

IUT Grand Ouest Normandie

Bachelor Universitaire de Technologie
Statistique et Informatique Décisionnelle
Antenne de Lisieux

STID 1ère année - SAE 2.03

Régression sur données réelles

Thématique

Etude de l'indice de masse maigre



Auteurs

Clémence SWERTVAEGER
Lou-Anne THOMAS - Elias SCHIEBER
Année universitaire 2022-2023

Sommaire

1.	Introduction	3
2.	Préparation des données	4
3.	Analyse exploratoire.....	5
A.	Résumé numérique des données.....	5
B.	Recherche des points atypiques.....	6
C.	Elimination des valeurs atypiques	8
D.	Analyse de l'existence et du type de liaison pour chacune des variables morphologiques	8
4.	Modélisation.....	10
A.	Présentation du modèle.....	10
B.	Comparaison des modèles	10
C.	Critique du modèle	11
D.	Visualisation et interprétation du meilleur modèle.....	12
5.	Conclusion.....	13
6.	Annexes.....	14

1. Introduction

L'analyse de données est devenue une pratique essentielle dans de nombreux domaines, allant de la finance à la médecine en passant par le marketing et la recherche scientifique. Dans le cadre de ce projet, nous nous sommes donc intéressés à l'analyse de variables morphologiques susceptibles d'expliquer l'indice de masse maigre chez l'être humain de sexe masculin.

Ainsi, pour effectuer ce projet, nous disposons d'un échantillon de 252 hommes provenant du fichier **bodyfat.csv** qui est librement accessible sur [Kaggle](#). Ces données contiennent 15 variables, telles que le poids, la taille, le tour de taille, et la circonférence du poignet. L'indice de masse maigre (Fat Free Mass Index) correspond à la variable à expliquer et se définit par les relations suivantes :

Indice de masse maigre (Kg/m ²) :	Quantité de masse maigre (kg) :	Pourcentage de masse grasseuse (%) :
$FFMI := \frac{FFM[\text{kg}]}{(\text{height}[\text{m}])^2}$	$FFM := \text{Weight}[\text{kg}] \times \left(1 - \frac{\text{Siri}[\%]}{100}\right)$	$\text{Siri} := \frac{495}{\text{density}} - 450$

Notre rapport vise à présenter une analyse approfondie de la relation potentielle entre les variables morphologiques (variables explicatives) et l'indice de masse maigre (variable à expliquer), en utilisant une approche bivariable. Nous abordons la manipulation des données, l'analyse exploratoire du jeu de données ainsi que la conception des modèles de régression pour les variables d'intérêt.

Pour l'analyse informatique des données, nous avons utilisé le langage de programmation et de statistique R. Deux librairies ont été utilisées pour nos besoins : la librairie `flextable` pour générer des tableaux récapitulatifs des données, et la librairie `modelsummary` pour générer des résumés des modèles statistiques.

2. Préparation des données

La préparation des données est une étape cruciale en statistique, car elle garantit que les données utilisées pour l'analyse sont fiables, cohérentes et pertinentes pour l'objectif de l'étude. Il est important de comprendre le type de données sur lesquelles nous travaillons. Dans notre jeu de données, toutes les variables d'intérêt sont quantitatives continues, à l'exception de l'âge et de l'identifiant qui sont quantitatives discrètes. Nous avons également remarqué que certaines variables ne sont pas exprimées dans les unités appropriées pour nos calculs d'indicateurs tels que Siri, FFM et FFMI.

- case : identifier
- density : body density (g/cm^3)
- age : age (years)
- weight : weight (lbs)
- height : height (inches)
- neck : neck circumference (cm)
- chest : chest circumference (cm)
- abdomen : abdomen circumference (cm)
- hip : hip circumference (cm)
- thigh : thigh circumference (cm)
- knee : knee circumference (cm)
- ankle : ankle circumference (cm)
- biceps : extended biceps circumference (cm)
- forearm : forearm circumference (cm)
- wrist : wrist circumference (cm)

Afin de rendre nos variables *weight* et *height* compatibles avec nos calculs d'indicateurs, nous avons dû effectuer des conversions. Pour convertir la variable *weight* de livres (*lbs*) en kilogrammes, nous avons multiplié toutes les observations de cette variable par 0.45359237. De même, pour la variable *height* exprimée en pouces (*inch*), nous l'avons convertie en mètres en multipliant toutes les observations par 0.0254.

Une fois cette conversion effectuée, nous avons pu calculer nos indicateurs (FFMI, FFM, Siri) et les intégrer dans notre jeu de données. Pour la poursuite de notre étude, nous avons créé un nouveau jeu de données en sélectionnant toutes nos variables morphologiques, tout en excluant les colonnes correspondant à l'identifiant, la densité, l'âge, ainsi que les indicateurs Siri et FFM.

3. Analyse exploratoire

A. Résumé numérique des données

L'analyse d'un résumé numérique des données est une étape essentielle qui introduit l'analyse statistique. Elle fournit des informations clés sur les caractéristiques de nos données. Afin de garantir la fiabilité et l'utilisabilité de nos données, il est important de vérifier si notre jeu de données nécessite un nettoyage pour éliminer les erreurs, les valeurs manquantes, les données aberrantes et les valeurs atypiques.

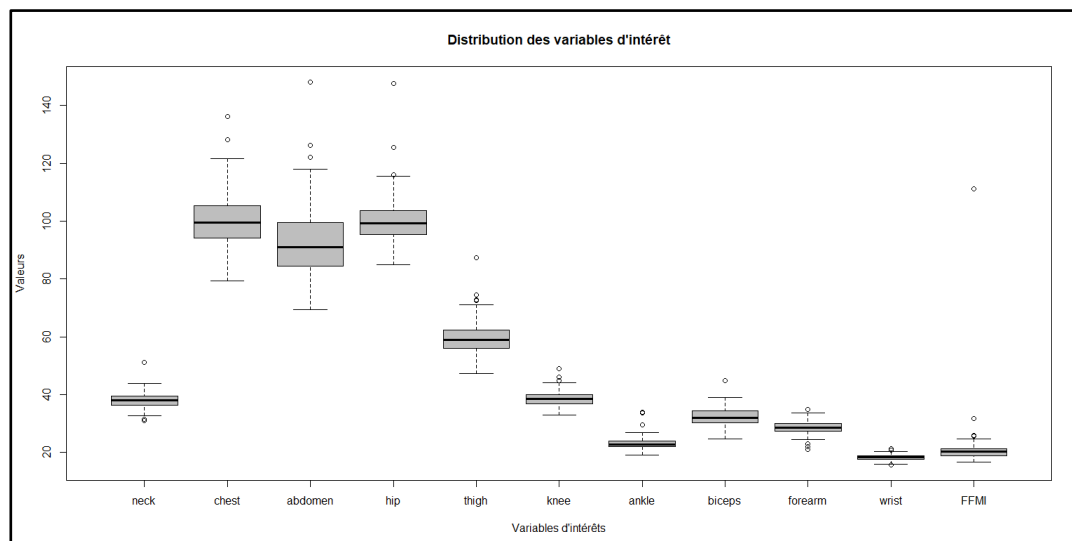
En examinant la sortie affichée ci-dessous, nous constatons que notre jeu de données ne présente pas de valeurs aberrantes ni manquantes. En se référant aux valeurs extrêmes de chaque variable, nous pouvons remarquer que certaines valeurs se démarquent de la tendance générale. Par exemple, la variable FFMI possède une valeur maximale de 111,09, ce qui est nettement supérieur aux autres valeurs recueillies. Cette valeur peut être qualifiée de fortement atypique, car elle est cinq fois plus élevée que le troisième quartile de la variable.

Figure 2 - Résumé statistique de nos variables d'intérêts

neck	chest	abdomen	hip	thigh	knee
Min. :31.10	Min. : 79.30	Min. : 69.40	Min. : 85.0	Min. :47.20	Min. :33.00
1st Qu.:36.40	1st Qu.: 94.35	1st Qu.: 84.58	1st Qu.: 95.5	1st Qu.:56.00	1st Qu.:36.98
Median :38.00	Median : 99.65	Median : 90.95	Median : 99.3	Median :59.00	Median :38.50
Mean :37.99	Mean :100.82	Mean : 92.56	Mean : 99.9	Mean :59.41	Mean :38.59
3rd Qu.:39.42	3rd Qu.:105.38	3rd Qu.: 99.33	3rd Qu.:103.5	3rd Qu.:62.35	3rd Qu.:39.92
Max. :51.20	Max. :136.20	Max. :148.10	Max. :147.7	Max. :87.30	Max. :49.10
ankle	biceps	forearm	wrist	FFMI	
Min. :19.1	Min. :24.80	Min. :21.00	Min. :15.80	Min. : 16.70	
1st Qu.:22.0	1st Qu.:30.20	1st Qu.:27.30	1st Qu.:17.60	1st Qu.: 18.99	
Median :22.8	Median :32.05	Median :28.70	Median :18.30	Median : 20.33	
Mean :23.1	Mean :32.27	Mean :28.66	Mean :18.23	Mean : 20.69	
3rd Qu.:24.0	3rd Qu.:34.33	3rd Qu.:30.00	3rd Qu.:18.80	3rd Qu.: 21.33	
Max. :33.9	Max. :45.00	Max. :34.90	Max. :21.40	Max. :111.09	

Afin de mieux comprendre nos valeurs atypiques, il est intéressant de visualiser la dispersion des données dans notre échantillon. Dans cette optique, nous avons cherché à visualiser la distribution des variables d'intérêts. Ainsi, cette représentation graphique permet d'observer la présence de plusieurs valeurs atypiques au sein d'une même variable. On observe un impact important de ces valeurs sur les variables *abdomen*, *hip*, *chest* et *thigh* principalement. Ces valeurs tirent les indicateurs statistiques vers le haut ce qui peut fausser nos résultats.

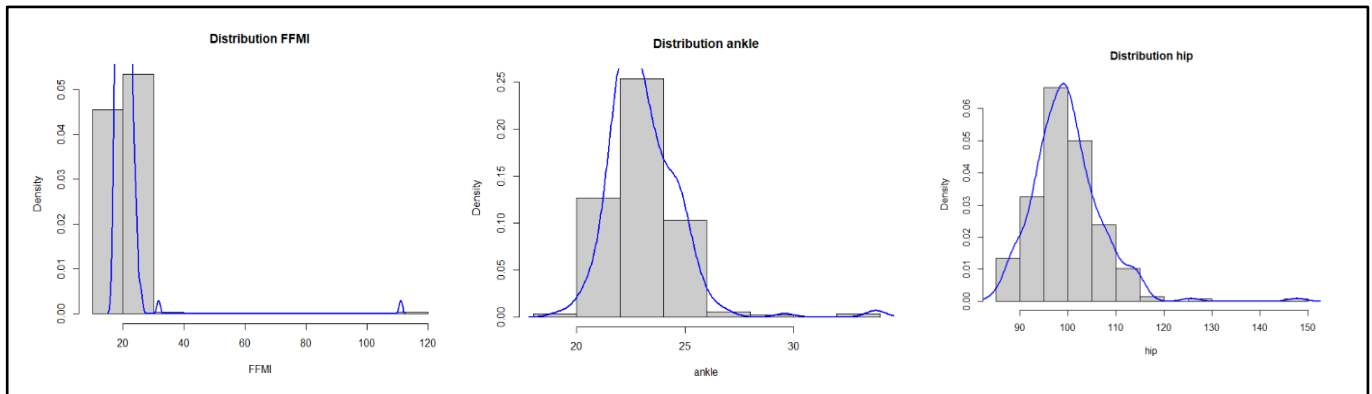
Figure 3 – Visualisation sous forme de boîte à moustache des variables d'intérêts



B. Recherche des points atypiques

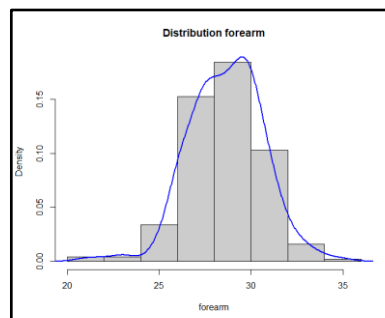
Pour vérifier l'impact de nos valeurs atypiques, nous avons établis l'histogramme et la densité lissée de chacune des variables d'intérêt. On remarque sur la plupart des histogrammes une distribution asymétrique avec un aplatissement sur la droite. Cet aplatissement est dû à la présence de quelques valeurs extrêmes élevées qui tirent la distribution vers la droite. On remarque par exemple, pour la variable FFMI, la présence d'une valeur autour des 115 kg/m² qui pourrait biaiser notre jeu de données.

Figure 4 – Extrait de variables possédant des valeurs extrêmes hautes



On remarque également des valeurs extrêmes basses qui tirent la distribution vers la gauche, comme avec la variable *forearm* par exemple.

Figure 5 – Extrait d'une des variables possédant des valeurs extrêmes

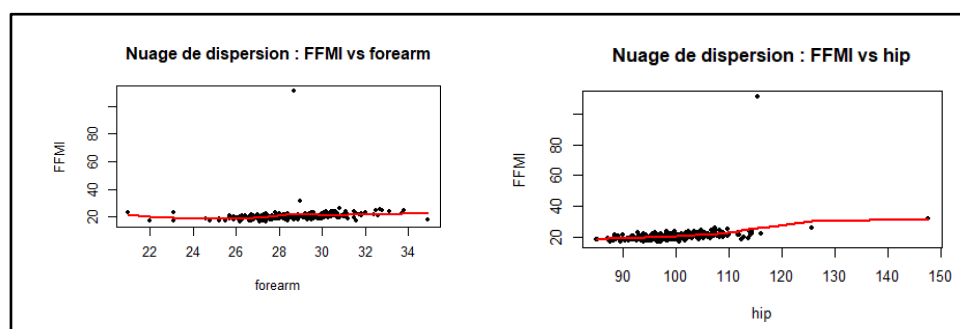


Cependant, si l'on fait abstraction de ces outliers, on observe que la distribution de nos variables prend la forme d'une cloche, elles suivent ainsi une loi gaussienne. Cela indique que la plupart des observations sont concentrées autour de la moyenne et que nos indicateurs statistiques tels que la moyenne, la médiane et le mode sont concentrés dans la même zone.

Pour mieux visualiser l'impact de ces outliers, nous avons créé des nuages de dispersion accompagnés d'une courbe de régression lissées croisant la variable FFMI avec chaque variable morphologique. En combinant ces nuages de dispersions aux histogrammes précédents, on obtient une vue plus complète et détaillée des données. En effet, les nuages de dispersion permettent de visualiser chaque observation individuellement, ce qui nous aide à mieux comprendre les relations entre les variables.

Ainsi, on remarque la présence de certains points atypiques qui influencent fortement notre courbe de régression lissée. Ces derniers tirent tantôt la courbe vers la droite, comme avec la variable *biceps*, et tantôt vers la gauche, pour la variable *forearm*. Un point semble également se détacher des graphiques. En effet, d'un point de vue univarié, ce point semble se positionner au centre des valeurs observées pour chacune des variables. Toutefois, lorsque nous les croisons avec la variable FFMI, ce point se distingue nettement en ayant une valeur beaucoup plus élevée sur l'axe des ordonnées que toutes les autres valeurs.

Figure 6 – Extrait des nuages de dispersion influencés par un point fortement atypique



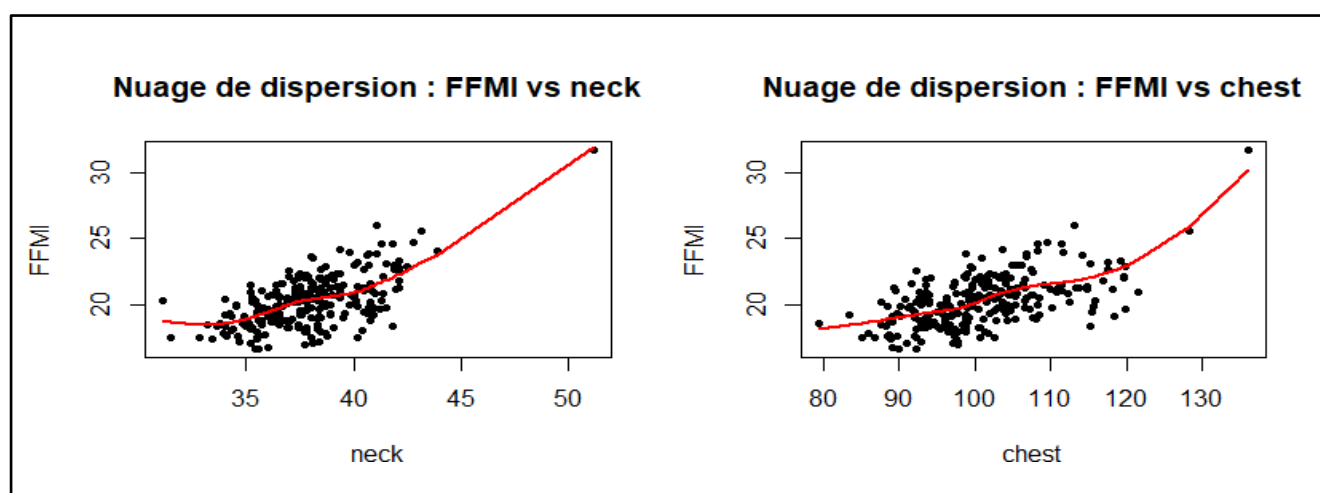
En considérant cette observation, nous avons conjecturé qu'une erreur a pu se produire sur les variables *density*, *weight* ou *height*. En effet, nos calculs d'indicateurs reposent sur ces variables. En affichant le résumé numérique de ces variables, nous avons observé une valeur fortement atypique. La valeur minimum de la variable *height* correspond à 0,74 mètre, ce qui paraît très peu pour un homme. De plus, cette taille ne peut correspondre au reste des observations. Nous en avons ainsi conclu à une erreur saisie.

Figure 7 – Ligne comportant la valeur atypique

case	density	age	weight	height	neck	chest	abdomen	hip	thigh	knee	ankle	biceps	forearm	wrist	siri	FFM	FFMI	
42	42	1.0250	44	92.98644	0.74930	36.6	106.0	104.3	115.5	70.6	42.5	23.7	33.6	28.7	17.4	32.9268293	62.36895	111.08540

En se référant aux figures ci-dessous, on remarque que nos nuages de dispersion sont devenus bien plus lisibles. En effet, la fenêtre d'observation a pu être agrandie. Toutefois des valeurs indésirables sont encore présentes. Il est donc important d'éliminer nos valeurs fortement atypiques. En effet, ces dernières faussent nos analyses, en rendant illisible nos nuages de dispersions. Ainsi, nous ne pouvons conclure sur l'existence d'une éventuelle liaison entre nos variables morphologiques et la variable FFMI avant de retirer la ligne 42. Nous avons ainsi continué à améliorer la lisibilité de nos figures en éliminant tous les points indésirables avant de conclure sur d'éventuelles association.

Figure 8 – Extrait des nuages de dispersion après élimination de la ligne 42



C. Elimination des valeurs atypiques

Afin d'éliminer les valeurs fortement atypiques, nous avons décidé d'enlever du jeu de données les valeurs supérieures au troisième quartile qui se situe à plus de trois fois l'écart interquartile. Il en est de même pour les valeurs inférieures au premier quartile. Cependant, notre jeu de données n'en possède pas.

Figure 9 – Valeurs fortement atypiques présentes dans le jeu de données

Valeurs fortement atypiques présentes dans le jeu de données										
neck	chest	abdomen	hip	thigh	knee	ankle	biceps	forearm	wrist	FFMI
38.7	100.5	88.7	99.8	57.5	38.7	33.9	32.5	27.7	18.4	20.72015
51.2	136.2	148.1	147.7	87.3	49.1	29.6	45.0	29.0	21.4	31.69498
36.6	106.0	104.3	115.5	70.6	42.5	23.7	33.6	28.7	17.4	111.08540
36.5	98.9	89.7	96.2	54.7	37.8	33.7	32.4	27.7	18.2	18.91406

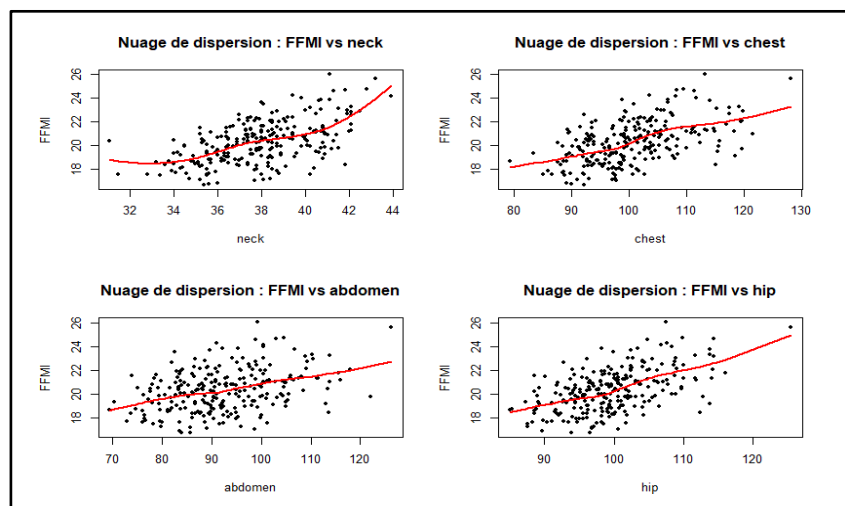
D. Analyse de l'existence et du type de liaison pour chacune des variables morphologiques

Les nuages de dispersions ci-dessous ainsi que ceux réalisés précédemment ont été effectués avec la méthode LOESS (locally weighted scatterplot smoothing). Cette technique est utilisée pour estimer une courbe de régression lissée à travers un nuage de points de données. Elle consiste à ajuster une courbe lissée dans le nuage de points, pour cela, on pondère les points en fonction de leur distance à un point d'intérêt (valeur médiane par exemple). C'est-à-dire que les points étant proches du point d'intérêt sont pondérés plus fortement que les points plus éloignés.

Afin de déterminer l'existence d'une possible liaison entre la variable FFMI (variable à expliquer) et les variables morphologiques (variables explicatives), nous portons d'abord notre attention sur la forme des nuages de dispersions.

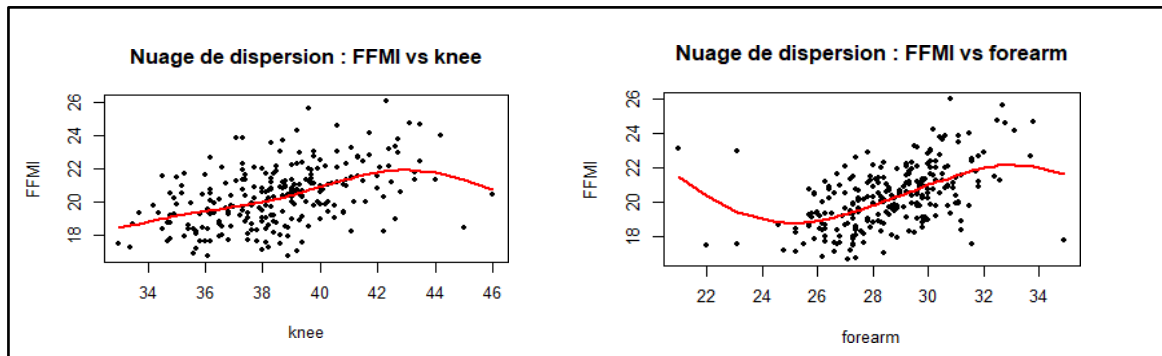
Les points semblent s'aligner autour de la courbe de régression lissée pour prendre une forme de droite ce qui indique une potentielle liaison linéaire. Toutefois, les observations sont dispersées sur les hauteurs inférieures et supérieures de la courbe de régression lissée. Cela signifie une certaine variabilité dans les données et suggère que la relation entre la variable FFMI et les variables morphologiques peut ne pas être parfaitement linéaire. Ces variabilités nous laissent ainsi penser qu'il peut y avoir d'autres facteurs qui influencent la relation entre les variables qui ne sont pas pris en compte dans l'analyse.

Figure 10 – Extrait des nuages de dispersion après filtrage des valeurs fortement atypique



En se référant aux sorties graphiques ci-dessus, nous pouvons qualifier nos liaisons linéaires de liaisons positives. En effet, les pentes des courbes observées sont croissantes. Par ailleurs, il est à noter que certaines figures sont attirées par des points extérieurs qui font fluctuer la courbe de régression lissée. C'est le cas pour les variables *knee* et *forearm*. Cependant, la courbe prend la forme d'une droite croissante lorsqu'elle passe par la partie du nuage qui regroupe l'ensemble des observations.

Figure 11 – Extrait des nuages de dispersion où des points font fluctuer la courbe de régression lissée



Pour confirmer nos observations qui ne sont, pour l'instant, que des hypothèses, nous proposons de mesurer l'intensité de l'association linéaire entre la variable FFMI et chacune des variables morphologiques en utilisant le coefficient de corrélation linéaire de Pearson. Le coefficient de corrélation linéaire de Pearson est une mesure statistique qui évalue la relation linéaire entre deux variables continues. Si ce coefficient est égal à -1, cela indique une corrélation négative parfaite, s'il est égal à 0, cela indique l'absence parfaite de corrélation, et s'il est égal à 1, cela indique une corrélation positive parfaite.

Ainsi, d'après les coefficients que nous avons obtenus, nous pouvons qualifier l'intensité de nos liaisons linéaires de modérées. En effet, nos coefficients se situent entre 36,67% pour le plus faible, correspondant à la variable abdomen, qui peut être qualifiée d'intensité faible, et 56,08% pour le plus fort, correspondant à la variable neck.

4. Modélisation

A. Présentation du modèle

Les modèles statistiques sont utiles pour comprendre les relations entre différentes variables et permettent de quantifier les relations entre les variables étudiées. Dans cette optique, nous avons créé un modèle de régression linéaire pour chacune des variables explicatives en les croisant avec la variable FFMI, puis constitué un tableau de synthèse à l'aide du package modelsummary du langage R. Nous avons utilisé la fonction `lm()` de R pour estimer les coefficients de nos modèles linéaires. Cette fonction permet d'ajuster un modèle linéaire à un jeu de données en utilisant la méthode des moindres carrés (MCM). Pour rappel, la méthode des moindres carrés consiste à trouver la meilleure droite de régression linéaire à travers l'ensemble de nos données. Elle cherche donc à trouver la ligne droite qui minimise la distance entre tous les points et la ligne de régression.

Pour étudier nos couples qui semblent être reliés par une liaison linéaire positive, nous avons choisi d'étudier nos données via un modèle de régression affine qui se définit comme suit :

$$m(\text{variable morphologique}) = \beta_0 + \beta_1 \times \text{variable morphologique} + \varepsilon$$

Dans ce cadre, les quantités réelles β_0 et β_1 constituent les paramètres inconnus des modèles. Ici, ils représentent respectivement l'ordonnée à l'origine et la pente du modèle en question.

B. Comparaison des modèles

Le tableau de synthèse ci-dessous nous permet de comparer la force d'intensité entre nos variables et de comparer nos modèles. Ainsi, la première ligne de chaque colonne indique β_0 (intercept) tandis que les coefficients alignés aux noms des variables indiquent la valeur de β_1 . La ligne représentant les coefficients de déterminations (R^2) nous permet d'estimer la fiabilité de nos modèles. En effet, ce coefficient s'interprète comme la part de variabilité de la variable Y (FFMI) expliquée par le modèle de régression affine relativement au modèle de régression constant. De fait, plus le coefficient de détermination est proche de 1, et meilleur est le modèle de régression affine. Dans ce cas, la part de variabilité capturée par le modèle est importante, elle est totale si égal à 1.

En analysant les coefficients de déterminations obtenus, nous pouvons ainsi mesurer la fiabilité de nos modèles. Ce coefficient est relativement faible pour tous les modèles avec une association linéaire que l'on peut qualifier d'intensité faible. Le modèle 1 (neck) a le coefficient de détermination le plus élevé (0,314) et le modèle 3 (abdomen) possède le plus faible avec une intensité d'association linéaire très faible (0,134). Le modèle 1 est donc le modèle qui explique le plus la variable FFMI. En effet, représentant 31,4% de la variation de la variable FFMI. Bien qu'il soit le modèle le plus performant, il n'explique qu'un tiers de la proportion de la variation de FFMI.

Figure 12 – Tableau synthétisant les modèles de régression linéaire

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model 7	Model 8	Model 9	Model 10
(Intercept)	3.762 (1.560)	8.927 (1.202)	14.393 (0.960)	5.808 (1.495)	8.745 (1.160)	6.565 (1.676)	5.173 (1.694)	9.907 (1.064)	7.824 (1.396)	0.845 (1.892)
neck	0.436 (0.041)									
chest		0.113 (0.012)								
abdomen			0.064 (0.010)							
hip				0.145 (0.015)						
thigh					0.195 (0.020)					
knee						0.356 (0.043)				
ankle							0.658 (0.074)			
biceps								0.322 (0.033)		
forearm									0.435 (0.049)	
wrist										1.067 (0.104)
Num.Obs.	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
R2	0.314	0.268	0.134	0.277	0.288	0.215	0.245	0.281	0.246	0.301
R2 Adj.	0.311	0.265	0.131	0.274	0.286	0.212	0.242	0.278	0.243	0.298
AIC	902.7	918.9	960.5	915.8	911.9	936.3	926.5	914.6	926.3	907.5
BIC	913.3	929.5	971.0	926.4	922.4	946.8	937.0	925.1	936.9	918.0
Log.Lik.	-448.370	-456.465	-477.231	-454.915	-452.938	-465.149	-460.252	-454.289	-460.174	-450.742
F	112.693	90.025	38.211	94.251	99.718	67.297	79.917	95.975	80.122	105.896
RMSE	1.48	1.52	1.66	1.51	1.50	1.58	1.55	1.51	1.55	1.49

C. Critique du modèle

Un modèle de régression est caractérisé par sa complexité, laquelle est déterminée par le nombre de paramètre à estimer. Ainsi, notre modèle de régression affine admet une complexité d'ordre 2. Le principe de parcimonie consiste alors à choisir un modèle dont la complexité ne soit pas au-delà du raisonnable. La complexité doit donc être suffisante pour caractériser la structure sous-jacente sans prendre en compte le bruit.

Dans le cadre de nos modèles, nous pouvons ainsi estimer que nos modèles de régression affine respectent difficilement ce principe de parcimonie avec des coefficients de déterminations assez faible. Ils ne prennent donc pas assez en compte la variabilité des observations. Pour remédier à cela, il peut être intéressant de passer sur des modèles quadratiques par exemple.

Le choix des variables explicatives peut également être remis en question. En effet, ces modèles ont été construits sur des variables morphologiques or l'âge pourrait jouer un rôle sur la variable FFMI ou encore l'activité physique pratiquée par les participants. Il est également possible que la combinaison de certaines variables morphologiques puisse expliquer notre indice de masse maigre. Il peut donc être intéressant de pousser l'analyse sous d'autres angles et d'autres modèles.

D. Visualisation et interprétation du meilleur modèle

La sortie ci-dessous permet d'afficher un résumé statistique de notre modèle 1 correspondant à la variable *neck* (circonférence du cou). On observe ainsi que, le coefficient de détermination, utilisé pour vérifier la qualité de l'ajustement de notre modèle linéaire, révèle une intensité faible de 31,42%. Les résidus ont une moyenne proche de zéro, ce qui permet d'affirmer que la plupart des observations sont bien prises en compte par le modèle. Cependant, les extremums du modèle sont assez éloignés de la droite de régression. C'est un point situé à -3,73 unités de la droite de régression pour le minimum et de 4,35 unités de plus pour le point maximum. Des valeurs extrêmes sont donc toujours prises en compte par le modèle, ce qui laisse penser que ces valeurs sont à l'origine d'une faible fiabilité de notre modèle. Pour savoir si ces valeurs influencent le modèle il peut être intéressant de le refaire sans ces dernières.

Figure 13 – Résumé statistique modèle 1

```
Call:
lm(formula = FFMI ~ neck, data = dataset3)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.7287 -0.8655 -0.0209  1.1407  4.3497

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  3.76207    1.55990   2.412   0.0166 *
neck         0.43558    0.04103  10.616  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

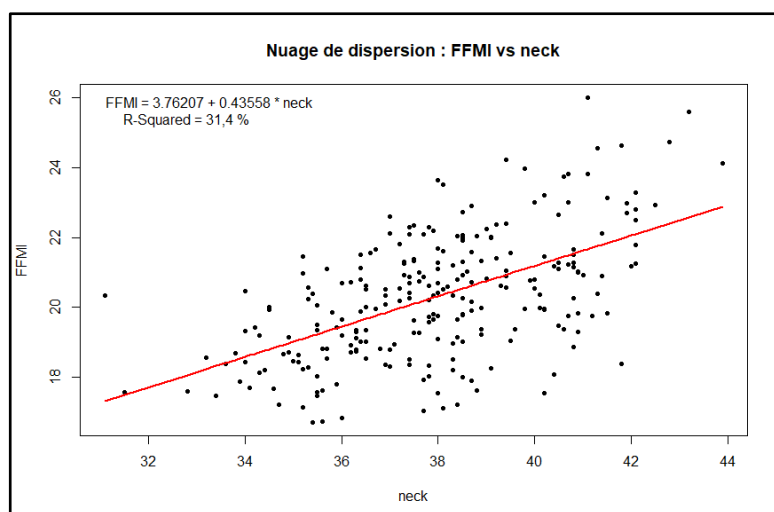
Residual standard error: 1.481 on 246 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3142,    Adjusted R-squared:  0.3114
F-statistic: 112.7 on 1 and 246 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Cette sortie nous indique également les valeurs de β_0 (3,76207) et β_1 (0,43558). Cela signifie que pour chaque centimètre d'augmentation de la circonférence du cou, la variable FFMI augmente en moyenne de 0.43558 Kg/m². Nous pouvons ainsi compléter l'équation de notre droite des moindres carrés :

$$m(\text{neck}) = 3,76207 + 0,43558 \times \text{neck}$$

Dans l'objectif d'obtenir une meilleure compréhension de notre modèle de régression linéaire, nous avons créé un nuage de dispersion croisant la variable *neck* avec la variable FFMI. Ainsi, on remarque que les points ne sont pas confondus avec la droite de régression linéaire. Ces derniers sont éparpillés autour de la droite. On remarque également que plus la circonférence du cou est élevée, plus la variable FFMI l'est aussi. Ainsi, pour chaque centimètre d'augmentation de la circonférence du cou, la variable FFMI augmente en moyenne de 0.43558 Kg/m².

Figure 14 – Nuage de dispersion de la variable *neck* croisant la variable FFMI



5. Conclusion

En conclusion, ce rapport présente une étude de régression linéaire simple visant à évaluer l'existence d'une relation entre plusieurs variables morphologiques et l'indice de masse maigre (FFMI). Après avoir effectué une analyse exploratoire des données, nous avons cherché la force d'association linéaire entre les différentes variables morphologiques mises à notre disposition. Nous avons ensuite construit des modèles de régression linéaire simple afin de comparer leur fiabilité et d'étudier lequel se rapproche le plus de la réalité. Le modèle de la variable neck, représentant la circonférence du cou, correspond ainsi au meilleur modèle avec un coefficient de détermination de 31,42%, ce qui reste assez faible. Concernant cette variable, l'intensité linéaire est modérée avec une intensité de 56,08 %.

6. Annexes

Annexe 1 – Représentation des histogrammes et de la densité lissée de chacune des variables morphologiques

