

Ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones por métodos algebraicos

Luis Huatay

7 de junio de 2024

Resolución de los retos de la semana 11, sesión 1 y 2.

1. Sesión 1

1.1. Resolver la ecuación e indicar su conjunto solución:

$$\begin{aligned}2x - \frac{2-3x}{4} - \frac{5+x}{5} &= 2(x-3) - \frac{3}{5} \\ \left(\frac{20}{20}\right) 2x - \left(\frac{5}{5}\right) \frac{2-3x}{4} - \left(\frac{4}{4}\right) \frac{5+x}{5} &= 2x - 6 - \frac{3}{5} \\ \frac{40x - (10 - 15x) - (20 + 4x)}{20} &= 2x - 6 - \frac{3}{5} \\ \frac{40x - 10 + 15x - 20 - 4x}{20} &= 2x - 6 - \frac{3}{5} \\ 40x - 10 + 15x - 20 - 4x &= 20 \left(2x - 6 - \frac{3}{5}\right) \\ \cancel{40x} - 30 + 11x &= \cancel{40x} - 120 - 12 \\ 11x - \cancel{30} + \cancel{30} &= -132 + 30 \\ 11x &= -102 \\ x &= -\frac{102}{11} \end{aligned} \quad \therefore C.S. = \left\{ -\frac{102}{11} \right\}$$

1.2. Resolver la ecuación e indicar su conjunto solución:

$$\begin{aligned}\frac{3x-2}{4} - \frac{5x-1}{3} &= \frac{2x-7}{6} \\ \left(\frac{3}{3}\right) \frac{3x-2}{4} - \left(\frac{4}{4}\right) \frac{5x-1}{3} &= \frac{2x-7}{6} \\ \frac{9x-6-20x+4}{12} &= \frac{2x-7}{6} \\ -11x-2 &= 2 \left(\frac{2x-7}{6} \right) \\ -11x-2 &= 2(2x-7) \\ -11x-2 &= 4x-14 \\ -11x-4x &= -14+2 \\ -15x &= -12 \\ x &= \frac{12}{15} \end{aligned} \quad \therefore C.S. = \left\{ -\frac{12}{15} \right\}$$

- 1.3. Una compañía de telefonía celular cobra una cuota mensual de 10 soles por los primeros 15 Gb de consumo y 1.5 soles por cada Gb adicional. La cuenta de Jorge en un mes es de 70 soles. ¿Cuántos Gb ha consumido Jorge durante el mes?

Considere:

$$\text{cuota mensual} = 10$$

$$15 \text{ Gb iniciales} = 15$$

$$\text{Gb adicional} = 1,5 = \frac{3}{2}$$

Luego:

$$70 = \frac{3}{2}x$$

$$140 = 3x$$

$$x = 93,33$$

Finalmente:

$$\text{Cantidad de Gb adicionales} = 93,33 - 15 = 78,33$$

$$\text{Cantidad de Gb primers} = 15$$

$$\therefore \text{Cantidad de Gb total} = 15 + 78,33 = 93,33$$

- 1.4. Carmen está ahorrando para comprarse un departamento. Ella llega a heredar algún dinero de un familiar cercano, luego esto lo combina con 22 000 dólares que tenía ahorrado y duplica el total en una inversión afortunada. Ella termina con 135 000 dólares, que es justo lo que debe pagar para comprarse el departamento. ¿Cuánto heredó?

Considere:

$$\text{Herencia} = x$$

$$\text{Ahorro} = 22000$$

$$\text{Total} = 2y = 135000$$

Luego:

$$\text{Ahorro} + x = 2y$$

Finalmente:

$$22000 + x = 2y$$

$$22000 + x = 67500$$

$$x = 45500$$

$$\therefore \text{Se hereda inicialmente } 45500$$

2. Sesión 2

2.1. Resolver el sistema de ecuaciones lineales mediante métodos algebraicos:

$$\left. \begin{aligned} x - y + 2z &= 2 \\ 3x + y + 5z &= 8 \\ 2x - y - 2z &= -7 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo en 1 y 2:

$$\left. \begin{aligned} x - y + 2z &= 2 \\ 3x + y + 5z &= 8 \end{aligned} \right\} = 4x + 7z = 10$$

Resolviendo en 2 y 3:

$$\left. \begin{aligned} 3x + y + 5z &= 8 \\ 2x - y - 2z &= -7 \end{aligned} \right\} = 5x + 3z = 1$$

Calculando x:

$$\left. \begin{aligned} 4x + 7z &= 10 \\ 5x + 3z &= 1 \end{aligned} \right\} \\ x = \frac{30 - 7}{12 - 35} = \frac{23}{-23} \\ \boxed{x = -1}$$

Calculando z:

$$\begin{aligned} 5x + 3z &= 1 \\ 5(-1) + 3z &= 1 \\ -5 + 3z &= 1 \\ 3z &= 6 \\ \boxed{z = 2} \end{aligned}$$

Luego reemplazando x, z en 2:

$$\begin{aligned} 3x + y + 5z &= 8 \\ 3(-1) + y + 5(2) &= 8 \\ -3 + y + 10 &= 8 \\ \boxed{y = 1} \end{aligned}$$

Finalmente:

$$C.S. (x, y, z) = \{(-1, 1, 2)\}$$

2.2. Resolver el sistema de ecuaciones lineales mediante métodos algebraicos:

$$\left. \begin{aligned} 2x + y + z &= 8 \\ 3x - 2y - z &= 1 \\ 4x - 7y + 3z &= 10 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo en 1 y 2:

$$\left. \begin{aligned} 2x + y + z &= 8 \\ 3x - 2y - z &= 1 \end{aligned} \right\} = 5x - y = 9$$

Resolviendo en 2 y 3:

$$\left. \begin{aligned} (3) 3x - 2y - z &= 1(3) \\ 4x - 7y + 3z &= 10 \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} 9x - 6y - \cancel{3z} &= 3 \\ 4x - 7y + \cancel{3z} &= 10 \end{aligned} \right\} \\ \left(\frac{-1}{13} \right) 13x - 13y = 13 \left(\frac{-1}{13} \right) \\ -x + y = -1$$

Calculando x:

$$\left. \begin{aligned} 5x - y &= 9 \\ -x + y &= -1 \end{aligned} \right\} \\ 4x = 8 \\ \boxed{x = 2}$$

Calculando y:

$$\begin{aligned} -x + y &= -1 \\ -(2) + y &= -1 \\ -2 + y &= -1 \\ \boxed{y = 1} \end{aligned}$$

Luego reemplazando x, y en 2:

$$\begin{aligned} 3x - 2y - z &= 1 \\ 3(2) - 2(-1) - z &= 1 \\ 6 - 2 - z &= 1 \\ 4 - z &= 1 \\ \boxed{z = 3} \end{aligned}$$

Finalmente:

$$C.S. (x, y, z) = \{(2, 1, 3)\}$$

- 2.3. Un puesto de frutas vende dos variedades de frutas: estándar y de lujo. Una caja de fresas estándar se vende a \$7 y una de lujo se vende a \$10. En un día, el puesto vende 135 cajas de fresa en un total de \$1101. ¿Cuántas cajas de cada tipo se vendieron?

Considere:

$$\text{Precio de caja estandar} = 7$$

$$\text{Precio de caja de lujo} = 10$$

$$\text{Total de cajas} = 135$$

$$\text{Total de dinero} = 1101$$

Luego:

$$\text{Cajas de fresas estandar} = x$$

$$\text{Cajas de fresas de lujo} = y$$

$$\begin{cases} 7x + 10y = 1101 \\ x + y = 135 \end{cases}$$

Calculando x:

$$\begin{cases} 7x + 10y = 1101 \\ (-10)x + y = 135(-10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 10y = 1101 \\ -10x - 10y = -1350 \end{cases}$$

$$-3x = -249$$

$$x = 83$$

Calculando y:

$$x + y = 135$$

$$83 + y = 135$$

$$y = 52$$

Finalmente: Se vendieron 83 cajas de fresas estándar y 52 cajas de fresas de lujo.

- 2.4. Un agricultor tiene 1200 acres de tierras en las que produce maíz, trigo y frijol de soya. Cuesta \$45 por acre producir maíz, \$60 producir trigo y \$50 producir frijol de soya. Debido a la demanda del mercado, el agricultor producirá el doble de acres de trigo que de maíz. Ha asignado \$63750 para el costo de producir sus cosechas. ¿Cuántos acres de cada cultivo debe plantar?.

Considere:

$$\text{AcresdeMaiz} = x$$

$$\text{AcresdeTrigo} = y$$

$$\text{AcresdeFrijoldeSoya} = z$$

Expresión dada por el área total:

$$x + y + z = 1200$$

Expresión dada por la demanda:

$$x + 2x + z = 1200$$

$$3x + z = 1200$$

Expresión dada por la inversión:

$$45x + 60y + 50z = 63750$$

Dado el sistema:

$$\begin{cases} 45x + 60y + 50z = 63750 \\ (-60)x + y + z = 1200(-60) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45x + 60y + 50z = 63750 \\ -60x - 60y - 60z = -72000 \end{cases}$$

$$-15x - 10z = -8250$$

Luego reemplazando en área:

$$\begin{cases} -15x - 10z = -8250 \\ (10)3x + z = 1200(10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15x - 10z = -8250 \\ 30x + 10z = 12000 \end{cases}$$

$$15x = 3750$$

$$x = 250$$

Hallando z:

$$3x + z = 1200$$

$$3(250) + z = 1200$$

$$750 + z = 1200$$

$$z = 450$$

Hallando y:

$$x + y + z = 1200$$

$$250 + y + 450 = 1200$$

$$y = 1200 - 700$$

$$y = 500$$

El granjero ocupa 250 acres de maíz, 500 acres de trigo y 450 acres de frijol de soya.