

# 定日镜场的光学效率建模及布局优化设计

## 摘要

塔式太阳能光热发电是一种新型清洁能源技术，其主要利用定日镜将太阳光反射汇聚到镜场中吸收塔顶端集热器上，从而将太阳能转化为热能。因此，深入研究定日镜场的优化布局，提高镜场的输出热功率，对推动塔式太阳能光热发电系统的建设具有重要的理论意义和实际价值。本文基于定日镜场的工作原理，灵活建立坐标系，使用**坐标旋转法**计算定日镜场的效率指标，应用投影长度完成基础筛选和推断，构建非线性优化模型，并利用 SolarPILOT 软件内置的**定步长遍历搜索算法**进行模型的求解，以完成特定定日镜场的指标计算和布局优化设计。

问题一中，首先根据建设区域的地理位置对太阳的实时位置进行建模求解，随后建立镜场坐标系，逐一分析定日镜的光学效率的五个组成部分。其中，建立**阴影遮挡效率理论模型**，利用**改进的几何投影法**计算定日镜的阴影损失和遮挡损失，并比较投影长度以筛选可能产生阴影和遮挡的相邻镜面，推算吸收塔阴影对定日镜场的影响。接着通过公式计算余弦效率、大气透射效率、截断效率和镜面反射率。然后建立输出热功率模型，考虑阴影遮挡的影响，选择能够成功接收和反射太阳光线的采光面积，最终得到**年平均光学效率为 0.6382**，**年平均余弦效率为 0.7838**，**年平均阴影遮挡效率为 0.9163**，**年平均截断效率为 0.9921**，**年平均输出热功率为 39.2115MW**，**单位面积年平均输出热功率为 0.6833kW/m<sup>2</sup>**。

问题二中，沿用问题一中建立的镜场坐标系，首先基于辐射网格状布局建立基础布局，然后构建非线性规划基本框架，综合题目给定的约束条件以及无机械碰撞和无遮挡情况下的径向间距约束，对目标函数进行迭代寻优。辅助使用 SolarPILOT 软件，对给定的参数范围进行**定步长遍历**，确定最优布局，以满足额定功率条件并使单位镜面面积输出热功率最大化，最终确定所需**定日镜个数为 1926 个**，**镜面高度为 5.76m**，**镜面宽度为 6.51m**，**安装高度为 4.3m**，**单位面积镜面年平均输出热功率为 0.9501kW/m<sup>2</sup>**。

问题三中，仍然沿用问题一中建立的镜场坐标系，由于定日镜的尺寸和安装高度可以不同，因此需要重新调整问题二中的约束条件。使用 SolarPILOT 软件辅助寻优，为了减少时间成本，将定日镜按尺寸和安装高度分成不同种类，并逐步增加定日镜的种类数，直到新增定日镜种类后的参数优化结果与某一原有定日镜的参数相差较小为止，确定各类定日镜的相关参数。然后按照问题二的步骤确定最优布局。最终确定所需**定日镜个数为 4201 个**，共有三种尺寸，分别为**(7.6310,5.4485)**，**(5.9978,4.4194)**，**(3.9829,2.2902)**，对应的安装高度分别为**4.7m**，**3.7m**，**2.3m**，对应的单位面积镜面年平均输出热功率为**0.9604kW/m<sup>2</sup>**。

关键词：定日镜场，光学效率，优化设计，非线性规划，遍历搜索

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

塔式太阳能光热发电作为一种新型清洁能源技术，基本工作原理是利用定日镜将太阳光反射汇聚到镜场中吸收塔顶端的集热器上，通过加热导热介质将太阳能转化为热能，再经过热交换将热能转化为电能。定日镜是收集太阳能的基本组件，当其工作时，控制系统根据太阳的位置实时控制定日镜的法向，使太阳中心点发出的光线经定日镜中心反射后指向集热器中心，从而实现太阳能的收集。

现计划在一个圆形区域内建设一个定日镜场，具体规划如下：

- **地理位置：**建设区域的中心位于东经  $98.5^{\circ}$ ，北纬  $39.4^{\circ}$ ，海拔 3000 米，半径 350 米。
- **安装高度：**定日镜场中的定日镜底座的纵向转轴与地面垂直，可以控制反射镜的方位角；水平转轴与地面平行，可以控制反射镜的俯仰角。安装高度是定日镜底座离地面的高度，需要保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面。
- **镜场布局：**定日镜场由大量的定日镜组成阵列，需要安排定日镜底座的位置，相邻底座之间的距离需要比镜面宽度多 5 米以上，以便维护及清洗车辆的行驶。
- **集热器和吸收塔：**规划的吸收塔高度为 80 米，周围 100 米范围内预留空地建造厂房安装发电、储能、控制等设备。集热器采用圆柱形外表受光式集热器，高 8 米，直径 7 米。
- **定日镜的形状和尺寸：**定日镜的形状为平面矩形，上下两条边始终平行于地面。镜面高度为镜面上下两条边之间的距离，镜面宽度为镜面左右两条边之间的距离。镜面边长通常在 2 米至 8 米之间，安装高度在 2 米至 6 米之间。

### 1.2 问题提出

- **问题一：**根据吸收塔的位置、定日镜的尺寸及附件中给定的所有定日镜中心的位置，计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率及单位镜面面积年平均输出热功率。
- **问题二：**假设所有定日镜的尺寸和安装高度均相同，在定日镜场达到额定功率的条件下，设计出定日镜场的五个参数：吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、定日镜安装高度、定日镜数目、定日镜位置，使得单位镜面面积年平均输出热功率尽可能大。
- **问题三：**假设定日镜的尺寸和安装高度可以互不相同，在定日镜场达到额定功率的条件下，重新设定定日镜场的各个参数，使得单位镜面面积年平均输出热功率尽可能大。

## 二、问题分析

### 2.1 问题一的分析

首先根据附件中数据的可视化分析可以画出初始定日镜分布图见图 2.1。

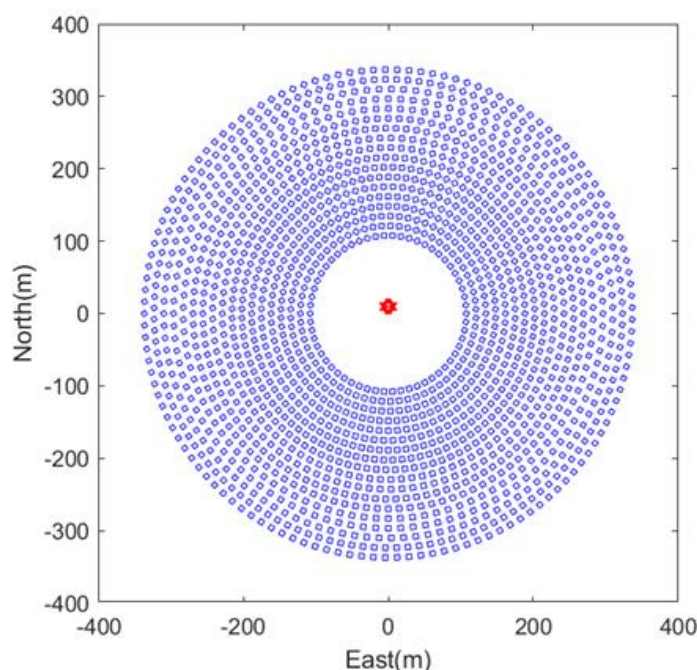


图 2.1 初始定日镜分布图

对于光学效率，根据附录中所给出的光学效率计算公式，本题需考虑五种不同的效率——阴影遮挡效率、余弦效率、大气透射效率、截断效率和镜面反射率，分别求出它们的值并相乘即可。其中后面四种效率可由公式简单计算得出。而计算阴影遮挡效率需求出定日镜之间的阴影遮挡损失和塔对定日镜的阴影损失，因此考虑建立阴影遮挡效率理论模型，进而求得镜场中镜面的阴影遮挡面积，再计算遮挡损失。

对所有定日镜的光学效率按照每月 21 日的五个时刻的光学效率进行求和并计算其算术平均值得到每月 21 日的平均光学效率，以每月的天数与该年总天数之比为权重进行加权平均，从而得到年平均光学效率。

对于输出热功率，根据附录中提及的定日镜场输出热功率计算公式及上述所求的年平均光学效率，可以准确求出定日镜场的年平均输出热功率，再将其除以定日镜的总面积，则可以得出单位镜面面积年平均输出热功率。

### 2.2 问题二的分析

问题二要求在定日镜场达到额定功率的条件下，求出定日镜场的五个参数，使得单位定日镜镜面面积年平均输出热功率尽量大。由于所需设计的定日镜场可以变化的参数较多，于是先考虑根据有关定日镜场排布方式的优化模型构建出一

个基础布局，在该布局的基础上逐一分析满足题意的约束条件，通过建立目标函数和每个参数所需满足的约束条件来构建优化模型，最后可以利用 SolarPILOT 软件对所建立的模型进行求解，从而得到满足题意的定日镜场排布的最优化模型及最优参数。

### 2.3 问题三的分析

问题三要求在问题二的基础上，通过改变单个定日镜的尺寸和安装高度，以获得更大的单位镜面面积年平均输出热功率。因此，以问题二中构建的定日镜场排布模型为基础布局，在问题二的基础条件上增加定日镜的安装高度和尺寸约束，重新构建优化模型，再利用 SolarPILOT 软件辅助求解。通过不断地增加定日镜的种类数并优化其参数，寻求更优化的参数组合，当新增定日镜的参数经优化后与某一原有定日镜的参数相差较小，则停止增加定日镜的种类数，确定各类定日镜的镜面高度和镜面宽度，然后在 SolarPILOT 软件中使用与问题二中相似的方法，从而得出最优镜场排布图及最优参数。

综上，问题一、二、三总体分析流程图见图 2.2

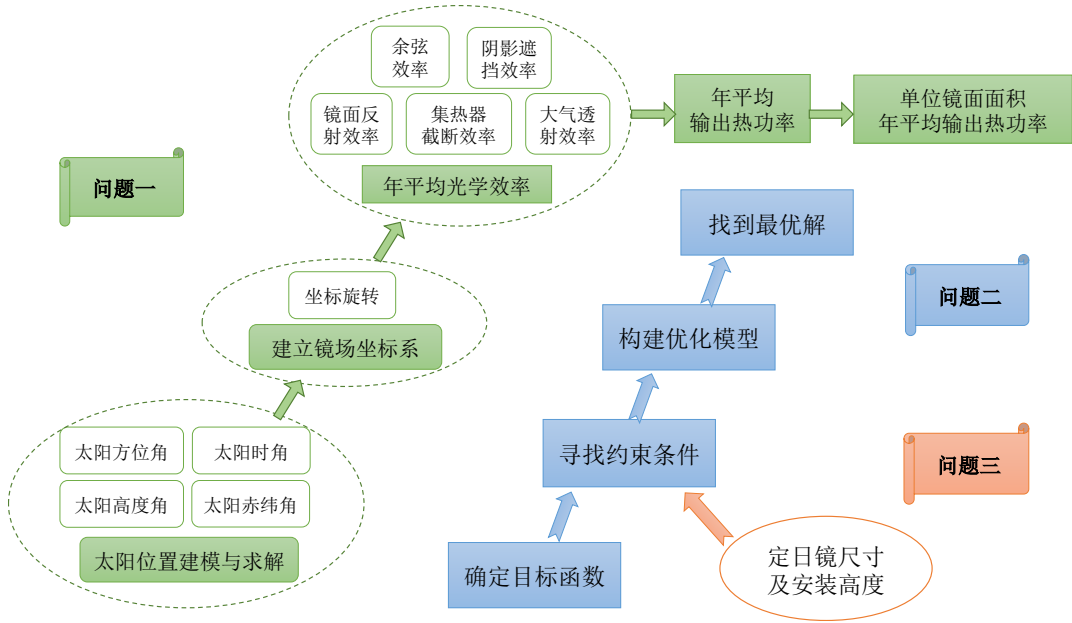


图 2.2 总体问题分析流程图

## 三、模型假设

- 1、假设定日镜场的输出热效率不受空气湿度、天气因素等其他因素影响；
- 2、假设太阳能的辐射强度在建设区域内是均匀分布的；
- 3、假设定日镜场中所有定日镜镜面均为平整光滑的理想镜面，不产生漫反射；
- 4、假设镜面中心和定日镜立柱的中心轴线重合。

## 四、符号说明

类别	符号	说明
角度	$\alpha_s$	太阳高度角
	$\gamma_s$	太阳方位角
	$\omega$	太阳时角
	$\delta$	太阳赤纬角
	$\theta_z$	定日镜的俯仰角
	$\theta$	入射光线和镜面反射点的 法线方向之间的夹角
效率及资源环境	$DNI$	法向直接辐射辐照度
	$E_{field}$	定日镜场的输出热功率
	$\eta_{sb}$	阴影遮挡效率
	$\eta_{cos}$	余弦效率
	$\eta_{at}$	大气透射率
	$\eta_{ref}$	镜面反射率
集热系统	$\eta_{trunc}$	集热器截断效率
	$H_c$	集热器高度
	$R_c$	集热器直径
	$H_z$	集热器中心相对于 镜场平面的高度
定日镜场	$N$	定日镜总数
	$W$	定日镜镜面的宽度
	$L$	定日镜镜面的高度
	$\eta$	定日镜的光学效率
	$h_0$	镜面中心相对于 镜场平面的高度
	$l$	定日镜镜面中心与定日镜立 柱中轴线之间的距离
	$h'$	定日镜镜面中心与定日镜立 柱顶点之间的垂直距离

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题一模型的建立与求解

#### 5.1.1 太阳位置计算

##### (一) 太阳时角 $\omega$

太阳时角  $\omega$  是指日面中心的时角，即从观测点天球子午圈沿天赤道量至太阳所在时圈的角距离，计算公式如下：

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \quad (5.1.1)$$

其中， $ST$  为当地时间。

##### (二) 太阳赤纬角 $\delta$

太阳赤纬角  $\delta$  是地球赤道平面与太阳和地球中心的连线之间的夹角，以年为周期，随时间变化。计算公式如下：

$$\delta = \frac{23.45\pi}{180} \sin(2\pi \frac{284 + D}{365}) \quad (5.1.2)$$

其中  $D$  为年积日，是以每年元旦（1 月 1 日）作为第一天起算的天数。

##### (三) 太阳高度角 $\alpha_s$

太阳高度角  $\alpha_s$  是指地球上某地太阳光线与通过该地与地心相连的地表切面的夹角，计算公式如下：

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \quad (5.1.3)$$

其中， $\varphi$  为当地纬度，取北纬为正，南纬为负。本题中定日镜场所处位置为北纬  $39.4^\circ$ 。

##### (四) 太阳方位角 $\gamma_s$

太阳方位角  $\gamma_s$  是太阳在方位上的角度，一般是以目标物的北方向为起始方向，以太阳光的入射方向为终止方向，按顺时针方向所测量的角度。其计算公式如下：

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \quad (5.1.4)$$

综上，根据上述公式，可逐一计算出定日镜所在地 9:00、10:30、12:00、13:30 和 15:00 这五个时刻的太阳时角、太阳赤纬角、太阳高度角和太阳方位角所对应的值，求解结果详见附录表 8.1、表 8.2、表 8.3、表 8.4，下图 5.1.1 是结果数据的可视化。

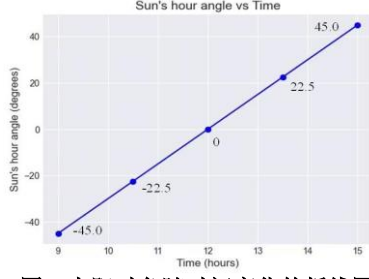


图1 太阳时角随时间变化的折线图



图2 太阳赤纬角随时间变化的折线图

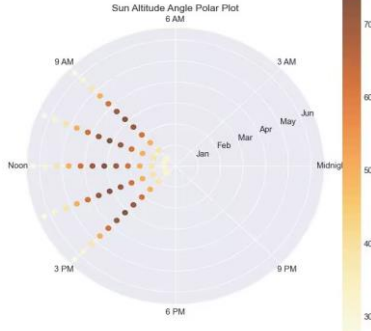


图3 太阳高度角随时间变化的热力图

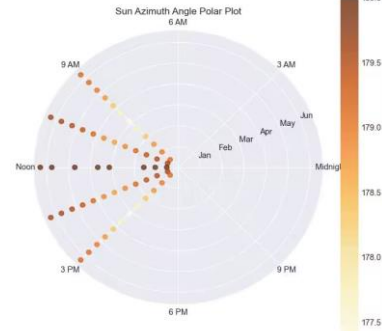


图4 太阳方位角随时间变化的热力图

图 5.1.1 太阳时角、太阳赤纬角、太阳高度角和太阳方位角与时间的关系图

### 5.1.2 定日镜场坐标系的建立

为便于描述太阳光线、吸收塔与定日镜间位置关系，以圆形定日镜场的中心作为坐标原点，以正东方向为  $X$  轴正向，以正北方向为  $Y$  轴正向，以垂直于地面向上为  $Z$  轴正向，建立如图 5.1.2 所示的镜场空间直角坐标系<sup>[1]</sup>。在本题中，吸收塔处于原点位置。

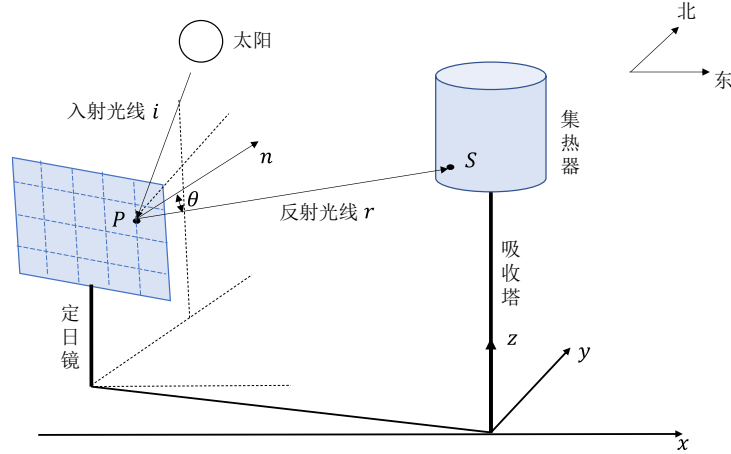


图 5.1.2 定日镜场坐标系示意图

### 5.1.3 年平均光学效率的求解

在任意时刻，定日镜的光学效率可由上述五个部分的乘积计算得出：

$$\eta = \eta_{sb} \eta_{\cos} \eta_{at} \eta_{trunc} \eta_{ref} \quad (5.1.5)$$

由于定日镜场的光学效率是整个镜场中的每个定日镜相互影响、共同作用的结果，且定日镜的总光学效率又受多种因素影响，因此下文将对定日镜的效

率组成进行逐一分析。

### (一) 阴影遮挡效率 $\eta_{sb}$

阴影遮挡效率的物理意义为镜场中能够将太阳光反射到集热器且未被阻挡的镜面面积之和与镜场安装的总镜面面积的比值。下面介绍其计算步骤：

#### 步骤 1. 定日镜相关参数及顶点坐标计算<sup>[2]</sup>

本文通过计算定日镜的各个顶点在空间中的坐标从而确定目标定日镜与相邻定日镜之间的相互关系。

#### ● 定日镜镜面法向量及俯仰角的计算

在上节中建立的镜场坐标系中，若将集热器当作一点，则集热器的坐标可表示为  $O(0,0,H_z)$ ，其中  $H_z$  表示集热器的中心相对于镜场平面的高度。假设定日镜镜面中心点位于基座的中轴线上，则定日镜  $A$  的镜面中心坐标可表示为  $O_A(x_{O,A}, y_{O,A}, z_{O,A})$ ，其中  $x_{O,A}$  与  $y_{O,A}$  是定日镜在镜场平面内的坐标， $z_{O,A}$  表示镜面的中心相对于镜场平面的高度。对于任意一台定日镜来讲，太阳光线经过镜面反射后必然指向集热器的中心。因此定日镜镜面中心指向集热器的光线的单位法向量  $\mathbf{S}_{r,A}$  可表示为：

$$\mathbf{S}_{r,A} = \frac{O - O_A}{|O - O_A|} = \frac{(-x_{O,A}, -y_{O,A}, H_z - z_{O,A})}{\sqrt{x_{O,A}^2 + y_{O,A}^2 + (H_z - z_{O,A})^2}} \quad (5.1.6)$$

太阳的位置可以用高度角  $\alpha_s$  和方位角  $\gamma_s$  来表示，在确定的时间点上，太阳光线的单位法向量也是确定的。若入射光线的单位向量表示为  $\mathbf{S}_{i,s} = (x_i, y_i, z_i)$ ，则  $\mathbf{S}_{i,s}$  在镜场坐标系中的计算公式为：

$$\begin{cases} x_i = \cos(\alpha_s) \cos(\gamma_s - 90^\circ) \\ y_i = \cos(\alpha_s) \sin(\gamma_s - 90^\circ) \\ z_i = \sin(\alpha_s) \end{cases} \quad (5.1.7)$$

根据光反射定律，镜面法向量与入射、反射法向量共面且平分入射光线和反射光线之间的夹角，故可由入射光线法向量和反射光线法向量推导出定日镜的镜面法向量：

$$\mathbf{S}_{n,A} = \frac{\mathbf{S}_{r,A} - \mathbf{S}_{i,s}}{|\mathbf{S}_{r,A} - \mathbf{S}_{i,s}|} \quad (5.1.8)$$

由定日镜的镜面法向量可计算得出定日镜的俯仰角  $\theta_z$  和方位角  $\theta_s$ ，如下式 (5.1.9) 所示：



$$\begin{cases} \tan(\theta_z) = \frac{\sin(\alpha_s) \cdot m + h}{\sqrt{x_{O,A}^2 + y_{O,A}^2 + m^2 \cdot \cos^2(\alpha_s) - 2 \cos(\alpha_s) \cdot m \cdot (x_{O,A} \cdot \sin(\gamma_s) - y_{O,A} \cdot \cos(\alpha_s))}} \\ \tan(\theta_s) = \frac{x_{O,A} - \cos(\alpha_s) \cdot \sin(\gamma_s) \cdot m}{\sqrt{x_{O,A}^2 + y_{O,A}^2 + m^2 \cdot \cos^2(\alpha_s) - 2 \cos(\alpha_s) \cdot m \cdot (x_{O,A} \cdot \sin(\gamma_s) - y_{O,A} \cdot \cos(\alpha_s))}} \end{cases}$$

其中

$$m = \sqrt{x_{O,A}^2 + y_{O,A}^2 + h_0^2} \quad (5.1.10)$$

### ● 定日镜顶点坐标的计算

由于定日镜镜面上的横轴线始终平行于镜场平面，故定日镜上边线上两个顶点和下边线上两个顶点的高度是分别相等的。因此当定日镜的位置确定且镜面法向量确定时，定日镜的顶点坐标可以唯一确定。

本题以定日镜镜面为坐标平面建立平面直角坐标系，如图 5.1.3 所示，以定日镜镜面中心点为坐标系原点，令直角坐标系横轴平行于定日镜的上下边线。将位于第一象限内的定日镜顶点标记为  $P_1$ ，则  $P_1$  在镜场坐标系中的坐标可表示为  $P_1(x_{P1}, y_{P1}, z_{P1})$ 。同理可将位于其余象限内的顶点坐标  $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  分别表示出来。

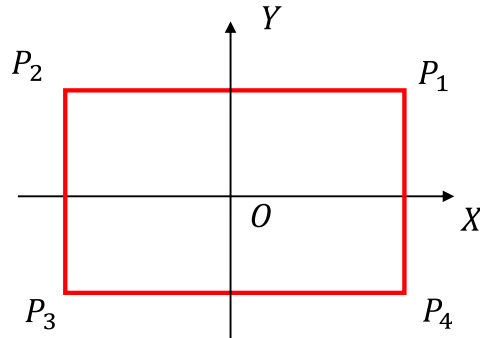


图 5.1.3 镜面坐标系示意图（平面）

将定日镜镜面的宽度标记为  $W$ ，高度标记为  $L$ ，则有  $W = P_1P_4 = P_2P_3$ ， $L = P_1P_2 = P_3P_4$ 。在已知定日镜俯仰角  $\theta_z$  和方位角  $\theta_s$  的条件下，可以计算出定日镜在当前姿态下各个顶点的坐标，计算公式如下<sup>[3]</sup>：

$$\begin{cases} x_{P1} = x_0 + \frac{1}{2}L \cdot \cos(\theta_s) - \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ y_{P1} = y_0 + \frac{1}{2}W \cdot \cos(\theta_s) + \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ z_{P1} = h_0 + \frac{1}{2}W \cdot \sin(\theta_z) \end{cases} \quad (5.1.11)$$

$$\begin{cases} x_{p2} = x_0 - \frac{1}{2}L \cdot \cos(\theta_s) - \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ y_{p2} = y_0 + \frac{1}{2}W \cdot \cos(\theta_s) - \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ z_{p2} = h_0 + \frac{1}{2}W \cdot \sin(\theta_z) \end{cases} \quad (5.1.12)$$

$$\begin{cases} x_{p3} = x_0 - \frac{1}{2}L \cdot \cos(\theta_s) + \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ y_{p3} = y_0 - \frac{1}{2}W \cdot \cos(\theta_s) - \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ z_{p3} = h_0 - \frac{1}{2}W \cdot \sin(\theta_z) \end{cases} \quad (5.1.13)$$

$$\begin{cases} x_{p4} = x_0 + \frac{1}{2}L \cdot \cos(\theta_s) + \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ y_{p4} = y_0 - \frac{1}{2}W \cdot \cos(\theta_s) + \frac{1}{2}L \cdot \sin(\theta_s) \\ z_{p4} = h_0 - \frac{1}{2}W \cdot \sin(\theta_z) \end{cases} \quad (5.1.14)$$

## 步骤 2 阴影遮挡效率理论模型的建立

阴影遮挡效率  $\eta_{sb}$  计算公式如下：

$$\eta_{sb} = 1 - \text{阴影遮挡损失} \quad (5.1.15)$$

其中，阴影遮挡损失主要包括三部分：

1) **阴影损失**：后排定日镜的部分镜面因处于前方定日镜的阴影中而不能有效反射太阳光从而造成了能量损失；

2) **遮挡损失**：后排定日镜在反射太阳光时部分太阳光被前方定日镜阻挡而未传播到集热器上从而造成的损失；

3) **塔的阴影对镜场造成的损失**。

● 首先计算前两部分：阴影损失和遮挡损失。

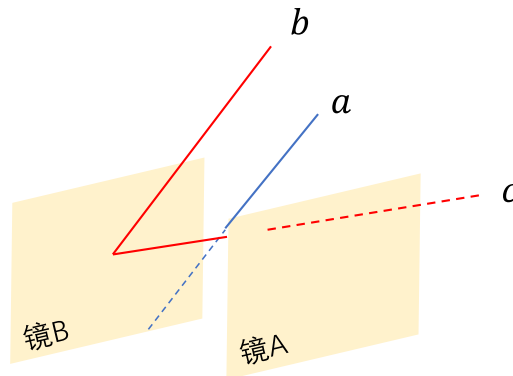


图 5.1.4 阴影和遮挡产生情况模拟

如图 5.1.4 所示，图中  $a$ 、 $b$  代表太阳的入射光线， $c$  代表入射光线  $b$  经定日镜反射的光线。观察图 5.1.4 中的光线路径可以看出，入射光线  $a$  在入射到镜  $B$  的过程中恰巧被镜  $A$  阻挡，从而使镜  $A$  在镜  $B$  上产生阴影。而光线  $b$  经由镜  $B$  反射后的反射光线  $c$  到达集热器的过程中，被镜  $A$  阻挡，从而产生了镜  $B$  和镜  $A$  间的挡光现象。

下面，以镜  $B$  作为目标镜面，分析可能对其产生阴影和遮挡效果的镜面  $A$ ，如图 5.1.5 所示。

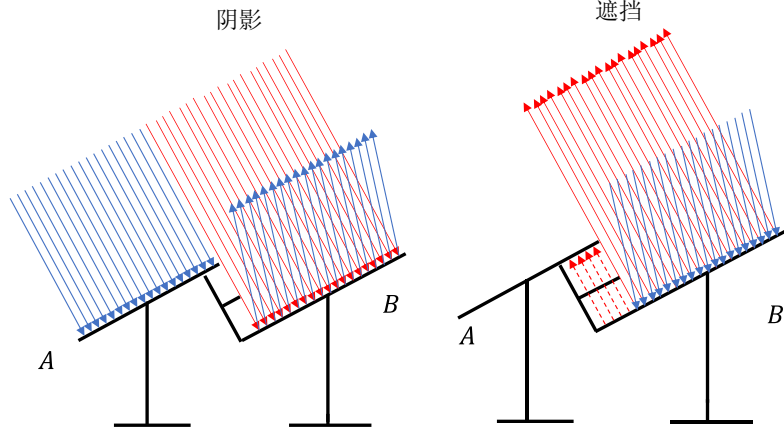


图 5.1.5 镜面间光线阴影与遮挡示意图

为缩小搜索范围，首先以定日镜投影所能覆盖到的范围作为判断依据，对定日镜场内所有定日镜进行筛选，找到所有潜在的镜  $A$ ，称为相邻镜面。计算定日镜投影长度  $l'$  公式如下：

$$l' = \frac{\frac{L}{2} \cdot \sin \theta_z + h_0}{\tan \alpha_s} \quad (5.1.16)$$

在式(5.1.16)中， $L$  为定日镜镜面的高度， $\theta_z$  为定日镜的俯仰角， $h_0$  为镜面中心相对于镜场平面的高度， $\alpha_s$  为太阳高度角。

为判断镜  $A$  是否会对镜  $B$  产生阴影或遮挡，将镜  $A$  向镜  $B$  所在的平面进行投影。由于阴影和遮挡的计算原理类似，可依次计算出镜  $A$  的四个顶点顺着入射光线方向（阴影）或沿反射光线的相反方向（遮挡）投影到的镜面  $B$  的坐标值，将投影后的四个顶点相连线所得的四边形与镜  $B$  四个顶点所围成的矩形相比较，判断是否存在重叠，重叠的面积即为阴影遮挡的损失。

**投影坐标变换的计算原理及流程如下：**

假设一条光线（包括入射光线和反射光线）在地面坐标系的向量为： $\mathbf{V}_0 = (a, b, c)$ 。在镜  $A$  坐标系下，取镜  $A$  中的四个顶点  $P_1 = (x_1, y_1)$ 、 $P_2 = (x_2, y_2)$ 、 $P_3 = (x_3, y_3)$ 、 $P_4 = (x_4, y_4)$ （如图 5.1.3 所示），求其经过光线落入镜  $B$  中的坐标  $P_1' = (x_1', y_1')$ 、 $P_2' = (x_2', y_2')$ 、 $P_3' = (x_3', y_3')$ 、 $P_4' = (x_4', y_4')$ （该坐标在镜  $B$  坐标

系中)<sup>[4]</sup>。

假设镜面坐标系  $a$  到地面坐标系  $b$  的转换关系单位矩阵为：

$$T = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix} \quad (5.1.17)$$

$(l_x, m_x, n_x)$ ,  $(l_y, m_y, n_y)$ ,  $(l_z, m_z, n_z)$  是镜面坐标系  $a$  的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴在地面坐标系  $b$  的向量表示。其坐标转换关系如下：

$$T = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin E_H & -\sin A_H \cos E_H & \cos A_H \cos E_H \\ \cos E_H & -\sin A_H \sin E_H & \cos A_H \sin E_H \\ 0 & \cos A_H & \sin A_H \end{pmatrix} \quad (5.1.18)$$

一束光线在镜面坐标系中的向量表示为  $\mathbf{V}_H$ ，在地面坐标系中的向量表示为  $\mathbf{V}_0$ 。则有如下转换关系：

$$\mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}_H \quad (5.1.19)$$

下面计算  $P_1' = (x_1', y_1')$ 、 $P_2' = (x_2', y_2')$ 、 $P_3' = (x_3', y_3')$ 、 $P_4' = (x_4', y_4')$  的值。

①将镜  $A$  的四个顶点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  转换到镜场坐标系下的坐标，并表示为  $P_{1,1}$ 、 $P_{2,2}$ 、 $P_{3,3}$ 、 $P_{4,4}$ ；

②再将镜场坐标系下的  $P_{1,1}$ 、 $P_{2,2}$ 、 $P_{3,3}$ 、 $P_{4,4}$  转换到镜  $B$  坐标系下，表示为  $P_{1,1}'$ 、 $P_{2,2}'$ 、 $P_{3,3}'$ 、 $P_{4,4}'$ ；

③将镜场坐标系下的光线(入射或反射)转换到镜  $B$  坐标系下；

④在镜  $B$  坐标系下，根据两点一线的原理，计算光线与镜  $B$  交点；

以下依照上述流程分步计算（以  $P_1$  为例）。

(1)  $P_1(x_1, y_1, 0)$  转换为  $P_{1,1}$ ：

$$P_{1,1} = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix} \cdot P_1 + O_A = \begin{pmatrix} x_{1,1} \\ y_{1,1} \\ z_{1,1} \end{pmatrix} \quad (5.1.20)$$

其中  $O_A$  为镜  $A$  坐标系原点在地面坐标系的坐标值，表示为  $(x_A, y_A, z_A)$ 。

(2)  $P_{1,1}(x_{1,1}, y_{1,1}, z_{1,1})$  转换为  $P_{1,1}'$ ：

$$P_{1,1}' = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix}^T \cdot (P_{1,1} - O_B) = \begin{pmatrix} x_{1,1}' \\ y_{1,1}' \\ z_{1,1}' \end{pmatrix} \quad (5.1.21)$$

其中  $O_B$  为镜  $B$  坐标系原点在地面坐标系的坐标值, 表示为  $(x_B, y_B, z_B)$ 。

(3) 将光线在地面坐标系下的向量  $\mathbf{V}_0$  转换到镜  $B$  坐标系下, 表示为  $\mathbf{V}_H$  :

$$\mathbf{V}_H = \begin{pmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix}^T \cdot \mathbf{V}_0 = (a, b, c) \quad (5.1.22)$$

已知镜  $B$  坐标系下  $P_{1,1}' = (x_{1,1}', y_{1,1}', z_{1,1}')$  点、光线向量  $\mathbf{V}_H = (a, b, c)$ , 求  $P_1' = (x_1', y_1', 0)$ 。

解:

$$\frac{x_1' - x_{1,1}'}{a} = \frac{y_1' - y_{1,1}'}{b} = \frac{-z_{1,1}'}{c} \quad (5.1.23)$$

$$\text{得:} \quad \begin{cases} x_1' = \frac{cx_{1,1}' - az_{1,1}'}{c} \\ y_1' = \frac{cy_{1,1}' - bz_{1,1}'}{c} \end{cases} \quad (5.1.24)$$

$P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  重复以上步骤, 得到四个顶点在镜  $B$  坐标系下的投影坐标, 再计算反射面与镜面间重叠面积, 即为阴影遮挡面积。

#### ● 最后, 计算塔对镜场的影响。

易知塔对镜场只有阴影影响, 没有遮挡影响。在评估塔对镜场的影响时, 重点在于判断塔的阴影在当下时间内影响的镜场区域。根据不同时间太阳位置的变化, 塔的阴影区域也会随之改变。当判定塔阴影造成的镜场区域后, 只需针对该区域内的定日镜进行塔阴影计算即可得出塔对镜场的影响。

塔投影长度  $l_z'$  计算公式如下:

$$l_z' = \frac{H_z + \frac{H_c}{2}}{\tan \alpha_s} \quad (5.1.25)$$

经计算可知,  $l_z'$  均小于 100。由于吸收塔周围 100 米范围内不安装定日镜, 因此塔阴影不会对定日镜场产生阴影影响。

#### (二) 余弦效率 $\eta_{\cos}$

余弦效率指的是太阳光到达定日镜时由于定日镜平面与太阳光线不垂直使得实际有效接收面积小于定日镜总面积而产生的效率比。

入射光线和镜面反射点的法线方向之间存在一个夹角  $\theta$ , 如图 5.1.6 所示, 该夹角的余弦值  $\cos \theta$  即为该点的余弦效率值。

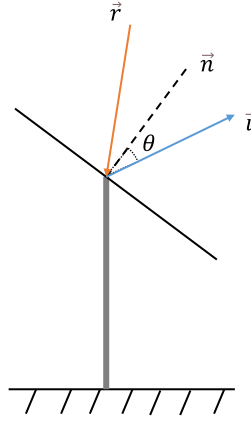


图 5.1.6 余弦效率示意图

本题将整个镜面视为一个理想的平面，此时在镜面上的每一个反射点都拥有相同的镜面法向量。单一定日镜的余弦效率可以通过入射光线的单位向量与反射光线的单位向量的点积来进行计算，计算公式如下：

$$\eta_{\cos} = \cos \theta = \vec{i} \cdot \vec{n} \quad (5.1.26)$$

其中  $\vec{n}$  为镜面法向量，可由式(5.1.8)计算得出。 $\vec{i}$  为入射光线反方向的单位向量，由太阳的相对位置来确定。将太阳在地平坐标系中的位置用高度角  $\alpha_s$  和方位角  $\gamma_s$  来表示，则入射光线的反方向的单位向量  $\vec{i}$ （方向由镜面反射点指向太阳）的表达式为：

$$\vec{i} = [-\cos(\alpha_s) \sin(\gamma_s), -\cos(\alpha_s) \cos(\gamma_s), -\sin(\alpha_s)] \quad (5.1.27)$$

### （三）大气透射效率 $\eta_{at}$

太阳光线被定日镜聚焦反射至集热器的表面或采光口的过程中，太阳辐射被大气散射或空气中的粉尘、颗粒等阻挡而造成能量损失，故大气透射效率指的是达到集热器的光线辐射能与定日镜所反射光线的辐射能之比。

根据效率计算公式：

$$\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2 \quad (5.1.28)$$

其中， $d_{HR}$  表示镜面中心到集热器中心的距离，表达式如下：

$$d_{HR} = \sqrt{x^2 + y^2 + (H_z - h_0)^2} \quad (5.1.29)$$

### （四）集热器截断效率 $\eta_{trunc}$

也称为集热器溢出效率。当镜场反射的光斑落入集热器接受面时，由于光线的散射特征以及集热器的尺寸限制可能造成光斑的偏移或溢出，导致定日镜反射的太阳光并不能全部被集热器所接收到，溢出的光斑部分就形成了溢出损失。

受太阳张角和大气散射的影响，与吸收塔较远的定日镜反射光斑扩散程度较

大，无法完全将反射光线投射到集热器窗口；同时，与吸收塔较近的定日镜由于光线反射角度较大，导致光斑拉伸，损失了大部分能量（如图 5.1.7 所示）。因此截断效率是导致定日镜能量损失的重要因素。

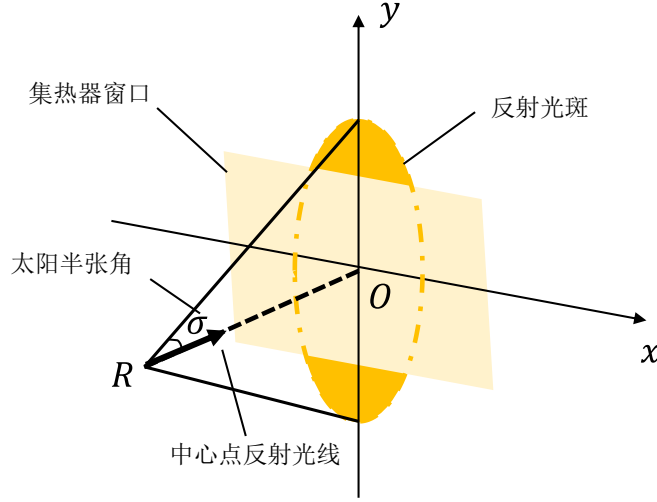


图 5.1.7 截断效率示意图

根据镜面成像原理可知，定日镜的反射光斑最终以近似椭圆的形式照射至集热器，光斑椭圆的形态由两个因素主导：定日镜方位角  $\gamma_h$  与定日镜相对于吸收塔的方位角  $\gamma_t$ ；定日镜仰角  $\alpha_h$  与吸收塔对定日镜的视高角  $\alpha_t$ 。因此，利用三余弦定理可求得吸收塔窗口上椭圆光斑的方程为：

$$\frac{\cos^2 \alpha_t x^2}{R^2} + \frac{\cos^2 \alpha_t y^2}{R^2 \cos^2(\gamma_h - \gamma_t) \cos^2(\alpha_h - \alpha_t)} = 1 \quad (5.1.30)$$

其中， $\alpha_t$  吸收塔视高度角； $\gamma_t$  定日镜相对吸收塔的方位角； $\gamma_h$  定日镜方位角； $R$  正方形定日镜面等效圆半径。

因此，根据光斑能量的高斯分布特性，截断效率是对落在集热器和光斑椭圆中的点进行二重积分，满足：

$$\eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \iint e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)} dx dy \quad (5.1.31)$$

### （五）镜面反射率

镜面反射率表征定日镜对太阳光的反射能力以及镜面脏污程度的综合效率。本题镜面反射率  $\eta_{ref}$  取常数 0.92。

根据上述五个部分的求解过程，可以求出每月 21 日的五个时间段的光学效率值。对其进行累加再除以时间段的个数，则可以得到**每月 21 日的平均光学效率值**，结果见表 5.1.1。为简化计算，将每月 21 日的平均光学效率值乘上每月的天数后再对其进行累加求和，将得到的数值除以一年的天数即得所求的**年平均光学效率值**，计算结果见表 5.1.2。

#### 5.1.4 年平均输出热功率的求解

考虑到太阳光线的阴影和遮挡问题,我们将每面定日镜能够接受到太阳光线同时反射光线能被吸收塔接收的面积作为其采光面积。

定日镜场的输出热功率  $E_{field}$  :

$$E_{field} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i \quad (5.1.32)$$

式(5.1.32)中,  $A_i$  为第  $i$  面定日镜采光面积,  $\eta_i$  为第  $i$  面镜子的光学效率,  $DNI$  为法向直接辐射辐照度,表示地球上垂直于太阳光线的平面单位面积上、单位时间内接收到的太阳辐射能量,按以下公式近似计算:

$$DNI = G_0 [a + b \exp(-\frac{c}{\sin \alpha_s})] \quad (5.1.33)$$

$$a = 0.4237 - 0.00821(6 - h)^2 \quad (5.1.34)$$

$$b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - h)^2 \quad (5.1.35)$$

$$c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - h)^2 \quad (5.1.36)$$

其中  $G_0$  为太阳常数,其取值为  $1.366kW/m^2$ ;  $h$  为海拔高度;太阳高度角  $\alpha_s$  在 5.1.1 节中有详细介绍。

根据上述公式进行求解,可以分别求出每月 21 日的五个时间段的输出热功率值。再采用加权平均的方法,就可根据以下公式逐一计算出每月 21 日的平均输出热功率值以及年平均输出热功率值:

$$E'_{field} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 E_{field,i} \quad (5.1.37)$$

$$E''_{field} = \frac{1}{365} \sum_{m=1}^{12} E'_{field,m} D_m \quad (5.1.38)$$

其中,  $E_{field,i}$  为第  $i$  个时刻的输出热功率,  $E'_{field}$  为日平均输出热功率值,  $E'_{field,m}$  为第  $m$  个月的日平均输出热功率值,  $D_m$  为第  $m$  个月的天数,  $E''_{field}$  为年平均输出热功率值。

年平均输出热功率值的计算结果见表 5.1.2。

#### 5.1.5 单位镜面面积年平均输出热功率的求解

将上一节计算出的日平均输出热功率值  $E'_{field}$  和年平均输出热功率分别除以镜场中定日镜的总面积,就可以得出单位面积镜面日平均输出热功率和单位镜面



面积年平均输出热功率，结果如表 5.1.1 和表 5.1.2 所示。

表 5.1.1 问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输 出热功率 ( $kW / m^2$ )
1 月 21 日	0.6307	0.7750	0.9158	0.9750	0.6663
2 月 21 日	0.6344	0.7836	0.9112	0.9317	0.6736
3 月 21 日	0.6357	0.7886	0.9071	0.9998	0.6782
4 月 21 日	0.6380	0.7899	0.9089	0.9999	0.6839
5 月 21 日	0.6479	0.7884	0.9247	0.9999	0.7060
6 月 21 日	0.6528	0.7871	0.9333	1.0000	0.7134
7 月 21 日	0.6516	0.7883	0.9302	0.9998	0.7103
8 月 21 日	0.6419	0.7899	0.9146	0.9999	0.6883
9 月 21 日	0.6337	0.7871	0.9060	0.9998	0.6785
10 月 21 日	0.6332	0.7832	0.9097	0.9998	0.6720
11 月 21 日	0.6299	0.7746	0.9151	0.9998	0.6654
12 月 21 日	0.6285	0.7701	0.9183	0.9999	0.6628

表 5.1.2 问题 1 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率( $MW$ )	单位面积镜面年平均 输出热功率( $kW / m^2$ )
0.6382	0.7838	0.9163	0.9921	39.2115	0.6833

## 5.2 问题二模型的建立与求解

### 5.2.1 基础布局

对国内外的定日镜场进行深入研究后发现，径向交错的辐射网格状布局是当前应用较为广泛的一种排布方式。在这种排布方式下，吸收塔位于整个圆形定日镜场的中心，定日镜沿等方位线交替放置在各恒定半径处。随着径向距离的增加，镜场排布呈现出由密到疏的趋势，具体布局见图 5.2.1。

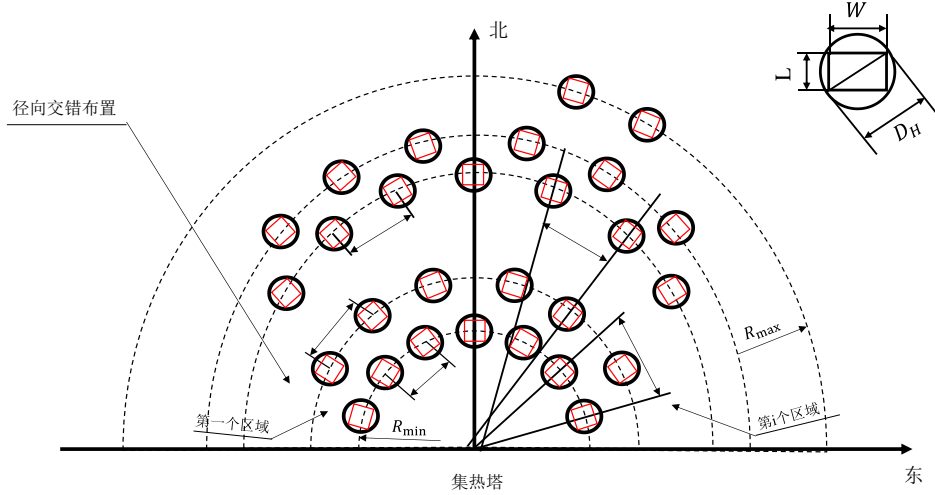


图 5.2.1 基础布局

本题将该种布局作为基础布局，在此基础上进行进一步的优化求解。

### 5.2.2 坐标系说明

本题沿用问题一建立的镜场坐标系，以圆形定日镜场中心作为坐标原点。设吸收塔坐标为  $(x_0, y_0, H_z)$ ，任意两定日镜坐标分别设为  $(x_i, y_i, h_{0,i})$  和  $(x_j, y_j, h_{0,j})$ 。其中  $H_z$  为吸收塔高度， $h_{0,i}$  和  $h_{0,j}$  分别为第  $i$  面定日镜和第  $j$  面定日镜的安装高度。

### 5.2.3 约束条件与优化分析

本题的优化目标为：设计定日镜场吸收塔的位置坐标以及定日镜的尺寸、安装高度、数目和位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。在本题中，设定所有定日镜的尺寸及安装高度均相同，构造目标函数如下<sup>[5]</sup>：

$$\max \bar{E}_{field} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \frac{DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik}}{\sum_{i=1}^N A_{ik}} \quad (5.2.1)$$

其中， $N$  为定日镜总数（单位：面）， $\eta_{ik}$  为第  $k$  个月第  $i$  面定日镜的光学效率， $A_{ik}$  为第  $k$  个月第  $i$  面定日镜的采光面积， $DNI_k$  为第  $k$  个月的法向直接辐射辐照度。

额定功率约束如下：

$$\frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik} \geq 60000 \quad (5.2.2)$$

下面逐一分析其他约束条件：

首先，定日镜场的建造总范围为半径 350 米的圆，得到约束：

$$\sqrt{x_i^2 + y_i^2} \leq 350 \quad (5.2.3)$$

其次，根据题目要求，确定定日镜的安装高度约束以及尺寸约束：

$$2 \leq h_0 \leq 6 \quad (5.2.4)$$

$$2 \leq L \leq W \leq 8 \quad (5.2.5)$$

其中， $h_0$  为镜面中心相对于镜场平面的高度，即安装高度； $W$  为定日镜镜面的宽度； $L$  为定日镜镜面高度。

同时，安装高度必须保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面：

$$\frac{L}{2} \sin \theta_z < h_0 \quad (5.2.6)$$

为定量表示定日镜与吸收塔的位置关系，引入径向间距  $\Delta R$  和方位间距  $\Delta A$  这 2 个参数，计算公式如下：

$$\Delta R = (1.1442 \cot \alpha_t - 1.0935 + 3.0648 \alpha_t - 1.126 \alpha_t^2) \cdot h_0 \quad (5.2.7)$$

$$\Delta A = (1.791 + 0.6396 \alpha_t) \cdot W + \frac{0.02873}{\alpha_t - 0.04902} \quad (5.2.8)$$

式中， $\alpha_t$  为集热器相对于定日镜的高度角。

由问题一可知，阴影遮挡效率是影响定日镜光学效率的重要因素之一，因此，其也是优化定日镜场的布局所需考虑的重要方面。但由于定日镜场的大小限制，保证定日镜间无遮挡的径向间距相对过大，会造成能够排布的定日镜数变少，因此，本题将其作为优化时径向间距的最大值。

无遮挡径向间距的计算公式如下：

$$L_1 = \sqrt{(H_z - h_0)^2 + R_{i,j}^2} \quad (5.2.9)$$

$$\alpha_1 = \arcsin(R_{i,j} / L_1) \quad (5.2.10)$$

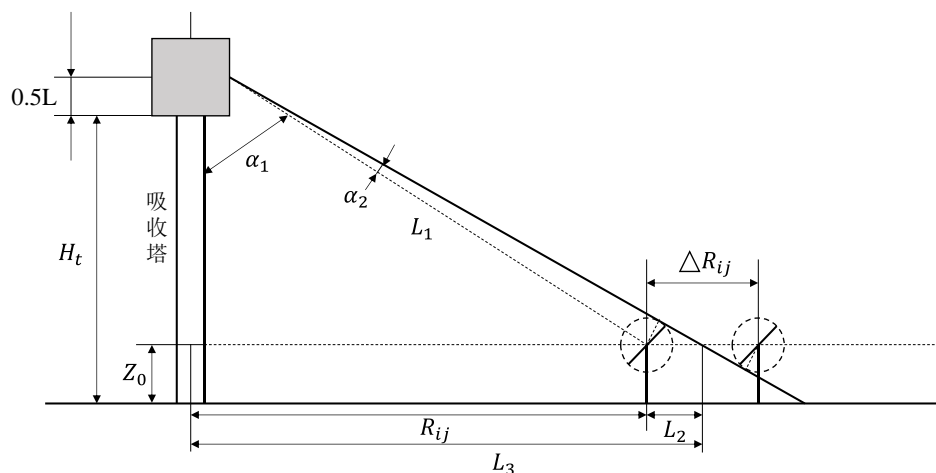
$$\alpha_2 = \arcsin(R_0 / L_1) \quad (5.2.11)$$

$$L_3 = \tan \gamma \cdot (H_z - \frac{1}{2} H_c - h_0) = \tan(\alpha_1 + \alpha_2) (H_z - \frac{1}{2} H_c - h_0) \quad (5.2.12)$$

$$\Delta R_{i,j} = 2L_2 = 2(L_3 - R_{i,j}) \quad (5.2.13)$$

式中  $H_c$  为集热器的高度； $L_1$  为集热器中心点到前排定日镜镜面中心点连线的长度； $L_2$  为后排定日镜的反射光线刚好不被前排定日镜遮挡时光线在前后 2 个定日镜边缘点处连线的中心点距前排定日镜镜面中心点的水平距离； $L_3$  为前排定日镜镜面中心点距吸收塔的水平距离； $\alpha_1$  为集热器中心点到前排定日镜镜面中心点连线与吸收塔垂直轴线的夹角； $\alpha_2$  为集热器中心点到前排定日镜镜面中心点连线与后排定日镜反射光线刚好不被前排定日镜遮挡时后排定日镜边缘点反射光线到集热器中心点连线间的夹角； $h_0$  为定日镜中心距水平地面高度； $R_0$  为定日镜圆环半径； $R_{i,j}$  为镜场第  $i$  个区域中第  $j$  个镜环的半径； $\gamma$  为后方定日镜反

射光线刚好不被前排定日镜遮挡时反射光线与吸收塔轴线夹角。



在设计定日镜场布局时,还应考虑定日镜间距离需要保证相邻定日镜无机械碰撞。因此,保证相邻定日镜间无机械碰撞的径向间距是其间距的下限之一。

$$D_M = D_H + D_S \quad (5.2.14)$$

$$\Delta R_{\min} = DM \times \cos 30^\circ \quad (5.2.16)$$

此外,根据题目条件,由于维护及清洗车辆行驶的需要,相邻定日镜底座中心之间的距离应比镜面宽度多 5 米以上,可得出相邻定日镜间距的约束条件:

由于需留出空地建造厂房，用于安装发电、储能、控制等设备，所以吸收塔周围 100 米范围内不安装定日镜，其约束公式如下：

综上，构建完整的非线性优化模型：

$$\begin{aligned}
\max \bar{E}_{field} &= \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \frac{DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik}}{\sum_{i=1}^N A_{ik}} \\
s.t. \left\{ \begin{aligned}
&\frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik} \geq 60000 \\
&\sqrt{x_i^2 + y_i^2} \leq 350 \\
&2 \leq h_0 \leq 6 \\
&2 \leq L \leq W \leq 8 \\
&\frac{L}{2} \sin \theta_z < h_0 \\
&\Delta R \geq 2(L_3 - R_{i,j}) \\
&\Delta R \geq \Delta R_{\min} \\
&\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} > W + 5 \\
&\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \geq 100
\end{aligned} \right. \quad (5.2.19)
\end{aligned}$$

#### 5.2.4 模型求解

本题使用 SolarPILOT 软件中的遍历搜索算法进行辅助求解，伪代码如下：

表 5.2.1 定步长遍历搜索伪代码

函数 定步长遍历搜索(起始状态)
初始化最优解为起始状态
初始化步长为初始值
初始化搜索范围为全局范围
当步长大于某个停止条件时循环：
对于搜索范围内每个可能的邻居状态：
根据当前步长生成邻居状态
计算邻居状态的评估值
如果邻居状态的评估值优于最优解的评估值：
更新最优解为邻居状态
减小步长
更新搜索范围为最优解的邻居范围
返回最优解
结束函数

得到最优镜场排布图如图 5.2.3 所示：

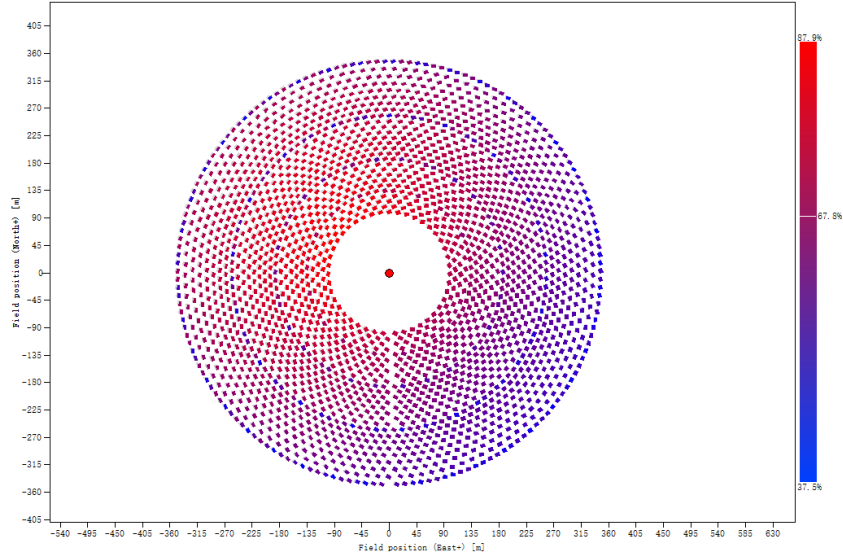


图 5.2.3 问题二最优镜场排布示意图

具体模型求解结果见表 5.2.2、表 5.2.3、表 5.2.4。

表 5.2.2 问题 2 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输 出热功率 ( $kW / m^2$ )
1 月 21 日	0.4649	0.6577	0.8288	0.9531	0.8318
2 月 21 日	0.5462	0.7255	0.9355	0.9606	0.9252
3 月 21 日	0.5968	0.7559	0.9842	0.9631	0.9687
4 月 21 日	0.6237	0.7775	0.9982	0.9648	0.9997
5 月 21 日	0.6343	0.7884	0.9999	0.9656	1.0150
6 月 21 日	0.6365	0.7908	0.9999	0.9658	1.0184
7 月 21 日	0.6329	0.7871	0.9996	0.9655	1.0131
8 月 21 日	0.6235	0.7774	0.9980	0.9647	0.9994
9 月 21 日	0.6052	0.7607	0.9917	0.9634	0.9758
10 月 21 日	0.5745	0.7380	0.9726	0.9617	0.9427
11 月 21 日	0.5146	0.7036	0.9101	0.9589	0.8923
12 月 21 日	0.4530	0.6492	0.8187	0.9520	0.8191

表 5.2.3 问题 2 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率( $MW$ )	单位面积镜面年平均 输出热功率( $kW / m^2$ )
0.5755	0.7426	0.9531	0.9616	61.1816	0.9501

表 5.2.4 问题 2 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 $\times$ 高)	定日镜安装高度 ( $m$ )	定日镜总面数	定日镜总面积 ( $m^2$ )
(-0.0024, 0.0135)	$6.51 \times 5.76$	4.3	1926	66442.8

### 5.3 问题三模型的建立与求解

问题三整体思路与问题二相同，仍然沿用问题二的镜场坐标系，优化目标同样为：设计定日镜场吸收塔的位置坐标以及定日镜的尺寸、安装高度、数目和位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。但在本题中，定日镜的尺寸和安装高度都可以不同。

因此，在约束条件上，仅定日镜的安装高度约束以及尺寸约束有所不同，具体约束公式如下：

$$2 \leq h_{0,i} \leq 6 \quad (5.3.1)$$

$$2 \leq L_i \leq W_i \leq 8 \quad (5.3.2)$$

其中， $h_{0,i}$  为第  $i$  面定日镜镜面中心相对于镜场平面的高度，即第  $i$  面定日镜的安装高度； $W_i$  为定日镜镜面的宽度； $L_i$  为定日镜的镜面高度。

于是构建本题的非线性优化模型<sup>[7]</sup>：

$$\begin{aligned} \max \bar{E}_{field} &= \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \frac{DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik}}{\sum_{i=1}^N A_{ik}} \\ s.t. \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} DNI_k \sum_{i=1}^N A_{ik} \eta_{ik} \geq 60000 \\ \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \leq 350 \\ 2 \leq h_{0,i} \leq 6 \\ 2 \leq L_i \leq W_i \leq 8 \\ \frac{L_i}{2} \sin \theta_z < h_0 \\ \Delta R \geq 2(L_3 - R_{i,j}) \\ \Delta R \geq \Delta R_{\min} \\ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} > W_i + 5 \\ \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \geq 100 \end{array} \right. \quad (5.3.3) \end{aligned}$$

本题仍使用 SolarPILOT 软件辅助求解。通过不断地增加定日镜的种类数并优化其参数，当新增定日镜的参数优化后与某一原有定日镜的参数相差较小时，停止增加定日镜的种类数，确定各类定日镜的镜面高度和镜面宽度，然后在 SolarPILOT 软件中使用与问题二中相似的方法，得出最优镜场排布图如图 5.3.1 所示：

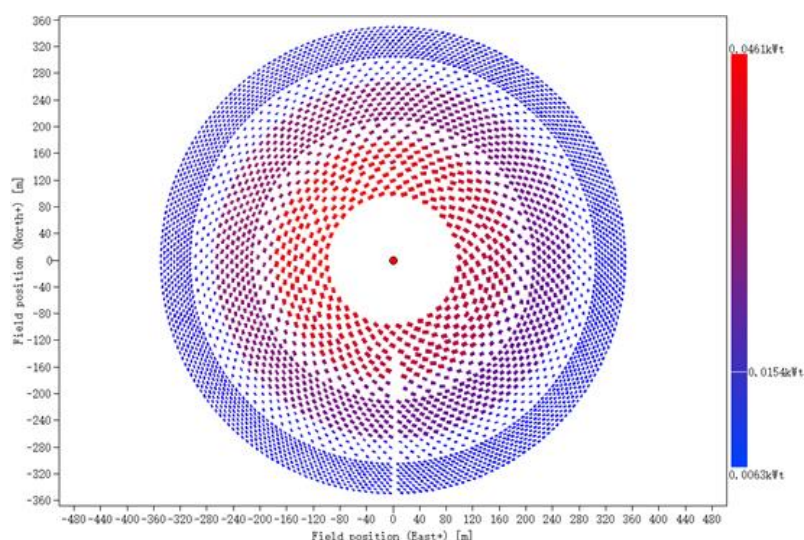


图 5.3.1 问题三最优镜场排布示意图

具体模型求解结果见表 5.3.1、表 5.3.2、表 5.3.3。完整的定日镜尺寸数据见 result3.xlsx.

表 5.3.1 问题 3 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输 出热功率 ( $kW / m^2$ )
1 月 21 日	0.5109	0.6968	0.9372	0.9337	0.9276
2 月 21 日	0.5201	0.7159	0.9475	0.9357	0.9271
3 月 21 日	0.5620	0.7436	0.9898	0.9372	0.9645
4 月 21 日	0.5834	0.7636	0.9998	0.9383	0.9919
5 月 21 日	0.5914	0.7736	1.0000	0.9389	1.0055
6 月 21 日	0.5933	0.7759	1.0000	0.9390	1.0086
7 月 21 日	0.5905	0.7725	1.0000	0.9388	1.0040
8 月 21 日	0.5832	0.7636	0.9996	0.9383	0.9918
9 月 21 日	0.5687	0.7479	0.9961	0.9373	0.9704
10 月 21 日	0.5435	0.7266	0.9800	0.9361	0.9414
11 月 21 日	0.4956	0.6961	0.9265	0.9347	0.9003
12 月 21 日	0.4963	0.6937	0.9361	0.9330	0.8923

表 5.3.2 问题 3 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率( $MW$ )	单位面积镜面年平均 输出热功率( $kW / m^2$ )
0.5533	0.7392	0.9760	0.9367	62.4978	0.9604

表 5.3.3 问题 3 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装 高度 ( $m$ )	定日镜总面数	定日镜总面积 ( $m^2$ )
(-0.0018, 0.0187)	(7.6310,5.4485)	4.7	4201	69397.9858
	(5.9978,4.4194)	3.7		
	(3.9829,2.2902)	2.3		



## 六、模型的评价与推广

### 6.1 模型的评价

本文构建的塔式太阳能电站定日镜场分布优化模型,对于影响光线传播过程的因素做出了合理的假设,在保证模型求解结果精确性的前提下,有效降低了模型的复杂程度。在求解过程中,综合利用了坐标旋转、几何投影法、积分法、非线性规划等方法对模型进行求解,使得模型的计算结果十分精确。

在第一问求解阴影遮挡面积时,采用投影法,仅将定日镜的四个顶点投影到另一个定日镜面上,并通过坐标旋转将这四个顶点的投影转换到投影面所处的镜面坐标系以计算重叠面积,而非采用蒙特卡罗光线追踪法进行计算,大大提升算法的运行速度。

在第二问中计算目标函数值时,直接利用了第一问中的公式,节省了公式推导的时间。并且在进行定日镜场分布优化设计时,利用了已有的排布模型,并在此排布模型的基础上进行定日镜位置优化和参数优化,极大程度降低了优化设计的复杂程度。

在第三问中,首先确定新增变量,充分利用已建好的模型,说明模型具有很好的适应性,可以便捷地应对变量数目的增多。

在整个问题的求解中,做到了每个问题相互关联,整个求解过程循序渐进。

但同时,尽管已采用多种方式提高算法的运行效率,减少时间开销,使得目前的模型能够很好适用于本文中的问题,但对于大规模问题的处理仍可能面临计算资源不足或运行时间过长的问題,需要进一步地优化算法、改进模型。

### 6.2 模型的推广

本文构建的塔式太阳能电站定日镜场分布优化模型,优化目标为单位面积镜面年平均输出热功率。但在实际情况下,每个定日镜场所拥有的经费有限,可以考虑定日镜的安装成本,以达到额定功率的情况下,花费尽可能少的成本为目标进行优化设计。

## 七、参考文献

- [1] 杜宇航,刘向民,王兴平等.塔式光热电站定日镜不同聚焦策略的影响分析[J].动力工程学报,2020,40(05):426-432.
- [2] 刘建兴. 塔式光热电站光学效率建模仿真及定日镜场优化布置[D].兰州交通大学,2022.
- [3] 孙浩. 基于混合策略鲸鱼优化算法的定日镜场布局研究及优化[D].兰州交通大学,2022.
- [4] 张平,奚正稳,华文瀚等.太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J].技术与市场,2021,28(06):5-8.
- [5] 高博,刘建兴,孙浩等.基于自适应引力搜索算法的定日镜场优化布置[J].太阳能学报,2022,43(10):119-125.
- [6] 程小龙. 基于光学效率的塔式电站镜场布局优化设计研究[D].合肥工业大学,2019.
- [7] 胡甜,余琴,王跃社.基于光线踪迹法的塔式太阳能镜场布置与优化研究[J].工程热物理学报,2015,36(04):791-795.
- [8] 毛维宙,陆华军,单宝奇.塔式光热电站储热系统容量优化配置[J].电气技术,2018,19(11):37-42+54.

## 八、附录

本文所使用代码运行环境为 MATLAB R2021b 第二问和第三问所使用的 Solar PILOT 版本为 1.5.2。

```
clc;clear
load P
for i = 1:length(P)
P1 = P{i};
plot(P1(:,1), P1(:,2), 'b');
hold on;
end
axis square
hold on
x = -3.5:0.01:3.5;
y = sqrt(10^2-x.^2);
plot(x,y, 'r', 'Marker', 'hexagram')
xlabel('East(m)')
ylabel('North(m)')
saveas(gcf, '初始日镜分布图.png', 'png')
```

```
function anser = optical_efficiency()
% clc;clear
% tic
global aphls
global gamas
load Sis
load SnA
load thetas
load thetaz
load eltasb
load hidde_s
data = readmatrix("附件.xlsx");
L = 6;z=4; h=4;H=80;
r = 7;
l = (L/2*sin(thetaz)+L)./tan(aphls)+4*L;

% 计算数据点的数量
n = size(data, 1);
num = zeros(n,1);
% 初始化元胞数组
cellArray = cell(n, 1);
% 计算每个数据点之间的距离
for i = 1:n
    for j = i+1:n
```

```

        dist = norm(data(i,:) - data(j,:)); % 计算欧氏距离
        if dist < 1
            % 如果距离小于 1, 那么将 j 点添加到 i 点的元胞数组中
            cellArray{i} = [cellArray{i}, j];
            % 同时, 也将 i 点添加到 j 点的元胞数组中
            cellArray{j} = [cellArray{j}, i];
        end
    end
end
for i = 1:n
    % 选择目标镜
    data1 = cellArray{i};
    nn = length(data1);
    aph1t = atan(H/norm(data(i,:))); % 吸热塔对定日镜的视高角
    eltacos(i) = dot(Sis,SnA(i,:))/(norm(Sis)*norm(SnA(i,:)));
    dHR = norm([data(i,:),h]);
    eltaat(i) = 0.99321 - 0.000117*dHR+1.97e-8*dHR^2;
end
eltaref = 0.92;
R_sun = 696340;
% 定义地日距离 (单位: 千米)
D_earth_sun = 147100000;
% 计算太阳的半张角 (单位: 弧度)
half_angular_diameter = atan(R_sun / D_earth_sun);
% 将半张角转换为度
sigmoid = half_angular_diameter * 180 / pi;
fun = @(x,y) 1/(2*pi*sigmoid^2)*exp(-(x.^2+y.^2)/(2*sigmoid^2));
eltatrunc = integral2(fun,-cos(thetas),cos(thetas),-
sin(thetas),sin(thetas));
eltacos = 1-eltacos;
elta = real(eltasb .* eltacos .* eltaat *eltaref * eltatrunc);
G0 = 1.366;H1= 3;
a = 0.4237-0.00821*(6-H1)^2;
b = 0.5055+0.00595*(6.5-H1)^2;
c = 0.2711+0.01858*(2.5-H1)^2;
DNI = G0*(a+b.*exp(-c./sin(aph1s)));
Efield = DNI*sum((elta).*(36-hidde_s));
light_s = 36-hidde_s;
avg_Efield = P./sum(light_s);
anser =
[mean(elta),mean(eltacos),mean(eltasb),eltatrunc,Efield,avg_Efield];
%toc

function [] = savedata(data)

```

```

global aphls
global gamas
% data = readmatrix('附件.xlsx');
% time = 9;
% date = '2023-1-21';
for i = 1:length(data)
    x=data(i,1);y = data(i,2);z = 4;
    H = 80;
    % 中心法线
    SrA = [-x,-y,H-z]*norm([-x,-y,H-z]);
    % 中心入射光线
    xi = cos(aphls)*cos(gamas);
    yi = cos(aphls)*sin(gamas);
    zi = sin(aphls);
    Sis = [xi,yi,zi];
    % 镜面法向量
    SnA(i,:) = (SrA-Sis)/norm(SrA-Sis);
    % 镜面俯仰角
    m = norm([x,y,z]);
    thetaz(i) =
atan((m*sin(aphls)+z)/sqrt(x.^2+y.^2+m.^2*(cos(aphls)).^2-
2*m*cos(aphls)*(x*sin(gamas)-y*cos(aphls))));
    % 镜面方位角
    thetas(i) = asin((x-
m*cos(aphls)*sin(gamas))/sqrt(x.^2+y.^2+m.^2*(cos(aphls)).^2-
2*m*cos(aphls)*(x*sin(gamas)-y*cos(aphls))));
end
save Sis Sis
save SnA SnA
save thetas thetas
save thetaz thetaz

```

```

clc;clear
tic
data = readmatrix("附件.xlsx");
time = [9,10.5,12,13.5,15];
date = {'2023-1-21','2023-2-21','2023-3-21','2023-4-21','2023-5-
21','2023-6-21','2023-7-21','2023-8-21','2023-9-21','2023-10-21','2023-
11-21','2023-12-21'};
date2 = {'1-21','2-21','3-21','4-21','5-21','6-21','7-21','8-21','9-
21','10-21','11-21','12-21'};
for m = 1:length(date)
    date1 = date{m};
    jindu = 95.4;

```

```

weidu = 39.4;
% 太阳时角
w = pi*(time-12)/12;
% 太阳赤纬角
% 定义每个月的天数
dateNum = datenum(date1, 'yyyy-mm-dd');
yer = year(date1);
firstDayNum = datenum(sprintf('%d-01-01', yer), 'yyyy-mm-dd');
D = dateNum - firstDayNum + 1;
delta = 23.45*sin(2*pi*(284+D)/365)*(pi/180);
% 太阳高度角
aphls = (pi/2 -
asin(cos(delta)*cos(weidu)*cos(w)+sin(delta)*sin(weidu))).*180/pi;
plot(time,aphls)
hold on
xticks([9,10.5,12,13.5,15]);
xticklabels({'9:00','10:30','12:00','13:30','15:00'});
ylabel('太阳高度角')
xlabel('time');
legend(date2,'Location','bestoutside')
end
saveas(gcf,'太阳高度角.png','png')
% 太阳方位角
gamas = acos((sin(delta).*cos(weidu)-
cos(delta).*cos(w).*sin(weidu))./(cos(aphls)))-pi;

function P = dindian(x,y,z)
global aphls
global gamas
warning off
% 转换器高度
H = 80;
% 中心法线
SrA = [-x,-y,H-z]*norm([-x,-y,H-z]);
% 中心入射光线
xi = cos(aphls)*cos(gamas);
yi = cos(aphls)*sin(gamas);
zi = sin(aphls);
Sis = [xi,yi,zi];
% 镜面法向量
SnA = (SrA-Sis)/norm(SrA-Sis);
% 镜面俯仰角
m = norm([x,y,z]);
thetaz = atan((m*sin(aphls)+z)/sqrt(x.^2+y.^2+m.^2*(cos(aphls)).^2-

```

```

2*m*cos(aphls)*(x*sin(gamas)-y*cos(aphls))));
% 镜面方位角
thetas = asin((x-
m*cos(aphls)*sin(gamas))/sqrt(x.^2+y.^2+m.^2*(cos(aphls)).^2-
2*m*cos(aphls)*(x*sin(gamas)-y*cos(aphls))));
L = 6;
% 镜面顶点坐标
xp1 = x + 1/2*L*cos(thetas) - 1/2*L*sin(thetas);xp3 = x -
1/2*L*cos(thetas) + 1/2*L*sin(thetas);
xp2 = x - 1/2*L*cos(thetas) - 1/2*L*sin(thetas);xp4 = x +
1/2*L*cos(thetas) + 1/2*L*sin(thetas);
yp1 = y + 1/2*L*cos(thetas) + 1/2*L*sin(thetas);yp3 = y -
1/2*L*cos(thetas) - 1/2*L*sin(thetas);
yp2 = y + 1/2*L*cos(thetas) - 1/2*L*sin(thetas);yp4 = y -
1/2*L*cos(thetas) + 1/2*L*sin(thetas);
zp1 = z + 1/2*L*sin(thetaz);zp3 = z - 1/2*L*sin(thetaz);
zp2 = z + 1/2*L*sin(thetaz);zp4 = z - 1/2*L*sin(thetaz);
P1 = [xp1,yp1,zp1];P2 = [xp2,yp2,zp2];P3 = [xp3,yp3,zp3];P4 =
[xp4,yp4,zp4];
P = [P1;P2;P3;P4;P1];
%plot3(P(:,1),P(:,2),P(:,3))
%hold on
%end

function S = intersectArea(vertices1, vertices2)
% 创建两个多边形
vertices1 = real(vertices1(:,2:3));
vertices2 = real(vertices2(:,2:3));
poly1 = polyshape(vertices1(:,1), vertices1(:,2));
poly2 = polyshape(vertices2(:,1), vertices2(:,2));

% 计算两个多边形的交集
polyIntersect = intersect(poly1, poly2);
S1 = area(polyIntersect);
% 创建两个多边形
vertices1 = real(vertices1(:,1:2));
vertices2 = real(vertices2(:,1:2));
poly1 = polyshape(vertices1(:,1), vertices1(:,2));
poly2 = polyshape(vertices2(:,1), vertices2(:,2));
polyIntersect = intersect(poly1, poly2);
S2 = area(polyIntersect);
S = S1+S2;
end

```

```

clc;clear
tic
global aphls
global gamas
global delta
data = readmatrix("附件.xlsx");
time = [9,10.5,12,13.5,15];
date = {'2023-1-21','2023-2-21','2023-3-21','2023-4-21','2023-5-21',
'2023-6-21','2023-7-21','2023-8-21','2023-9-21','2023-10-21','2023-11-21',
'2023-12-21'};
for m = 1:length(date)
    date1 = date{m};
    for mm = 1:length(time)
        time1 = time(mm);
        % 经纬度
        jindu = 98.5;
        weidu = 39.4;
        % 太阳时角
        w = pi*(time1-12)/12;
        % 太阳赤纬角
        % 定义每个月的天数
        dateNum = datenum(date1, 'yyyy-mm-dd');
        yer = year(date1);
        firstDayNum = datenum(sprintf('%d-01-01', yer), 'yyyy-mm-dd');
        D = dateNum - firstDayNum + 1;
        delta = 23.45*sin(2*pi*(284+D)/365)*(pi/180);
        % 太阳高度角
        aphls = pi/2 -
asin(cos(delta)*cos(weidu)*cos(w)+sin(delta)*sin(weidu));
        % 太阳方位角
        gamas = acos((sin(delta)*cos(weidu)-
cos(delta)*cos(w)*sin(weidu))/(cos(aphls)))-pi;

        savedata(data);
        load Sis % 中心入射光线
        load SnA %% 镜面法向量
        load thetas % 镜面方位角
        load thetaz % 镜面俯仰角

        L = 6;z=4; h=4;
        l = (L/2*sin(thetaz)+L)./tan(aphls)+4*L;
        % 计算数据点的数量

```

```

n = size(data, 1);
num = zeros(n,1);
% 初始化元胞数组
cellArray = cell(n, 1);
% 计算每个数据点之间的距离
for i = 1:n
    for j = i+1:n
        dist = norm(data(i,:) - data(j,:)); % 计算欧氏距离
        if dist < 1
            % 如果距离小于 1, 那么将 j 点添加到 i 点的元胞数组中
            cellArray{i} = [cellArray{i}, j];
            % 同时, 也将 i 点添加到 j 点的元胞数组中
            cellArray{j} = [cellArray{j}, i];
        end
    end
end
for i = 1:n
    % 选择目标镜
    data1 = cellArray{i};
    nn = length(data1);
    A = data(i,:);
    P1 = dindian(A(1),A(2),h);
    P1 = P1(1:4,:);
    S = zeros(nn,1);
    %  $\text{SnA}(i,1)*(x-A(1)) + \text{SnA}(i,2)*(y-A(2)) + \text{SnA}(i,3)*(z-h) =$ 
0 % A 平面方程
    for j = 1:nn
        B = data(data1(j),:);
        P2 = dindian(B(1),B(2),h);
        P2 = P2(1:4,:);
        PP = zeros(size(P2)); % 初始化投影点的坐标
        Sis = -Sis/norm(Sis);
        for k = 1:size(P2, 1)
            % 计算点到平面的距离
            d = abs(SnA(i,1)*(P2(k,1)-P1(1,1)) +
SnA(i,2)*(P2(k,2)-P1(1,2)) + SnA(i,3)*(P2(k,3)-P1(1,3))) / norm(SnA);
            % 计算投影点的坐标
            PP(k, :) = P2(k, :) + d * SnA(i,:);
        end
        S(j) = intersectArea(PP,P1);
    end
    hidde_s(i) = sum(S(j));
end
save hidde_s hidde_s

```



```

        eltasb = 1-mean(hidde_s)/36;
        save eltasb eltasb
        anser = real(optical_efficiency());
        toc
        P1_anser{m}{mm} = anser;
    end
end

clc;clear
load data
data = data - 48;
for i=1:length(data)
    if data(i) == 0
        x(i,1) = 7.63105;
        x(i,2) = 5.44851;
        x(i,3) = 4.7;
    elseif data(i) == 1
        x(i,1) = 5.99782;
        x(i,2) = 4.41941;
        x(i,3) = 3.7;
    elseif data(i) == 2
        x(i,1) = 3.98293;
        x(i,2) = 2.29027;
        x(i,3) = 2.3;
    end
end
end

```

表 8.1 太阳时角

时刻	太阳时角
9: 00	-45.0
10: 30	-22.5
12: 00	0.0
13: 30	22.5
15: 00	45.0

表 8.2 太阳赤纬角

日期	太阳赤纬角
1 月 21 日	-20.13801482156758

2 月 21 日	-11.226308550715252
3 月 21 日	-0.40365320185433734
4 月 21 日	11.579036651251442
5 月 21 日	20.138014821567573
6 月 21 日	23.449782846813658
7 月 21 日	20.44151317373361
8 月 21 日	11.754120525303472
9 月 21 日	-0.20183407703972808
10 月 21 日	-11.75412052530342
11 月 21 日	-20.44151317373358
12 月 21 日	-23.449782846813658

表 1.3 太阳方位角

日期	时刻	太阳方位角
1 月 21 日	9: 00	179.14456728642293
	10: 30	179.57227059724093
	12: 00	180.0
	13: 30	179.57227059724093
	15: 00	179.14456728642293
2 月 21 日	9: 00	179.00349045299083
	10: 30	179.50172411797453
	12: 00	180.0
	13: 30	179.50172411797453
	15: 00	179.00349045299083
3 月 21 日	9: 00	178.77326163188505
	10: 30	179.38658896146117
	12: 00	179.99999879258172
	13: 30	179.38658896146117
	15: 00	178.77326163188505

4 月 21 日	9: 00	178.35170911259482
	10: 30	179.17574202511454
	12: 00	180.0
	13: 30	179.17574202511454
	15: 00	178.35170911259482
5 月 21 日	9: 00	177.76557029887164
	10: 30	178.88247619640018
	12: 00	180.0
	13: 30	178.88247619640018
	15: 00	177.76557029887164
6 月 21 日	9: 00	177.37938693271443
	10: 30	178.68917272764008
	12: 00	179.9999979086902
	13: 30	178.68917272764008
	15: 00	177.37938693271443
7 月 21 日	9: 00	177.73561160220848
	10: 30	178.86748301068351
	12: 00	179.99999879258172
	13: 30	178.86748301068351
	15: 00	177.73561160220848
8 月 21 日	9: 00	178.34315044649108
	10: 30	179.1714607265048
	12: 00	180.0
	13: 30	179.1714607265048
	15: 00	178.34315044649108
9 月 21 日	9: 00	178.768024504551
	10: 30	179.3839697987194
	12: 00	180.0
	13: 30	179.3839697987194

	15: 00	178.768024504551
10 月 21 日	9: 00	179.0127748196504
	10: 30	179.5063669293618
	12: 00	180.0
	13: 30	179.5063669293618
	15: 00	179.0127748196504
11 月 21 日	9: 00	179.1488802208959
	10: 30	179.57442726427232
	12: 00	180.0
	13: 30	179.57442726427232
	15: 00	179.1488802208959
12 月 21 日	9: 00	179.19027356154965
	10: 30	179.59512572470695
	12: 00	180.0
	13: 30	179.59512572470695
	15: 00	179.19027356154965

表 1.4 太阳高度角

日期	时刻	太阳高度角
1 月 21 日	9: 00	30.5
	10: 30	30.5
	12: 00	30.5
	13: 30	30.5
	15: 00	30.5
2 月 21 日	9: 00	39.4
	10: 30	39.4
	12: 00	39.4
	13: 30	39.4
	15: 00	39.4

3 月 21 日	9: 00	50.2
	10: 30	50.2
	12: 00	50.2
	13: 30	50.2
	15: 00	50.2
4 月 21 日	9: 00	62.2
	10: 30	62.2
	12: 00	62.2
	13: 30	62.2
	15: 00	62.2
5 月 21 日	9: 00	70.7
	10: 30	70.7
	12: 00	70.7
	13: 30	70.7
	15: 00	70.7
6 月 21 日	9: 00	74.0
	10: 30	74.0
	12: 00	74.0
	13: 30	74.0
	15: 00	74.0
7 月 21 日	9: 00	71.0
	10: 30	71.0
	12: 00	71.0
	13: 30	71.0
	15: 00	71.0
8 月 21 日	9: 00	62.3
	10: 30	62.4
	12: 00	62.4
	13: 30	62.4

	15: 00	62.3
9 月 21 日	9: 00	50.4
	10: 30	50.4
	12: 00	50.4
	13: 30	50.4
	15: 00	50.4
10 月 21 日	9: 00	38.8
	10: 30	38.8
	12: 00	38.8
	13: 30	38.8
	15: 00	38.8
11 月 21 日	9: 00	30.2
	10: 30	30.2
	12: 00	30.2
	13: 30	30.2
	15: 00	30.2
12 月 21 日	9: 00	27.1
	10: 30	27.1
	12: 00	27.2
	13: 30	27.1
	15: 00	27.1