpendicular a la directriz L_D que pasa por el vértice y el foco.

Directriz (L_D): Recta fija que dista p del vértice.

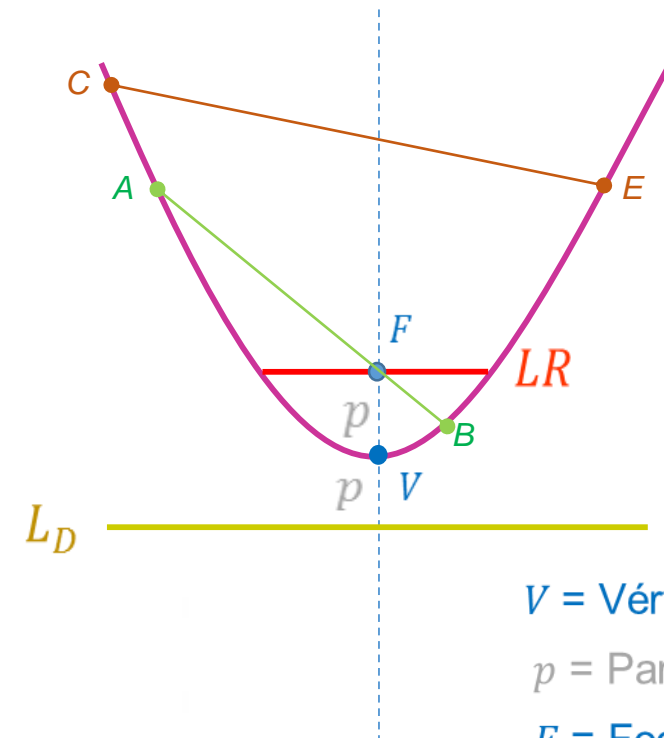
Foco (F): Es un punto tal que cada punto de la parábola posee la misma distancia que hasta la recta directriz.

Vértice (V): Es el punto de intersección de la parábola con eje de simetría.

Cuerda (CE): Es el segmento de la recta que une dos puntos cualesquiera de la parábola.

Cuerda focal (AB): Segmento de la recta que une los puntos de la parábola pasando por el foco.

Lado recto (LR): Es una cuerda focal perpendicular al eje de simetría.



$V = \text{Vértice } (h, k)$

$p = \text{Parámetro}$

$F = \text{Foco } (h, k + p)$

$LR = \text{Lado recto}$

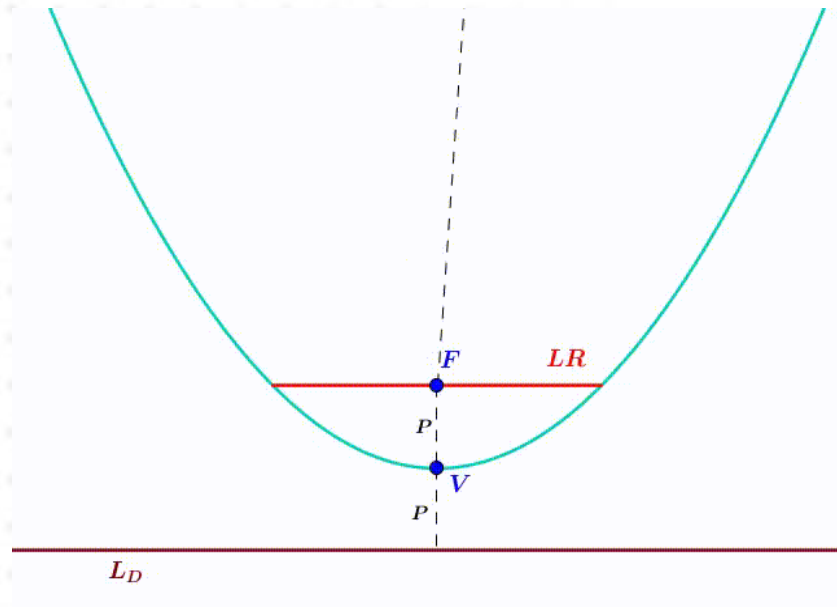
2 PARÁBOLA PARALELA AL EJE Y

Ecuación Ordinaria
 $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

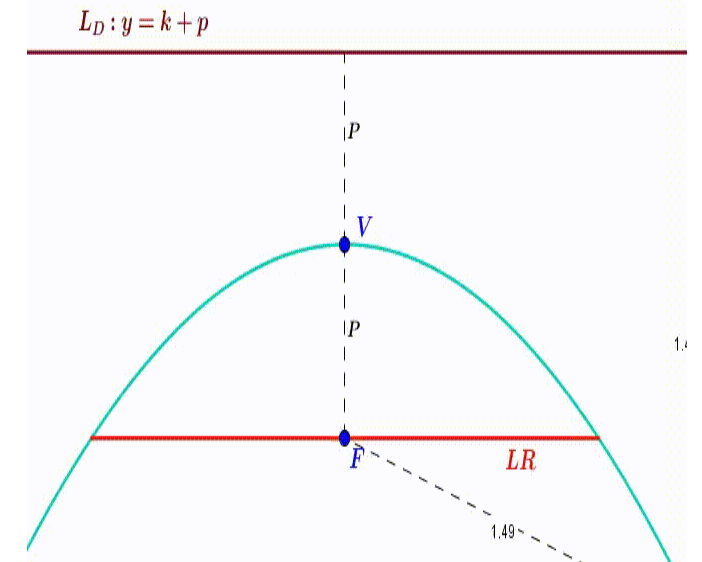
Ecuación Canónica
 $x^2 = 4py$

Ecuación General
 $x^2 + Dx + Ey + F = 0$

$L_D: y = k - p$



*Si $p > 0 \Rightarrow$ la parábola es
concava hacia arriba*



*Si $p < 0 \Rightarrow$ la parábola es
concava hacia abajo*

V = Vértice (h, k)

Foco F(h, k + p)

p = Parámetro

LR = |4p|

3 PARÁBOLA PARALELA AL EJE X

Ecuación Ordinaria

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Ecuación Canónica

$$y^2 = 4px$$

Ecuación General

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

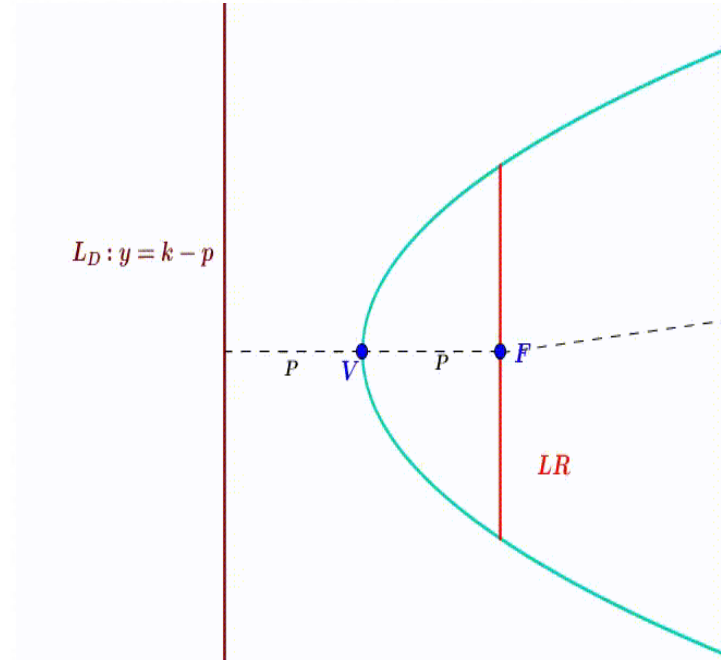
$$L_D: x = h - p$$

V = Vértice (h, k)

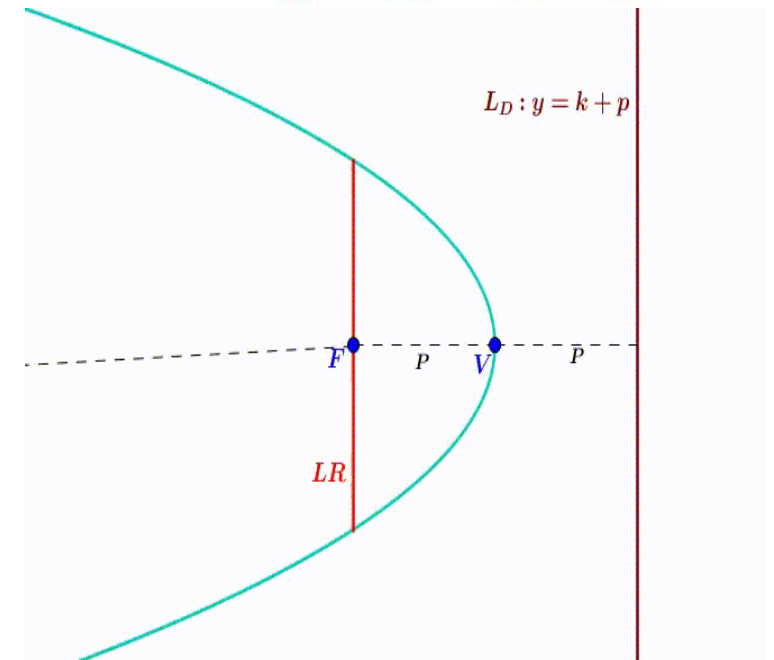
Foco $F(h + p, k)$

p = Parámetro

$$LR = |4p|$$



Si $p > 0 \Rightarrow$ la parábola es concava hacia la derecha



Si $p < 0 \Rightarrow$ la parábola es concava hacia la izquierda

Ejemplo.

Bosqueje la gráfica de la ecuación $4y^2 + 12y + 16x + 25 = 0$ y determine el vértice, foco, lado recto y la ecuación de la recta directriz.



Universidad
Tecnológica
del Perú

SOLUCIÓN:

$$y^2 + 3y + 4x + \frac{25}{4} = 0$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4x - \frac{25}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4x - 4$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4(x + 1)$$

$$V\left(-1, -\frac{3}{2}\right) \quad \begin{aligned} 4p &= -4 \\ p &= -1 \end{aligned}$$

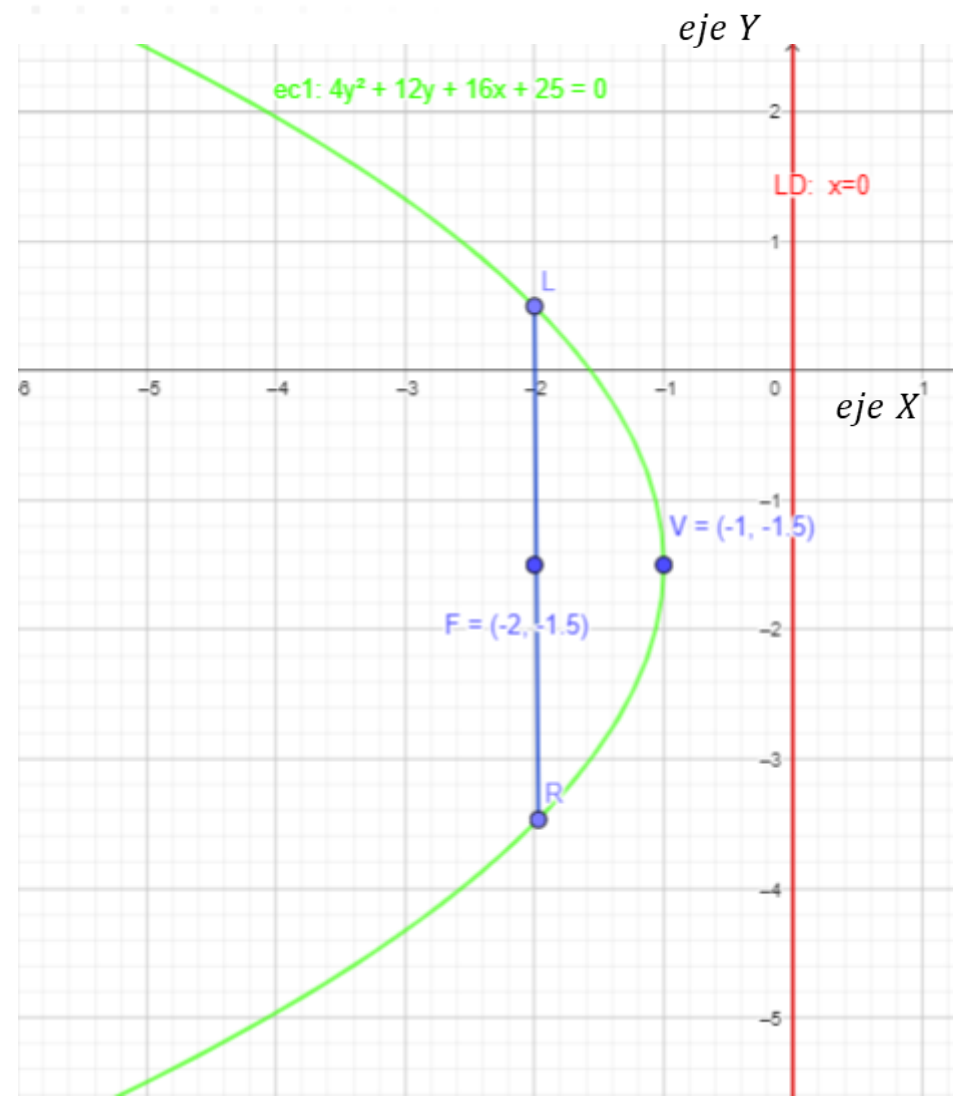
$$p < 0$$

$$F = \left(-1 - 1, -\frac{3}{2}\right) = \left(-2, -\frac{3}{2}\right)$$

$$LR = |4p| = |-4| = 4$$

$$L_D: x = -1 + 1$$

$$x = 0$$



Ejemplo.

Bosqueje la gráfica de la ecuación $x^2 - 14x - 12y + 29 = 0$ y determine el vértice, foco, lado recto y la ecuación de la recta directriz.

SOLUCIÓN:

$$(x - 7)^2 = 12y - 29 + 49$$

$$(x - 7)^2 = 12y + 20$$

$$(x - 7)^2 = 12\left(y + \frac{20}{12}\right)$$

$$(x - 7)^2 = 12\left(y + \frac{5}{3}\right)$$

$$V\left(7, -\frac{5}{3}\right) \quad 4p = 12$$

$$p = 3$$

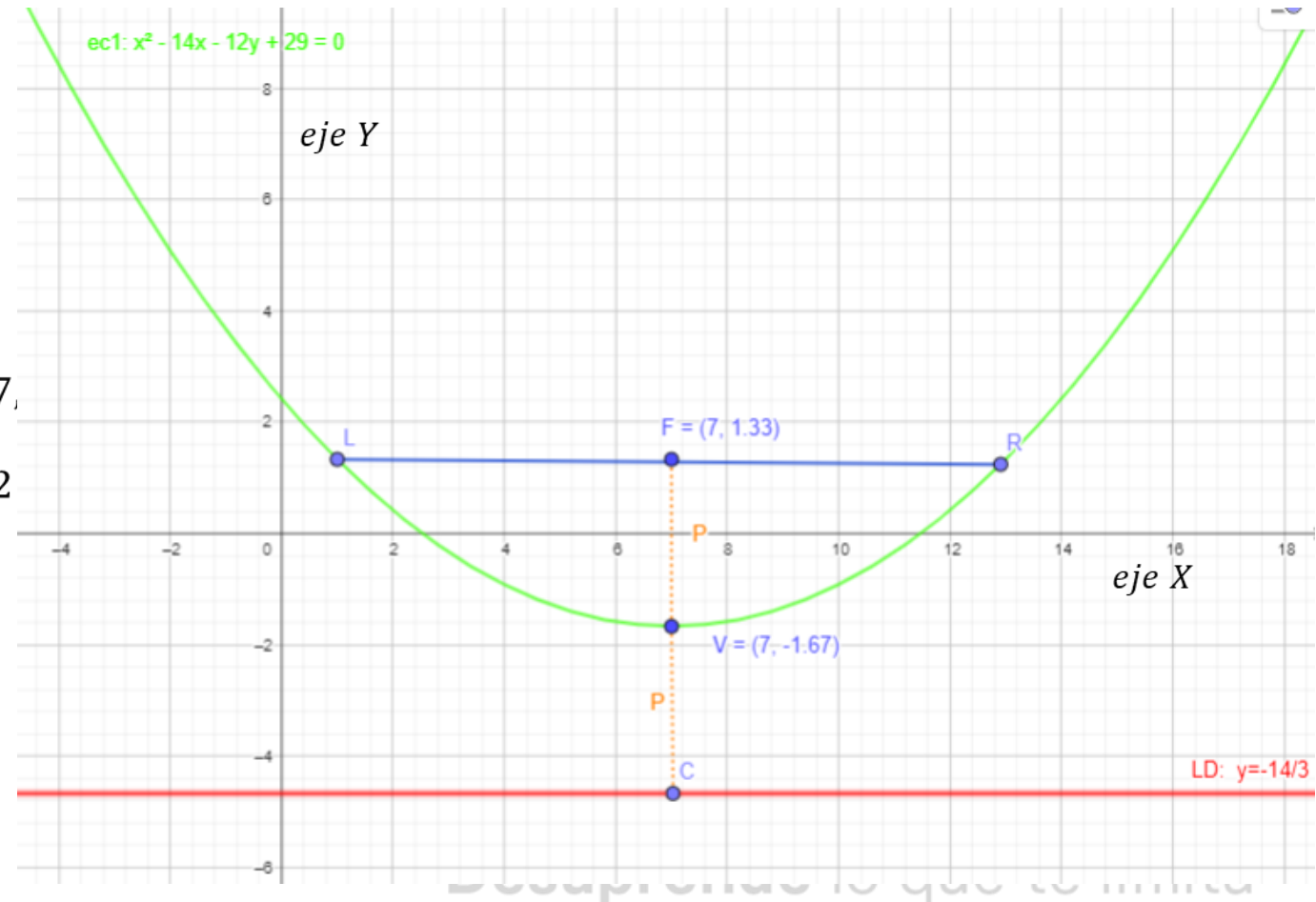
$$p > 0$$

$$F = \left(7, -\frac{5}{3} + 3\right) = (7, 1.33)$$

$$LR = |4p| = |12| = 12$$

$$L_D: y = -\frac{5}{3} - 3$$

$$y = -\frac{14}{3}$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Halle la ecuación general de la parábola con vértice en $(3, 5)$ y foco en $(-3, 5)$.

SOLUCIÓN:

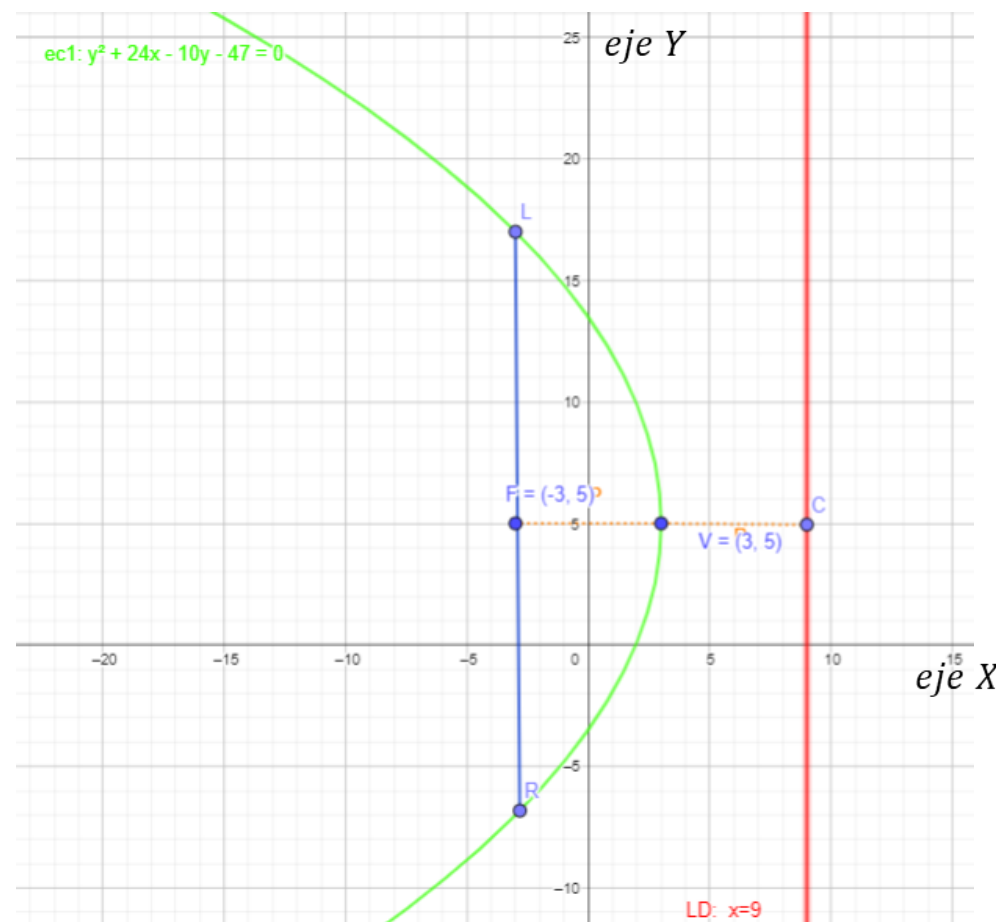
$$p \Rightarrow d(V, F) = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (5 - 5)^2}$$

$$p \Rightarrow \sqrt{36} = 6 \quad p < 0$$

$$(y - 5)^2 = -24(x - 3)$$

$$y^2 - 10y + 25 = -24x + 72$$

$$y^2 + 24x - 10y - 47 = 0$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Dados los puntos $(-1, 2)$; $(0, -1)$; $(2, 1)$. Determine la ecuación general de la parábola que pase por los tres puntos dados, tal que su eje focal sea paralelo al eje Y

SOLUCIÓN:

Considerando la ecuación general de la parábola paralela al eje Y

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$1 - D + 2E + F = 0 \quad 1 - D + 3E = 0$$

$$-E + F = 0 \rightarrow E = F$$

$$4 + 2D + E + F = 0 \quad 4 + 2D + 2E = 0$$

$$2 - 2D + 6E = 0$$

$$4 + 2D + 2E = 0$$

$$8E = -6$$

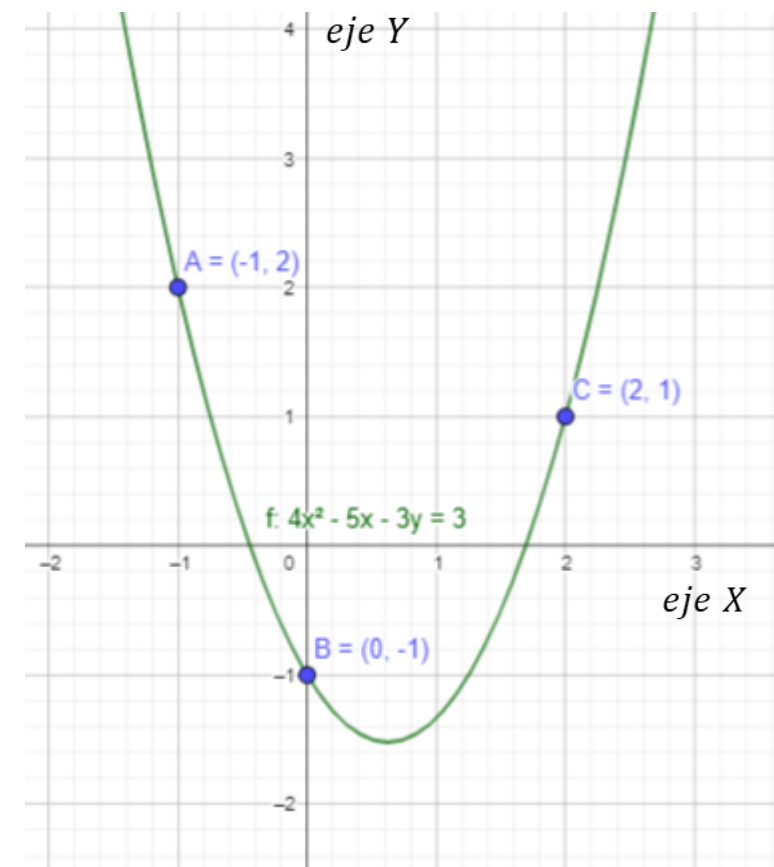
$$E = -\frac{3}{4} = F$$

$$4 + 2D + 2\left(-\frac{3}{4}\right) = 0$$

$$D = -\frac{5}{4}$$

$$x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}y - \frac{3}{4} = 0$$

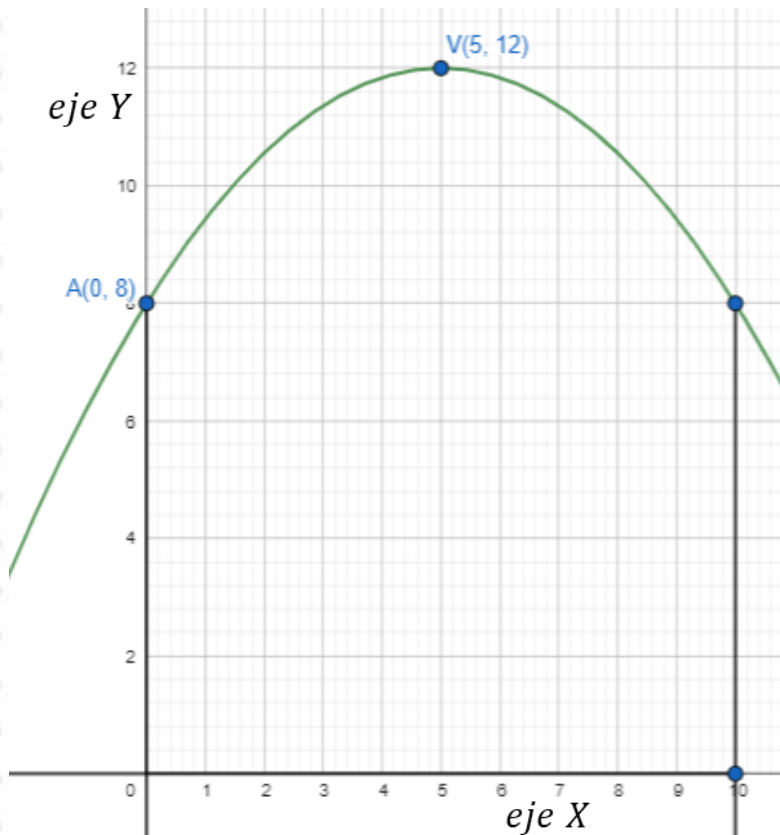
RPTA: $\mathcal{P}: 4x^2 - 5x - 3y - 3 = 0$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

3. El techo de un pasillo de 10 metros de ancho del Taj Mahal en Agra, India, tiene la forma de una parábola con 12 metros de altura en el centro, así como 8 metros de altura en las paredes laterales. Calcule la altura del techo a 3 metros de una de las paredes laterales de dicho pasillo.

SOLUCIÓN:



$$\mathcal{P}: (x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$A(0, 8) \in \mathcal{P}$$

$$(0 - 5)^2 = 4p(8 - 12)$$

$$25 = 4p(-4)$$

$$-\frac{25}{4} = 4p$$

$$\mathcal{P}: (x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$(3 - 5)^2 = -\frac{25}{4}(y - 12)$$

$$-\frac{16}{25} = y - 12$$

Rpta: $y = 11.36$ metros



Práctica

¡Ahora es tu turno!

A desarrollar los ejercicios propuestos



Tiempo : 25 min

INICIAMOS LOS EJERCICIOS RETO



Universidad
Tecnológica
del Perú

EJERCICIOS RETO

1. Bosqueje la gráfica de la ecuación $4y^2 + 32x + 12y - 87 = 0$ y determine el vértice, foco, lado recto y la recta directriz.
2. Una cuerda de la parábola $\mathcal{P}: y^2 - 4x = 0$ es un segmento de la recta $L: x - 2y + 3 = 0$. Hallar la longitud de la cuerda.
3. Hallar la ecuación general de la parábola de vértice $(5, -3)$ y cuya directriz es la recta $L: x = 2$
4. Hallar la ecuación general de la parábola de eje focal paralelo al eje X y de parámetro negativo, si su foco y vértice son los extremos de un diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$
5. El arco de un túnel tiene la forma de un arco parabólico. La base es pavimento de 16 metros de ancho y la altura del túnel respecto del pavimento es de 10 metros. Calcule a cuantos metros de una de las bases del túnel debería pasar un camión de 3.5 metros de altura, sin que este choque en la parte superior.



Cierre

RESPUESTAS

1. $V = \left(0, -\frac{3}{2}\right)$; $Foco = \left(\frac{1}{32}, -\frac{3}{2}\right)$; $Lado\ recto = \frac{1}{8}$; $Recta\ directriz = x = -\frac{1}{32}$

2. $d = 8.94$

3. $(x - 5)^2 = 12(y + 3)$

4. $(y + 3)^2 = -10(x - 4)$

5. $d = 1.55$ metros



Espacio de Preguntas



No te quedes con tus dudas, si quieres preguntar o comentar algo respecto a lo que hemos trabajado, es momento de hacerlo y así poder ayudarte. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



Tiempo : 5 min

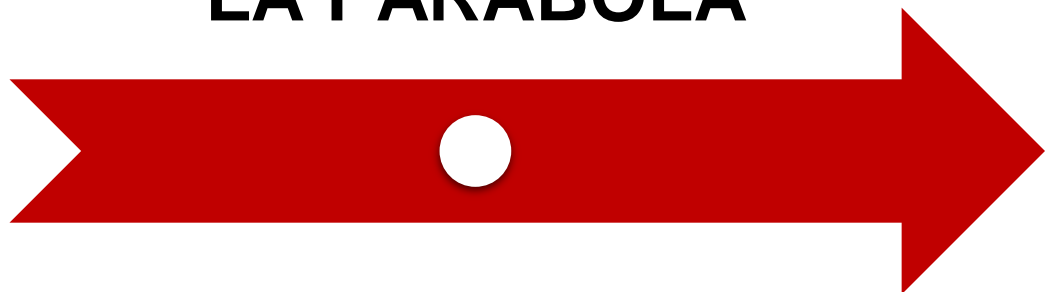
¿Qué hemos aprendido hoy?

1. ¿Cuáles son los elementos principales de una parábola?
2. ¿Qué orientación tiene una parábola de parámetro negativo?
3. ¿La distancia del vértice al foco y del vértice a la recta directriz es la misma?



Desaprende lo que te limita

LA PARÁBOLA



Lo logré



Desaprende lo que te limita

3 FINALMENTE



Excelente tu
participación

Tu éxito es la suma de
pequeños esfuerzos repetidos
día tras día.



Ésta sesión quedará
grabada para tus
consultas.



PARA TI

1. Realiza los ejercicios propuestos de ésta sesión y sigue practicando.
2. Consulta en el FORO tus dudas.

Desaprende lo que te limita



**Universidad
Tecnológica
del Perú**